Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Programowanie Matematyczne - Laboratorium 4

Algorytm Simplex dwufazowy

Dawid Maksymowski, gr. D

8 grudnia 2023

Spis treści

1 Zagadnienie i algorytm

Calem zadania jest zaimplementowanie algorytmu sympleks rozwiązującego następujące zagadnienie przy pomocy zadania dualnego:

$$\max_{x \in \Omega} c^T x$$

$$\Omega_x : \begin{cases} Ax & \leqslant b,\ b > 0 \\ x & \geqslant d,\ d < 0 \end{cases}$$

$$c, x \in \mathbb{R}^n,\ b \in \mathbb{R}^m,\ d \in \mathbb{R}^n,\ A \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

$$n = 5, m = 5$$

Zasada działania algorytmu oraz jego kolejne kroki zostały wytłumaczone i obficie skomentowane w plikach kodu dołączonych do niniejszego sprawozdania. Najważniejsze pliki z kodem:

- `main.mlx` - plik, który przygotowuje (losuje) dane wejściowe i uruchamia funkcję porównującą implementacje LINPROG vs SYMPLEKS i wypisuje na standardowe wyjście rezultat. Zajmuje się też otwieraniem / zamykaniem pliku `out.txt`, do którego jest wypisywany output (tj. m.in. kolejne tabelki sympleksowe).

- `run_test.mlx` - uruchamia pojedynczy test dla danych wejściowych c, A, b, d. Porównuje wynik LINPROG vs SYMPLEKS.

- `sympleks.mlx` - właściwy plik, w którym znajduje się implementacja głównego algorytmu znajdującego rozwiązanie problemu dualnego, metodą dwufazową. W nim wytłumaczone jest również działanie algorytmu.

- `do_dantzigs_pivot.mlx, do_pivot.mlx` - pomocnicze funkcje, wykonujące pivot na przekazanej w argumencie tabelce.

2 Przykłady obliczeniowe

2.1 Przykład 1 - z RO, bez zmiennych sztucznych

W dołączonym do sprawozdania pliku `example1_RO.txt` znajduje się przykład zadania, dla którego zostało znalezione rozwiązanie optymalne. Ponieważ w tym przykładzie wylosowany wektor c posiada same zera, poza jedną wartością ujemną - nie ma potrzeby dodawać żadnych zmiennych sztucznych. W stworzonej tabelce sympleksowej możemy po prostu odwrócić (przemnożyć przez -1) wszystkie warunki, tak, żeby wektor b zadania ZD był nieujemny.

I faza w tym przypadku nie posiada więc żadnych kroków, poza skonstruowaniem tabelki. W fazie II natomiast udaje nam się doprowadzić do sytuacji, że wszystkie wskaźniki `z-c` są nieujemne – znaleźliśmy więc RO dla ZD, a na jego podstawie również RO dla ZP.

2.2 Przykład 2 - z RO, ze zmiennymi sztucznymi

Przykład 2 został załączony w pliku `example2_RO.txt`. Jest przykładem analogicznym do przykładu 1 z tą różnicą, że potrzebne było dodanie dwóch zmiennych sztucznych, y_{11} i y_{12}.

Zarówno w 1. jak i w 2. przykładzie RO ZP znajdujemy zgodnie ze wzorem

$$x^T = c_B^T A_B^{-1}$$

gdzie A_B^{-1} jest budowane z kolumn końcowej tabelki sympleksowej odpowiadających kolumnom bazowym początkowej tabelki z Fazy I.

2.3 Przykład 3 - brak RO

Przykład nieposiadający RO został załączony jako plik `example3_noRO.txt`. W tym przypadku nie dochodzimy nawet do drugiej fazy algorytmu. Nie udało się bowiem usunąć zmiennych sztucznych z bazy (wszystkie wskaźniki `z-c` są nieujemne), co oznacza, że skonstruowany problem ZD jest sprzeczny – a więc ZP jest nieograniczone.

3 Analiza algorytmu

3.1 Testy

Procentowa skuteczność implementacji przedstawia się następująco (dla N=1000 testów):

- Skuteczność serii z RO: 591/613 = 96.4%
- Skuteczność serii bez RO: 387/387 = 100%

4 Oświadczenie o samodzielności

Niniejszym oświadczam, że powyższa praca, wraz załączonym kodem MATLAB, została wykonana przeze mnie w pełni samodzielnie.

Dawid Maksymowski