Matematica Discreta - lezione 6

Appunti di Davide Vella 2024/2025

Professori :
Yu Chen
yu.chen@unito.it
Link moodle :
https://informatica.i-learn.unito.it/course/view.php?id=3002

01/10/2024

Lezione di esercitazione

Esercizi del capitolo 1

Teorema di De Morgan

Dimostrazione breve : A e B sono insiemi, A ⊆ X e B ⊆ X allora : $$
C*{x} (A \cap B)* = C{x}(A)\cup C_{x}(B)

$$**Dim** : \$\$C_x(A \cap B) = x \setminus A \cap B\$\$$$

= {x \in X | x \notin A \cap B}

= {x \in X | x \notin A \space oppure \space x\notin B}

= {x \in X | x \in X \setminus A \space oppure \space x \in X \setminus B}

= {x \in X | x \in C*{x}(A) \space oppure \space x \in C*{x}(B)}

= {x\ in X | x\in C*{x}(A)\cup C*{x}(B)}

= C*{x} (A) \cup C*{x}(B)

Esercizio per casa : - $C_{x}(A\cup B) = C_{x}(A)\cap C_{x}(B)$ ### Esercizio 1.6 1) Verificare se l'afferma

P(A\cap B) = {X | X \subseteq A \cap B}

= {X | X \subseteq A \space e \space X\subseteq B}

= {X | X\in P(A) \space e \space X\in P(B)}

={X | X \in P(A) \cap P(B)}

= P(A) \cap P(B)

$Dire\$A, B\$sonoinsiemi, \$P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)\$èquindivero. 2)tesi : 1)\$P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B$

A \subseteq A \cup B \rightarrow P(A) \subseteq P(A\cup B)

B \subseteq A \cup B \rightarrow P(B) \subseteq P(A\cup B)

\rightarrow P(A) \cup P(B) \subseteq P(A\cup B)

$$2)Tesi : Per : \$\$X \in P(A \cup B) \rightarrow X \in P(A) \cup P(B)\$\$ossia :$$

X \subseteq A \cup B \rightarrow X \subseteq A \space oppure \space X \subseteq B

$![[Appunti/MatematicaDiscreta/Diagrammi/Diagrammi - lezione6/Drawing 2024 - 10 - 0121.09.2$

X \subseteq A \cup B, X \nsubseteq A \space e \space X \nsubseteq B

Quindi esiste $X\subseteq A\cup B$ a... La 2 non è vera. ![[Pasted image 20241001211958.png]] ### Esercizio

A\cup B = A\setminus A \cup B\setminus A =\emptyset \cup B\setminus A\cap B = B\setminus A\cap B=C_{B}(A\cap B)

Es : Dato A, B insiemi, sia $X\subseteq A \cup B$, allora $A\cup B\setminus X = A\setminus X \cup B\setminu

A\times B \subseteq (A*{1} \times B*{1}) \cup (A*{1} \times B*{2}) \cup (A*{2} \times B*{1})\cup(A*{2}\times B*{2} per $x \in A \times B \overset{\text{tesi}}{\Rightarrow} x \in A_i \times B_j$, $i,j = 1,2$.

$x = (a,b)$. $a \in A$, $b \in B$ $\Big\}$ $a \in A \Rightarrow a \in A_1 \cup A_2$

$\Rightarrow a \in A_1$ opp. $a \in A_2$

$b \in B \Rightarrow b \in B_1$ opp. $b \in B_2$

$\Rightarrow (a,b) \in A_i \times B_j$, $i = 1$ opp. 2, $j = 1$ opp. 2. ✓

(1) ✓

(2) tesi: $A_i \times B_j \cap A_{i'} \times B_{j'} = \emptyset$

$i \neq i'$ opp. $j \neq j'$ (*)

sia $x \in A_i \times B_j \cap A_{i'} \times B_{j'}$, con (*)

$x = (a,b)$

$a \in A = A_1 \cup A_2 \Rightarrow a \in A_1$ opp. $a \in A_2$

$b \in B$ — — — $b \in B_1 \cdots b \in B_2$.

$\Rightarrow a \in A_i \cap A_{i'} = \underline{\underline{\emptyset}}$ $i \neq i'$

$b \in B_j \cap B_{j'} = \underline{\underline{\emptyset}}$ $j \neq j'$ $\Big\} \underline{\underline{\Rightarrow}}$ Non esiste alc. a e alc. b

$\Rightarrow$ (2) ✓ $\Rightarrow$ partizione è vera // ▭.