Ricerca Operativa - lezione 5

Appunti di Davide Vella 2024/2025

Pierre Hosteins
pierre.hosteins@unito.it
Link al moodle :
https://informatica.i-learn.unito.it/course/view.php?id=3008

28/02/2025

Contenuti

Problemi di copertura

Non è sempre possibile coprire la domanda come fatto in precedenza ⇒ possiamo rilassare il vincolo di copertura basandoci su un criterio più quantitativo che logico, cioè il costo di servire un cliente a partire da un sito particolare.
Consideriamo un insieme N di potenziali siti per l'installazione di un certo tipo di infrastrutture e un insieme di clienti I . Aprire un'infrastruttura sul sito $j \in N$ ha un costo cj . Inoltre, servire un cliente $i \in I$ a partire di un'infrastruttura localizzata sul sito $j \in N$ ha un costo h_{ik} .
Il problema consiste nel selezionare i siti dove aprire un'infrastruttura (e.g., impianto,...) in modo da coprire la richiesta di tutti i clienti a costo minore.

Dati

- x_j = 1 se apriamo un'infrastruttura al punto $j \in \mathbb{N}$.

- y_{ij} : frazione di richiesta del cliente i ∈ I servita dall’infrastruttura al punto j ∈ N (0 ≤ yij ≤ 1).

Obbiettivo

Cercare di minimizzare il costo totale :

$$\min \mathrm{z} = \sum_{j \in N} c_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in N} h_{ij} y_{ij}$$

Vincoli

I vincoli includono il fatto di servire tutta la domanda dei clienti :

$$\sum_{j \in N} y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I$$

Dobbiamo anche garantire che un cliente non possa essere servito da un sito senza impianto

$$y_{ij} \le x_j, \quad \forall i \in I, j \in J$$

Vincoli logici

Consideriamo variabili logiche (falso=0, vero=1, i.e. binarie) (non devono essere per forza tutte logiche, ne basta anche solo 1) x e y , possiamo modellare vincoli logici come segue:

$x_1 \vee x_2$	$x_1 + x_2 \geq 1$
$x_1 \vee \bar{x}_2$	$x_1 + (1 - x_2) \geq 1$
	$x_1 - x_2 \geq 0$
$x \implies y$	$x \leq y$
$x_1 \wedge x_2 \implies y$	$x_1 + x_2 - 1 \leq y$
$x_1 \wedge x_2 \wedge \cdots \wedge x_k \implies y$	$\sum_{i=1}^{k} x_i - (k-1) \leq y$
$x_1 \vee x_2 \implies y$	$x_1 + x_2 \leq 2y$
$x_1 \vee x_2 \vee \cdots \vee x_k \implies y$	$\sum_{i=1}^{k} x_i \leq ky$
	$x_i \leq y \qquad i = 1, \ldots, k$

Vincoli di Big-M

Definiamo la var. binaria y con valore 1 quando la var. x > 0, utilizzando un "grande" parametro M:$$
x > 0 \rightarrow y = 1, \space \space \space x < My

Problemi con decisioni logiche Una ditta ha la possibilità di attivare, per l’anno corrente, la produzione di qu

\text{max z = }\sum*{i\in P}p*{i}x*{i}-\sum*{i\in P}c*{i}y*{i}

Vincoli La somma della forza lavoro, deve essere minore della forza lavoro massima :

\sum*{i\in P}w*{i}x_{i} \leq W

$Seattiviamounaproduzione, dobbiamoprodurneunminimo$:

x*{i} \geq m*{i}y_{i}, \space \space \space \forall i \in P

$SeattiviamoA, dobbiamoattivareancheCeD$:

y*{A} \leq y*{C} + y_{D}

Se

x*{i} \leq My*{i}

x*{i}\in \mathbb{Z*{+}}, \forall i \in P, \space\space\space\space\space y_{i} \in {0, 1}, \forall i \in P

Problema dello zaino binario con incompatibilità Consideriamo il problema dello zaino studiato in preceden

\text{Coppie incompatibili : (1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (5,7)}.

Dati - Oggetti I, con n = $|I|$ - w_{i} = peso dell'oggetto $i \in I$ - p_{i} = profitto dell'oggetto $i \

\text{max z =} \sum*{i \in I}p*{i}x_{i}

Vincoli

\sum *{i\in I}w*{i}x_{i} \leq W

x*{i} + x*{j} \leq 1, \space\space\space \forall(i,j) \in P

x_{i} \in { 0, 1 }, \space\space\space \forall i \in I

Problema : Satisfiability (SAT) ![[Pasted image 20250301174735.png]] ![[Pasted image 20250301174750.p