

Ricerca Operativa - lezione 1

Appunti di Davide Vella 2024/2025

Pierre Hosteins

pierre.hosteins@unito.it

Link al moodle :

<https://informatica.i-learn.unito.it/course/view.php?id=3008>

18/02/2025

Contenuti

1. [Appunti sul corso](#)
2. [Metodologia](#)
3. [Problema](#)
4. [Programmazione matematica \(PM\)](#)
 - 4.1. [Problema di ottimizzazione](#)
 - 4.2. [Programma matematico](#)
 - 4.3. [Punto importante per la programmazione matematica](#)
5. [Piccole avvertenza](#)

Appunti sul corso

Ci sono 52 ore nel corso, alcune lezioni saranno esercitazioni (anche con dei tutor).

Verranno pubblicate le registrazioni delle lezioni (problemi tecnici permettendo (ad esempio nella prima lezione non c'è il video)).

Esame :

- prova scritta : parte principale, basta per la sufficienza. Punti da 0-33. Prova di 2 ore con 5 esercizi di domande a scelte multiple e 2 esercizi su carta (modellazione e domanda di teoria (può essere su tutto il corso, magari teoremi, dimostrazioni...)). Si potrà usufruire di esercizi su moodle che verranno caricato lungo il corso.
- prova orale : facoltativa per guadagnare punti, non si perdono punti (teoricamente, diciamo che è meglio non andare se non si sa nulla). Punti da -16 a +6 (come detto prima, possono togliere fino a 16 punti, ma solitamente non lo fanno). Non si sa (per ora) se si può fare la prova orale pur non avendo preso la sufficienza alla prova scritta

Argomenti :

- Vettori
- Matrici
- Sistemi di equazioni lineari
- Basi di indipendenza lineare

Ovviamente questi argomenti fanno parte del corso di AG, è consigliato rileggere gli appunti prima di iniziare a seguire questo corso.

Scopo della ricerca operativa : Ideare metodi matematici e algoritmici per produrre decisioni migliori a un problema operativo. I problemi devono essere quantificati (esistenza di un criterio per valutare e paragonare le soluzioni). Viene chiamata "scienza delle decisioni", perché appunto si studia la decisione/soluzione migliore tra varie possibili soluzioni (pensa ad esempio ad un percorso del GPS da un punto A ad un punto B).

Metodologia

Partiamo da un problema e poi :

1. Analizziamo il problema e cerchiamo di capire qual è lo scopo di chi vuole risolvere il problema, che strumenti hanno e così via (banalmente, se c'è un problema nell'utilizzo di alcune macchine specifiche in un ospedale, non sappiamo come funzionano quelle macchine, cosa ci fanno e così via, dobbiamo chiedere e informarci da degli esperti).
2. Dopo l'analisi, dobbiamo creare un modello sul quale lavorare in modo efficace
3. Dal modello, possiamo provare a risolvere il problema e trovare la/e soluzione/i per il problema. Ovviamente ci sono vari algoritmi che si possono applicare per trovare una soluzione, quindi si deve ben scegliere
4. Ottenuta una soluzione, dobbiamo compiere dei test. Solitamente si chiede alle persone che ci hanno spiegato il problema quanto può risultare efficace la nostra soluzione trovata.
5. Se la soluzione va bene, abbiamo raggiunto la fine. Se la soluzione non andava bene dobbiamo capire in quale dei punti abbiamo sbagliato (magari abbiamo capito male il problema, magari chi l'ha spiegato si è dimenticato qualcosa, magari il modello generato non va bene per il problema che abbiamo...).

Il problema ha varie caratteristiche :

6. Esiste un obiettivo da massimizzare o minimizzare.
7. Esiste un margine di manovra sotto forma di variabili che possiamo cambiare.
8. Ci sono dei vincoli a queste variabili (vincoli ambientali su alcune soluzioni, vincoli orari, vincoli di potenza di alcune macchine, vincoli umani...).

Problema

Voglio massimizzare/minimizzare $f(x)$ soggetto a $x \in S_a$, dove :

- $f(x)$ = funzione obiettivo.
- S_a = insieme delle soluzioni ammissibili
 S_a è spesso un insieme non infinito, ma in pratica non esplicitamente enumerabile (ci possono tantissime soluzioni a cui non possiamo arrivare a pensare).

Programmazione matematica (PM)

Problema di ottimizzazione

Trovare $x^* \in S_a$ t.c. $f(x^*) = \frac{\max}{\min} f(x) | x \in S_a$

Programma matematico

$$\frac{\max}{\min} z = f(x_1, \dots, x_n)$$

soggetto a :

$$g_1(x_1, \dots, x_n) \leq / = / \geq b_1$$

$$g_2(x_1, \dots, x_n) \leq / = / \geq b_2$$

...

$$g_m(x_1, \dots, x_n) \leq / = / \geq b_m$$

Punto importante per la programmazione matematica

Per poter utilizzare la programmazione matematica, dobbiamo modellare il problema da studiare. La procedura generale segue le seguenti tappe :

1. Listare i dati più rilevanti per il problema (attenti a non mancare nessuno) sotto forma di insiemi e parametri indicizzati su questi insiemi.
2. Definire le variabili decisionali del problema (le cose che possiamo cambiare/decidere) e il loro tipo : continuo (\mathbb{R}), intero (\mathbb{Z}) o binario ($\{0, 1\}$).

Esempio : Possiamo utilizzare una macchina rispetto ad un'altra per fare alcune attività.

3. Definire l'obiettivo da massimizzare/minimizzare.
 4. Identificare i vincoli che ogni soluzione ammissibile deve rispettare. \$\$
- \text{Esempio : Dobbiamo rimanere entro un certo budget.}

Queste sono le regole generali da seguire, il resto da sapere viene preso dalla pratica (molto importante).

Piccole avvertenza

1. Il modello **non è** la realtà, ma una semplificazione della realtà (ad esempio, la mappa non è il territorio).
2. Alla formulazione di un problema si fanno scelte : priorità, aspetti trascurati o dimenticati...
3. Il modello deve aiutare la presa di decisioni, non prende mai tutti gli aspetti in considerazione
4. Si deve stare attenti all'omogeneità delle quantità in gioco, sommate e paragonate solo oggetti dello stesso tipo e unità (profitto in euro, peso in kg, distanza in metri...) : per esempio un profitto per unità non è un profitto.