

# LABORATORIO DI OTTICA, ELETTRONICA E FISICA MODERNA

## RELAZIONE DI LABORATORIO 3

### Interferometro di Michelson

*Nicolò Cavalleri, Giacomo Lini e Davide Passaro  
(LUN12)*

#### Sommario

Di seguito vengono riportate la procedura sperimentale, e l'analisi dei dati raccolti relativi a un esperimento compiuto con un Interferometro di Michelson. In particolare tramite il calcolo delle frange di interferenza dell'immagine prodotta viene determinata la lunghezza d'onda della luce emessa da un laser monocromatico. Altre grandezze fisiche rilevanti che questo apparato consente di mettere in evidenza sono l'indice di rifrazione dell'aria, la lunghezza dei pacchetti d'onda emessi da luce non monocromatica, e la differenza di lunghezza d'onda tra sorgenti differenti, nello specifico l'analisi è relativa al doppietto di sodio. Per ognuna di queste grandezze vengono riportate procedure sperimentali e risultati comprensivi di errore.

## 1 Introduzione

L'interferometro di Michelson è uno strumento che sfrutta alcune proprietà delle radiazioni luminose per metterne in evidenza alcune caratteristiche. In particolare sfruttando una combinazione di specchi semi-riflettenti e altri completamente riflettenti, come descritto nella sezione 2 è possibile individuare la lunghezza d'onda di una particolare sorgente a partire dalla figura di interferenza che risulta.

La relazione che lega infatti la lunghezza d'onda  $\lambda$  della sorgente, alla figura che si osserva muovendo uno dei due specchi riflettenti è la seguente:

$$\lambda = \frac{2n_a \Delta x}{N_1} \quad (1)$$

dove  $n_a$  rappresenta l'indice di rifrazione dell'aria,  $\Delta x$  indica lo spostamento di una delle due lenti e  $N_1$  è il numero di massimi (o equivalentemente minimi) osservati mentre si spostava lo specchio di  $\Delta x$ .

Quello che si osserva è che questa relazione consente di calcolare il valore di  $\lambda$  a patto di conoscere il valore dell'indice di rifrazione  $n_a$ . Questo può a sua volta essere ricavato utilizzando una cameretta per il vuoto di lunghezza  $d$  nota e contando le frange che si susseguono quando questa viene riportata alle condizioni dell'ambiente circostante. Vale infatti la relazione:

$$2(n_a - 1)d = N_2 \lambda \quad (2)$$

dove 1 è l'indice di rifrazione del vuoto, e  $N_2$  è il numero di frange che si sono susseguite.

Mettendo a sistema 6 e 2 si ricavano i valori sia di  $\lambda$  che di  $n_a$ .

Queste relazioni sono state ricavate dall'ipotesi che la luce emessa dalla sorgente nell'interferometro fosse monocromatica. Per luce non monocromatica, come una sorgente "bianca" tramite un interferometro è possibile ricavare la lunghezza del pacchetto d'onda, ossia di una parte coerente con se stessa del treno d'onda. Attraverso questa strumentazione è possibile osservare in maniera diretta la lunghezza di un pacchetto di luce emessa.

In modo simile è anche possibile risolvere due lunghezze d'onda molto vicine tra loro. Sfruttando relazioni descritte nella sezione 3, siamo infatti stati in grado di determinare la differenza delle lunghezze d'onda dei due raggi più luminosi dello spettro del sodio.

## 2 Strumentazione

Poiché l'esperimento aveva più obiettivi la strumentazione ha coinvolto componenti diverse a seconda della misura che si stava effettuando. Ci sono stati però degli strumenti indispensabili per tutta l'esperienza. In generale però la strumentazione usata era composta da:

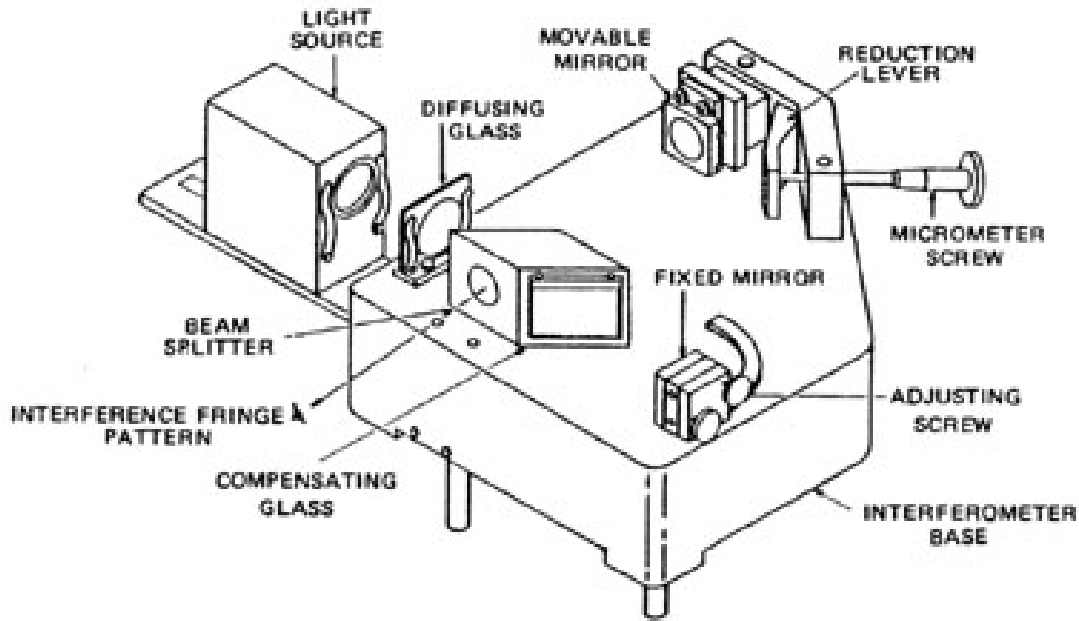
**Interferometro di Michelson** Questo è stato il principale e più importante strumento utilizzato. L'interferometro è stato utilizzato per creare figure di interferenza in modo controllato. La figura 2 rappresenta schematicamente un interferometro simile a quello usato nel laboratorio.

È utile per la spiegazione delle componenti dell'interferometro descrivere il suo funzionamento. Dopo essere usciti dalla sorgente (*light source*) i raggi di luce entravano un dispositivo a forma di prisma con i lati di vetro che aveva il compito di dividere in due il fascio di luce (*beam splitter*). Questo era fisso alla base dell'interferometro (*interferometer base*) ed era trasparente sui lati, per permettere il passaggio della luce. Al suo interno era presente uno specchio semi riflettente (con la parte riflettente posta verso l'interno), e tre

Figura 1: Fotografia dell'apparato sperimentale



Figura 2: Schema interferometro



vetri piani. Lo specchio semi riflettente e il vetro opposto ad esso erano angolati di  $45^\circ$  rispetto agli altri due. Mentre i due vetri opposti l'uno all'altro non avevano una funzione vera e propria, il vetro opposto allo specchio semi riflettente (*compensating glass*) serviva per ovviare le differenze dei percorsi dei due raggi spezzati.

Dopo essere stati divisi dal dispositivo sopra i raggi di luce procedevano per due strade diverse. Uno procedeva in avanti, verso uno specchio fisso (*fixed mirror*). Questo era regolato in fase di calibrazione e lasciato fermo. Per la calibrazione erano presenti due viti (*adjusting screw*) una che regolava la sua angolazione rispetto alla base dell'interferometro ed una che regolava la sua angolazione rispetto allo specchio mobile. Quindi, dopo essere stato riflesso dallo specchio fisso il vetro tornava indietro verso il *beam splitter*. Il secondo raggio di luce invece procedeva verso lo specchio mobile (*movable mirror*). La sua angolazione rispetto alla base dell'interferometro non era regolabile, quindi si può supporre che sia perfettamente perpendicolare. La posizione dello specchio mobile era regolabile attraverso una vite micrometrica (*micrometer screw*). La precisione di questa era ulteriormente aumentata di un fattore cinque da un sistema di leve (*reduction lever*). Quindi dopo essere riflesso dallo specchio mobile il raggio ritornava verso il *beam splitter*.

Una volta riincontrati i raggi erano quindi riflessi verso lo schermo (non rappresentato in figura) dove formavano una figura di interferenza.

**Laser** Era presente uno strumento che generava un raggio laser. Il funzionamento di questo strumento va oltre gli scopi dell'esperienza. Sul dispositivo erano presenti delle informazioni scritte dal costruttore, secondo cui il raggio generato sarebbe stato di 633nm.

**Lente** Per rendere il fascio di luce laser più visibile è stata usata una lente convergente con distanza focale molto piccola. La lente permetteva di allargare il fascio luminoso per distinguere meglio le frange di interferenza.

**Cameretta per il vuoto** Per la misura dell'indice di rifrazione dell'aria è stato usata una cameretta per il vuoto. Questa è stata fissata tra il *beam splitter* e lo specchio fisso e aveva due lati trasparenti per permettere il passaggio della luce. La camera interna (lunga 5 cm) era collegata tramite un sistema di valvole e tubi ad una pompa per il vuoto che permetteva di creare il vuoto e lentamente far rientrare l'aria.

**Una lampada al sodio** Usata per misurare la differenza di lunghezza d'onda tra le due lunghezze più visibili.

**Una sorgente di luce bianca** Usata per misurare le dimensioni dei pacchetti d'onda.

**Schermo** Le figure di interferenza erano proiettate su uno schermo bianco. Erano a disposizione due schermi, uno retto da un piccolo piedistallo sul tavolo di lavoro e uno appeso al muro di fronte (a circa 3 m).

### 3 Iter sperimentale

L'iter sperimentale può essere diviso nelle singole procedure utilizzate per compiere le diverse misure che erano l'obiettivo dell'esperienza.

#### 3.1 Lunghezza d'onda del laser

La prima parte dell'esperienza richiedeva una misura della lunghezza d'onda del laser. Questa operazione era sensata poiché il laser è un fascio di luce monocromatico e quindi dotato di una sola lunghezza d'onda.

##### 3.1.1 Calibrazione dello specchio fisso

Per la misura della lunghezza d'onda del raggio laser è stata necessaria una calibrazione dell'interferometro volta al rendere lo specchio fisso perfettamente perpendicolare allo specchio mobile. Questo è stato fatto in due fasi. Per avere una condizione di perpendicolarità entro qualche primo è stata tolta la lente convergente. Sullo schermo si vedevano dei punti luminosi<sup>1</sup> ma i due corrispondenti alle riflessioni principali erano chiaramente distinguibili. Attraverso le viti dello specchio fisso si è quindi corretta la posizione dello specchio fino a quando i due punti luminosi non erano sovrapposti. Si è quindi proceduto inserendo tra la sorgente luminosa e il *beam splitter* la lente convergente. Sullo schermo erano quindi visibili i punti più luminosi sovrapposti e ingranditi. Attraverso un ulteriore aggiustamento dello specchio fisso si è potuti arrivare ad una condizione di quasi perfetta perpendicolarità, arrivando a vedere le frange di interferenza.

##### 3.1.2 Misura

La misura della lunghezza d'onda ha sfruttato la possibilità di poter variare la posizione dello specchio mobile e quindi la differenza di cammino ottico dei raggi di luce. In questo modo era possibile controllare l'interferenza dei raggi luminosi e farli interferire in modo costruttivo o distruttivo. In particolare, affinché una frangia scura sullo schermo (corrispondente all'interferenza distruttiva) sostituisca una luminosa (interferenza costruttiva) è necessario spostare lo specchio di

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4n_a} \quad (3)$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda e  $n_a$  è l'indice di rifrazione dell'aria. Inoltre affinché una frangia chiara sostituisca una scura è necessario un ulteriore spostamento  $\Delta x$ , da cui, per far sì che una frangia chiara venga sostituita dalla successiva era necessario uno spostamento di  $2\Delta x$ .

Poiché però la lunghezza d'onda era poco più grande della sensibilità dello strumento (la sensibilità era di  $0.2\mu\text{m}$  mentre la lunghezza d'onda era dell'ordine di grandezza di  $100\text{ nm}$ ) per ottenere una misura con un errore accettabile era necessario far scorrere molte (circa 200)

---

<sup>1</sup>Questi erano causati non interferenza ma da riflessioni *parassite* dovute a riflessioni non volute degli innumerevoli specchi e lenti presenti nell'apparato.

frange e dividere lo spostamento finale per il numero di frange viste. In questo modo rigirando la formula 3 si ottiene la formula 1 ossia:

$$\lambda = \frac{2n_a \Delta x}{N_1} \quad (4)$$

dove  $N_1$  è il numero di frange contate e le altre osservabili sono come prima.

### 3.2 Indice di rifrazione dell'aria

Per la misura dell'indice di rifrazione dell'aria è stata usata la cameretta per il vuoto. Questa è stata posta in modo fisso tra la *beam splitter* e lo specchio mobile ed è stata collegata ad una pompa per il vuoto. Il cambio dell'indice di rifrazione ha causato una differenza di cammino ottico. Una volta praticato il vuoto, attraverso una valvola a spillo si è lentamente fatto rientrare l'aria e contemporaneamente si è contato il numero di frange di luce che si alternavano. Al termine del rientro dell'aria il cammino ottico del fascio di luce passante per la cameretta del vuoto è variato della quantità:

$$\Delta s = 2(n_a - 1)d \quad (5)$$

dove  $d$  è la lunghezza della cameretta e  $n_a$  è l'indice di rifrazione dell'aria. Con un susseguirsi di  $N_2$  fasci luminosi si ritrova quindi l'equazione 2 che combinata con la 4 restituisce:

$$\lambda = \frac{2d\Delta x}{N_1d + N_2\Delta x} \quad (6)$$

$$n_a = \frac{N_1d}{N_1d + N_2\Delta x} \quad (7)$$

### 3.3 Lunghezza dei pacchetti d'onda

Se la luce immessa nell'interferometro è non monocromatica, la luce emessa è costituita da pacchetti d'onda di lunghezza limitata non coerenti l'uno con l'altro. Posta quindi una sorgente di luce bianca, per misurare la lunghezza di uno di questi pacchetti era quindi necessario misurare lo spostamento tra una condizione di assenza di interferenza e l'altra. Questa misura si è rilevata essere la più difficoltosa in quanto le frange luminose erano difficilmente distinguibili e la condizione di interferenza era presente solo per un piccolissimo intervallo di differenza di cammino ottico.

Una volta trovato però si è potuto misurare la differenza di cammino ottico che in questo caso equivaleva esattamente alla lunghezza del pacchetto di luce.

### 3.4 Differenza di lunghezze d'onda

Come si era potuto verificare nell'esperienza dello spettrometro a reticolo il sodio presenta due frange luminose molto vicine l'una all'altra ma chiaramente distinte. Con l'interferometro di Michelson è stato possibile misurare con più precisione la differenza di lunghezza d'onda dei due fasci. In particolare, poiché le lunghezze d'onda sono molto vicine l'una all'altra, per certi valori di differenza di cammino ottico si osserva che le frange luminose di una delle lunghezze d'onda si sovrappongono perfettamente a quelle dell'altra. L'immagine è quindi quella di una netta figura d'interferenza. Variando la differenza di cammino ottico, è possibile però raggiungere anche una posizione in cui le frange chiare di una lunghezza d'onda coprono quelle scure dell'altra, creando sullo schermo una luce diffusa. In questa condizione si è variata la differenza di cammino ottico di

$$\Delta_1 = 2N_1 \frac{\lambda_1}{2} = (2N_1 + 1) \frac{\lambda_2}{2} \quad (8)$$

ovvero di un multiplo intero di una delle due lunghezze d'onda, e un numero dispari della metà della lunghezza d'onda dell'altro. Da questa relazione si ottiene quindi una equazione per ricavare  $N_1$ :

$$N_1 = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} . \quad (9)$$

Con lo stesso ragionamento si può trovare che la figura di interferenza ritorna ad essere visibile dopo una differenza di cammino ottico di:

$$\Delta_2 = (2N_2 + 1) \frac{\lambda_1}{2} = 2N_2 \frac{\lambda_2}{2} \quad (10)$$

e quindi

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} = 2N_1 . \quad (11)$$

Sostituendo la 9 nella 8 e la 2 nella 10 si ottiene quindi che:

$$\Delta_2 = 2\Delta_1 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \approx \frac{\lambda^2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (12)$$

dove  $\lambda$  è una stima di  $\lambda_1$  o  $\lambda_2$ . Sperimentalmente però era molto più semplice distinguere le zone nella quale la diffusione era totale rispetto a quelle di interferenza. Quindi si è potuto facilmente misurare  $\Delta_2 + \Delta_1 = 3\Delta_1$  da cui si ottiene che:

$$(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{3\lambda^2}{6\Delta_1} \quad (13)$$

## 4 Analisi dati

### 4.1 Lunghezza d'onda e indice di rifrazione dell'aria

Veniamo ora all'analisi dati. Come spiegato in introduzione per trovare i valori della lunghezza d'onda del laser  $\lambda$  e l'indice di rifrazione dell'aria  $n_a$  occorre risolvere il sistema

$$\begin{cases} 2n_a \Delta x = N_1 \lambda \\ 2(n_a - 1)d = N_2 \lambda \end{cases} \quad (14)$$

Dove le misure prese di  $\Delta x$  e  $N_1$  sono elencate in tabella 1.

Tabella 1: Le cinque misure eseguite di  $\Delta x$  e del relativo conteggio  $N_1$

$x_i$ (m)	$x_f$ (m)	$\Delta x$ (m)	$N_1$
0.01050	0.01021	5.8E-05	184
0.01050	0.01017	6.6E-05	207
0.01050	0.01018	6.4E-05	203
0.01050	0.01034	3.2E-05	101
0.01050	0.01018	6.4E-05	203

Come descritto nella sezione sulla procedura la differenza fra  $x_i$  e  $x_f$  è stata divisa per 5. Le misure  $N_2$  dei conteggi delle frange all'aumentare dell'aria presente nella camera si veda la tabella 2.

Tabella 2: Valori di  $N_2$

$N_2$	42	41.5	42.5	42
-------	----	------	------	----

I valori decimali sono stati inseriti come segue: si è considerata mezza misura quando il conteggio cominciava con una frangia chiara e terminava con una frangia scura o viceversa. Non tenere conto di tali casi avrebbe prodotto per 4 volte la stessa misura quando invece i conteggi differivano. Quanto a  $d$  si è tenuta in conto la misura dichiarata dal costruttore, ossia  $d = 0.05$  m, con errore trascurabile in confronto agli errori delle nostre misure. Poiché le misure prima di  $\Delta x$  e  $N_1$  poi di  $N_2$  sono state fatte in momenti diversi dell'esperimento con apparati sperimentali modificati tra una procedura e l'altra, le misure potrebbero non avere alcuna relazione e non avrebbe alcun senso calcolare, risolvendo tante volte il sistema, più valori di  $\lambda$  e  $n_a$  da triple di valori  $\Delta x$ ,  $N_1$  e  $N_2$  per poi calcolarne media ed errore, anche perché le misure sono in numero diverso. Ha invece molto più senso calcolare un valore finale per ciascuna delle due parti e risolvere il sistema per una sola tripla di valori, rispettando così la correlazione delle misure. Le soluzioni del sistema sono in generale:

$$\begin{cases} n_a = \frac{dN_1}{dN_1 - N_2\Delta x} \\ \lambda = \frac{2d\Delta x}{dN_1 - N_2\Delta x} \end{cases} \quad (15)$$

Vi è tuttavia un problema: le variabili  $N_1$  e  $\Delta x$  sono strettamente correlate, non avrebbe senso calcolare la media degli  $N_1$  e dei  $\Delta x$ , poiché è assolutamente ovvio che per un  $\Delta x$  minore si avrà un  $N_1$  minore. Questo problema si risolve molto facilmente riscrivendo le soluzioni del sistema come

$$\begin{cases} n_a = \frac{d}{d - N_2 \frac{\Delta x}{N_1}} \\ \lambda = \frac{2d \frac{\Delta x}{N_1}}{d - N_2 \frac{\Delta x}{N_1}} \end{cases} \quad (16)$$

e considerando quindi come risultato della prima parte dell'esperimento il rapporto  $\frac{\Delta x}{N_1}$ . In tabella 3 riportiamo i valori dei rapporti.

Tabella 3: I valori dei rapporti con i relativi errori

$\Delta x/N_1$ (m)	$\sigma$ (m)
3.152E-07	5.7E-09
3.188E-07	5.1E-09
3.153E-07	5.2E-09
3.168E-07	1.0E-08
3.153E-07	5.2E-09

Gli errori sono stati calcolati con la seguente formula, ottenuta per propagazione degli errori

$$\sigma_{\frac{\Delta x}{N_1}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x \cdot \sigma_{N_1}}{N_1^2}\right)^2} \quad (17)$$

Dove  $\sigma_{\Delta x} = 1 \times 10^{-6}$  m e  $\sigma_{N_1} = 1$ . Quest'ultimo errore è stato stimato tale in quanto contando le frange in tre, sistematicamente due contavano lo stesso numero mentre la misura del terzo differiva per un'unità. Su un così alto numero di frange abbiamo preferito non trascurare l'errore sul conteggio mentre per  $N_2$  potremo trascurarlo in quanto il conteggio sensibilmente minore riduce di molto la possibilità di fare errori. I valori dei rapporti risultano tutti compatibili

con una  $z$  massima di 0.52. A questo punto si può stimare il valore del rapporto e il relativo errore attraverso una media pesata:

$$\frac{\Delta x}{N_1} = (3.163 \pm 0.025) \times 10^{-7} \text{m}$$

Quanto a  $N_2$  come già detto, si trascurerà un errore sul conteggio e come errore si considererà la deviazione standard ( $N_2 = 42 \pm 0.41$ ). Si può a questo punto calcolare i valori di  $\lambda$  e di  $n_a$  e calcolare i loro errori propagando le soluzioni del sistema riscritto nella seconda forma. Per eccessiva lunghezza si ometteranno le formule degli errori di  $n_a$  e  $\lambda$ .

$$\begin{cases} \lambda = 632.7 \pm 5.1 \text{ nm} \\ n_a = 1.000\,265\,7 \pm 0.000\,003\,4 \end{cases} \quad (18)$$

Il valore di  $\lambda$  è di gran lunga compatibile con quello dato dal costruttore di 633 nm ( $z = 0.063$ ). Quello di  $n_a$  non risulterebbe compatibile con quello noto di 1.0002926, ma questo valore è quello relativo alla lunghezza d'onda media dello spettro del sole, mentre la nostra sorgente ha una lunghezza d'onda dichiarata di 633 nm. Abbiamo che  $n_a(633 \text{ nm}) = 1.0002760$ . Per essere ancora più precisi, sapendo che quello noto è calcolato in condizioni di temperatura e pressione standard si può applicare una correzione in base alla temperatura (la pressione a Milano è molto prossima a quella in condizioni standard). Per una temperatura pari a 24.2°C, come indicata su un termometro di laboratorio, il valore noto di  $n_a$  viene corretto fino a un valore di 1.0002675 e anche questo valore risulta assai compatibile con quello calcolato ( $z = 0.52$ ).

Si giungerebbe a una compatibilità ancora maggiore tenendo conto delle condizioni di umidità dell'aria che, in una giornata di pioggia come quella in cui è stato eseguito l'esperimento, erano sicuramente diverse dalle condizioni di aria secca cui corrisponde il valore noto. Non eseguiamo tuttavia questo calcolo per via dell'eccessiva complicazione.

## 4.2 Lunghezza dei pacchetti d'onda

Come si sarà intuito dalla descrizione della procedura dell'esperimento questa parte è particolarmente breve. Per via di considerazioni teoriche precedentemente esposte la lunghezza del pacchetto d'onda viene a coincidere esattamente con il valore  $\Delta x$  della misura. La misura ha prodotto per 4 volte il risultato seguente (spegnendo e riaccendendo ogni volta la lampada):

Tabella 4: Le cinque misure eseguite di  $\Delta x$  e del relativo conteggio  $N_1$

$x_i$ (m)	$x_f$ (m)	$\Delta x$ (m)
0.01518	0.01521	6E-06

lasciando chiaramente intendere che la misura richiederebbe uno strumento più sensibile. Essendo la deviazione standard nulla si assume come errore la sensibilità dello strumento, da cui il valore completo della misura è

$$L_p = 6 \pm 1 \text{ } \mu\text{m}$$

Quanto alla misura del pacchetto con un filtro, purtroppo la scarsità di luminosità e le condizioni di laboratorio presenti (oltre al fatto che l'unico filtro disponibile fosse quello viola) ci hanno lasciato vedere solamente che la misura del pacchetto d'onda fosse assai simile a quello della luce bianca, ma non abbiamo potuto fare considerazioni su una leggera differenza di lunghezza.



### 4.3 Differenza doppietto del Sodio

Poiché ci è stato chiesto di lasciare il laboratorio mezz'ora prima, anche questa parte risulterà particolarmente breve: abbiamo potuto eseguire una sola misura. Misurando le posizioni di due luci diffuse contigue e misurando la differenza tra la prima e l'ultima abbiamo potuto misurare, come descritto nella sezione sulla procedura, la differenza di lunghezza del doppietto del sodio. In tabella 5 ci sono le misure delle alternanze contigue misurate con, nell'ultima colonna, il valore di  $\lambda$  calcolato da quell'unica alternanza secondo la formula  $\Delta\lambda = m\lambda^2/(2\Delta x)$ .  $m$  indica il numero di alternanze contate tra  $x_i$  e  $x_f$ ; nella prima riga sono state contate due alternanze per via della difficoltà di individuare la condizione di luce diffusa nel mezzo in poco tempo, oltre al fatto che data la scarsa sensibilità dello strumento non avrebbe dato alcuna informazione una sola alternanza.  $\lambda^2$  indica la media tra le due lunghezze d'onda del doppietto del sodio al quadrato, ossia  $\lambda = 5.8923 \text{ m}$ .

Tabella 5: Misure delle alternanze per il doppietto del sodio

$x_i$ (m)	$x_f$ (m)	$\Delta x$ (m)	$m$	$\Delta\lambda$ (m)
0.02042	0.01745	0.000594	2	5.846E-10
0.01745	0.01603	0.000284	1	6.114E-10
0.01602	0.01456	0.000292	1	5.946E-10

I valori di  $\Delta\lambda$  sono riportati senza errore perché l'unica misura che conta è in realtà quella che tiene conto di tutte e quattro le alternanze contate, ossia della misura seguente.

$x_i$ (m)	$x_f$ (m)	$\Delta x$ (m)	$m$	$\Delta\lambda$ (m)	$\sigma_{\Delta\lambda}$ (m)
0.02042	0.01456	0.001172	4	5.9261E-10	5.1E-13

dove  $\sigma_{\Delta\lambda}$  è stata calcolata attraverso

$$\sigma_{\Delta\lambda} = \frac{m\lambda^2\sigma_{\Delta x}}{2(\Delta x)^2}$$

Verifichiamo la compatibilità con il valore teorico. Lo spettro del sodio teorico presenta come lunghezze d'onda del doppietto  $\lambda_1 = 588.996 \text{ nm}$  e  $\lambda_2 = 589.593 \text{ nm}$ , da cui  $\Delta\lambda = 5.97 \times 10^{-10} \text{ m}$ . In tal caso  $z = 8.69$ , da cui le misure non risulterebbero compatibili, nonostante la misura sembri un'ottima misura. La ragione di tale discrepanza sta nel fatto che è assai difficile su un intervallo così lungo individuare il punto in cui la luce è perfettamente diffusa o per cui le frange sono perfettamente nette, da cui l'errore  $d_{\Delta x}$  è assai sottostimato. Aumentandolo di un fattore 15, ossia considerando come intervallo di indecisione una trentina di  $\mu\text{m}$ , il che è assai più realistico, si avrebbe un errore  $\sigma_{\Delta\lambda} = 7.6 \times 10^{-12} \text{ m}$  che già darebbe  $z = 0.579$ , che riflette di più la qualità della misura. Ci rendiamo conto dell'arbitrarietà del fattore 15, che viene proposto qui solamente per dimostrare che l'errore è in realtà assai sottostimato. Purtroppo il numero di frange per cui si esce dalla condizione di luce diffusa è un parametro che dipende in larga misura dallo sperimentatore, per cui anche farci statistica non migliorerebbe di molto la qualità della stima. Lo si intenda solo come prova che la misura risulterebbe compatibile (che poi l'errore aumenti di un fattore 10, 15 o 20, tutti numeri che riflettono l'ordine di grandezza, il risultato dell'esperimento non cambia).

## 5 Conclusione

Complessivamente l'esperimento è riuscito molto bene: nella maggior parte dei casi le misure sono state assai precise, pulite e compatibili con quelle teoriche. L'analisi dati ha cercato di

tenere conto di ogni possibile errore e ciascuna considerazione ha avuto una giustificazione naturale. Qualche misura aggiuntiva avrebbe permesso una verifica ancora più precisa, anche se ci dichiariamo molto soddisfatti delle misure fatte e vediamo questo esperimento come ulteriore validazione della teorie impiegate nella sua spiegazione, senza le quali l'esperimento non sarebbe riuscito (si pensi ad esempio alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda).