Алгоритм двухуровневой оптимизации

1 Введение

Пусть задано $n > 0$. Введём функцию двух переменных x_i и c_i:

$$t_i(x_i, c_i) = t_i^0 \left(1 + 0.15 \left[\frac{x_i}{c_i}\right]^4\right) \quad \forall i = \overline{1, n}.$$

При этом, $t_i^0 > 0$ задано для всех $i = \overline{1, n}$.

Рассмотрим следующую задачу двухуровневой оптимизации относительно переменных $c = (c_1, \ldots, c_n)^{\mathrm{T}}$ и $x = (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$:

$$\min_c \sum_{i=1}^{n} t_i(x_i, c_i) x_i, \tag{1}$$

при ограничениях на c:

$$\sum_{i=1}^{n} c_i \leq C, \tag{2}$$

$$c_i \geq 0 \quad \forall i = \overline{1, n}, \tag{3}$$

и x, получаемый как решение оптимизационной задачи нижнего уровня:

$$x_i = \arg\min_x \sum_{i=1}^{n} \int_0^{x_i} t_i(u, c_i) du, \tag{4}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = F, \tag{5}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i = \overline{1, n}. \tag{6}$$

При этом, $C > 0$ и $F > 0$ – заданные константы.

2 Задача

Необходимо разработать эволюционный алгоритм, решающий задачу двухуровневой оптимизации (1)–(6) для разных наборов значений $C > 0$, $F > 0$, n и $t_i^0 > 0$, $i = \overline{1, n}$.