

1

Champ magnétique - Sources et cartes de champ

Contenus thématiques : Thème 1 : Onde et signaux (2)

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.7.1. Champ magnétique	
Sources de champ magnétique; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible et l'emplacement des sources. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant. Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la définition du champ magnétique, à sa production donc aux sources qui peuvent le créer ainsi qu'à ses propriétés. Le champ magnétique est essentiellement créé par des courants électriques. On commence donc par décrire les courants susceptibles d'être à l'origine d'un champ magnétique ainsi qu'aux propriétés qu'ils peuvent présenter en termes de symétries et d'invariances. On définit alors le champ magnétique à partir de la force de Lorentz qu'il engendre sur une particule chargée en mouvement comme on a défini le champ électrique par la force qu'il crée sur une particule chargée. La différence qui apparaît dès la définition concerne le mouvement de la particule chargée qui est nécessaire pour que se manifeste l'action d'un champ magnétique. On verra également les conséquences des propriétés de symétrie et d'invariance des sources sur celles du champ sur la base du principe de Curie. On décrira alors quelques cartes de champ magnétique, on note qu'aucun calcul de champ magnétique ne sera envisagé cette année, ce point étant abordé dans le programme de deuxième année. On s'intéresse enfin à la notion de dipôles magnétiques qui permet d'expliquer par un modèle microscopique la production possible de champ par des dispositifs comme les aimants.

1.1 Sources du champ magnétique

Les sources du champ magnétique sont les charges électriques en mouvement qui donnent lieu à des courants électriques. Si les courants sont permanents, cela permet de se placer dans le cadre de la magnétostatique et de ne pas devoir tenir compte du couplage avec les champs électriques.

1.1.1. Courant électrique - Rappels

DÉFINITION DU COURANT ÉLECTRIQUE

On appelle **courant électrique** tout mouvement d'ensemble des particules chargées dans un référentiel. Le point particulièrement important dans cette définition est le fait qu'il s'agisse d'un mouvement d'ensemble. En effet, toute particule est animée d'un mouvement descriptible au niveau microscopique dit d'agitation thermique, mouvement incessant et désordonné (Cf. cours de thermodynamique). À ce mouvement d'agitation thermique peut s'ajouter un mouvement d'ensemble de toutes les particules ; ce mouvement est lié à une action extérieure que toutes les particules subissent et est par conséquent identique d'une particule à l'autre. Au niveau macroscopique, on n'observe que le mouvement d'ensemble : la vitesse moyenne d'agitation thermique est nulle, seule subsiste la vitesse correspondant au mouvement d'ensemble.

DIVERS TYPES DE COURANTS ÉLECTRIQUES

On peut distinguer plusieurs types de courants électriques suivant leur origine :

- courant de conduction : il s'agit du déplacement d'ensemble de particules chargées dans un milieu conducteur lié à l'existence d'un champ électrique \vec{E} ou encore à l'existence d'une tension ou différence de potentiel puisqu'on a $\vec{E} = -\text{grad}V$. Chaque particule de charge q , en plus de son mouvement d'agitation thermique, est soumise à une force $\vec{F} = q\vec{E}$. Toutes les charges de même type vont donc subir la même force et avoir un mouvement identique : on aura un mouvement d'ensemble donnant lieu à un courant électrique. L'origine électrique du courant permet de qualifier ce courant de *courant de conduction*.
- courant de convection : les charges électriques sont parfois liées à des corps électriquement neutres et en mouvement. Le déplacement de ces corps entraîne celui des charges qui lui sont liées et l'existence d'un courant électrique liée à cet entraînement. On parle de *courant de convection*. Dans ce type de courant, on classe aussi le mouvement des particules chargées qui se déplacent sous l'action d'un autre type de champ que le champ électrique (le champ de pesanteur par exemple). Les courants de convection correspondent à l'entraînement des particules chargées sous une action autre qu'électromagnétique.
- courant de diffusion : les *courants de diffusion* sont liés aux déplacements pouvant se produire du fait d'un gradient de concentration des particules chargées. Le mouvement tend à réduire cette différence.

Dans la suite, on ne s'intéressera pas à l'origine du courant ; le point important est l'existence d'un courant électrique quelle que soit sa nature.

INTENSITÉ ÉLECTRIQUE

On définit l'intensité du courant électrique par la charge totale qui traverse une surface dS par unité de temps :

$$i_{dS}(t) = \frac{dq}{dt}$$

en notant dq la charge traversant la surface dS entre t et $t + dt$.

1.1.2. Densité de courants

DÉFINITION DE LA DENSITÉ DE COURANT

On considère un fil conducteur où les porteurs de charges sont d'une seule et même nature (par exemple des électrons). On note ρ_m la densité volumique de charges mobiles.

Du fait de l'existence d'un courant quelle que soit sa nature, les porteurs de charges sont animés d'un mouvement d'ensemble à la vitesse moyenne \vec{v} .

On considère une surface élémentaire dS et on définit un vecteur unitaire perpendiculaire à cet élément de surface. On peut alors définir une surface élémentaire vectorielle associant la surface à la direction perpendiculaire à cette surface par :

$$d\vec{S} = dS\vec{u}$$

On cherche à déterminer la quantité de charges qui la traversent entre les instants t et $t + dt$.

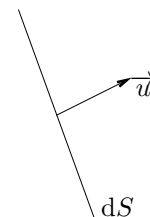


FIG. 1.1 – Surface élémentaire.

Entre t et $t + dt$, les porteurs de charges parcourent en moyenne $v dt$. Ceux qui traversent la surface S pendant cet intervalle de temps sont donc ceux contenus dans le volume correspondant en coupe à $ABCD$ avec

$$BC = v dt = AD$$

Ce volume est le même que celui qui correspond en coupe à $AKMD$ (les triangles AKB et DMC sont identiques). Le volume est donc le produit de la longueur $v dt$ par la surface représentée en coupe par AK qui vaut : $S \cos \alpha$. Le volume est donc :

$$v S \cos \alpha dt = \vec{v} \cdot \vec{S} dt$$

La charge qui traverse \vec{S} entre t et $t + dt$ est : $dq = \rho_m \vec{v} \cdot \vec{S} dt$, ce qui permet d'écrire l'intensité I sous la forme :

$$I = \rho_m \vec{v} \cdot \vec{S} = \vec{j} \cdot \vec{S}$$

en notant $\vec{j} = \rho_m \vec{v}$. Cette relation définit le *vecteur densité de courant* \vec{j} dont l'unité dans le système international est $A.m^{-2}$.

L'intensité I est donc bien le flux du vecteur densité de courant à travers la surface orientée \vec{S} .

Remarques :

1. Si \vec{S} et \vec{v} sont colinéaires de même sens, $\alpha = 0$ et $dI = j dS$.
2. Si \vec{j} n'est pas uniforme, \vec{j} dépend de la position du point considéré. Il faut tenir compte de cette dépendance sur la surface, on décompose la surface S en surfaces élémentaires dS sur lesquelles on peut faire l'approximation d'uniformité de \vec{j} et obtenir une intensité élémentaire : $dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$ puis par un calcul d'intégrales, on calcule donc le flux de \vec{j} à travers la surface S : $I = \iint_{M \in S} \vec{j}(M) \cdot d\vec{S}_M$.
3. S'il y a plusieurs types de charges ou de porteurs de charges, on généralise la définition donnée pour la densité de courant par : $\vec{j} = \sum_i \rho_{m,i} \vec{v}_i$, la sommation portant sur les porteurs de charges.

Ce sera notamment le cas des électrolytes comme par exemple une solution aqueuse de chlorure de sodium pour laquelle la densité de courant sera la somme de la densité de courant des ions chlorures Cl^- et de celle des ions sodium Na^+ : $\vec{j}_{sol} = \rho_{m,Cl^-} \vec{v}_{Cl^-} + \rho_{m,Na^+} \vec{v}_{Na^+}$. La définition de l'intensité en fonction de \vec{j} reste la même.

4. **Attention :** il ne faut pas confondre la densité volumique de charges mobiles ρ_m utilisée ici avec la densité volumique de charges ρ définie en électrostatique : toutes les charges ne sont pas en mouvement ! Par exemple, dans un conducteur, on a un réseau cristallin fixe de densité de charges ρ_f et des éléments de conduction (par exemple des électrons) de densité de charges ρ_m . On ne s'intéresse ici qu'aux porteurs de charges mobiles. La neutralité électrique des conducteurs implique qu'en général : $\rho = \rho_f + \rho_m = 0$.

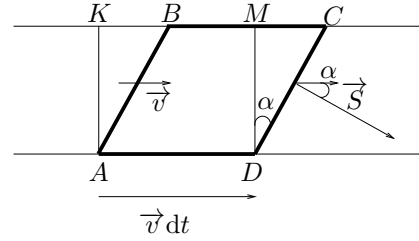


FIG. 1.2 – Densité de courant.

LIGNES ET TUBES DE COURANTS

La définition des lignes et tubes de courants est la même pour le champ densité de courants que pour le champ électrostatique :

- une ligne de courants est une courbe en tout point tangente au vecteur densité de courants,
- un tube de courants est formé de l'ensemble des lignes de courants s'appuyant sur une courbe fermée.

CAS DU RÉGIME STATIONNAIRE

En régime stationnaire, la densité volumique de courant ne varie pas au cours du temps.

On a donc $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$ soit au niveau des équations locales $\text{div } \vec{j} = 0$.

La conservation de la charge dans un volume d'un tube de courant délimité par deux sections S_1 et S_2 montre donc que le flux \vec{j} à travers S_1 et à travers S_2 est le même (toutes les charges qui entrent en S_1 ressortent en S_2).

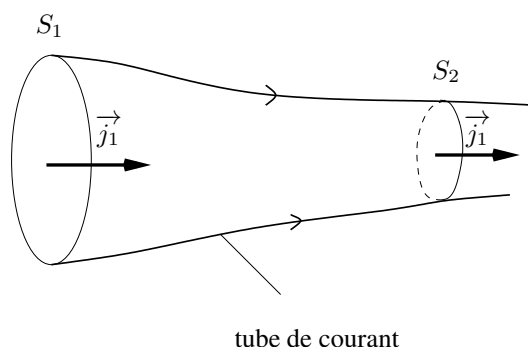


FIG. 1.3 – La densité de courant est à flux conservatif.

Cela impose que l'intensité est la même à travers toute section d'un même tube de courant.

On dit que \vec{j} est à flux conservatif.

1.1.3. Différentes distributions de courant

DENSITÉ VOLUMIQUE DE COURANT

La densité de courant qui vient d'être introduite est une densité volumique de courant au même titre qu'a été introduite en électrostatique une densité volumique de charges.

On rappelle que la densité volumique de courant s'écrit :

$$\vec{j} = \rho_m \vec{v}$$

où ρ_m est la densité volumique de charges **mobiles** et \vec{v} la vitesse moyenne de ces charges mobiles.

La densité volumique de courant s'exprime en ampère par mètre carré (A.m^{-2}). Il est important de bien noter l'unité **par mètre carré**.

DENSITÉ SURFACIQUE DE COURANT

Dans certains cas, les courants sont confinés au voisinage d'une surface S d'épaisseur e faible devant les autres dimensions du problème. Il est alors souvent souhaitable de considérer une densité surfacique de courant telle que

$$\vec{j}_{\text{surf}} = \lim_{e \rightarrow 0} (\vec{j} e)$$

ou encore $\vec{j}_{\text{surf}} = \int_0^e \vec{j} dl = \vec{j} e$ en intégrant sur l'épaisseur si on peut supposer que la densité de courant est constante sur l'épaisseur.

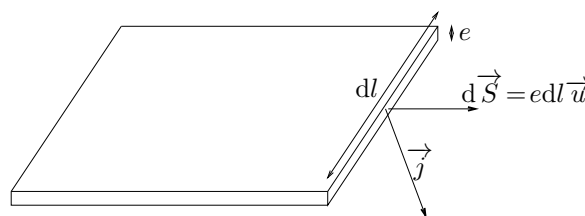


FIG. 1.4 – Densité surfacique de courants.

En effet, l'intensité du courant à travers la surface dS est : $dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot e dl \vec{u} = \vec{j}_{\text{surf}} \cdot dl \vec{u}$. On en déduit l'expression pour e faible : $\vec{j}_{\text{surf}} = \vec{j} e$ qui est l'expression au premier ordre de la densité surfacique de courant définie plus haut par une limite quand e tend vers 0. On note que le vecteur unitaire \vec{u} est lié à la surface orientée et qu'il est donc perpendiculaire à dl .

La densité surfacique de courant j_{surf} s'exprime en A.m^{-1} .

Cette modélisation introduit des discontinuités qui peuvent être "résolues" en réintroduisant l'épaisseur de la surface comme cela a été vu en électrostatique à propos de la densité surfacique de charges.

DENSITÉ LINÉIQUE DE COURANT

Il existe également des cas où les courants sont localisés le long d'un fil qui est alors un tube de courant de faible section. Le volume élémentaire peut s'exprimer par :

$$d\tau = d\vec{l} \cdot \vec{S}$$

On en déduit l'expression du courant élémentaire :

$$\vec{j} d\tau = \vec{j} (d\vec{l} \cdot \vec{S})$$

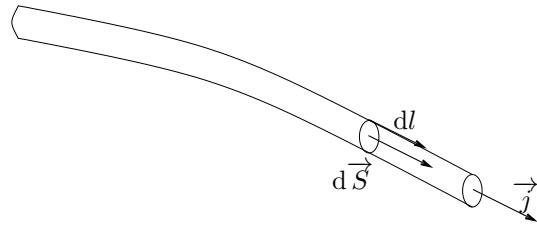


FIG. 1.5 – Densité linéique de courants.

Dans le cas d'un tube de courant, ces vecteurs \vec{j} , $d\vec{l}$ et \vec{S} sont colinéaires donc on peut intervertir leurs positions relatives dans l'expression précédente : $\vec{j} d\tau = (\vec{j} \cdot \vec{S}) \cdot d\vec{l} = I d\vec{l}$ soit $I = \vec{j} \cdot \vec{S}$.

Ceci correspond à une modélisation linéique qui sera très souvent utilisée et la seule dans la suite du cours de première année.

CAS D'UNE CHARGE EN MOUVEMENT

Pour une particule de charge q en mouvement à la vitesse \vec{v} , la densité de courant s'obtient directement à partir de la recherche de la quantité de charges qui traversent la surface dS entre les instants t et $t + dt$ qui vaut ici :

$$q \vec{v}$$

qui remplace $I d\vec{l}$.

On utilisera notamment ce résultat pour exprimer le courant lié au mouvement d'un électron autour du noyau décrit dans le cadre d'un modèle classique (l'électron décrit une orbite circulaire).

1.1.4. Propriétés géométriques d'une distribution de courants

Comme en électrostatique, il est particulièrement important d'analyser les propriétés des distributions de charges vis-à-vis de transformations géométriques comme les translations, les rotations ou les symétries.

INVARIANCE PAR TRANSLATION

Une distribution de courants est invariante par translation lorsque l'image de la distribution par la translation est la distribution elle-même. Ceci n'est possible qu'avec une distribution s'étendant jusqu'à l'infini ; sinon la superposition entre la distribution et son image par translation n'est que partielle.

Ce type d'invariance permet de ne plus tenir compte de la dépendance selon cette direction. Par exemple, si on considère une distribution \vec{j} invariante par toute translation le long de l'axe Ox alors $\vec{j}(x+a, y, z) = \vec{j}(x, y, z)$ pour toute valeur de a et donc \vec{j} ne dépend pas de x :

$$\vec{j} = \vec{j}(y, z)$$

Ce sera par exemple le cas d'un fil rectiligne parcouru par une intensité I : on a invariance par toute translation le long de l'axe du fil.

INVARIANCE PAR ROTATION

De même, l'invariance par rotation correspond au cas où la distribution obtenue après rotation se superpose rigoureusement avec la distribution initiale que ce soit en position dans l'espace ou en valeur locale de la densité de charges.

Ce type d'invariance permet de ne plus tenir compte de la dépendance selon l'angle de rotation considéré. Si on considère une distribution \vec{j} invariante par toute rotation autour de l'axe Oz alors en utilisant les coordonnées cylindriques d'axe Oz $\vec{j}(r, \theta + \psi, z) = \vec{j}(r, \theta, z)$ pour toute valeur de ψ et donc \vec{j} ne dépend pas de θ :

$$\vec{j} = \vec{j}(r, z)$$

Ce sera par exemple le cas d'un fil rectiligne parcouru par une intensité I : on a invariance par toute rotation autour de l'axe du fil.

Les invariances permettent donc de réduire le nombre de variables utiles.

On rappelle également que les invariances guident le choix des coordonnées :

- en cas d'invariance par translation, on utilise des coordonnées privilégiant un axe donc des coordonnées cartésiennes ou cylindriques,

- en cas d'invariance par rotation, on utilise des coordonnées précisant un angle donc des coordonnées cylindriques ou sphériques.

DISTRIBUTIONS POSSÉDANT UN PLAN DE SYMÉTRIE

On appelle plan de symétrie un plan \mathcal{P} tel que la distribution obtenue en déplaçant les courants selon une symétrie par rapport à ce plan \mathcal{P} est identique à la distribution initiale.

On dit que la distribution admet \mathcal{P} comme plan de symétrie.

Par exemple, pour la distribution constituée de deux fils infinis parallèles parcourus par un même courant I dans le même sens et situés dans le plan yOz aux abscisses $x = a$ et $x = -a$, le plan d'équation $x = 0$ est un plan de symétrie. En effet, l'image d'un fil par la symétrie par rapport à ce plan est l'autre fil et la densité de courant est la même.

DISTRIBUTIONS POSSÉDANT UN PLAN D'ANTISYMMÉTRIE

On appelle plan d'antisymétrie un plan \mathcal{P} tel que la distribution obtenue en déplaçant les courants selon une symétrie par rapport à ce plan \mathcal{P} est opposée à la distribution initiale.

On dit aussi que la distribution admet le plan \mathcal{P} comme plan d'antisymétrie.

Dans l'exemple précédent, si les fils sont parcourus par des courants circulant en sens opposé, le plan d'équation $x = 0$ est un plan d'antisymétrie.

Ces symétries permettront d'obtenir des informations supplémentaires intéressantes sur la direction des champs envisagés.

REMARQUE FONDAMENTALE

Il faut bien noter que les seuls paramètres géométriques des distributions ne suffisent pas pour avoir des invariances ou des propriétés de symétrie. Il faut certes que l'image d'un point de la distribution par la transformation (translation, rotation ou symétrie par rapport à un plan) soit un point de la distribution mais également qu'au point obtenu après transformation, on ait la même densité de courants (pour les invariances par translation ou rotation et pour les symétries) ou une densité de courants opposées (pour les antisymétries) qu'au point initial. On doit donc vérifier deux conditions :

- le point doit se retrouver après transformation au sein de la distribution,
- les courants ou densités de courants au point et en son image par la transformation doivent être les mêmes ou opposées.

Dans le cas des distributions uniformément réparties, il n'y a aucun problème : la densité de courants est la même en tout point et il suffira de vérifier les paramètres géométriques pour avoir les invariances ou la symétrie mais dans le cas de distributions quelconques, il faudra être bien sûr des valeurs des courants avant et après transformation pour utiliser les propriétés d'invariance ou de symétrie.

1.2 Champ magnétique : définition, symétries et invariances

1.2.1. Définition du champ magnétique

OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES DES ACTIONS MAGNÉTIQUES

En présence d'une source de champ magnétique (aimant par exemple), on constate les faits expérimentaux suivants concernant la force subie par une particule chargée :

- la particule ne subit pas de force pour une direction particulière de la vitesse notée \vec{u} ,
- pour toute autre direction de la vitesse \vec{v} de la particule, la force est perpendiculaire à la fois à \vec{u} et à \vec{v} ,
- l'intensité de la force est proportionnelle à :
 - ★ la vitesse \vec{v} de la particule,
 - ★ au sinus de l'angle entre \vec{v} et \vec{u} .

FORCE DE LORENTZ

Ces observations conduisent à écrire cette force, appelée force de Lorentz, sous la forme suivante :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

On définit ainsi le champ magnétique \vec{B} par son action sur une particule de charge q et animée d'une vitesse \vec{v} tout comme le champ électrostatique avait été défini par son action sur une particule de charge q au repos.

On notera que les champs électrique et magnétique dépendent du référentiel dans lequel on les considère (puisque la vitesse \vec{v} en dépend).

ORDRES DE GRANDEUR

Dans les unités du système international, la force s'exprime en newton (N), la charge en coulombs (C) et la vitesse en mètre par seconde (m.s^{-1}). L'unité du champ magnétique est donc parfaitement déterminée à partir de sa définition ; on l'appelle tesla de symbole T.

Dans certains cas, on utilise une autre unité : le gauss de symbole G tel que $1,00 \text{ G} = 1,00.10^{-4} \text{ T}$.

Quelques valeurs usuelles de champ magnétique :

situation	valeur (T)
champ magnétique terrestre	$0,2.10^{-4} - 0,5.10^{-4}$
aimant	0,1 - 1
entrefer d'un électroaimant	0,1 - 2
appareil IRM	3
bobine supraconductrice	5 - 50

PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Soient deux champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 .

Une particule de charge q animée d'une vitesse \vec{v} subit une force magnétique \vec{F}_1 due à \vec{B}_1 et une force magnétique \vec{F}_2 due à \vec{B}_2 avec $\vec{F}_1 = q\vec{v} \wedge \vec{B}_1$ et $\vec{F}_2 = q\vec{v} \wedge \vec{B}_2$. Au total, elle est soumise à l'action de la somme des forces comme le stipule le principe fondamental de la dynamique : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = q\vec{v} \wedge (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Tout se passe comme s'il n'y avait qu'un seul champ magnétique $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Cela traduit la linéarité des équations et le principe de superposition qui s'applique au champ magnétique comme il s'appliquait au champ électrostatique.

PRINCIPE DE CURIE

Le principe de Curie est un principe assez général en physique. Énoncé par Pierre Curie (1859 - 1906), ce principe affirme que :

Lorsqu'une cause crée un effet, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

Ce principe fut établi par Curie à partir des propriétés observées sur les champs électromagnétiques. Il est d'une grande utilité car il permet de prédire des symétries, des invariances ou même l'impossibilité de phénomènes uniquement à partir de l'étude des symétries et des invariances des causes supposées à l'origine du phénomène.

Attention : la réciproque n'est pas vraie, les effets peuvent présenter plus de symétries que les causes.

1.2.2. Conséquences des invariances d'une distribution - Indépendance du champ magnétique par rapport à une variable de position

En appliquant le principe de Curie, on en déduit les invariances du champ magnétique à partir de la distribution de courants l'ayant créé.

INVARIANCE PAR TRANSLATION

Si la distribution de courants présente une invariance par translation le long d'un axe Ox , il en est de même du champ magnétique par cette distribution. On en déduit alors que pour toute valeur de x et x' , le champ magnétique \vec{B} prend la même valeur soit :

$$\vec{B}(x') = \vec{B}(x)$$

Par conséquent, le champ magnétique ne dépend pas de la variable x qui repère la position d'un point dans la direction de l'axe Ox .

INVARIANCE PAR ROTATION

Si la distribution de courants présente une invariance par rotation autour d'un axe Ox , il en est de même du champ magnétique par cette distribution. On en déduit alors que pour toute valeur de θ et θ' repérant la position d'un point M à une même distance r de l'axe, le champ magnétique \vec{B} prend la même valeur soit :

$$\vec{B}(\theta') = \vec{B}(\theta)$$

Par conséquent, le champ magnétique ne dépend pas de la variable θ qui repère la position d'un point M en rotation à une distance r fixe autour de l'axe Ox .

1.2.3. Propriétés de symétrie du champ magnétique et conséquences

INVARIANCES DES LOIS DE LA MAGNÉTOSTATIQUE

L'espace est supposé homogène isotrope : aucune direction et aucune origine n'est privilégiée.

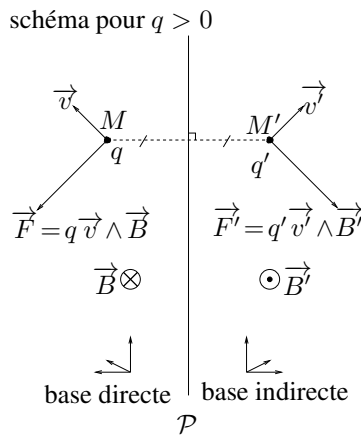
De plus, la charge électrostatique est invariante par tout changement de référentiel et par tout déplacement.

Par conséquent, les lois de la magnétostatique doivent également respecter cette propriété d'invariance : quel que soit le déplacement envisagé, les lois de la magnétostatique sont les mêmes avant et après déplacement. Par exemple, la force de Lorentz s'exprime par la même relation avant et après.

Il s'agit de l'un des postulats de base de l'électromagnétisme : les lois de l'électromagnétisme sont invariantes par tout déplacement et par tout changement de référentiel¹ ; on a utilisé cette propriété en électrostatique, on va faire de même en magnétostatique.

CARACTÈRE AXIAL DU CHAMP MAGNÉTIQUE- NOTION DE PSEUDO-VECTEUR

On cherche la manière dont est transformé le champ magnétique par une symétrie par rapport à un plan.



Soit une charge ponctuelle q placée en M où règne un champ magnétique \vec{B} et animée d'une vitesse \vec{v} . Elle subit la force :

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

On considère la symétrie par rapport au plan \mathcal{P} . La charge q devient la charge $q' = q$ du fait de son caractère invariant et se retrouve en M' , symétrique de M par rapport à \mathcal{P} . Elle est animée d'une vitesse \vec{v}' , symétrique de \vec{v} par rapport à \mathcal{P} . Elle subit donc une force \vec{F}' symétrique de \vec{F} par rapport à \mathcal{P} .

L'invariance des lois de l'électromagnétisme permet d'avoir la même écriture pour la relation entre force, vitesse et champ magnétique :

$$\vec{F}' = q \vec{v}' \wedge \vec{B}'$$

FIG. 1.6 – Champ magnétique et symétrie par rapport à un plan.

La définition du produit vectoriel implique que :

$$\vec{B}' = -\vec{B} = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B})$$

L'image par la symétrie par rapport à un plan \mathcal{P} du champ magnétique \vec{B} est égal à l'opposé du symétrique de \vec{B} par rapport au plan \mathcal{P} .

La démonstration qui vient d'être faite correspond au cas où le champ magnétique \vec{B} est parallèle au plan \mathcal{P} et perpendiculaire à la vitesse \vec{v} . Elle se généralise à toutes les positions relatives du champ magnétique \vec{B} .

Une telle propriété caractérise les pseudo-vecteurs ou vecteurs axiaux : le champ magnétique \vec{B} est un *pseudo-vecteur* ou un *vecteur axial*. C'est dû au fait qu'il est défini par un produit vectoriel.

DISTRIBUTION PRÉSENTANT UN PLAN DE SYMÉTRIE

Soit une distribution \mathcal{D} de densité de charges \vec{j} admettant le plan \mathcal{P} comme plan de symétrie.

\mathcal{D}' , la distribution symétrique de \mathcal{D} par rapport au plan \mathcal{P} , est identique à la distribution \mathcal{D} puisque \mathcal{P} est un plan de symétrie. En notant \vec{j}' sa densité de charges, on a donc pour tout point M de l'espace :

$$\vec{j}(M) = \vec{j}'(M') \quad (1.1)$$

où M' est le symétrique de M par rapport au plan \mathcal{P} .

D'autre part, on a établi au paragraphe précédent que :

$$\vec{B}'(M') = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M)) \quad (1.2)$$

1. C'est la non vérification de cette invariance dans le cadre de la mécanique classique qui a conduit à construire la théorie de la relativité où cette invariance est vérifiée.

en notant \vec{B}' le champ créé par la distribution \mathcal{D}' symétrique de \mathcal{D} par rapport au plan \mathcal{P} et \vec{B} le champ créé par la distribution \mathcal{D} .

Or d'après le principe de Curie, le champ magnétique créé en M' l'est soit par \mathcal{D} soit par \mathcal{D}' , ce qui se traduit compte tenu (??) par

$$\vec{B}'(M') = \vec{B}(M')$$

En utilisant la relation (??), on obtient donc :

$$\vec{B}(M') = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$$

Le champ magnétique créé en un point M' symétrique d'un point M par rapport à un plan de symétrie de la distribution est égal à l'opposé du symétrique du champ magnétique créé en M .

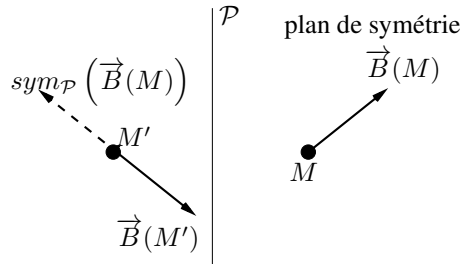


FIG. 1.7 – Champ magnétique et plan de symétrie.

Si M appartient à un plan de symétrie des sources (\mathcal{P} par exemple), alors $M' = M$. On en déduit donc que :

$$\vec{B}(M) = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$$

ce qui se traduit en utilisant les indices t et n respectivement pour les composantes tangentielle et normale au plan \mathcal{P} :

$$\begin{cases} \vec{B}_t(M) = -\vec{B}_t(M) \\ \vec{B}_n(M) = \vec{B}_n(M) \end{cases}$$

d'où :

$$\vec{B}_t(M) = \vec{0}$$

Le champ magnétique n'a donc qu'une composante normale sur les plans de symétrie de la distribution qui le crée : il est perpendiculaire au plan de symétrie de la distribution de courants qui le crée.

Le champ magnétique est perpendiculaire aux plans de symétrie de la distribution qui le crée.

DISTRIBUTION PRÉSENTANT UN PLAN D'ANTISYMMÉTRIE

Soit une distribution \mathcal{D} de densité de charges \vec{j} admettant le plan \mathcal{P} comme plan d'antisymétrie.

\mathcal{D}' , la distribution symétrique de \mathcal{D} par rapport au plan \mathcal{P} , est l'opposé de la distribution \mathcal{D} puisque \mathcal{P} est un plan d'antisymétrie. En notant \vec{j}' sa densité de charges, on a donc pour tout point M de l'espace :

$$\vec{j}(M) = -\vec{j}'(M') \quad (1.3)$$

où M' est le symétrique de M par rapport au plan \mathcal{P} .

On a établi que :

$$\vec{B}'(M') = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M)) \quad (1.4)$$

en notant \vec{B}' le champ créé par la distribution \mathcal{D}' symétrique de \mathcal{D} par rapport au plan \mathcal{P} et \vec{B} le champ créé par la distribution \mathcal{D} .

Or d'après le principe de Curie, le champ magnétique créé en M' l'est soit par \mathcal{D} soit par \mathcal{D}' , ce qui se traduit compte tenu de (??) par

$$\vec{B}'(M') = -\vec{B}(M')$$

En utilisant la relation (??), on obtient donc :

$$\vec{B}(M') = \text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$$

Le champ magnétique créé en un point M' symétrique d'un point M par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution est égal au symétrique du champ magnétique créé en M .

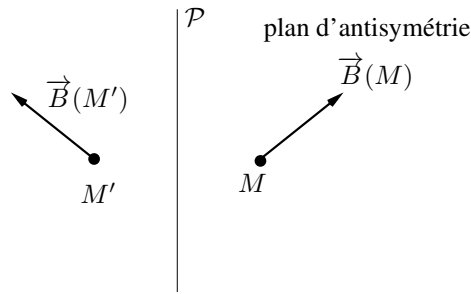


FIG. 1.8 – Champ magnétique et plan d'antisymétrie.

Si M appartient à un plan d'antisymétrie des sources (par exemple le plan \mathcal{P}), alors $M' = M$. On en déduit donc que :

$$\vec{B}(M) = \text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$$

ce qui se traduit en utilisant les indices t et n respectivement pour les composantes tangentielle et normale au plan \mathcal{P} :

$$\begin{cases} \vec{B}_t(M) = \vec{B}_t(M) \\ \vec{B}_n(M) = -\vec{B}_n(M) \end{cases}$$

d'où :

$$\vec{B}_n(M) = \vec{0}$$

Le champ magnétique n'a donc que des composantes tangentielles sur les plans d'antisymétrie de la distribution qui le crée : il appartient au plan d'antisymétrie de la distribution de courants qui le crée.

Le champ magnétique appartient aux plans d'antisymétrie de la distribution qui le crée.

1.2.4. Dépendances de la norme du champ magnétique

Les calculs de champ magnétique ne sont pas au programme de première année. On peut cependant formuler un certain nombre de remarques concernant sa norme.

- La norme du champ magnétique créé par un courant d'intensité I est proportionnelle à cette intensité I .
- Le champ magnétique comme le champ électrique a une norme qui décroît avec la distance vis-à-vis du courant qui crée le champ magnétique. Ainsi lorsqu'on considère un point très éloigné d'un courant, le champ magnétique créé par ce courant peut être considéré comme tendant vers 0.

1.2.5. Exemples

CYLINDRE INFINI

Soit un cylindre infini de rayon R et d'axe Oz parcouru par un courant I dans le sens des z croissants.

1. Indiquer quelles sont les coordonnées adaptées à la situation.
2. Préciser les coordonnées dont dépend le champ magnétique.
3. Déterminer la direction du champ magnétique en un point M de l'espace.

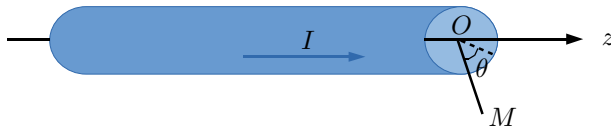


FIG. 1.9 – Cylindre infini parcouru par un courant I .

1. Il faut des coordonnées privilégiant un seul axe Oz donc les coordonnées cylindriques sont adaptées.
2. On a invariance de la distribution par rotation autour de l'axe Oz et invariance par translation le long de Oz (par le caractère infini du cylindre) donc le champ magnétique ne dépend ni de z ni de θ .

3. Le plan contenant l'axe Oz et le point M est un plan de symétrie de la distribution de courant puisque le cylindre est transformé en lui-même par symétrie par rapport à ce plan et que le courant I ne change pas de sens. Le champ magnétique étant perpendiculaire aux plans de symétrie est donc dirigé selon \vec{u}_θ autrement dit il est orthoradial.

SPIRE CIRCULAIRE

Soit une spire circulaire de rayon R centrée en O et parcourue par un courant I dans le sens trigonométrique.

1. Indiquer quelles sont les coordonnées adaptées à la situation.
2. Préciser les coordonnées dont dépend le champ magnétique.
3. Déterminer la direction du champ magnétique en un point M de l'espace.

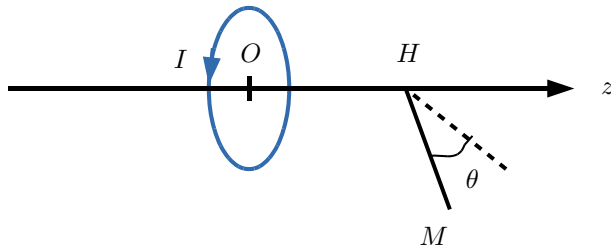


FIG. 1.10 – Spire circulaire parcourue par un courant I .

1. Il faut des coordonnées privilégiant les rotations autour d'un axe Oz donc les coordonnées cylindriques sont adaptées.
2. On a invariance de la distribution par rotation autour de l'axe Oz donc le champ magnétique ne dépend pas de θ .
3. Le plan contenant l'axe Oz et le point M (ou plan OHM) est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant puisque la spire est transformée en elle-même par symétrie par rapport à ce plan et que le courant I change de sens. Le champ magnétique appartenant aux plans d'antisymétrie a des composantes nulles selon \vec{u}_r et \vec{u}_z .

1.3 Topographie (ou cartes) des champs magnétiques

Dans ce paragraphe, on étudie la topographie du champ magnétique et on trace les cartes de champs. On définit donc les lignes de champ et les tubes de champ comme pour n'importe quel champ vectoriel.

1.3.1. Lignes de champ

On rappelle qu'une ligne de champ est définie comme la courbe constamment tangente au champ, ici au champ magnétique.

On l'obtient en exprimant la colinéarité du vecteur déplacement élémentaire et du champ magnétique à savoir :

$$\overrightarrow{B(M)} \wedge d\overrightarrow{OM} = \vec{0} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{B(M)} = k(M) \overrightarrow{OM}$$

où $k(M)$ est un réel dépendant de M .

1.3.2. Direction du champ magnétique créé par un fil rectiligne

Soit un fil rectiligne selon Oz parcouru par un courant I .

Tout plan contenant l'axe Oz est un plan de symétrie des sources qui sont ici le fil parcouru par le courant. Or le champ magnétique étant perpendiculaire aux plans de symétrie des sources le créant est donc perpendiculaire à ce plan dirigé par \vec{u}_z et \vec{u}_r en coordonnées cylindriques : le champ magnétique est donc orthoradial ou orienté suivant \vec{u}_θ .

Le sens du champ magnétique est alors donné par la règle de la main droite ou du bonhomme d'Ampère ou du tire-bouchon.

La première, dite de la main droite, consiste à placer sa main droite de sorte que le pouce indique le sens du courant le long du fil rectiligne : la direction donnée par les autres doigts de la main indique le sens du champ magnétique.

Une autre méthode, dite du "bonhomme d'Ampère", consiste à imaginer un bonhomme dont la direction serait celle du fil avec le courant lui entrant par les pieds et ressortant par la tête : lorsqu'il regarde le point où on cherche le sens du champ magnétique, la direction de son bras gauche indique le sens du champ magnétique en ce point.

Une dernière approche dite du tire-bouchon est fournie par la règle suivante : le déplacement le long de l'axe du fil dans le sens du courant est obtenu par le sens de rotation dans le sens du champ magnétique.

1.3.3. Propriétés des lignes de champ

Comme le champ magnétique est créé par des courants et qu'il vérifie le principe de superposition, un champ magnétique résulte de la superposition de champs magnétiques créés par des fils rectilignes.

Les lignes de champ vérifient donc les propriétés exposées au paragraphe précédent : le champ magnétique est orthoradial et "tourne" autour des courants qui le créent. Par conséquent, les lignes de champs du champ magnétique s'enroulent autour des sources qui le créent.

Cette propriété peut être représentée par la figure suivante :

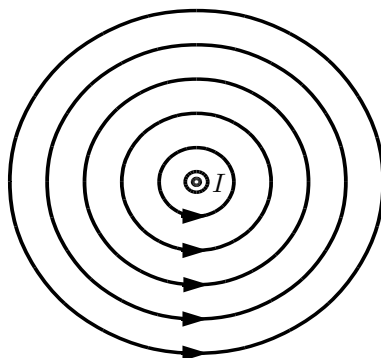


FIG. 1.11 – Allures des lignes de champ magnétique par rapport à sa source : un courant électrique.

Cette propriété des lignes de champ a des conséquences sur le calcul du flux du champ magnétique à travers une surface fermée et sur le calcul de sa circulation le long d'un contour fermé.

CONSÉQUENCE SUR LE FLUX À TRAVERS UNE SURFACE FERMÉE

Le flux d'un vecteur \vec{v} à travers une surface S orientée est défini par :

$$\Phi = \vec{v} \cdot S \vec{n}$$

en notant \vec{n} le vecteur unitaire normal à la surface S .

Dans le cas d'une surface fermée, les vecteurs unitaires \vec{n} sont pris par convention orienté vers l'extérieur.

Dans le cas du champ magnétique, les lignes de champ magnétique sont orthoradiales et s'enroulent autour des courants qui le créent. Elles sont donc :

- soit parallèles à la surface fermée, auquel cas la contribution au flux du champ magnétique à travers la surface fermée est nulle : le champ magnétique est perpendiculaire au vecteur surface, leur produit scalaire est nul,
- soit sécantes à la surface fermée un nombre pair de fois, ce qui conduit à une contribution nulle au flux du champ magnétique à travers cette surface fermée : les contributions s'annulent deux à deux.

On dit que le champ magnétique est à flux conservatif.

CONSÉQUENCE SUR LA CIRCULATION LE LONG D'UN CONTOUR FERMÉ

La circulation d'un vecteur \vec{v} le long d'un contour \mathcal{C} est défini par $\int_{\mathcal{C}} \vec{v} \cdot d\vec{OM}$ où $d\vec{OM}$ est le vecteur déplacement élémentaire le long du contour dans le sens de parcours de ce dernier.

Les lignes de champ magnétique étant orthoradiales et s'enroulant autour des courants qui le créent ne sont pas perpendiculaires en tout point d'un contour encerclant le courant créant le champ magnétique. Au final, la circulation du champ magnétique sur ce contour ne peut donc pas être nulle. Le lien entre circulation et courant s'obtient par le théorème d'Ampère qui sera vu en deuxième année.

1.3.4. Exemples de topographie d'un champ

UN FIL INFINI PARCOURU PAR UN COURANT D'INTENSITÉ I

Soit un fil infini d'axe Oz parcouru par un courant d'intensité I dans le sens des z croissants :

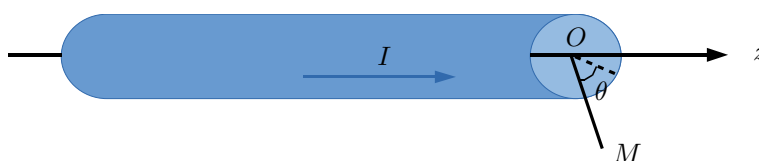


FIG. 1.12 – Cylindre infini parcouru par un courant I .

- L'invariance par translation suivant Oz liée au caractère infini du fil et l'invariance par rotation autour de Oz imposent l'indépendance du champ magnétique par rapport aux coordonnées cylindriques z et θ : le champ magnétique en M ne dépend que de r la distance du point M à l'axe Oz .

- Le plan contenant l'axe Oz et le point M est un plan de symétrie puisque l'image du fil par symétrie par rapport à ce plan est le fil lui-même et le sens du courant ne change pas : le champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan autrement dit il est orthoradial.
- Les lignes de champ sont donc des cercles concentriques dont le sens est donné par la règle de la main droite. On obtient la carte de champ suivante :

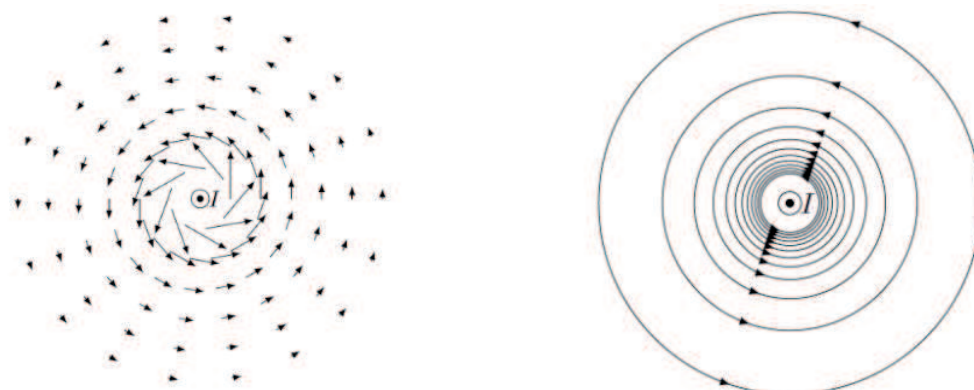


FIG. 1.13 – Lignes de champ magnétique créé par un fil infini.

Sur la figure de gauche sont représentés les vecteurs champ magnétique et sur celle de droite uniquement la ligne de champ en les resserant quand l'intensité du champ magnétique augmente.

- On peut montrer (Cf. cours de deuxième année) que l'expression du champ magnétique est $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$. Cela confirme les observations faites sur les cartes de lignes de champ que la norme du champ magnétique est plus grande à proximité du fil parcouru par un courant qui le crée que loin.

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ est la perméabilité du vide, c'est une constante qui intervient dans les expressions des champs magnétiques.

DEUX FILS INFINIS PARALLÈLES PARCOURUS PAR UN COURANT DE MÊME INTENSITÉ DANS LE MÊME SENS

Soit la distribution de courants constituée de deux fils infinis parallèles parcourus par un courant d'intensité I circulant dans le même sens. Du fait de l'invariance par translation parallèlement à l'axe des fils, on peut limiter l'étude à un plan perpendiculaire aux fils. En utilisant les coordonnées cartésiennes, on suppose que les fils coupent ce plan aux points de coordonnées $(-1,0)$ et $(1,0)$. Un logiciel de simulation permet d'obtenir la carte des lignes de champ qui est donnée par les figures ??.

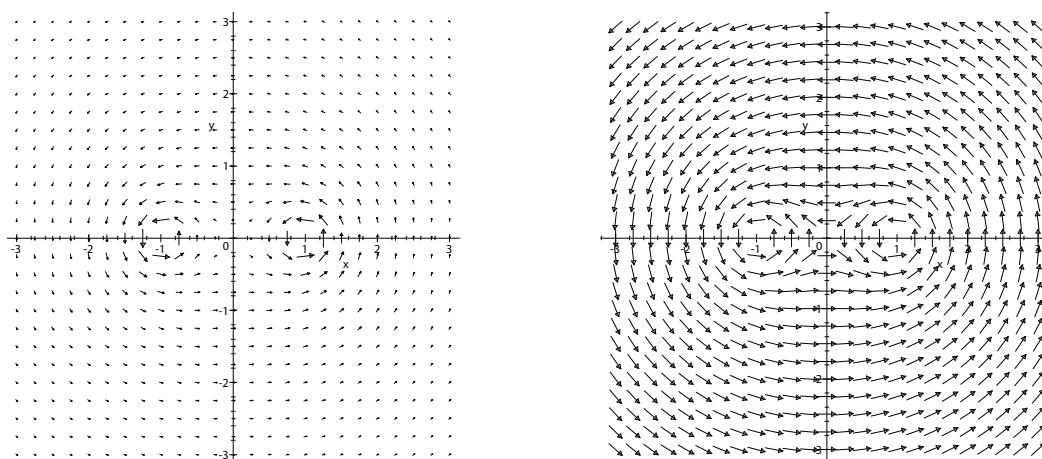


FIG. 1.14 – Lignes de champ de la distribution de courants constituée de deux fils parallèles parcourus par un courant de même intensité dans le même sens. La longueur des flèches est proportionnelle à la norme du champ sur la figure de gauche ; sur la figure de droite, les flèches ont même longueur indépendamment de la norme du champ.

On constate que les lignes de champ s'enroulent autour des fils dans le même sens de rotation : le courant circule dans le même sens.

La norme du champ diminue lorsqu'on s'éloigne des fils : le champ est plus important à proximité des sources qui le créent comme c'est le cas également pour le champ électrostatique.

On note l'existence d'un point d'arrêt où le champ est nul à mi-chemin entre les deux fils.

D'autre part, loin de la distribution, on a la même carte de champ qu'avec un seul fil.

Enfin, les plans $x = 0$ et $y = 0$ sont des plans de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est orthogonal à ces plans en un point de ces plans et, pour deux points M et M' symétriques par rapport à l'un de ces plans \mathcal{P} , on a $\vec{B}(M') = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$.

DEUX FILS INFINIS PARALLÈLES PARCOURUS PAR UN COURANT DE MÊME INTENSITÉ DANS DES SENS OPPOSÉS

On considère la même distribution que précédemment en inversant le sens du courant dans l'un des fils. Avec les mêmes notations que précédemment, on obtient les cartes de champ données par les figures ??.

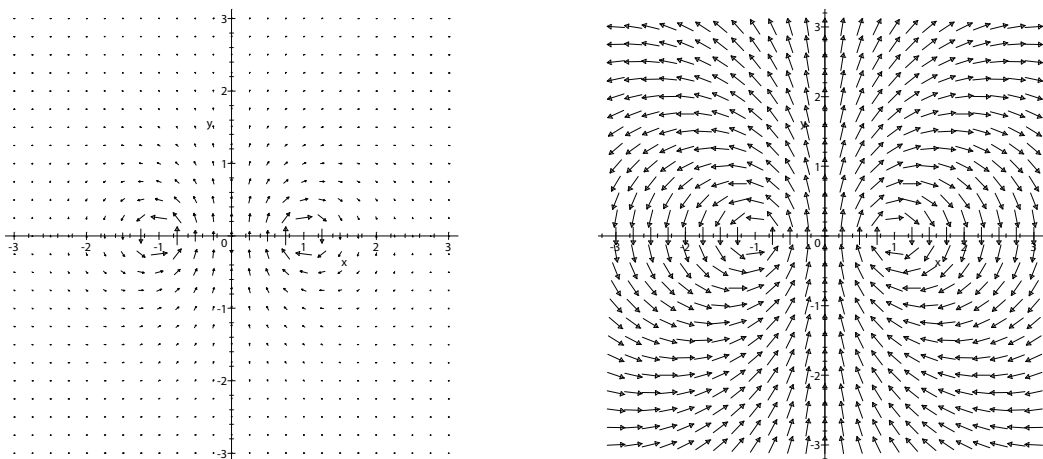


FIG. 1.15 – Lignes de champ de la distribution de courants constituée de deux fils parallèles parcourus par un courant de même intensité dans des sens opposés. La longueur des flèches est proportionnelle à la norme du champ sur la figure de gauche ; sur la figure de droite, les flèches ont même longueur indépendamment de la norme du champ.

On peut formuler les mêmes remarques que précédemment. Les différences sont liées au sens du courant qui n'est pas ici le même dans les deux fils. Les lignes de champ s'enroulent donc dans deux sens différents et il n'y a pas de point d'arrêt où le champ magnétique s'annule.

La norme du champ décroît également lorsqu'on s'éloigne des fils.

Enfin, le plan $x = 0$ est plan de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est orthogonal à ce plan en un point de ce plan et, pour deux points M et M' symétriques par rapport ce plan \mathcal{P} , on a $\vec{B}(M') = -\text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$. De plus, le plan $y = 0$ est plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est tangent à ce plan en un point de ce plan et, pour deux points M et M' symétriques par rapport ce plan \mathcal{P} , on a $\vec{B}(M') = \text{sym}_{\mathcal{P}}(\vec{B}(M))$.

SPIRE PARCOURUE PAR UN COURANT I

Soit une spire circulaire de rayon a et centrée sur O .

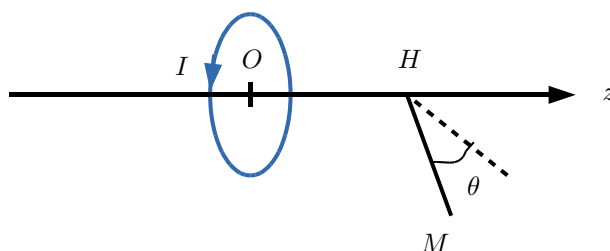


FIG. 1.16 – Spire circulaire parcourue par un courant I .

- L'invariance par rotation autour de Oz impose l'indépendance du champ magnétique par rapport à la coordonnée θ des coordonnées cylindriques : le champ magnétique en M dépend de r la distance du point M à l'axe Oz et de z l'altitude du point M .

- Le plan contenant l'axe Oz et le point M est un plan d'antisymétrie puisque l'image de la spire par symétrie par rapport à ce plan est la spire elle-même et le sens du courant est inversé : le champ magnétique est donc contenu dans ce plan autrement dit il admet une composante radiale et une composante axiale.
- La carte de champ obtenu par simulation dans un plan perpendiculaire à celui de la spire contenant l'axe Oz est la suivante :

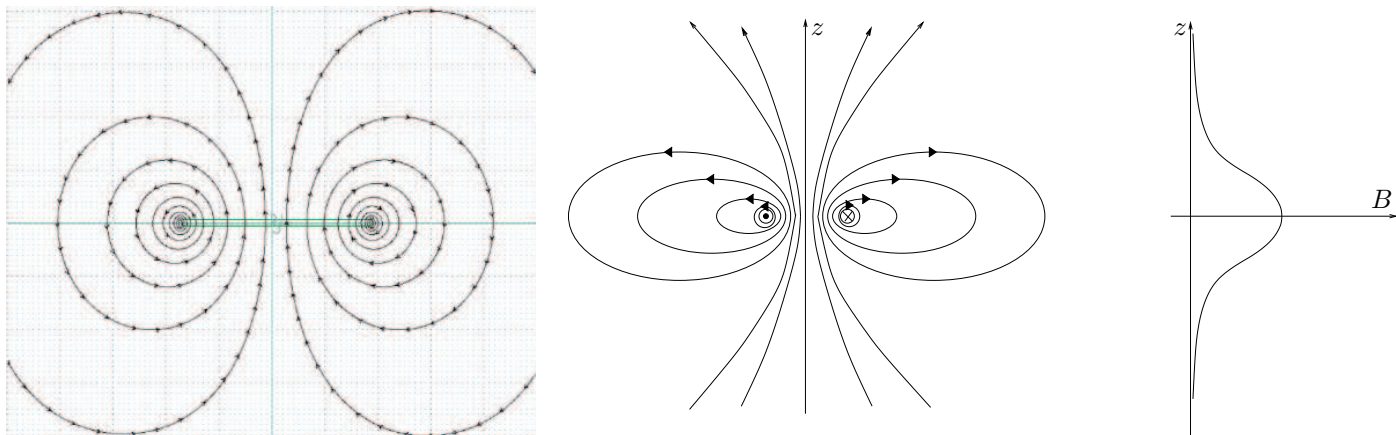


FIG. 1.17 – Lignes de champ magnétique créé par une spire dans un plan perpendiculaire contenant l'axe de la spire.

On constate que l'écartement entre les lignes de champ n'est pas constant : le champ n'est pas uniforme et est plus intense à l'intérieur des spires où les lignes de champ sont plus rapprochées.

- On peut montrer que l'expression du champ magnétique au centre de la spire est $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2a} \vec{u}_z$.

Pour une spire de rayon $a = 5,0$ cm parcourue par un courant $I = 10$ A, on obtient un champ magnétique dont l'intensité est $B = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 0,13$ mT.

SOLÉNOÏDE OU BOBINE LONGUE

Un solénoïde ou bobine longue est constitué de N spires jointives isolées électriquement, les spires ont même axe et sont parcourues par un même courant d'intensité I .

L'application du principe de superposition conduit à considérer que le champ magnétique créé par un solénoïde est la somme des champs magnétiques créés par une spire. On obtient par simulation les cartes de champs suivantes :

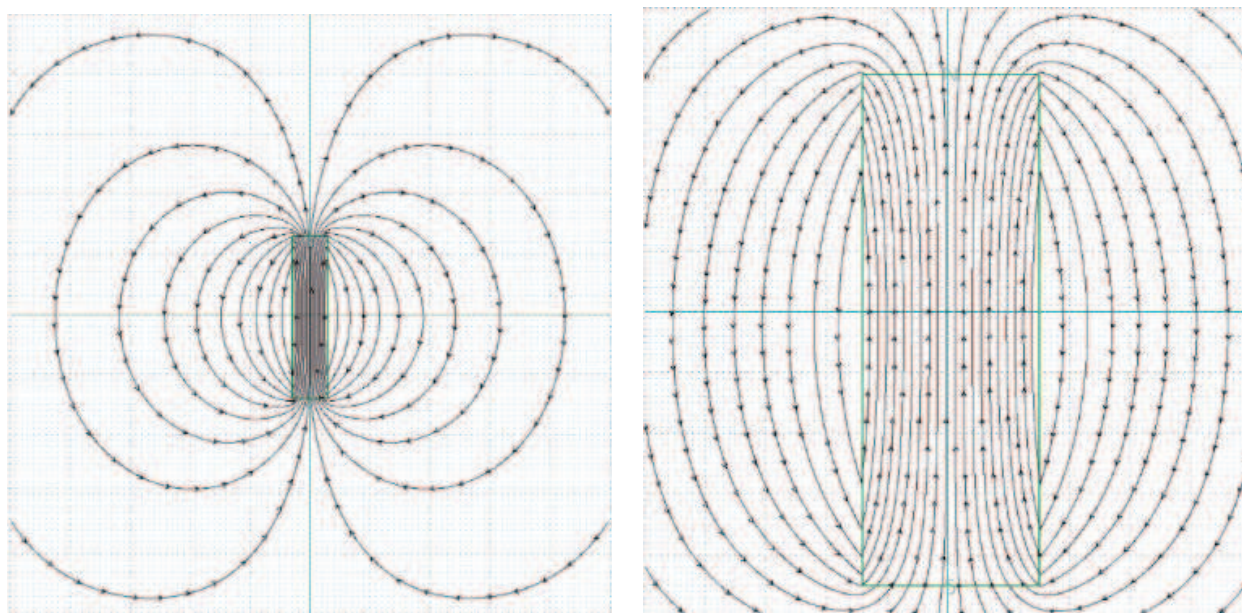


FIG. 1.18 – Lignes de champ magnétique créé par un solénoïde à l'extérieur (à gauche) et à l'intérieur (à droite) du solénoïde.

Expérience : On alimente un solénoïde (solénoïde Jeulin avec une alimentation Metrix AX503) et on mesure le champ magnétique à l'aide d'un teslamètre relié à un voltmètre. On montre :

1. l'uniformité du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde,
2. la proportionnalité du champ magnétique à l'intensité du courant circulant dans le bobinage,
3. le sens du champ magnétique associé à celui du courant circulant dans le bobinage.

On constate que :

- les lignes de champ magnétique à l'extérieur du solénoïde sont similaires à celles d'une seule spire,
- les lignes de champ magnétique à l'intérieur sont quasi-parallèles et équidistantes : cela signifie que le champ magnétique est quasi-uniforme à l'intérieur du solénoïde,
- la norme du champ diminue, ce qui est mis en évidence par un écart plus grand des lignes de champ à proximité des faces d'entrée et de sortie du solénoïde, il s'agit des effets de bord,
- l'orientation des lignes de champ vérifie les règles générales de la main droite, du tire-bouchon ou du bonhomme d'Ampère.

On peut illustrer les effets de bord par le tracé du module du champ magnétique sur l'axe du solénoïde pour différentes longueurs du solénoïde :

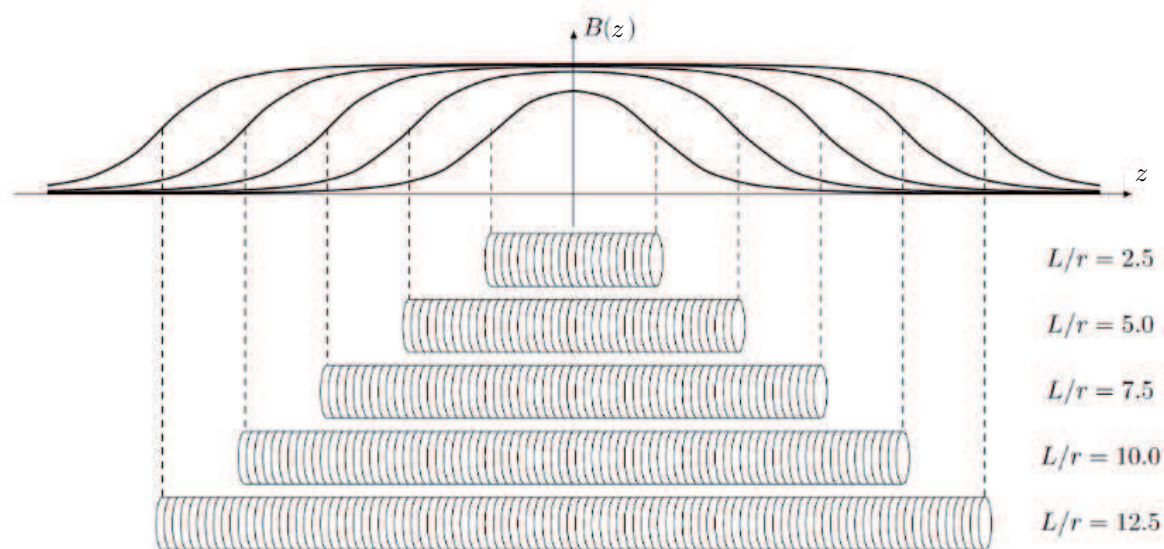


FIG. 1.19 – Amplitude du champ magnétique sur l'axe en fonction de la longueur L du solénoïde pour un même nombre $n = \frac{N}{L}$ de spires par unité de longueur.

On peut établir (Cf. cours de deuxième année) que la valeur du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde vaut :

$$B = \mu_0 n I$$

Pour un solénoïde comportant $n = 200$ spires par mètre parcouru par un courant d'intensité $I = 5,0$ A, le champ magnétique créé à l'intérieur vaut $B = \mu_0 n I = 4\pi 10^{-7} 200 \cdot 5 = 1,3$ mT.

BOBINES DE HELMHOLTZ

Le dispositif des bobines de Helmholtz est constitué de deux spires planes circulaires de même rayon R et de même axe situées à une distance $2d$ l'une de l'autre.

En superposant les champs magnétiques de chacune des deux spires, on obtient le champ magnétique créé par l'ensemble du dispositif. Deux exemples de résultats obtenus sont donnés sur les graphes suivants :

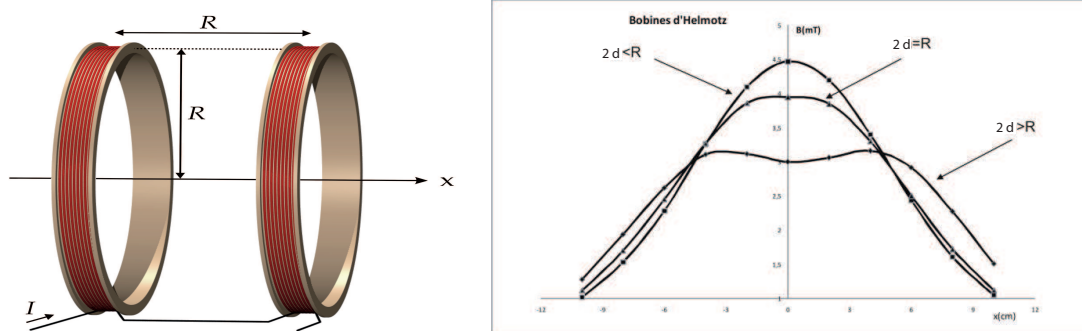


FIG. 1.20 – Dispositif des bobines de Helmholtz et norme du champ magnétique créé sur leur axe pour une distance entre les deux spires $2d$.

On constate qu'on obtient un champ magnétique quasi-uniforme entre les deux spires lorsque la distance entre les deux vaut $2dR$.

1.3.5. Cas des aimants

Les aimants sont des dispositifs produisant un champ magnétique sans nécessiter apparemment de courants. En effet, on n'a pas besoin de sources de courants électriques, le matériau crée seul un champ magnétique.

Expérience : Avec un aimant droit ou un aimant en U, on visualise les lignes de champ avec de la limaille de fer.

Dans le paragraphe consacré au moment magnétique, on verra qu'on peut interpréter microscopiquement un aimant comme un ensemble de boucles de courant. Cela fournira une explication aux résultats qu'on va juste présenter ici.

On observe en effet que la carte de champ d'un aimant est similaire à celui d'une spire ou d'une bobine.

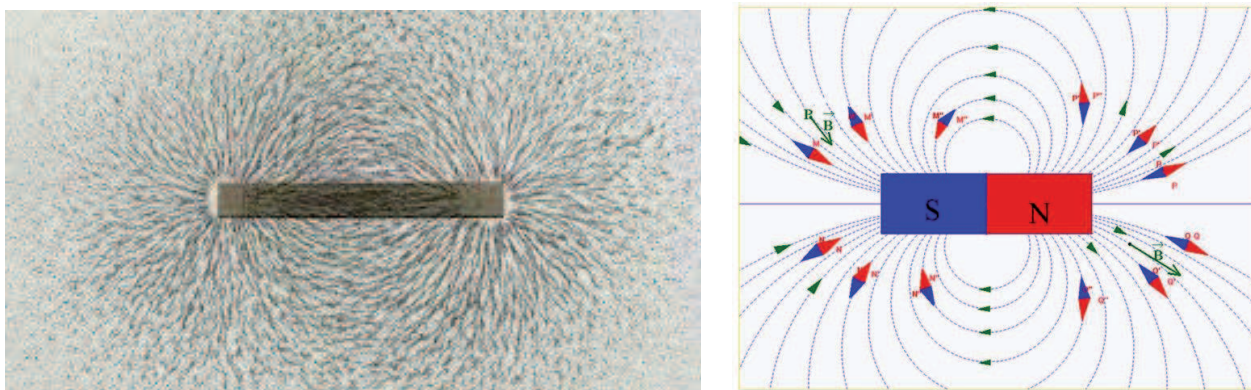


FIG. 1.21 – Carte de champ d'un aimant droit.

Par convention, on appelle **pôle nord** la face de l'aimant dont sortent les lignes de champ et **pôle sud** la face de l'aimant dans laquelle les lignes de champ entrent.

REMARQUE

Si on augmente la température d'un aimant au-delà d'un certain seuil, il perd son aimantation autrement dit il ne produit plus de champ magnétique. Le seuil est appelé **température de Curie** qui est de l'ordre de 600 K pour les aimants les plus courants. Ce phénomène est réversible au sens où l'aimant retrouve son aimantation dès lors que sa température diminue en-dessous du seuil.

1.4 Dipôle magnétique

1.4.1. Expérience d'Oersted

En 1820, Oersted observe qu'un aimant (une boussole par exemple) est dévié lorsqu'on approche un fil parcouru par un courant continu. D'autre part, l'aimant s'oriente par rapport au fil de manière orthoradiale.

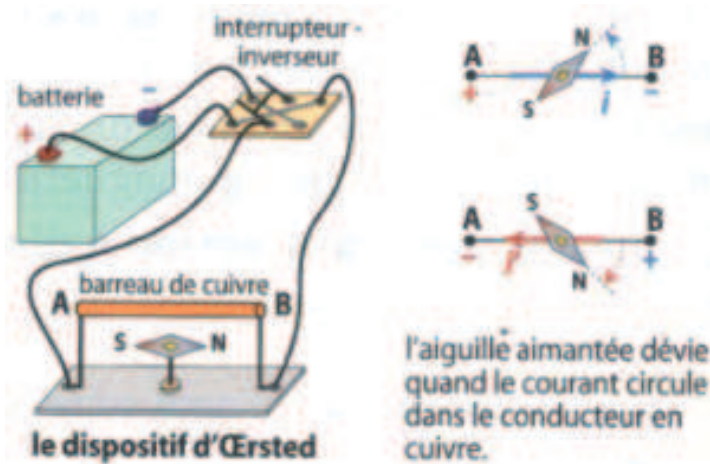


FIG. 1.22 – Expérience d'Oersted.

Si on refait la même expérience en remplaçant l'aimant par une spire, les résultats sont identiques.

Par conséquent, un aimant se comporte d'un point de vue magnétique comme une spire parcourue par un courant. On pourra donc modéliser un aimant par une telle spire et une spire par un aimant. Cela conduit à l'idée d'interpréter un aimant en terme de petites boucles de courant.

Expérience : On dispose un aimant à proximité d'une boussole : on observe l'orientation de la boussole suivant les lignes de champ magnétique créées par l'aimant.
Si on recommence l'expérience avec une barre de cuivre parcourue par un courant, on constate le même effet.

1.4.2. Moment magnétique

Soit une boucle circulaire de courant d'intensité I .
On peut lui associer un vecteur surface orientée \vec{S} dont le module correspond à la surface intérieure au cercle et dont la direction et le sens sont donnés par la règle du tire-bouchon en fonction du sens du courant dans la boucle.
On appelle alors moment magnétique de la spire la quantité :

$$\vec{M} = I \vec{S} = IS\vec{n}$$

D'après cette définition, l'unité du moment magnétique est l'ampère mètre carré (A.m²) dans les unités du Système International.

On généralise cette définition à une boucle de courant C de forme quelconque.

Le vecteur surface associé à cette boucle de courant peut s'écrire $\vec{S} = \oint_C \frac{1}{2} \vec{OP} \wedge d\vec{OP}$ pour un point fixe O quelconque.

En effet, l'aire élémentaire hachurée sur la figure ci-contre peut être assimilée à celle d'un triangle de surface

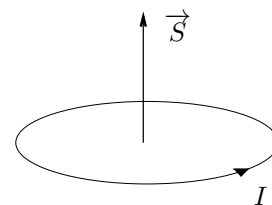
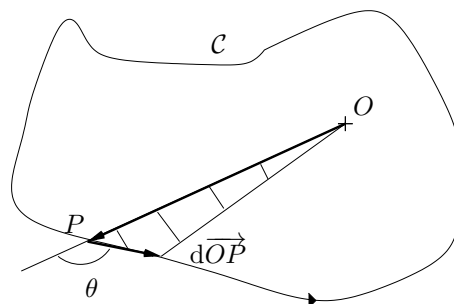
$$dS = \frac{1}{2} \text{base} \cdot \text{hauteur}$$

soit en prenant comme base OP la hauteur vaut $dOP \sin \theta$ donc en tenant compte du calcul de la norme d'un produit vectoriel, on en déduit :

$$dS = \frac{1}{2} |\vec{OP} \wedge d\vec{OP}|$$

soit en tenant compte de l'orientation de la surface :

$$d\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{OP} \wedge d\vec{OP}$$


 FIG. 1.23 – Définition du moment magnétique par une spire parcourue par un courant I .


et le résultat annoncé en intégrant sur la totalité de la boucle de courant.

On peut alors définir comme précédemment le moment magnétique par :

$$\vec{\mathcal{M}} = I \vec{S}$$

Cas d'une distribution volumique de courants On décompose la distribution de courants en petites boucles de courants \mathcal{C}_σ de section $d\vec{\sigma}$ et de courant $dI = \vec{j} \cdot d\vec{\sigma}$ et en sommant, on obtient $\vec{\mathcal{M}} = \iiint_{\text{distribution}} \frac{1}{2} \vec{OP} \wedge \vec{j} d\tau$.

1.4.3. Quelques ordres de grandeur de moment magnétique

Suivant l'échelle à laquelle on se place, une large plage d'ordres de grandeur est possible pour les moments magnétiques :

- Au niveau atomique ou nucléaire, les moments magnétiques sont quantifiés par le magnéton de Bohr ou le magnéton nucléaire qui valent :

$$\star \text{ magnéton de Bohr correspondant au moment magnétique de l'électron : } \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-34}}{2,9 \cdot 10^{-31}} \text{ soit } \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2,$$

$$\star \text{ magnéton nucléaire correspondant au moment magnétique du proton : } \mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-34}}{2,1 \cdot 10^{-27}} \text{ soit } \mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ A.m}^2.$$

- Pour une boussole, le moment magnétique est de l'ordre de 10 A.m^2 .
- Pour la Terre qu'on assimile à un dipôle magnétique, le moment magnétique vaut $7,5 \cdot 10^{22} \text{ A.m}^2$.

À propos de la boussole et de la Terre, on peut préciser que le pôle Nord de la Terre correspond au pôle Sud du dipôle magnétique qui modélise le comportement magnétique de la planète. En effet, on a historiquement appelé pôle Nord le pôle vers lequel se dirige le pôle Nord de la boussole. Ce dernier étant attiré par un pôle Sud, le pôle Nord de la Terre est un pôle Sud pour l'aimant correspondant.

1.4.4. Dipôle magnétique

On appelle *dipôle magnétique* toute distribution de courants permanents dont le moment magnétique est non nul et dont les dimensions sont faibles par rapport aux distances de la distribution aux autres éléments.

On adoptera comme modèle d'un dipôle magnétique une boucle de courant de surface orientée \vec{S} et parcourue par un courant I : cette boucle présente un moment magnétique

$$\vec{\mathcal{M}} = I \vec{S}$$

On ne se préoccupera pas forcément de savoir s'il s'agit d'une distribution volumique ou d'une simple "petite" spire.

1.4.5. Champ magnétique créé par un dipôle magnétique

Cette distribution étant invariante par rotation autour de la direction du moment magnétique, le champ magnétique créé par un tel système est lui aussi invariant par rotation autour de la direction du moment magnétique. Par conséquent, il suffit de connaître son expression en coordonnées polaires dans un plan contenant le moment magnétique pour avoir déterminé son expression dans tout l'espace. On peut montrer que cette expression est la suivante :

$$\vec{B}(M) = \frac{2\mu_0 I S \cos \theta}{4\pi r^3} \vec{u}_r + \frac{\mu_0 I S \sin \theta}{4\pi r^3} \vec{u}_\theta$$

soit en introduisant le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}} = IS\vec{u}_z$ et le vecteur position $\vec{OM} = \vec{r}$:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{OM} \cdot \vec{\mathcal{M}})\vec{OM} - OM^2 \vec{\mathcal{M}}}{OM^5}$$

On remarque qu'il s'agit du rôle actif du dipôle magnétique : le dipôle magnétique crée un champ magnétique. On verra plus loin qu'il peut également avoir un rôle passif c'est-à-dire subir l'action d'un champ magnétique extérieur.

Quant à la carte de champ, on peut la visualiser expérimentalement avec un aimant et de la limaille de fer. On observe que, loin du dipôle, ces lignes de champ prennent l'allure suivante loin de la spire. On note l'invariance par rotation autour de l'axe du dipôle.

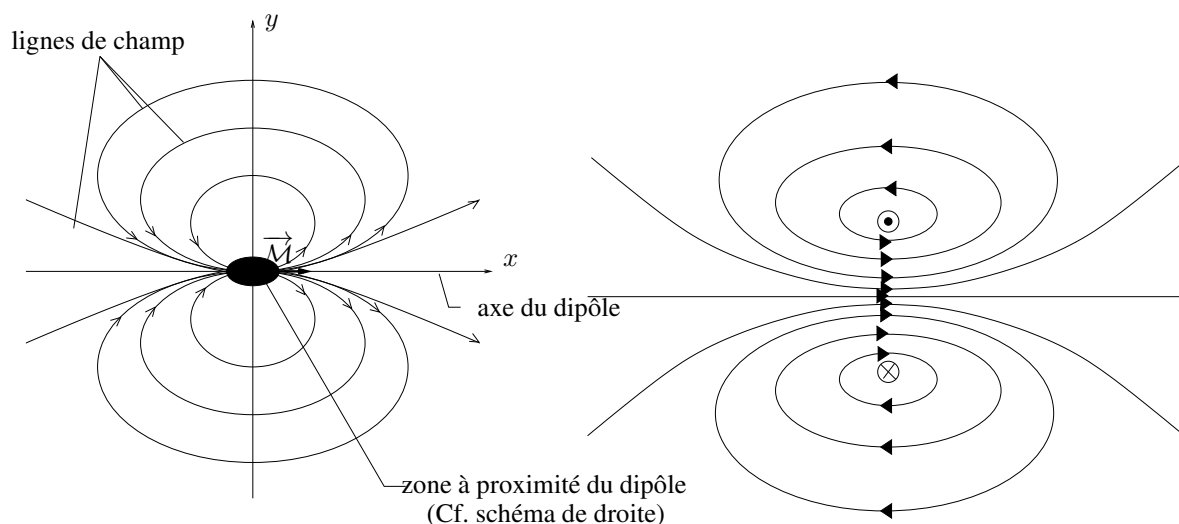


FIG. 1.24 – Topographie du champ magnétique créé par un dipôle magnétique (loin du dipôle à gauche et à proximité à droite).

On note que les lignes de champ "tournent" autour de la spire.

C'est la similitude de ces lignes de champ à celles obtenues avec un aimant qui a conduit à l'interprétation d'un aimant en termes de petites boucles de courants.

Conclusion

Au cours de ce chapitre, on a étudié qualitativement la création des champs magnétiques à l'aide de courants électriques ou de matériaux aimantés modélisables par de petites boucles de courant en analysant des cartes de champ. Certains calculs de champ magnétique seront vus en deuxième année.