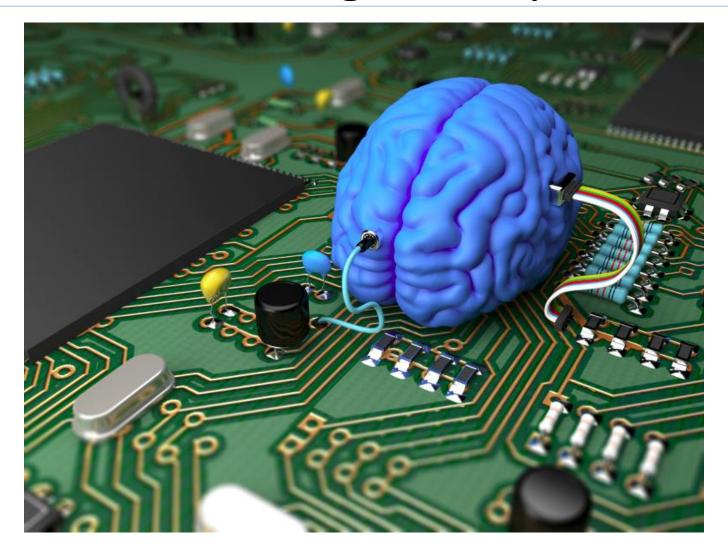
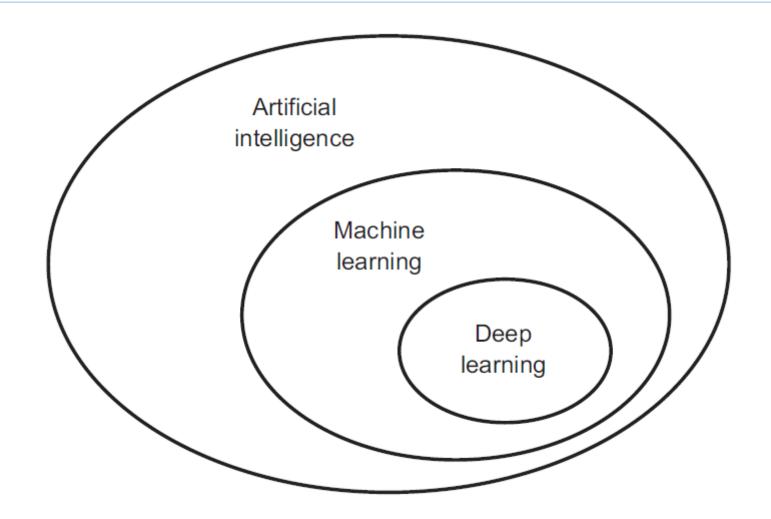
Machine learning I: Deep Learning





Introducción



Repaso: Machine Learning

El Machine learning surge de una serie de preguntas:

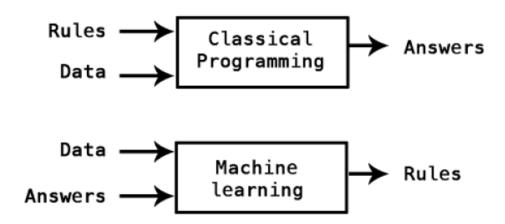
¿Puede un ordenador ir más allá de "lo que sabemos como ordenarle"?

¿Puede de verdad aprender una tarea concreta "a su manera"?

¿Puede sorprendernos?

En lugar de darle nosotros ciertas reglas codificadas...

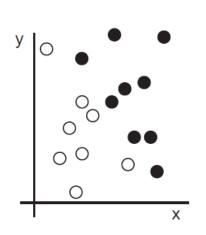
¿Puede aprender automaticamente mirando a los datos?

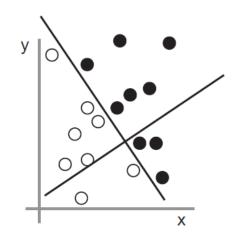


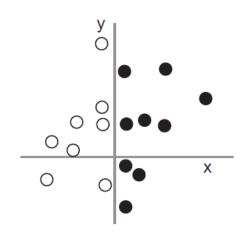
Repaso: representaciones

- La base de Machine Learning (y Deep Learning) es transformar datos de una manera significativa que nos permita resolver el problema
- ¿Qué es una representación?

 Otra manera de mirar a los datos
- Un problema muy difícil en una representación se puede volver trivial en otra







Repaso: aprendizaje

En el ejemplo anterior hemos definido el cambio de coordenadas "a mano", pero... y si en su lugar lo hiciéramos:

- De manera sistemática
- Probando con varios cambios de coordenadas diferentes
- Usando como feedback el porcentaje de puntos que están siendo correctamente clasificados

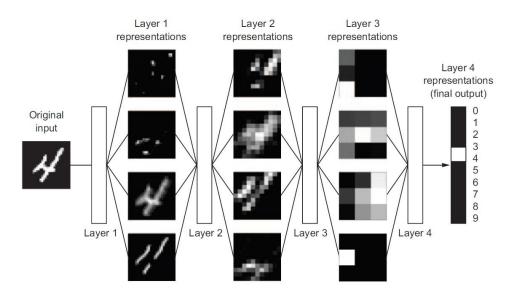
El aprendizaje en Machine Learning/Deep Learning describe un sistema de búsqueda automática de representaciones mejores para el problema en cuestión.





Repaso: ¿Qué significa "profundo"?

- · Deep Learning es un enfoque diferente del aprendizaje de nuevas representaciones.
- · Lo "profundo" no hace referencia a un entendimiento más profundo de los datos sino a aprender capas sucesivas de representaciones cada vez más significativas.
- El número de estas capas es lo que se conoce como la **profundidad del modelo**.



¿Por qué es diferente el Deep Learning?

- El Deep Learning ofrece un mayor rendimiento en general.
- Con Deep Learning la resolución de problemas resulta mucho más sencilla porque **automatiza** lo que antes era el problema crucial en machine-learning: **la ingeniería de características** (feature engineering).
- · Las técnicas anteriores de Machine Learning transformaban los datos solo en una o dos representaciones diferentes. Normalmente a través de transformaciones simples como proyecciones no lineales (SVMs) o Árboles de Decisión.
- Esto implicaba que para sacar el máximo potencial de un conjunto de datos hubiera que **extraer previamente a mano representaciones/características** de los datos que ayudaran a clasificar.
- Con Deep Learning se aprenden las características "al vuelo" sin necesidad de hacer transformaciones previas a mano
- · Además estas características son aprendidas al mismo tiempo: todos los parámetros son actualizados a la vez.



¿Por qué ahora?

Las ideas principales de Deep Learning ya se entendían en 1989.

Entonces...¿por qué ahora?

Los motivos principales son:

- · Hardware:
- Entre 1990 y 2010 las CPUs se hicieron aproximadamente 5000 veces más rápidas.
- Desarrollo de GPUs: una GPU puede sustituir a clusters masivos de CPUs en tareas altamente paralelizables (i.e multiplicación de matrices).
- Datasets y benchmarks:
- Además de las enormes mejoras en almacenamiento de datos, **el auténtico** vino de la mano de internet, haciendo posible recolectar y cambio distribuir enormes dataset de una manera sencilla y eficiente.
- · Avances algorítmicos*:
- ➤ Mejores funciones de activación
- ➤ Mejores esquemas de inicialización de los pesos
- ➤ Mejores esquemas de optimización, como RMSProp y Adam

^{*} Estos avances no fueron posibles hasta que no se produjeron los avances en el hardware y en los datasets accesibles.





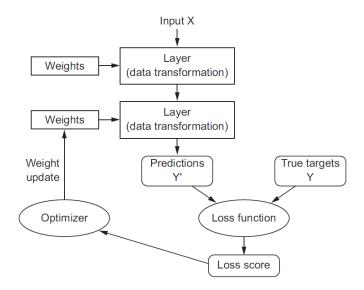


¿Por qué ahora?



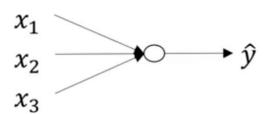
Redes Neuronales

• En Deep Learning estas "representaciones en capas" casi siempre suelen aprenderse a través de unos modelos llamados **Redes Neuronales** (ya vistas en la primera parte de esta asignatura)

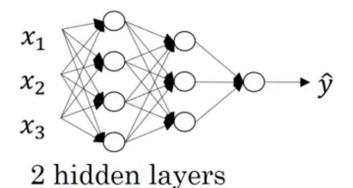


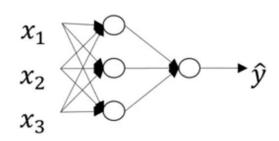
• El estado del arte en visión artificial incluye un modelo de Redes Neuronales llamadas **Redes Convolucionales**

Redes Neuronales Deep

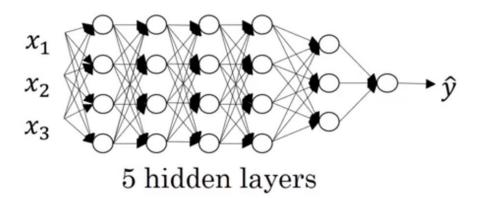


logistic regression



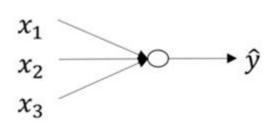


1 hidden layer

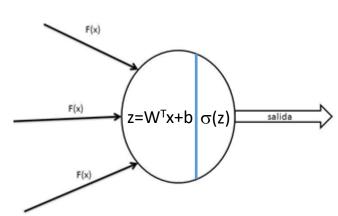


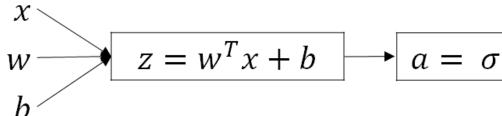
Logistic regression: Gradient descent

entradas



logistic regression





$$a = \sigma(z) \longrightarrow \mathcal{L}(a, y)$$

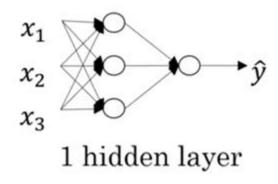
$$\frac{dL}{dw} = dw = \frac{dL}{da} \frac{da}{dz} \frac{dz}{dw}$$

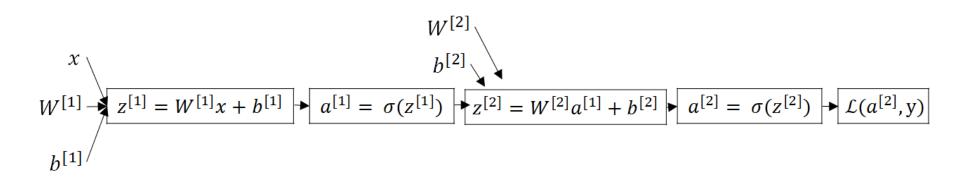
$$\frac{dL}{db} = db = \frac{dL}{da} \frac{da}{dz} \frac{dz}{db}$$

$$W=W-\alpha dW$$

$$b=b-\alpha db$$

Logistic regression: Gradient descent

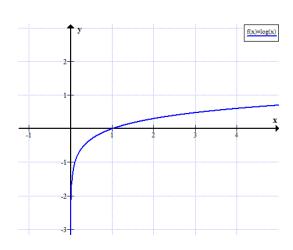




Logistic regression: función de pérdida

$$L(y, \hat{y}) = -(y \log \hat{y} + (1-y) \log (1-\hat{y}))$$

- Si y=1 $L(y, \hat{y}) = -\log \hat{y}$: minimizar $L(y, \hat{y}) \rightarrow \text{maximizar } \hat{y}$
- Si y=0 $L(y, \hat{y}) = -\log(1 \hat{y})$: minimizar $L(y, \hat{y}) \rightarrow \min \operatorname{minimizar} \hat{y}$

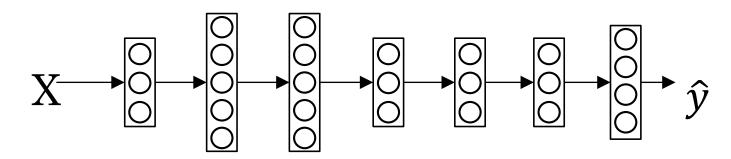


Clasificación multiple: Softmax regression

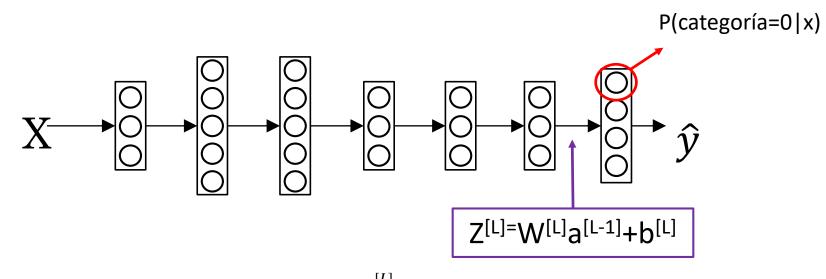
- · Generalización de logistic regression
- En lugar de clasificar en dos categorías sirve para clasificar en varias



• La *output layer* tiene el mismo número de unidades que categorías queremos clasificar



Clasificación multiple: Softmax regression



Softmax activation function:

$$g_i(z^{[L]}) = rac{e^{z_i^{[L]}}}{\sum_j e^{z_j^{[L]}}}$$
 Peculiaridad: Toma como input todo el vector $\mathbf{z}^{[L]}$

$$g_0(z^{[L]}) = \frac{e^3}{e^3 + e^{-2} + e^6} = 0.047$$
 Ejemplo: $z^{[L]} = -2$
$$0.047$$

$$g_1(z^{[L]}) = \frac{e^{-2}}{e^3 + e^{-2} + e^6} = 0.0003$$

$$g_2(z^{[L]}) = \frac{e^6}{e^3 + e^{-2} + e^6} = 0.952$$
 Softmax Hardmax

$$(z^{[L]}) = \frac{e^6}{1 - e^6} = 0.952$$

$$a^{[L]} = 0.0003$$



Clasificación Multiple: Loss function

• En el caso de *logistic regression* usábamos como función de pérdida:

$$L(y, \hat{y}) = -(y \log \hat{y} + (1-y) \log (1-\hat{y}))$$

· Para la clasificación múltiple usamos la versión más general:

$$L(y, \hat{y}) = -\sum_{j} y_{j} \log \hat{y}_{j}$$
 Cross-Entropy

Ejemplo:
$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = gato$$
 $\hat{y} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.4 \end{pmatrix}$ $L(y, \hat{y}) = -\log \hat{y}_2$

Si queremos que $L(y, \hat{y})$ sea lo más pequeño posible, significa que $\log \hat{y}_2$ (y por tanto \hat{y}_2) tiene que ser lo mayor posible

Minimizar $L(y, \hat{y}) \rightarrow$ maximizar la probabilidad de la categoría correcta

$$Cost = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(y_i, \hat{y}_i)$$

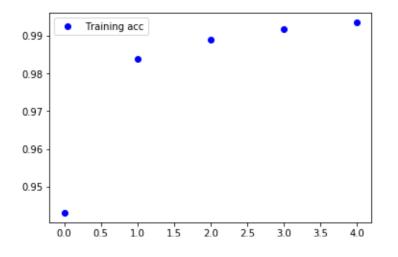


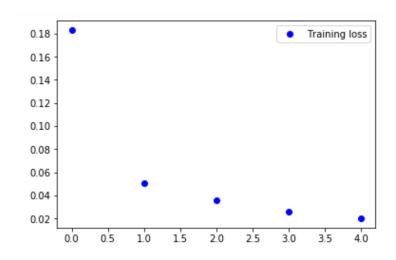




Gato

¿Cómo monitorizar el aprendizaje durante el training?





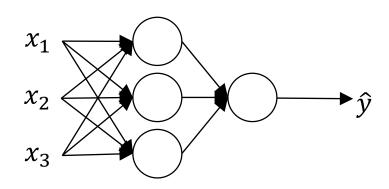
Plots extraídos de la práctica de reconocimiento de números





¿Por qué necesitamos las funciones no lineales (funciones de activación)?

¿Por qué necesitamos las funciones no lineales (funciones de activación)?



Dado un cierto x:

$$z^{[1]} = W^{[1]}x + b^{[1]}$$

$$a^{[1]} = g^{[1]}(z^{[1]}) = z^{[1]}$$

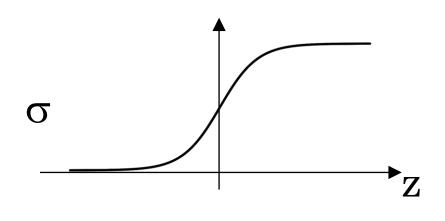
$$z^{[2]} = W^{[2]}a^{[1]} + b^{[2]}$$

$$a^{[2]} = g^{[2]}(z^{[2]}) = z^{[2]}$$

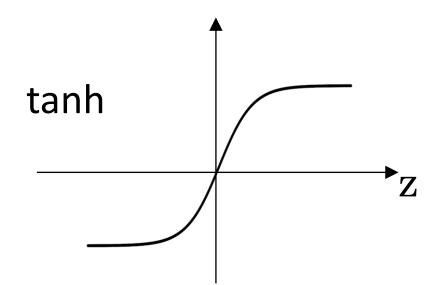
$$\alpha^{(1)} = \frac{1}{2^{(1)}} = \frac{$$

¡Sería equivalente a tener un único nodo!

¿Qué función de activación elegir?



$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$
$$\sigma'(z) = \sigma(z) (1 - \sigma(z))$$

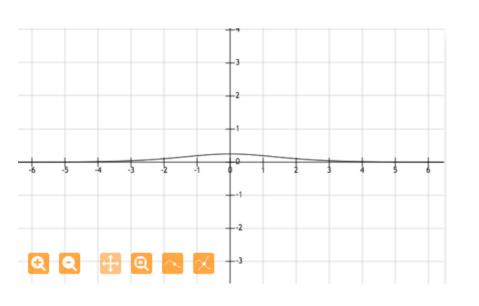


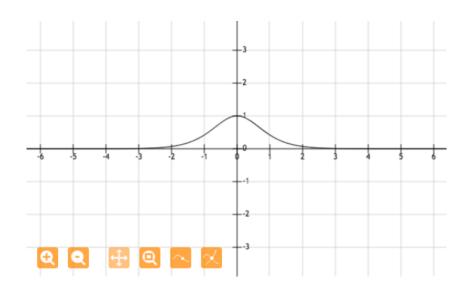
$$g(z) = \tanh(z)$$
$$g'(z) = 1 - (\tanh(z))^2$$





¿Qué función de activación elegir?





$$\sigma'(z) = \sigma(z) (1 - \sigma(z))$$

$$g'(z) = 1 - (\tanh(z))^2$$





¿Qué función de activación elegir?

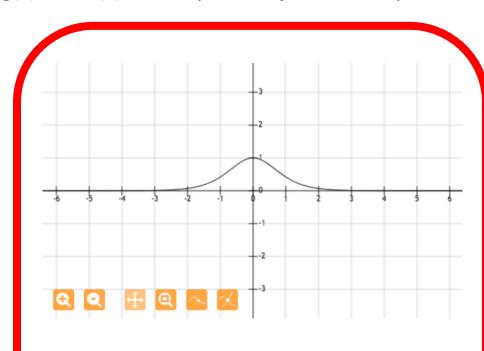
El valor de la derivada es mayor para g(z)= tanh(z) \rightarrow el aprendizaje es más rápido

En el caso de la sigmoide, el valor de la derivada es como máximo 0.25

Cuando tienes muchas capas, tendrás que multiplicar muchas veces números pequeños, dándote un gradiente pequeño que prácticamente no aprenderás nada (vanishing gradient).

No se puede hacer Deep Learning teniendo sigmoides en las capas ocultas.

tanh(z) funciona mejor (máximo = 1) pero desciende muy rápido.

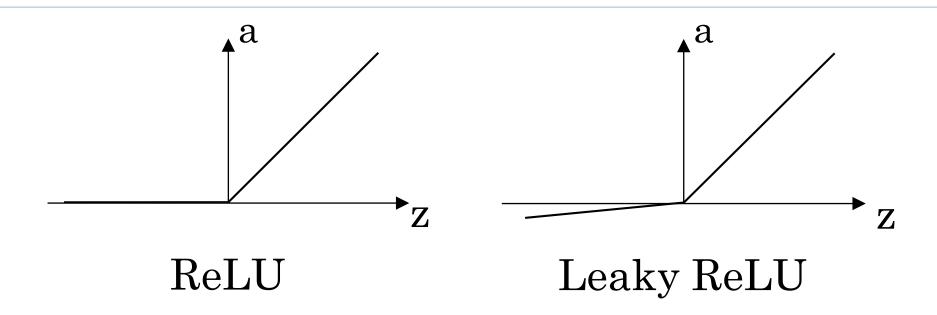


$$g'(z) = 1 - (\tanh(z))^2$$





Nuevas funciones de activación



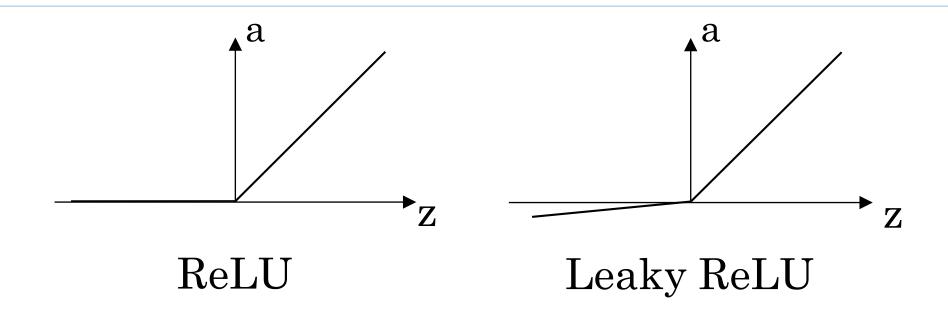
$$f(x) = \max(0, x)$$

$$f(x) = \left\{ egin{array}{ll} x & ext{if } x > 0 \ 0.01x & ext{otherwise} \end{array}
ight.$$





Nuevas funciones de activación



$$f(x) = \max(0,x) \qquad \qquad f(x) = egin{cases} x & ext{if } x > 0 \ 0.01x & ext{otherwise} \end{cases}$$

Ventajas: Evitamos el problema de vanishing gradient ya que la derivada es siempre 1 para x > 0

Desventajas: No es derivable → A efectos prácticos da igual, nunca vamos a tener justo 0



Recetario para las funciones de activación

Cada problema es un mundo, pero podemos establecer un recetario general para las funciones de activación y hacer pruebas usando esta configuración como base:

- Usa ReLU (o leaky ReLU) para todas las capas escondidas
- Usa tangh o sigmoide solo en la última capa cuando estés en un problema de clasificación binaria
- Usa softmax en la última capa cuando estés en un problema de clasificación multiple

Resumiendo

Hasta aquí hemos visto:

- Como funciona la red neuronal más básica: logistic regression (arquitectura y *loss function*)
- Como funciona una red neuronal para clasificación múltiple (arquitectura y *loss function*)
- Para que necesitamos funciones no lineales en las redes neuronales y cuales son las más populares

Deep Learning práctico: Dataset, problemas y optimización



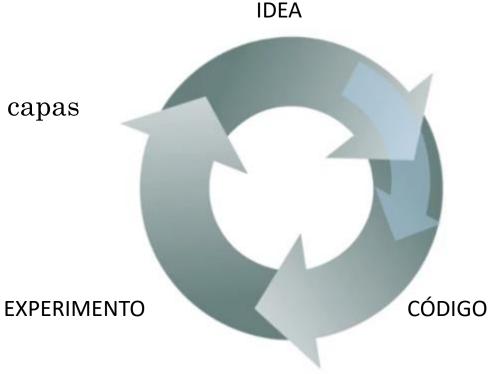


Deep Learning: proceso iterativo

Hiperparámetros

- · Número de capas
- · Número de unidades en cada capas
- Learning rate
- · Funciones de activación

. . .



Datasets

Datos Training set Dev set Test set

- Entrenar usando el Training Set usando diferentes modelos
- Probarlos en Development Set y elegir el modelo que de mejores resultados
- Una vez elegido este modelo probarlo en el **Test Set** para tener una estimación sin sesgo de como de bien funciona

Antes de Big Data: 70% (train) / 30% (test) ~10.000

60% (train) / 20% (dev) / 20% (test)

Big Data: 98% (train) / 1% (dev) / 1% (test) ~1.000.000

└→ 10000!



Datasets

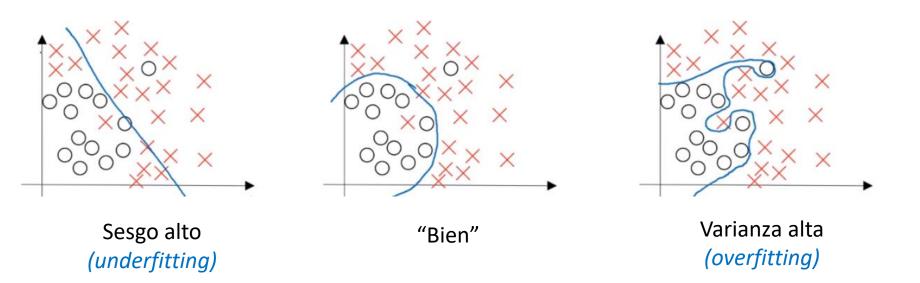
Problema típico: Diferentes tipos de datasets

Entrenas tu red con fotos de la web (alta resolución)

Dev/Test datasets con imágenes de móvil

No hay ningún problema mientras Dev y Test tengan el mismo tipo de imágenes

REPASO



Por desgracia, no es fácil representar problemas de altas dimensionalidad (como las imágenes) para poder ver cual es la línea de separación entre categorías.

Pero existen otras métricas



REPASO





Error humano ~ 0%

Train set error

Dev set error

1%

15%

15%

0.5%

11%

16%

30%

1%



Error óptimo (Error de Bayes)





REPASO





Train set error 1% 15% 0.5% 15% Error humano ~ 0% 11% 16% 30% 1% Dev set error Varianza Alta Sesgo alto Sesgo alto Sesgo bajo Varianza Alta Varianza baja

Error óptimo (Error de Bayes)





REPASO





Train set error 1% 15% 15% 0.5% Error humano ~ 0% 11% 16% 30% 1% Dev set error Varianza Alta Sesgo alto Sesgo alto Sesgo bajo Varianza Alta Varianza baja

Error óptimo (Error de Bayes)

Y si el error óptimo hubiera sido 15%?





REPASO





Error humano ~ 0%

Train set error

1%

Dev set error

11%

16%

15%

Sesgo bajo Varianza baja 15% 0.5%

30% 1%

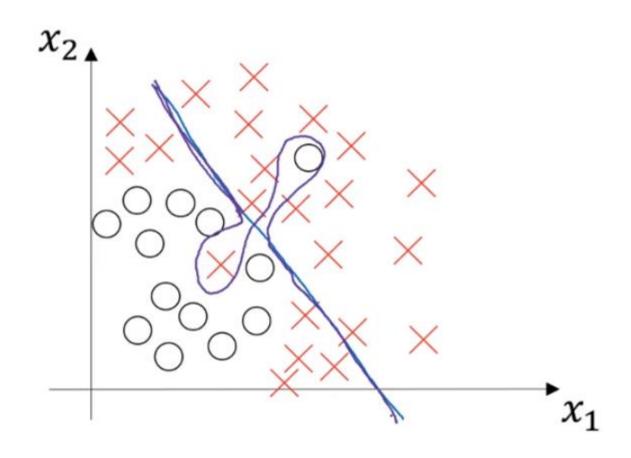
Error óptimo (Error de Bayes)

Y si el error óptimo hubiera sido 15%?

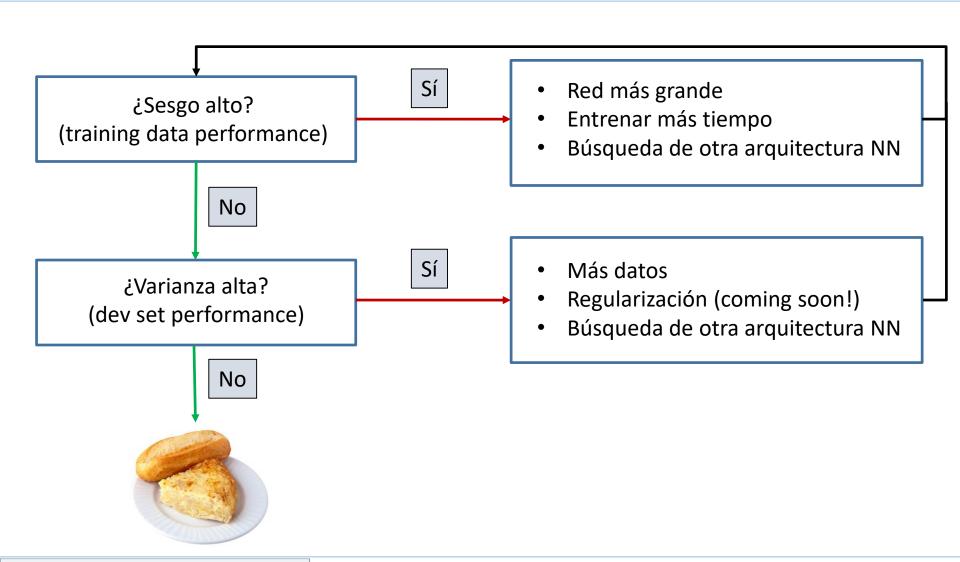




Varianza alta y Sesgo alto



Receta



Regularización: L2

- Si tienes un problema varianza alta (overfitting) una de las primeras cosas para probar es conseguir más datos > No siempre es posible.
- · En ese caso, el siguiente paso es aplicar algún tipo de regularización.

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2m} ||w||^2 \qquad w \in R^{n_x} \qquad b \in R$$

- Regularización L2: $||w||^2 = \sum w_i^2 = w^T w$
- λ: parámetro de regularización -> Se elige en el dev set





Regularización: L2

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2m} ||w||^2$$

Ajustarse al modelo lo mejor posible

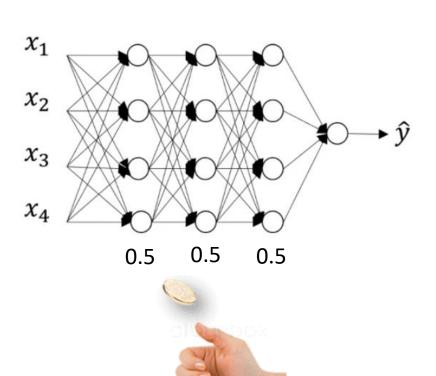
Hacer que los w sean lo menor posibles

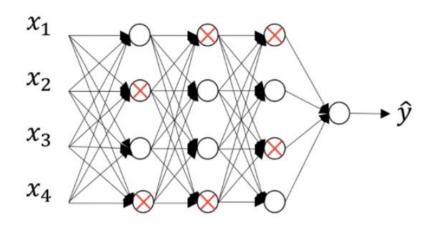
Si los pesos w son lo más pequeños posibles, la red tenderá a ser menos compleja



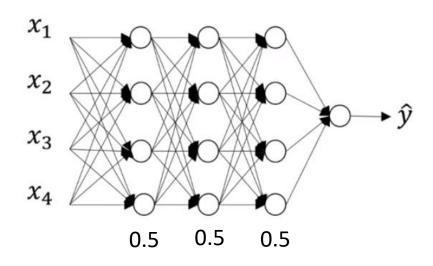
Menos especializada

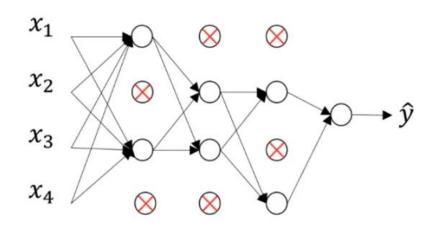
Regularización: Dropout





Regularización: Dropout





- Simplificas la red
- Evitas que algún nodo se "sobre-especialice"

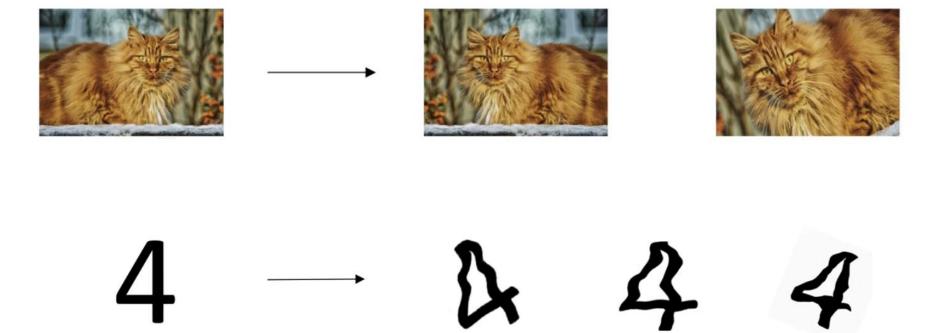


No puede depender de un input concreto porque éste puede desaparecer en cualquier momento





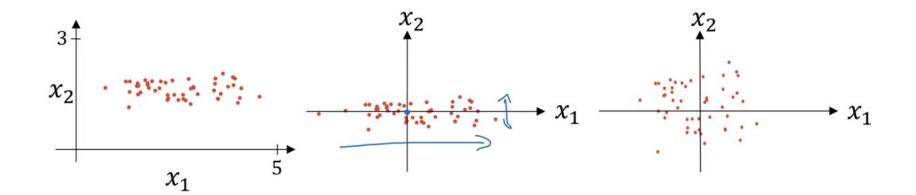
Regularización: Data Augmentation



No funciona tan bien como conseguir más datos independientes pero es gratis ©

Normalización del input

• Input
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



Substraemos la media:

Normalizar por la desviación estándar:

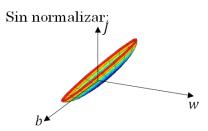
$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x^{(i)} \qquad x = x - \mu \qquad \qquad \sigma^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x^{(i)} 2 \qquad x /= sqrt(\sigma^2)$$

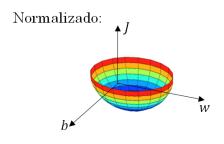


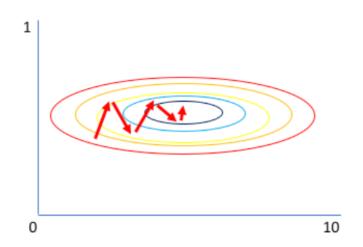


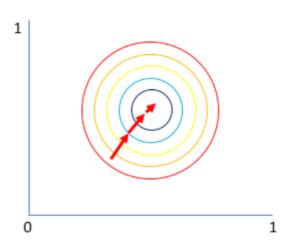
Normalización del input

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})$$









Gradient of larger parameter dominates the update

Both parameters can be updated in equal proportions





Inicialización de los pesos

$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + \dots + w_n x_n$$

 $var(Z) = var(X) \rightarrow Si$ estás usando ReLU, para conseguir esto: $W^{[l]} = np.random.randn(shape)* np.sqrt (2/n^{[l-1]})$

Inicialización de pesos Xavier (sigmoide y tanh)

"Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks"

Inicialización de pesos He (ReLU)

"Delving Deep into Rectifiers: Surpassing Human-Level Performance on ImageNet Classification"







Stochastic Gradient Descent

• Batch gradient descent: se actualizan los pesos tras haber recorrido todo el dataset (una época entera)

Stochastic gradient descent:

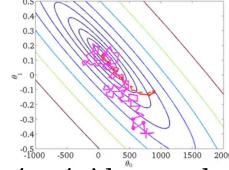
· Los pesos se actualizan para cada muestra del dataset de training

· Cada actualización intenta mejorar la predicción para ajustarse a una

única muestra

· Cada iteración será extremadamente rápida

• Conviene hacer un random shuffle de los datos



- El stochastic gradient descent puede ser mucho más rápido que el batch gradient descent para datasets muy grandes
- Puede tener problemas convergiendo, una posible solución:

$$\alpha = \frac{const_1}{n_{iteración} + const_2}$$





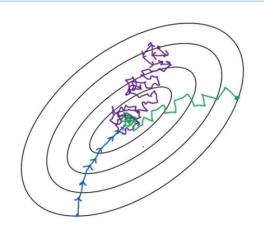
Mini-Batch gradient descent

- Batch gradient descent: se actualizan los pesos tras haber recorrido todo el dataset (una época entera)
- Stochastic gradient descent: se actualizan los pesos muestra a muestra

Mini-batch gradient descent:

- Dividir el dataset de entrenamiento en fragmentos más pequeños (mini-batches)
- · Los parámetros de la red se actualizan para cada mini-batch.
- · Si tienes una buena vectorización el mini-batch gradient descent puede ser más rápido que el stochastic (paralelización)
- El tamaño del mini-batch depende de tu muestra

Stochastic, Mini-batch y Batch



Stochastic gradient descent

Mini-Batch gradient descent:

Batch gradient descent:

Actualizas los parámetros sin tener que recorrer toda la muestra

Se pierde la potencia de la vectorización

Puede tener problemas de convergencia en una región relativamente grande Aprendizaje más rápido:

Actualizas los parámetros sin tener que recorrer toda la muestra

Explotas la vectorización

Mejor convergencia

Si la muestra de entrenamiento es muy grande, cada iteración lleva mucho tiempo



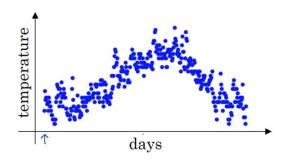
CSIC

¿Cómo elegir el tamaño del mini-batch?

- Si tienes una muestra pequeña: usa Batch Gradient Descent (m < 2000)
- Si tienes una muestra grande:
 - Típicos tamaños para el mini-batch: 64, 128, 256...1024
 - Por como funciona el acceso a memoria en los ordenadores suele funcionar mejor que sea una potencia de 2
 - Estar seguro de que tu mini-batch entra dentro de la memoria de la CPU/GPU
 - En la práctica el tamaño del mini-batch es otro hiperparámetro: hacer pruebas con unos cuantos y decidir cuál es mejor



Media Móvil Exponencial



· Si quieres calcular la tendencia (media móvil) de la temperatura:

$$V_t = \beta V_{t-1} + (1-\beta)\theta_t$$

 V_t es como sacar la media de temperatura de los últimos $\frac{1}{1-\beta}$ días

$$\beta = 0.9 \sim 10 \text{ días}$$

 $\beta = 0.98 \sim 50 \text{ días}$

$$\beta = 0.5 \sim 2 \text{ días}$$

Si tienes un valor de β muy alto \rightarrow se adapta mal a cambios bruscos ya que da más peso a la temperatura anterior que a la presente (latencia)

Si tienes un valor de β muy bajo \rightarrow Más susceptible de dejarse influir por valores atípicos

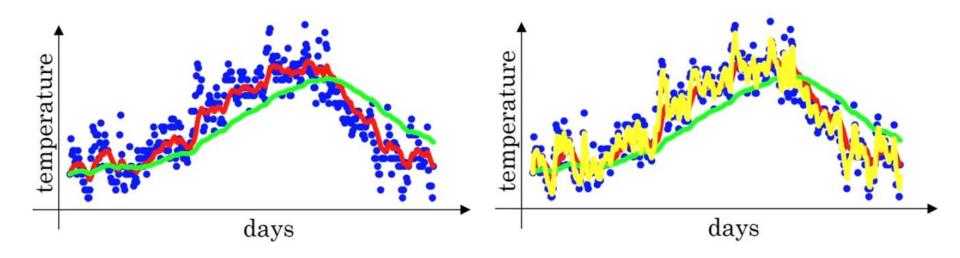




Media Móvil Exponencial

$$\beta = 0.9 \sim 10 \text{ días}$$

 $\beta = 0.98 \sim 50 \text{ días}$
 $\beta = 0.5 \sim 2 \text{ días}$



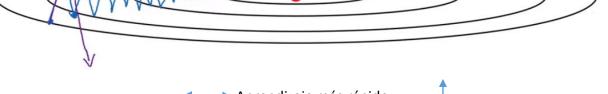
Gradient Descent con momento

· Usar la media móvil exponencial de los gradientes y actualizar los pesos con ese valor

· Casi siempre funciona más rápido que el mini-batch gradient

descent normal

Las oscilaciones hacen que no puedas coger un α grande



Aprendizaje más rápido

Aprendizaje más lento

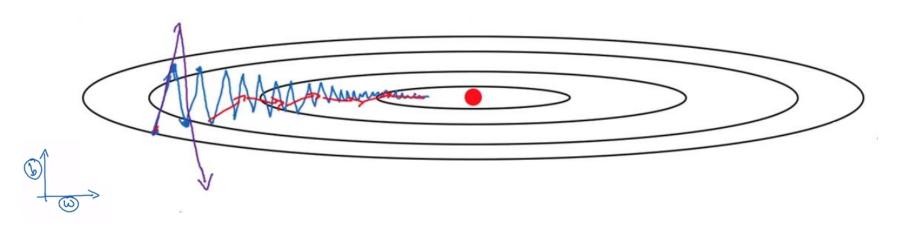
En la iteración sobre cada mini-batch:

$$\begin{aligned} &Calcula\ dW\ y\ db \\ &v_{dW} = \beta v_{dW} + (1 - \beta)dW \\ &v_{db} = \beta v_{db} + (1 - \beta)db \\ &W = W - \alpha v_{dW} \quad b = b - \alpha v_{db} \end{aligned}$$





Gradient Descent con momento



- Hiperparámetros: α y β
- El valor más comúnmente usado es β =0.9 (~ últimos 10 gradientes)
- · Se puede probar para ve si hay algún otro valor que funcione mejor

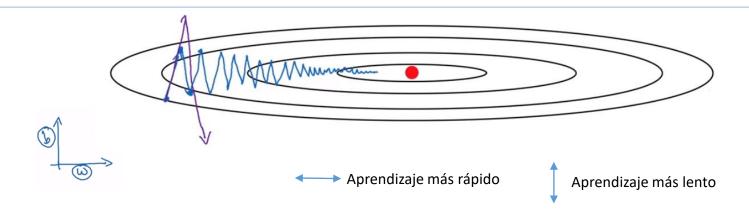
Otros Algoritmos de Optimización

• Muchos de los algoritmos de optimización no generalizan bien → reticencia frente a los nuevos algoritmos

• De los pocos que han conseguido hacerse un camino frente al gradient descent con momento.

RMSProp Adam Optimization

RMSProp



En la iteración sobre cada mini-batch:

Calcula dW y db
$$s_{dW} = \beta s_{dW} + (1 - \beta)dW^{2} \longrightarrow \text{pequeño}$$

$$s_{db} = \beta s_{db} + (1 - \beta)db^{2} \longrightarrow \text{grande}$$

$$W = W - \alpha \frac{dW}{\sqrt{s_{dW}} + \epsilon} \quad b = b - \alpha \frac{db}{\sqrt{s_{db}} + \epsilon}$$

Consigues regular la oscilación \rightarrow puedes usar α mayores







Adam

Ponemos juntos

Gradient descent con momento

Gradient descent con RMSProp



Adam* Optimization

*Adaptive Moment estimation







Adam Optimization

$$v_{dw} = 0$$
, $s_{dw} = 0$, $v_{db} = 0$, $s_{db} = 0$

En la iteración sobre cada mini-batch:

Calculamos dW, db

$$\begin{aligned} v_{dW} &= \beta_1 v_{dW} + (1 - \beta_1) dW \\ v_{db} &= \beta_1 v_{db} + (1 - \beta_1) db \end{aligned} \right] &\text{Momento} \\ s_{dW} &= \beta_2 s_{dW} + (1 - \beta_2) dW^2 \\ s_{db} &= \beta_2 s_{db} + (1 - \beta_2) db^2 \end{aligned} \right] &\text{RMSProp}$$

$$W = W - \alpha \frac{v_{dW}}{\sqrt{s_{dW}} + \varepsilon} \quad b = b - \alpha \frac{v_{db}}{\sqrt{s_{db}} + \varepsilon}$$





Adam Optimization

Hiperparámetros:

 α : hay que tunearlo

 β_1 : 0.9

 β_2 : 0.999

ε: 10-8

Recomendaciones del artículo original de Adam

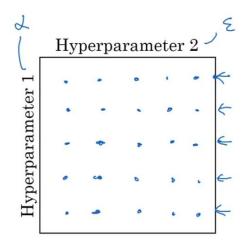


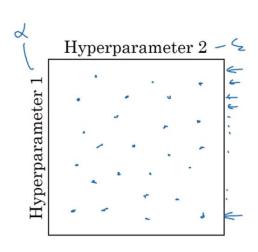


Tuneando los hiperparámetros

- Learning rate α
- β
- β_1 , β_2 , ϵ ...
- Número de capas
- Número de nodos en cada capa oculta
- · Tamaño del minibatch

...etc

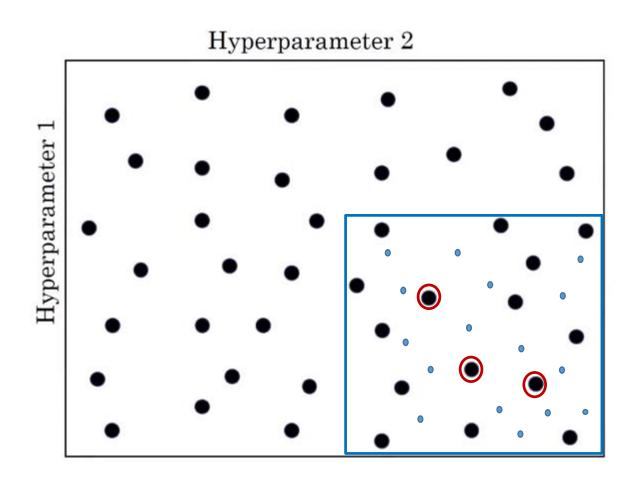








Tuneando los hiperparámetros





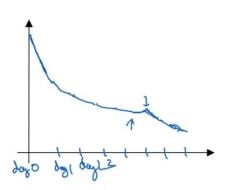
Panda vs Caviar



No tienes muchos recursos



Hacer de "niñera" para un único modelo

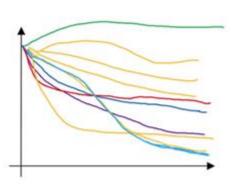




Muchos recursos



Entrenas varios modelos y ves cual va mejor



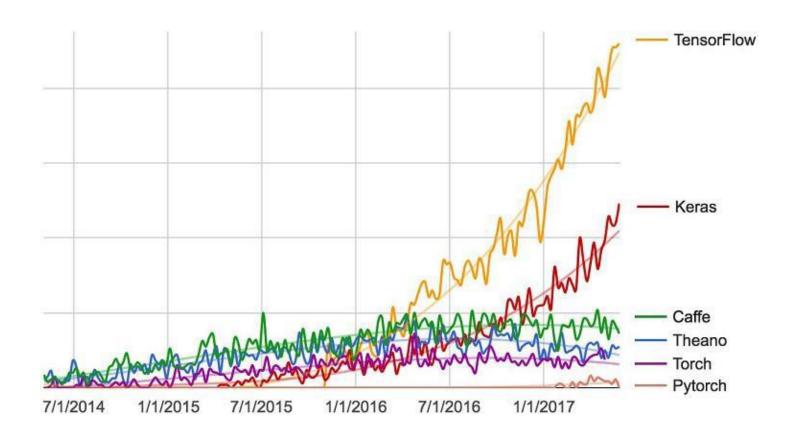
Frameworks para Deep Learning

- Caffe/Caffe2
- CNTK
- DL4J
- Keras
- Lasagne
- mxnet
- PaddlePaddle
- TensorFlow
- Theano
- Torch

- Facilidad para programar
- Velocidad
- Que sea verdaderamente Open Source ©



Frameworks para Deep Learning







Resumiendo

- · Como dividir el dataset de entrenamiento
- · Repaso de varianza y sesgo
- · Regularización: L2, dropout, data augmentation
- Minibatch y stochastic gradient descent
- · Algoritmos de optimización: Momento, RMSProp y Adam
- · Cómo tunear hiperparámetros

Y mientras tanto en la prensa...

Facebook ha apagado una inteligencia artificial que había «cobrado vida»

- Investigadores de la división Facebook Artificial Intelligence Researchers desactivan dos «bots» que habían creado su propio lenguaje por su cuenta
- Los bots estaban diseñados para aprender a negociar
- El equipo de facebook no introdujo ninguna recompensa por utilizar el inglés como lengua de comunicación....
- Así que los bots encontraron una representación más óptima para su propósito.





Y mientras tanto en la prensa...

Facebook ha apagado una inteligencia artificial que había «cobrado vida»

• Investigadores de la división Facebook Artificial Intelligence Researchers desactivan dos «bots» que habían creado su

propio lengua

- Los bots (
- El equipo de comur
- Así que lo

no lengua

Backup





Repaso: Minimización

$$\hat{y} = \sigma(w^T x + b), \ \sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$J(w,b) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} y^{(i)} \log \hat{y}^{(i)} + (1 - y^{(i)}) \log(1 - \hat{y}^{(i)})$$

Want to find w, b that minimize I(w, b)

