**BÁO CÁO MÔN PHÂN TÍCH THIẾT KẾ GIẢI THUẬT**

**Đề bài: Bài toán cái túi 0/1 và thuật toán 0/1\_Knapsack**

**Họ và tên:** Vương Thị Lê

**Lớp** : Tin học 50

**1. Bài toán:**

* Trong siêu thị có n đồ vật , đồ vật thứ i có trọng lượng là W[i]và giá trị V[i]. Một tên trộm đột nhập vào siêu thị, tên trộm mang theo một cái túi có thể mang được tối đa trọng lượng M. Hỏi tên trộm sẽ lấy đi những đồ vật nào để được tổng giá trị lớn nhất.
* Có 2 khả năng xảy ra:
* Mỗi vật chỉ được chọn một lần => ***Bài toán 0/1 Knapsack***
* Mỗi vật được chọn nhiều lần (không hạn chế số lần) => Bài toán Unbounded Knapsack

**Input**

* Dòng thứ nhất là hai số n, M cách nhau một khoảng trắng Trong n dòng tiếp theo, dòng thứ i là hai số nguyên Wi và Vi cách nhau một khoảng trắng

**Output**

* Nếu tên trộm không thể lấy được món đồ nào, in ra 0.
* Nếu tên trộm có thể lấy được ít nhất một món đồ, dòng thứ nhất in ra giá trị lớn nhất tên trộm có thể lấy. Dòng thứ hai là chỉ số những gói bị lấy. Nếu có nhiều cách lấy đồ có cùng giá trị lớn nhất, chỉ cần in ra một cách bất kỳ

**2. Mô tả chi tiết thuật toán**

Thuật toán 0/1 Knapsack (trường hợp mỗi vật chỉ được chọn nhiều nhất 1 lần)

* Gọi F( i, j) là tổng giá trị lớn nhất của túi khi xét từ vật 1 đến vật i và trọng lượng của cái túi chưa vượt quá j. Với giới hạn j , việc chọn tối ưu trong số các vật {1,2,…,i-1,i} để có giá trị lớn nhất có 2 khả năng:
* Nếu không chọn vật thứ i thì F(i,j) là giá trị lớn nhất có thể chọn trong số các vật {1,2,…,i-1} với giới hạn trọng lượng là j

F(i-1,j) = F(i,j) (1)

* Nếu chọn vật i(phải thỏa mãn W(i) ≤ j) thì F( i, j) bằng giá trị vật thứ i là V(i) cộng với giá trị lớn nhất có thể chọn được trong số các vật {1,2,…,i-1} với giới hạn trọng lượng j-W[i]

F(i,j)= V[i] + F(i-1,j-W[i]) (2)

* Vấn đề chúng ta cần xem xét (1) hay (2) là phương án tốt hơn, từ đó ta có công thức truy hồi

F(0,j) =F( i,0)= 0 (hiển nhiên) – Bài toán con nhỏ nhất.

F(i,j)= max(F(i-1,j), V[i]+F(i-1,j-W[i]))

**Giả mã**

**algorithm** zero\_one\_KnapSack(capacity, weights, values):

M = capacity

n = weights.length

F[i,0] = 0 **for** i = 0 **to** n

F[0,j] = 0 **for** i = 0 **to** M

**for** i = 1 **to** n:

**for** j = 1 **to** M:

F[i,j] = F[i-1,j]

W[j] = weights[j], V[i] = values[i]

**if** W[i] ≤ j:

F[i,j] = max{F[i-1,j], F[i-1,j-W[i] + V[i]}

**return** F[n,M]

**Truy vết**

Bắt đầu từ F(n,M), nếu F(n,M)=f(n-1,M) thì tức là không chọn vật thứ n, ta truy về F(n-1,M). Còn nếu F(n,M)≠F(n-1,M) thì ta thông báo rằng phép chọn tối ưu có chọn vật thứ n và truy về F(n-1,M-W[n]).

**3. Độ phức tạp**

Để có lời giải, ta tính F(n,M). Để làm điều này, ta có thể dùng 1 bảng để lưu các tính toán trước đó. Thuật toán có độ phức tạp O(nM).

**4. Ví dụ**

*-Ví dụ 1:*

# n=5, M=13

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| W[i] | 3 | 4 | 5 | 2 | 1 |
| V[i] | 4 | 5 | 6 | 3 | 1 |

**Bảng phương án**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V[i]** | **W[i]** | **j**  **i** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
|  |  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **4** | **3** | **1** | **0** | **0** | **0** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** |
| **5** | **4** | **2** | **0** | **0** | **0** | **4** | **5** | **5** | **5** | **9** | **9** | **9** | **9** | **9** | **9** | **9** |
| **6** | **5** | **3** | **0** | **0** | **0** | **4** | **5** | **6** | **6** | **9** | **10** | **11** | **11** | **11** | **15** | **15** |
| **3** | **2** | **4** | **0** | **0** | **3** | **4** | **5** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **13** | **14** | **15** | **15** |
| **1** | **1** | **5** | **0** | **1** | **3** | **4** | **5** | **7** | **8** | **9** | **10** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** |

* F(i,0)=F(0,j)=0
* F(1,1)=F(0,1) (do W[1]=4 > j=1)=0

F(1,2)=F(0,2] (do W[2]>j=2)

F(1,3)=max(F(0,3), V[1]+F(0,0))=4

………

**Truy vết**

- Bắt đầu từ ô F(5,13): F(5,13) != F(4,13) =>chọn vật thứ 5 => xét ô F(4,13-W[5])

- F(4,12) = F(3,12) => Không chọn vật thứ 4 => xét ô F(3,12)

- F(3,12) != F(2,12) => chọn vật thứ 3 => xét ô F(2,12-W[3]) (F(2,7))

- F(2,7)!= F(1,7) =>chọn vật thứ 2 => xét ô F(1, 7-W[2]) (F(1,3)

- F(1,3)!=F(0,3) =>chọn vật thứ 1=> xét ô F(0,0)

**=>chọn vật 5,3,2,1**

**-***Ví dụ 2:*

n=5, M=15

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| W[i] | 12 | 2 | 1 | 1 | 4 |
| V[j] | 4 | 2 | 1 | 2 | 10 |

**Bảng phương án**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V[i]** | **W[i]** | **j**  **i** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |
|  |  | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| **4** | **12** | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **4** | **4** | **4** | **4** |
| **2** | **2** | **2** | **0** | **0** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **2** | **4** | **4** | **6** | **6** |
| **1** | **1** | **3** | **0** | **1** | **2** | **3** | **3** | **3** | **3** | **3** | **3** | **3** | **3** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **2** | **1** | **4** | **0** | **2** | **3** | **4** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **10** | **4** | **5** | **0** | **2** | **3** | **4** | **10** | **12** | **13** | **14** | **15** | **15** | **15** | **15** | **15** | **15** | **15** | **15** |

* F( i,0)=F(0,j)=0
* F(1,j)=0 với j=1,2,…11 do W[j]>j

F(1,12)=max(F(0,12), 4+F(0,0))=4

F(1,13)=max(F(0,13), 4+F(0,1)=4

………..

**Truy vết**

* Xét F(5,15)!=F(4,15) =>chọn vật thứ 5 =>xét tiếp ô F(4,15-W[5]) (F(4,11))
* F(4,11) !=F(3,11) =>chọn vật thứ 4 => xét tiếp ô F(3,11-W[4]) (F(3,10))
* F(3,10)!=F(2,10) =>chọn vật thứ 3 =>xet tiếp ô F(2,10-W[3])(F(2,9))
* F(2,9)!=F(1,9) =>chọn vật thứ 2 =>xét tiếp F(1,9-W[2]) (F(1,7))
* F(1,7)=F(0,7) =>Không chọn vật thứ 1

**=>chọn vật 5,4,3,2**