

Esercizio 1. Data la sezione d'urto:

$$\sigma(\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n) \approx 5.6 \frac{G_F^2 E_\nu^2 (\hbar c)^2}{\pi} \quad (1)$$

Assumendo che tale sezione d'urto sia indipendente dallo stato legato di p in un nucleo, calcolare il libero cammino medio in Fe di un antineutrino di 1 MeV.

Considerando un reattore nucleare di $W = 700$ MW:

1. Quante fissioni avvengono in un secondo?
2. Qual è l'ordine di grandezza di energia e flusso degli antineutrini a 10 m dal reattore?
3. Quante interazioni per ora sono attese in 200 L di H_2O (si consideri solo l'interazione con H)?

Svolgimento: Come visto a lezione il libero cammino medio è definito come:

$$\lambda := \frac{1}{n_t \sigma} \quad (2)$$

ove n_t rappresenta la densità numerica di target (espressa in unità inverse di volume) e σ è la sezione d'urto. Quest'ultima si può ricavare dai dati forniti dal problema utilizzando la formula 1, mentre per trovare la seconda bisogna consultare le tabelle. In particolare, il ferro ha peso atomico uguale a $m_{Fe} = 55.845$ u e una densità a temperatura ambiente di $\rho_{Fe} = 7.874$ g cm⁻³. La densità atomica del ferro è quindi:

$$\rho_{t,Fe} = \frac{N_A}{m_{Fe}} \rho_{Fe} = 8.49 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3} \quad (3)$$

In un atomo di Fe tuttavia ci sono 26 protoni. Dunque la densità numerica di protoni è:

$$n_t = 26 \rho_{t,Fe} = 2.207 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3} \quad (4)$$

Il libero cammino medio è quindi:

$$\lambda = \frac{\pi}{5.6 n_t G_F^2 E_\nu^2 (\hbar c)^2} = 4.807 \times 10^{12} \text{ cm} = 4.807 \times 10^7 \text{ km} \quad (5)$$

L'energia liberata per fissione è di $Q_{fiss} = 183$ MeV = 2.932×10^{-11} J. Si ha quindi che il numero di fissioni al secondo è:

$$f = \frac{W}{Q_{fiss}} = 2.287 \times 10^{19} \text{ }^{235}\text{U/s}$$

Se ogni antineutrino ha 1 MeV come nella prima parte dell'esercizio allora gli antineutrini vengono sprigionati con un tasso di

$$f_{\bar{\nu}} = \frac{700 \text{ MW}}{1 \text{ MeV}} = 4.37 \times 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

Supponendo che i neutrini vengano emessi senza assi privilegiati, si ha dunque, a 10 m un flusso di antineutrini/antineutrini pari a:

$$\Phi_{\bar{\nu}} = \frac{f_{\bar{\nu}}}{400\pi} = 1.09226 \times 10^{19} \text{ } \bar{\nu}/\text{m}^2$$

Poiché ciascun antineutrino porta un MeV il flusso di energia totale è di:

$$\Phi = 1.09226 \times 10^{19} \text{ MeV m}^{-2}$$

Il peso atomico dell'acqua è di circa 18 u e la densità dell'acqua è di un kilogrammo per litro. In 200 litri d'acqua ci sono quindi:

$$N_{H_2O} = \frac{200}{18 \times 10^{-3}} N_A = 6.69 \times 10^{27}$$

molecole d'acqua. Ciascuna di queste contiene due atomi di idrogeno quindi:

$$N_{\text{H}} = 1.338 \times 10^{28}$$

Il numero di interazioni per unità di tempo è dato dalla formula:

$$\frac{dn(\theta)}{dt} = \frac{\Phi N_T \sigma}{2\pi} =$$

□