

# 1 Presentazione ed analisi dei dati

## 1.1 Doppietto del sodio e misura del passo del reticolo

Veniamo ora ai dati veri e propri. Quanto alla misura dell'angolo delle due linee del doppietto del sodio, per prima cosa si è effettuata la calibrazione del piatto fino ad ottenere un  $\beta$  di 1.25 primi, largamente al di sotto del livello di accettazione (di 5 primi). In seguito a ciò sono stati campionati gli angoli sottesi da ciascuno dei due massimi del sodio al primo e secondo ordine, dati che verranno successivamente usati per verificare che il potere risolutivo calcolato per via teorica corrisponda con quello reale. Dopodiché, al fine di calcolare il passo del reticolo  $d$  come da procedura illustrata, abbiamo misurato gli angoli sottesi dai massimi del doppietto del sodio all'ordine più grande distinguibile. Questo per noi costituiva il quinto ordine sul quale abbiamo effettuato due misure a testa (per un totale quindi di sei misure), in modo da avere un numero sufficiente di misure su cui fare statistica. Essendo però il nonio di difficile lettura, forse per influenza reciproca, ci siamo accorti che tutti gli sperimentatori pur ripetendo la misura da capo giungevano allo stesso valore. Per avere maggiore indipendenza statistica abbiamo notato che, misurando il terzo, il quarto e il quinto ordine ed eseguendo in loco l'analisi dei dati già preparata, gli errori sul passo  $d$  erano tutti dello stesso ordine di grandezza, ossia di circa tre ordini di grandezza minori della misura del passo. Nello specifico l'errore tra il terzo e il quinto ordine si riduce al massimo di un fattore 3, che su questi errori relativi non incide particolarmente sul risultato. Abbiamo quindi ritenuto più significativo ripetere la misura del terzo, quarto e quinto ordine due volte a destra e due volte a sinistra, in modo da avere misure davvero indipendenti su cui fare statistica. Per il calcolo del passo attraverso la media pesata abbiamo inserito anche le misure del primo e del secondo ordine che avendo un errore molto maggiore hanno nel calcolo un peso minore, ma sono comunque utili a migliorare la precisione. I dati del primo massimo del doppietto sono visibili in tabella 1.

Tabella 1: Angoli del primo massimo del doppietto

Gradi (deg)	Primi (')	$m$	$\theta$ (rad)	$\Delta\theta$ (rad)	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_d$ (nm)
130	39.5	0	2.280	0		
120	37.5	1	2.105	0.175	3.3808	16
110	13	2	1.924	0.357	3.3729	7.4
99	4	3	1.729	0.551	3.3730	4.5
86	21	4	1.507	0.773	3.3728	2.8
69	50	5	1.219	1.062	3.3729	1.5
99	3	3	1.729	0.552	3.3714	4.5
86	21.5	4	1.507	0.773	3.3734	2.8
69	50.5	5	1.219	1.061	3.3732	1.6
162	14	-3	2.832	0.551	3.3746	4.5
174	57	-4	3.053	0.773	3.3739	2.8
191	25.5	-5	3.341	1.061	3.3748	1.6
162	13	-3	2.831	0.551	3.3762	4.5
174	55	-4	3.053	0.772	3.3759	2.9
191	24	-5	3.341	1.060	3.3756	1.6

Le prime due colonne riportano la misura diretta in gradi e primi dell'angolo del massimo e  $m$  indica l'ordine del massimo considerato (è stata adottata la convenzione di indicare con numeri positivi gli ordini osservati a destra, con numeri negativi quelli osservati a sinistra;  $\Delta\theta$  sta per la differenza, in valore assoluto dell'angolo sotteso dal raggio di luce da quello centrale, riportato nella prima riga, e  $d$  indica il passo del reticolo. Infine  $\sigma_d$  indica l'errore di  $d$ , calcolato con la propagazione degli errori tenendo conto come errore la sensibilità dello strumento, non di  $0.5'$ , quella reale, ma di  $2'$  che è una stima molto più realistica di quanto erroneamente noi leggessimo il nonio dello strumento. Qui di seguito, in tabella 2, i dati del secondo massimo del doppietto, scritti con la stessa convenzione.

Tabella 2: Angoli del secondo massimo del doppietto

Gradi (deg)	Primi (°)	$m$	$\theta$ (rad)	$\Delta\theta$ (rad)	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_d$ (nm)
130	39.5	0	2.280418	0		
120	36	1	2.105	0.176	3.3759	16
110	10	2	1.923	0.358	3.3685	7.4
99	1	3	1.728	0.552	3.3717	4.5
86	17.5	4	1.506	0.774	3.3728	2.8
69	44.5	5	1.217	1.063	3.3733	1.5
99	1.5	3	1.728	0.552	3.3725	4.5
86	17	4	1.506	0.774	3.3723	2.8
69	43	5	1.217	1.064	3.3725	1.5
162	17	-3	2.832	0.552	3.3733	4.5
175	0.5	-4	3.054	0.774	3.3738	2.8
191	31	-5	3.343	1.062	3.3752	1.5
162	17	-3	2.832	0.552	3.3733	4.5
175	0	-4	3.054	0.774	3.3743	2.8
191	30	-5	3.342	1.062	3.3758	1.5

Anche se non riportiamo la tabella di compatibilità, abbiamo verificato che le misure sono tutte compatibili tra di loro (con  $z$  tra l'altro molto bassi). I risultati delle medie pesate dei passi ricavati rispettivamente dal primo e dal secondo massimo del doppietto del sodio sono esposti in tabella 3.

Tabella 3: Risultati medie pesate

$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_d$ (nm)	$\sigma_d^-$ (nm)	$\sigma_d/d$
3.37408	0.65	0.17	1.92E-04
3.37385	0.65	0.17	1.92E-04

Verifichiamone la compatibilità. Abbiamo che

$$z = \frac{d_1 - d_2}{\sqrt{\sigma_{d_1}^2 + \sigma_{d_2}^2}} = 0.249$$

da cui si deduce che le misure sono pienamente compatibili. Come misura finale del passo prendiamo quindi la media delle due e come errore l'errore massimo da cui  $d = 3.37396 \pm 0.00065 \mu\text{m}$ .

## 1.2 Spettro del mercurio

Forti della nostra misura, calcolata con notevole precisione, passiamo ora alla misura dello spettro del mercurio. Per ottenere misure indipendenti di ogni massimo osservato abbiamo, come per il doppietto del sodio, usato i massimi dei due o tre ordini più esterni visibili. Anche qui il nostro procedimento è giustificato dal fatto che gli errori sono dello stesso ordine di grandezza. Variando le condizioni dell'esperimento durante l'esecuzione (grande ruolo hanno giocato le variazioni di luce nell'ambiente circostante) non sempre le misure erano ripetibili più volte, oppure capitava che non sempre gli ordini visibili a destra fossero visibili anche a sinistra. Si è adottato caso per caso il procedimento che trovava il miglior compromesso tra indipendenza delle misure e massima riduzione dell'errore, condizioni sperimentali permettendo. I massimi distintamente visibili per più ordini che siamo riusciti a misurare sono 9, a ciascuno dei quali abbiamo dato un nome. Qui di seguito la misura dei loro angoli e la deduzione della loro lunghezza d'onda attraverso la formula citata  $d \sin \theta = k\lambda$ . L'errore di  $\lambda$  si trova propagando questa formula.

Tabella 4: Misure dello spettro del mercurio

Gradi (deg)	Primi (')	m	$\theta$ (rad)	$\lambda$ (m)	$\lambda$ (nm)	$\sigma_\lambda$ (nm)
Viola interno						
116	46	2	2.038	4.0478E-07	404.78	1.35
109	34	3	1.912	4.0457E-07	404.57	0.87
101	59	4	1.780	4.0463E-07	404.63	0.61
144	32	-2	2.523	4.0478E-07	404.78	1.35
151	44	-3	2.648	4.0457E-07	404.57	0.87
Viola esterno						
116	40	2	2.036	4.0764E-07	407.64	1.35
144	39	-2	2.525	4.0812E-07	408.12	1.35
151	54	-3	2.651	4.0762E-07	407.62	0.87
109	23	3	1.909	4.0792E-07	407.92	0.87
Blu						
107	51	3	1.882	4.3582E-07	435.82	0.86
99	33	4	1.737	4.3569E-07	435.69	0.60
153	27	-3	2.678	4.3582E-07	435.82	0.86
161	46	-4	2.823	4.3590E-07	435.90	0.60
99	32	4	1.737	4.3590E-07	435.90	0.60
Verde interno						
113	41	2	1.984	4.9229E-07	492.29	1.33
104	42	3	1.827	4.9213E-07	492.13	0.84
147	37	-2	2.576	4.9229E-07	492.29	1.33
156	37	-3	2.733	4.9243E-07	492.43	0.84
Verde esterno						
113	31	2	1.981	4.9698E-07	496.98	1.33
104	25	3	1.822	4.9713E-07	497.13	0.84
156	52	-3	2.738	4.9684E-07	496.84	0.84
147	47	-2	2.579	4.9698E-07	496.98	1.33
Verde giallo						
101	36	3	1.773	5.4610E-07	546.10	0.82
90	18	4	1.576	5.4612E-07	546.12	0.54
159	41	-3	2.787	5.4582E-07	545.82	0.82
171	0	-4	2.985	5.4612E-07	546.12	0.54
90	19	4	1.576	5.4594E-07	545.94	0.54
Giallo interno						
110	39	2	1.931	5.7698E-07	576.98	1.31
99	47	3	1.742	5.7699E-07	576.99	0.80
87	30	4	1.527	5.7687E-07	576.87	0.52
161	31	-3	2.819	5.7699E-07	576.99	0.80
173	48.5	-4	3.034	5.7696E-07	576.96	0.52

Gradi (deg)	Primi (')	m	$\theta$ (rad)	$\lambda$ (m)	$\lambda$ (nm)	$\sigma_\lambda$ (nm)
Giallo esterno						
110	36	2	1.930	5.7836E-07	578.36	1.31
99	40	3	1.740	5.7896E-07	578.96	0.80
87	18	4	1.524	5.7902E-07	579.02	0.52
161	39	-3	2.821	5.7924E-07	579.24	0.80
174	0	-4	3.037	5.7902E-07	579.02	0.52
Rosso						
120	0	1	2.094	6.2354E-07	623.54	2.73
108	58	2	1.902	6.2330E-07	623.30	1.30
141	18	-1	2.466	6.2354E-07	623.54	2.73
152	20	-2	2.659	6.2330E-07	623.30	1.30

Non riportiamo la tabella di compatibilità per eccessiva dimensione ma abbiamo verificato che le misure delle lunghezze d'onda provenienti dai diversi ordini sono tutte compatibili. Per ogni lunghezza d'onda individuata si mostra ora la media pesata e il valore di  $\lambda$  più vicino dello spettrometro del mercurio teorico. Si vuole vedere se tali misure siano compatibili.

Tabella 5: Settro del mercurio misurato

Colore	$\lambda$ (m)	$\lambda$ (nm)	$\sigma_\lambda$ (m)	$\lambda_{att}$ (nm)	$I_{rel}$	z
Viola interno	4.0463E-07	404.632	3.95E-10	404.656	1800	0.0617
Viola esterno	4.078E-07	407.802	5.15E-10	407.783	150	0.0370
Blu	4.3583E-07	435.829	3.01E-10	435.833	4000	0.0142
Verde interno	4.9228E-07	492.283	5.01E-10	491.607	80	1.3481
Verde esterno	4.9698E-07	496.981	5.00E-10	497.037	5	0.1121
Verde giallo	5.4604E-07	546.037	2.74E-10	546.074	1100	0.1343
Giallo interno	5.7694E-07	576.942	3.00E-10	576.96	240	0.0591
Giallo esterno	5.7901E-07	579.006	2.99E-10	578.966	100	0.1338
Rosso	6.2334E-07	623.344	8.28E-10	623.44	80	0.1161

Le prime tre colonne riportano il risultato della media pesata, in metri e nanometri e il suo errore. La quarta colonna riporta il valore della lunghezza d'onda dello spettro teorico più vicina. La penultima riporta il valore dell'intensità relativa e la l'ultima colonna riporta la z per il test di compatibilità. Si vede subito che tutte le lunghezze d'onda calcolate sono compatibili con quelle teoriche più vicine ( $z < 1$ ), ma ce ne è una sospetta, quella del verde interno. Se andiamo a vederne le misure relative troviamo che esse si trovano tutte sopra il valore teorico della lunghezza d'onda più vicina per cui sembra che, vista anche la precisione delle altre misure, ci sia stato un errore sistematico, anche se non si riesce a fare ipotesi sull'origine. Non è probabilmente riconducibile ad una fluttuazione statistica perché le misure sono tutte al di sopra di quella teorica e hanno una piccola deviazione standard, sembrano cioè essere misure di un valore diverso, inoltre troviamo improbabile un errore sistematico sulla lettura dell'angolo in quanto per motivi di tempo le letture degli angoli venivano fatte in sequenza per tutti i massimi visibili dello stesso ordine e non per diversi ordini dello stesso massimo. Un'altra sorpresa viene dal fatto che abbiamo letto misure di lunghezze d'onda con intensità relative molto basse come ad esempio per le misure del verde esterno e del rosso, quando c'erano invece massimi con intensità teoricamente più alta che non abbiamo visto. Anche per questo non abbiamo trovato spiegazione.

### 1.3 Potere risolutivo e dispersivo

Si vuole mostrare che il potere risolutivo calcolato per via teorica permette largamente la vista distinta dei due massimi del doppietto del sodio fin dal primo ordine. Abbiamo misurato la lunghezza del reticolo con un righello trovando una misura di  $L = 24mm$ . Sapendo la misura del passo  $d$  troviamo che il nostro reticolo ha circa

$$\frac{L}{d} = 7113$$

fenditure. Possiamo confrontare questo valore con quello calcolato considerando 300 fenditure per millimetro, valore riportato sul reticolo arrivando così ad avere 7200 fenditure. Propagando l'errore sulla prima formula (consideriamo come errore su  $L$  1 mm, la sensibilità dello strumento) otteniamo un errore di circa 296 fenditure da cui troviamo che la nostra misura è pienamente compatibile.

Il potere risolutivo, calcolato attraverso la formula

$$R = mN$$

dove  $m$  è l'ordine ed  $N$  il numero di fenditure, vale 7113. Il potere risolutivo necessario a distinguere il doppietto del sodio vale invece

$$R = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_2 - \lambda_1} = 997.17$$

da cui deduciamo che il nostro reticolo era pienamente all'altezza delle misure eseguite. Quanto al potere dispersivo abbiamo che al primo ordine in linea teorica esso vale

$$D = \frac{m}{d \cos(\theta)}$$

Se come valore di  $\theta$  consideriamo la media tra l'angolo del viola interno e del rosso, angolo cui più o meno si trovano i massimi del primo ordine, troviamo che

$$\Delta\theta = D \cdot \Delta\lambda = 0.065586 \text{ rad}$$

dove  $\Delta\lambda$  è la differenza di lunghezza d'onda tra rosso e viola interno. Avendo trovato sperimentalmente  $\Delta\theta = 0.065711 \text{ rad}$  si ha che i valori sono compatibili.

## 2 Conclusione

L'esperimento se pensato come validazione del modello teorico del reticolo è complessivamente riuscito. La misura del doppietto del sodio ha dato una misura del passo del reticolo precisissima, compatibile con quella dichiarata. Pur essendo anche le misure dello spettro del mercurio assai accurate, questo è risultato largamente compatibile con quello teorico. L'unico fatto rimasto inspiegato è la presenza di tre lunghezze d'onda con intensità relativa molto bassa.