

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS – UFLA

DAVI ALVES CARVALHO - 202010711

JOSÉ VICTOR AMORIM MORAIS - 202010163

REO 06 - Relatório de comparação entre ABB e AVL

LAVRAS-MG

2021

Relatório de Comparação entre ABB e AVL

1. Introdução e Metodologia

- 1.1. Este relatório consiste na análise de eficiência, no que diz respeito ao acesso de nós, entre uma árvore binária de busca comum e uma árvore AVL. Como a atividade foi realizada em dupla, foram comparadas 30 inserções e 20 remoções distintas. Ademais, foram realizadas 30 buscas distintas.
- 1.2. A comparação foi feita entre uma Árvore Binária de Busca duplamente encadeada e uma AVL Recursiva, retirada do exercício 15 do Dredd.
- 1.3. A estratégia utilizada foi de não contar o acesso aos nós folhas recém inseridos, com exceção da raiz.
- 1.4. A contagem de nós foi baseada no site [VisuAlgo](#), para fins de conferência e validação dos resultados obtidos na contagem de nós no programa.
- 1.5. O conjunto de números utilizados para testes foi obtido em uma [ferramenta aleatória de geração de números](#).
- 1.6. Com base nos resultados obtidos, foram realizadas as seguintes análises estatísticas:
 - 1.6.1. Média
 - 1.6.2. Moda
 - 1.6.3. Desvio Padrão
- 1.7. O tempo de execução utilizado para a comparação foi uma média amostral de 5 tempos calculados em execução, em todos os casos.
 - 1.7.1. Todas medidas de tempo foram obtidas à partir da biblioteca [Chrono](#)
 - 1.7.2. A unidade escolhida para a medida do tempo é milisegundos.

2. Inserção

2.1. Resultados Obtidos: ABB

Inserção	Nós Acessados ABB
53	1
85	1
45	1
75	2
27	2
97	2
12	3
86	3
98	3
19	4
26	5
9	4
13	5

8	5
74	3
46	2
81	3
16	6
55	4
71	5
10	5
68	6
69	7
91	4
94	5
88	5
35	3
80	4
2	6
77	5

2.1.1. Elementos Estatísticos dos nós acessados

2.1.1.1. Média: 3,8

2.1.1.2. Desvio Padrão: ~1,6

2.1.1.3. Moda: 5

2.1.2. Tempo médio de execução

2.1.2.1. O tempo médio obtido na inserção dos 30 elementos na Árvore Binária de Busca foi de 310,8 milissegundos

2.2. Resultados Obtidos: Árvore AVL

Inserção	Nós Acessados AVL
53	1
85	2
45	2
75	4
27	4
97	4
12	8
86	6
98	6

19	6
26	10
9	10
13	6
8	8
74	6
46	8
81	6
16	8
55	8
71	14
10	8
68	12
69	12
91	8
94	12
88	12
35	8
80	10
2	10
77	14

2.2.1. Elementos Estatísticos dos nós acessados

2.2.1.1. Média: ~7,8

2.2.1.2. Desvio Padrão: ~3,4

2.2.1.3. Moda: 8

2.2.2. Tempo médio de execução

2.2.2.1. O tempo médio de inserção dos 30 elementos na árvore AVL foi de 386,6 milissegundos.

2.3. Comparação

2.3.1. Dos números de nós acessados

2.3.1.1. Diante dos resultados obtidos quanto ao número bruto de nós acessados, concluímos que, para o conjunto de números utilizado, a Árvore Binária de Busca acessa 52% a menos que a Árvore AVL, uma vez que seu balanceamento não é realizado.

2.3.2. Da média amostral

2.3.2.1. Com base nas médias obtidas nas duas estruturas, observa-se que a Árvore AVL tem uma média de, aproximadamente, 4 nós a mais que a Árvore Binária de Busca, o que também se explica pelo fator de balanceamento presente nesta.

2.3.3. Do desvio padrão amostral

2.3.3.1. Analisando os resultados obtidos, notamos que a Árvore Binária de Busca possui seu desvio padrão, aproximadamente, 53% menor que a Árvore AVL

2.3.4. Da moda amostral

2.3.4.1. A moda obtida no conjunto de nós acessados da Árvore Binária de Busca é 5, enquanto na Árvore AVL a moda é 8.

2.3.5. Do Tempo médio de execução

2.3.5.1. Quanto a comparação entre os tempos médios de execução das duas estruturas de dados, a Árvore Binária de Busca é, aproximadamente, 75,8 milissegundos mais rápida.

2.3.6. Conclusão

2.3.6.1. Dessa forma, concluímos, a partir dos resultados obtidos e das análises apresentadas acima, que, em termos de inserção, a Árvore Binária de Busca duplamente encadeada se mostra mais eficiente e rápida, uma vez que esta não realiza o balanceamento de sua estrutura, fato que reduz bastante o número de nós acessados na operação.

3. Remoção

3.1. Resultados Obtidos: ABB

Remoção	Nós Acessados ABB
19	6
45	3
97	4
12	6
86	5
91	5
26	6
13	5
8	7
74	5
81	5
16	5
10	5
69	7
68	6
77	5
2	5
35	4
94	5
53	4

3.1.1. Elementos Estatísticos dos nós acessados

3.1.1.1. Média: ~5.1

3.1.1.2. Desvio Padrão: ~0.9

3.1.1.3. Moda: 5

3.1.2. Tempo médio de execução

3.1.2.1. O tempo médio obtido na remoção dos 20 elementos na ABB foi de 20 milissegundos Tempo médio de execução

3.2. Resultados Obtidos: Árvore AVL

Remoção	Nós Acessados AVL
19	9
45	13
97	9
12	7
86	9
91	13
26	9
13	9
8	9
74	9
81	9
16	7
10	7
69	9
68	7
77	9
2	7
35	9
94	7
53	7

3.2.1. Elementos Estatísticos dos nós acessados

3.2.1.1. Média: 8.7

3.2.1.2. Desvio Padrão: ~1,7

3.2.1.3. Moda: 9

3.2.2. Tempo médio de execução

3.2.2.1. O tempo médio obtido na remoção dos 20 elementos na Árvore AVL foi de 25,4 milissegundos.

3.3. Comparação

3.3.1. Dos números de nós acessados

3.3.1.1. Com base no número de nós acessado total, analisamos que a Árvore Binária de Busca acessa cerca de 41% de nós a menos que a Árvore AVL na operação de remoção. Acreditamos, novamente, que o balanceamento tem grande interferência nesse valor.

3.3.2. Da média amostral

3.3.2.1. Analisando os resultados de ambas as médias amostrais, percebe-se que a Árvore AVL tem uma média de, aproximadamente, 3,6 nós a mais que a ABB. Como comentado acima, também devido ao balanceamento.

3.3.3. Do desvio padrão amostral

3.3.3.1. Diante dos resultados individuais dos desvios padrões, analisamos que os resultados da ABB se aproximam de 52% do resultado da Árvore AVL, mostrando uma diferença considerável entre as duas estruturas nesse quesito.

3.3.4. Da moda amostral

3.3.4.1. A moda obtida no conjunto de nós acessados foi de 5 nós, na Árvore Binária de Busca, e de 9 nós na Árvore AVL.

3.3.5. Do Tempo médio de execução

3.3.5.1. Quanto a comparação entre os tempos médios de execução das duas Árvores, a ABB é, aproximadamente, 5,4 milissegundos mais rápida.

3.3.6. Conclusão

3.3.6.1. Dessa forma, concluímos que, com este conjunto de dados, a ABB ainda ganha, em eficiência (e velocidade), da Árvore AVL. O Balanceamento após a remoção tem grande influência para este fato. Entretanto, percebemos também que a AVL começa a diminuir a diferença entre as duas.

4. Busca

4.1. Resultados Obtidos: ABB

Buscas	Nós Acessados ABB
92	4
85	2
27	3
12	4
53	2
26	4
8	4
100	3
16	4
38	3
71	4

15	4
68	4
77	4
44	3
35	3
80	4
69	4
91	4
94	4
4	4
6	4
10	4
14	4
23	4
55	1
26	4
46	2
39	3
2	4

4.1.1. Elementos Estatísticos dos Nós Acessados

4.1.1.1. Média: 3,5

4.1.1.2. Desvio Padrão: ~0,8

4.1.1.3. Moda: 4

4.1.2. Tempo médio de execução

4.1.2.1. O tempo médio obtido na busca dos 30 elementos na ABB foi de 45 milissegundos.

4.2. Resultados Obtidos: Árvore AVL

Buscas	Nós Acessados AVL
92	4
85	2
27	3
12	4
53	4
26	4
8	4
100	3

16	4
38	4
71	3
15	4
68	3
77	3
44	4
35	4
80	3
69	3
91	4
94	4
4	4
6	4
10	4
14	4
23	4
55	2
26	4
46	4
39	4
2	4

4.2.1. Elementos Estatísticos dos Nós acessados

4.2.1.1. Média: 3,6

4.2.1.2. Desvio Padrão: ~0,6

4.2.1.3. Moda: 4

4.2.2. Tempo médio de execução

4.2.2.1. O tempo médio obtido na busca dos 30 elementos na árvore AVL foi de 37,8 milissegundos.

4.3. Comparação

4.3.1. Dos números de nós acessados

4.3.1.1. Diante dos resultados obtidos quanto ao número bruto de nós acessados, analisamos que a Árvore Binária de Busca acessa por volta de 4% a menos de nós que a Árvore AVL. Assim, percebemos que, com o conjunto de dados utilizado, o balanceamento não foi tão impactante.

4.3.2. Da média amostral

4.3.2.1. Com base nas médias obtidas nas duas estruturas, observa-se que a Árvore AVL tem uma média de, aproximadamente, apenas 0,1 a mais que a ABB. Dessa forma, a busca é a que

mostrou resultados mais parecidos nas duas estruturas de dados.

4.3.3. Do desvio padrão amostral

4.3.3.1. Analisando os resultados obtidos, notamos que a Árvore Binária de Busca possui desvio padrão 33% maior que a Árvore AVL, com ambos possuindo um desvio padrão inferior a 1.

4.3.4. Da moda amostral

4.3.4.1. A moda obtida no conjunto de nós acessados, tanto da ABB quanto da Árvore AVL foi a mesma: 4 nós acessados.

4.3.5. Do tempo médio de execução

4.3.5.1. Quanto à comparação entre os tempos médios de execução das duas estruturas, a Árvore AVL é, aproximadamente, 7,2 milissegundos mais rápida que a ABB.

4.3.6. Conclusão

4.3.6.1. Com base, então, nas análises realizadas e comentadas acima, concluímos que a Árvore Binária de Busca se mostrou mais eficiente no quesito acesso à nós, apesar da falta de balanceamento. Acreditamos que esse fato se deu devido ao conjunto de números utilizados, somado ao fato de a maioria das buscas terem sido realizadas em elementos já removidos, devido ao passo 2, que acabaram por favorecer a ABB. Entretanto, no quesito tempo de execução, a Árvore AVL tem vantagem.

5. Conclusão Final

5.1. Como conclusão geral de todas análises acima comentadas, entendemos que o conjunto de dados utilizado tem grande influência na eficiência, tanto da Árvore Binária de Busca quanto na Árvore AVL. Diante do conjunto utilizado, a ABB se saiu melhor na Inserção e na Remoção, além de ficar equivalente com a Árvore AVL na Busca. Entretanto, muito dessa equivalência se dá pelo fato das exclusões terem sido realizadas anteriormente à busca, o que acaba por deixar as árvores parecidas (novamente, no conjunto de dados que utilizamos). Além disso, o balanceamento é um fator determinante, que acaba por aumentar em grande quantidade o acesso à nós da Árvore AVL, elevando sua média tanto na inserção quanto na remoção. Todavia, essa “perda de eficiência” nas duas operações iniciais se mostra válida quando estudamos a operação de busca. Outro fator que encontramos durante o estudo para realizar este relatório é o fato de ambos trabalharem na memória real, que constantemente pode ser volátil e limitada, levando assim à preocupação quanto ao armazenamento permanente de grandes informações.