Ricerca Operativa - lezione 4

Appunti di Davide Vella 2024/2025

Pierre Hosteins
pierre.hosteins@unito.it
Link al moodle :
https://informatica.i-learn.unito.it/course/view.php?id=3008

25/02/2025

Contenuti

Problemi di capacita e assegnamento : Bin Packing

Dobbiamo caricare un insieme di n oggetti dentro a diversi containers (bins) di capacità limitata (per es. 1000kg). Ogni tipo di oggetto è presente una volta sola ed è associato a un peso.

Oggetto	Peso (kg)
1	500
2	100
3	250
4	300
5	660
6	240

Oggetto	Peso (kg)
7	700
8	290
9	400
10	350

Trovare il numero minimo di containers necessario per caricare tutti gli oggetti.

Hint

Considera al più n containers.

Insiemi

- Insiemi di oggetti I, con n = $|I|$.
- w_i : peso dell'oggetto $i \in I$.
- Capacità di ogni container W.

Variabili

- x_{ij} = 1 se l'oggetto $i \in I$ è assegnato al container numero j, 0 altrimenti.
- y_j = 1 se almeno un oggetto è assegnato al container numero j, 0 altrimenti.

Calcolo obbiettivo

$$\min \text{z} = \sum_{j=1}^{n} y_j$$

Facciamo la somma di tutte le y {0, 1} per sapere quanto container abbiamo usato (quelli vuoti (0), non contano al calcolo).

Vincoli

Nessun oggetto deve essere non assegnato :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i \in I \text{ (vincolo di assegnamento)}$$

Ogni container può traportare al massimo W capacità (tutti i container vuoti ($y_j = 0$) venogno ignorati):

$$\sum_{i \in I} w_i x_{ij} \leq W y_j, \forall j = 1, \dots, n \text{ (vincolo di capacità)}$$

$$x_{ij} \in 0, 1, \forall i \in I, j = 1, \dots, n. \quad y_j \in 0, 1, \forall j = 1, \dots, n$$

Problemi di max-min e min-max

Problemi in cui vogliamo, per esempio, minimizzare la quantità : max(x, y), che non è lineare nelle variabili x e y.
Per risolvere questo problema dobbiamo introdurre una variabile fittizia $w \geq 0$ che rappresenta la quantità non lineare da minimizzare, cioè $w = max(x, y)$. I vincoli lineari che permettono di legare le variabili x, y e w sono :

$$w \geq x$$

$$w \geq y$$

Se definiamo l'obbiettivo min w, il modello decrementa il valore di w fin che sarà uguale al valore della variabile più grande tra x e y.
Se vogliamo trovare il valore massimizzare un minino, basta invertire i vincoli

Es max-min

Un call-center ha 10 operatori disponibili da dividere in 43 squadre. Ogni operatore è associato a un'efficienza in termine di chiamate al minuto che può processare (mediamente) :

Operatore	Velocità
1	3.5
2	6
3	7
4	2.8
5	1.5
6	1.5
7	3
8	4
9	6.5
10	4

Vogliamo assegnare ogni operatore a una squadra, con almeno 2 e al più 4 operatori per squadra, tali che :

- ogni squadra deve processare al meno 8 chiamate al minuto.
- La velocita totale della squadra più "lenta" sia massimizzata.
  Scrivere il programma lineare intero che distribuisce gli operatori per squadra.

Insiemi

- Insieme O di operatori e insieme T di squadre
- Efficienza e_o per ogni $o \in O$
- Min e max numero di operatori per ogni squadra, n_{min} e n_{max}.
- Min chiamate al minuto che la squadra deve processare c_{min}.

Variabili

- x_{ot} = 1 se operatore $o \in O$ è assegnato alla squadra $t \in T$, 0 altrimenti
- $E \geq 0$: efficienza della squadra meno efficiente (la squadra da bilanciare).

Modello

Noi vogliamo massimizzare la E, ovvero vogliamo rendere la squadra meno efficiente, il più efficiente possibile :

$$\max \text{z} = E$$

Vincoli

$$\sum_{t \in T} x_{ot} = 1, \forall o \in O$$

$$n_{min} \leq \sum_{o \in O} x_{ot} \leq n_{max}, \forall t \in T$$

E \leq \sum*{o \in O}* e{o}x_{ot}, \forall t \in T

x_{ot} \in {0, 1}, \forall o \in O, t \in T. \space \space \space E \geq c_{min} $$ ### Es min-max Un impianto