STRUTTURE RELAZIONALI, GRAFI E ORDINAMENTI

(parte 1)

Stefania Bandini

REPETITA IUVANT

Quest locuzione significa "le cose ripetute aiutano": una cosa, a forza di essere ripetuta, viene appresa da chi ascolta.

RELAZIONI BINARIE

Una *relazione binaria* R tra due insiemi S e T è un insieme di coppie ordinate $\langle x, y \rangle$ con $x \in S$ e $y \in T$: $R \subseteq S \times T$).

Relazioni binarie

Dati due insiemi non vuoti A e B (che possono eventualmente coincidere), si dice **relazione** tra A e B una qualsiasi legge che associa elementi $x \in A$ ad elementi $y \in B$.

L'insieme A è detto **insieme di partenza**. L'insieme B è detto **insieme di arrivo**.

Per indicare che un elemento $x \in A$ è in relazione con un elemento $y \in B$ tramite la relazione R si scrive: $\boldsymbol{x\,R\,y}$.

L'elemento y è detto **immagine** di x . L'elemento x è detto **controimmagine** di y.

Il **dominio** o insieme di definizione di una relazione R, è il sottoinsieme D dell'insieme di partenza A formato da tutti gli elementi di $x \in A$ che hanno almeno un'immagine $y \in B$. In simboli $D = \{x \in A \; / \; x\,R\,y \;\; \wedge \;\; y \in B\}$.

Il **codominio** o insieme immagine di una relazione R, è il sottoinsieme C dell'insieme di arrivo B costituito da tutti gli elementi y $\in$ B che sono immagini di almeno un elemento $x \in A$. In simboli $C = \{y \in B \; / \; x\,R\,y \;\; \wedge \;\; x \in A\}$.

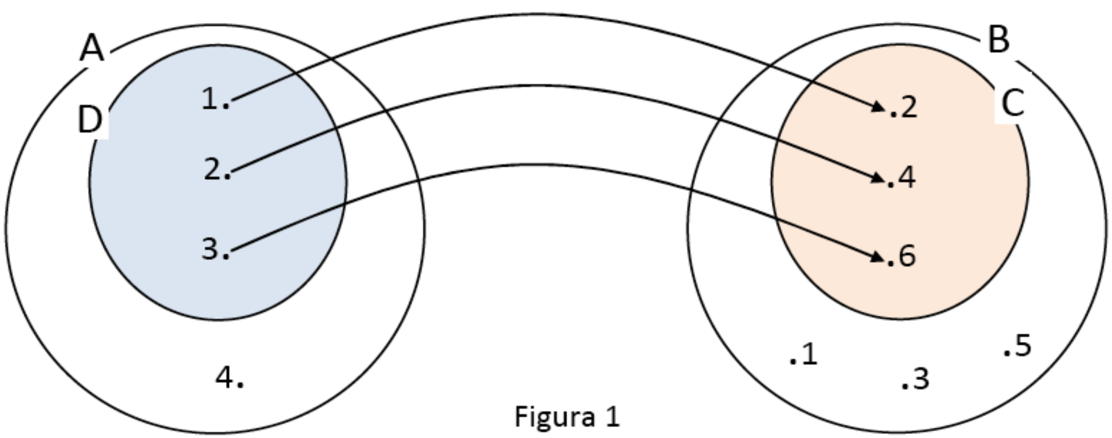


Figura 1

Esempio

Nella relazione R*:"x è la metà di y" fra gli insiemi* $A = \{1, 2, 3, 4\}$ *e* $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
il Dominio è l'insieme $D = \{\,1, 2, 3\,\}$ *, mentre il Codominio è l'insieme* $C = \{\,2, 4, 6\,\}$

Relazione inversa

Data una relazione R tra l'insieme A e l'insieme B, la relazione inversa è la relazione R^{-1} tra l'insieme B e l'insieme A. Essa si ricava invertendo l'ordine delle coppie ordinate secondo la relazione diretta R.

Esempio

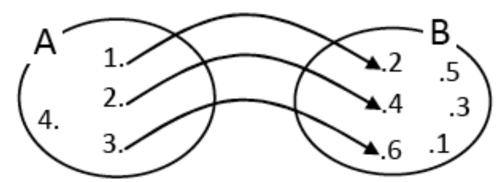
Considerando la relazione $R = \{ (1;2), (2;\ 4), (3;6) \}$, *la relazione inversa è* $R^{-1} = \{ (2;1), (4;\ 2), (6;3) \}$.

Note

Una relazione R tra due insiemi A e B è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $A \times B$.
La relazione R fra due insiemi A e B è detta **vuota** se nessun elemento di A è associato a qualche elemento di B.
La relazione **Identità** su un insieme A, è la relazione $R = \{(x;x) \ / \ x \in A\}$.
La relazione **Totale** su un insieme A, è la relazione $R = \{(x;y) \ / \ x, y \in A\}$.

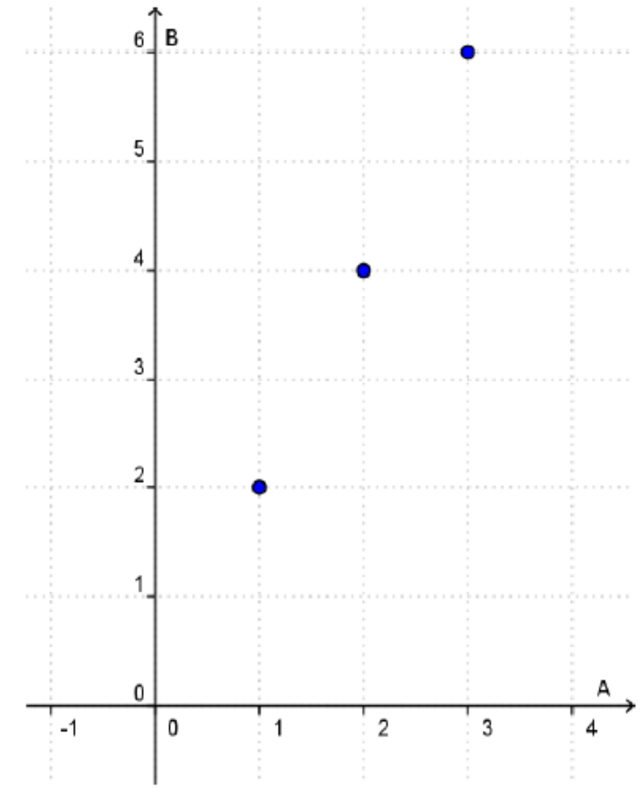
Rappresentazione di una relazione

Una relazione può essere rappresentata tramite:

Rappresentazione per elencazione	La rappresentazione per elencazione consiste nell’elencare tutte le coppie ordinate che verificano la relazione	$R = \{ (1;2),(2;\ 4),(3;6) \}$
Rappresentazione sagittale o diagramma a frecce	La rappresentazione tramite diagramma a frecce consiste nel collegare con delle frecce gli elementi dei due insiemi che verificano la relazione	

Rappresentazione tramite diagramma cartesiano

La rappresentazione tramite diagramma cartesiano consiste nel rappresentare i punti le cui coordinate sono le coppie di elementi che sono in relazione.



Rappresentazione tramite tabella a doppia entrata

La rappresentazione tramite tabella a doppia entrata consiste nel costruire una tabella avente la prima colonna formata dagli elementi dell'insieme di partenza A e la prima riga formata dagli elementi dell'insieme di arrivo B, e nell'inserire delle crocette nelle celle corrispondenti alle coppie che sono in relazione.

A\B	1	2	3	4	5	6
1		X				
2				X		
3						X
4						

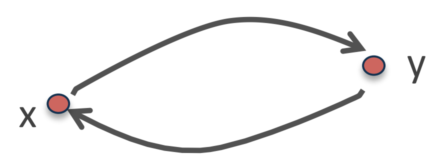
Relazioni definite in un insieme

Una relazione in cui l'insieme di partenza e l'insieme di arrivo coincidono con uno stesso insieme A, è detta **relazione in A**.

In una relazione definita in un insieme A, la rappresentazione sagittale assume un'altra forma grafica detta **grafo**.

Un grafo è costituito da punti, detti **nodi**, collegati tra loro da frecce, detti **spigoli**.

I nodi sono gli elementi dell'insieme in cui è definita la relazione e le frecce collegano gli elementi in relazione.

Tipo di relazione	Grafo	Esempio
x è in relazione con y	Si collegano i due nodi con una freccia orientata da x verso y	
x è in relazione con se stesso	Si disegna un cappio intorno al nodo x	
x è in relazione con y e y è in relazione con x	Si collegano i due nodi con frecce (x verso y e y verso x	

Proprietà fondamentali delle relazioni

Data una relazione binaria R su un insieme (dominio) S diciamo che:

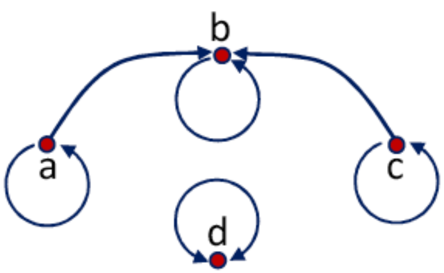
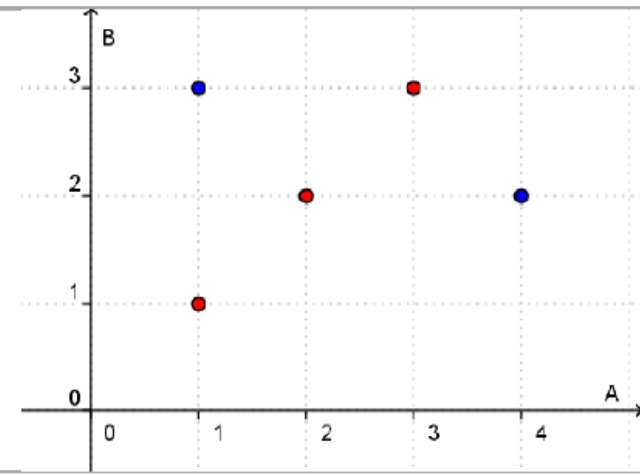
R è *riflessiva* se $\langle x, x\rangle \in R$ per ogni $x \in S$;
R è *irriflessiva* se $\langle x, x\rangle \notin R$ per ogni $x \in S$;
R è *simmetrica* se $\langle x, y\rangle \in R$ qualora $\langle y, x\rangle \in R$;
R è *asimmetrica* se $\langle x, y\rangle \in R$ implica che $\langle y, x\rangle \notin R$;
R è *antisimmetrica* se $\langle x, y\rangle \in R$ e $\langle y, x\rangle \in R$ implica $x = y$;
R è *transitiva* se $\langle x, y\rangle \in R$ e $\langle y, z\rangle \in R$ comporta che $\langle x, z\rangle \in R$.

Proprietà riflessiva

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **riflessiva** se ogni elemento di A è in relazione con se stesso. In simboli: $\forall x \in A \,,\; x\,R\,x$.

Esempi

La relazione R:”x ha la stessa età di y” è riflessiva.
La relazione R:”x è figlio di y” non è riflessiva.

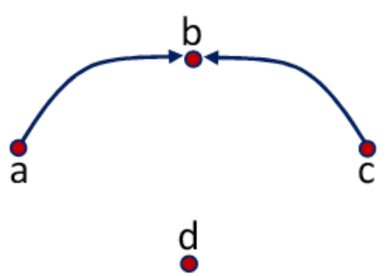
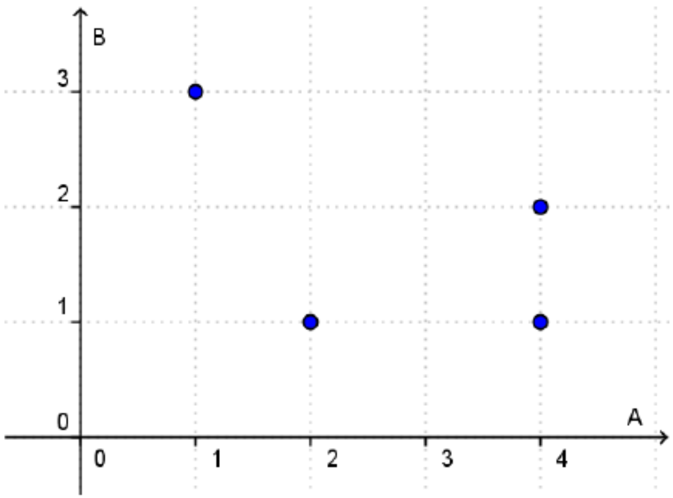
<table>
<tr><th colspan="3">Grafici della relazione riflessiva</th></tr>
<tr><th>Grafo</th><th>Tabella a doppia entrata</th><th>Diagramma cartesiano</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
<table>
<tr><th>A\B</th><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th></tr>
<tr><td>a</td><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td></td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr>
</table>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td>Ogni nodo ha un cappio</td><td>In tutte le caselle della diagonale principale c’è una crocetta</td><td>Tutti i punti della bisettrice sono contrassegnati</td></tr>
</table>

Proprietà antiriflessiva

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **antiriflessiva** se ogni elemento di A non è in relazione con se stesso. In simboli: $\forall x \in A\,,\ \ x \not{R}\ x$.

Esempi

La relazione R:”x è figlio di y” è antiriflessiva.
La relazione R:”x è divisore di y” non è antiriflessiva.

<table>
<tr><th colspan="3">Grafici della relazione antiriflessiva</th></tr>
<tr><th>Grafo</th><th>Tabella a doppia entrata</th><th>Diagramma cartesiano</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
<table>
<tr><th>A\B</th><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th></tr>
<tr><td>a</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>X</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>X</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td>Non c’è alcun cappio ai nodi</td><td>In tutte le caselle della diagonale principale non c’è la crocetta</td><td>Non sono contrassegnati i punti della bisettrice</td></tr>
</table>

Proprietà non riflessiva e non antiriflessiva

Una relazione R non riflessiva non è conseguentemente antiriflessiva. La relazione a lato non è né riflessiva né antiriflessiva.	

Proprietà simmetrica

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **simmetrica** se per ogni coppia di elementi $x, y \epsilon A$ accade che, se x è in relazione con y allora anche y è in relazione con x. In simboli: $\forall\, x, y \in A\,, \quad se\; x\, R\, y \quad \Rightarrow \quad y\, R\, x\,.$

Esempi

La relazione R:"x è fratello di y" è simmetrica.
La relazione R:"x è figlio di y" non è simmetrica.

Grafici della relazione simmetrica

Grafo

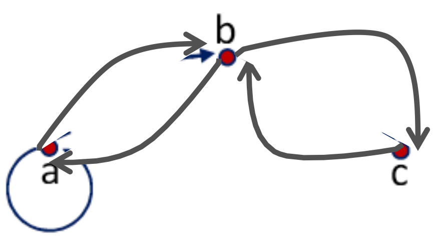
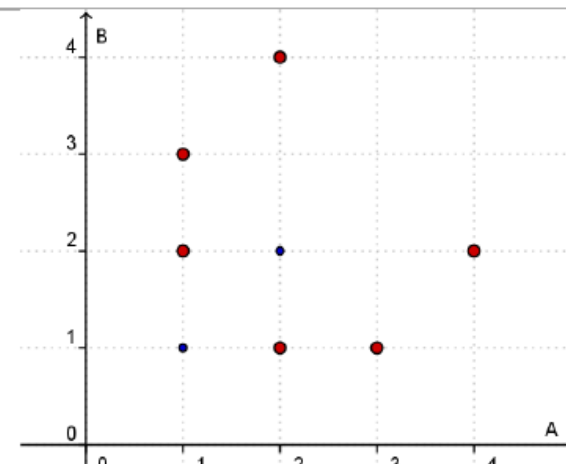


Tabella a doppia entrata

A\B	a	b	c	d
a		X		X
b	X	X		
c			X	
d	X			

Per ogni cella contrassegnata, risulta contrassegnata la cella ad essa simmetrica rispetto alla diagonale p.

Diagramma cartesiano



Per ogni punto contrassegnato, risulta anche contrassegnato il suo simmetrico rispetto alla bisettrice

Proprietà antisimmetrica

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **antisimmetrica** se per ogni coppia di elementi diversi $x, y \in A$ accade che, se x è in relazione con y allora y non è in relazione con x.

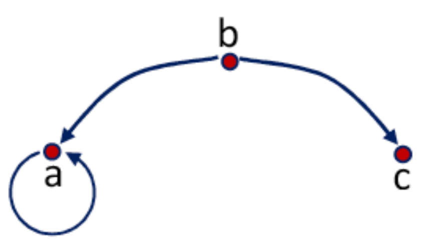
In simboli: $\forall\, x, y \in A \;\; con \;\; x \neq y, \quad se \;\; x\, R\, y \quad \Rightarrow \quad y \not{R}\, x$.

Esempi

La relazione R:"x è figlio di y" è antisimmetrica.
La relazione R:"x è fratello di y" non è antisimmetrica.

Grafici della relazione antisimmetrica

Grafo



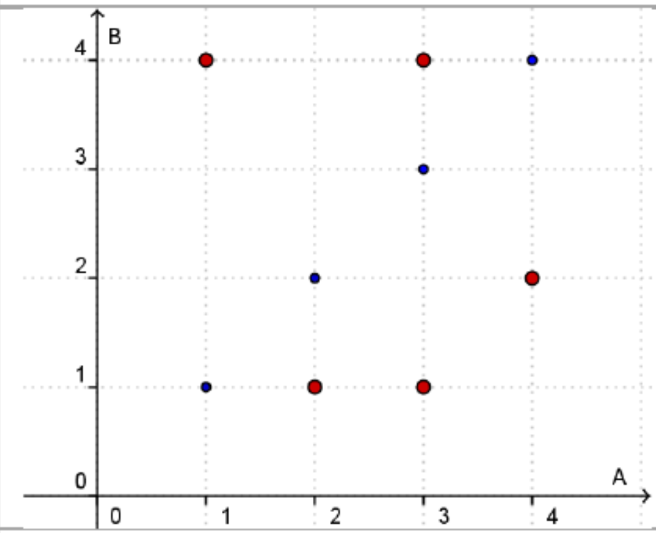
Ogni freccia è dotata di una sola punta

Tabella a doppia entrata

A\B	a	b	c	d
a		X		X
b		X		
c		X	X	
d				

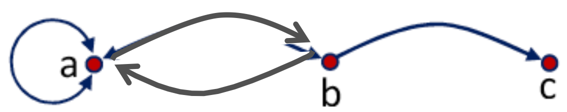
Per ogni cella contrassegnata non risulta contrassegnata la cella ad essa simmetrica rispetto alla diagonale p.

Diagramma cartesiano



Per ogni punto contrassegnato, non risulta contrassegnato il suo simmetrico rispetto alla bisettrice

Proprietà non simmetrica e non antisimmetrica

Una relazione non simmetrica non è conseguentemente antisimmetrica. La relazione a lato non è né simmetrica né antisimmetrica. *Esempio: a ama b e b ama a; b ama c ma c non ama b.*	

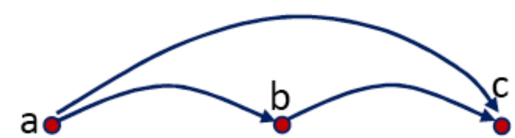
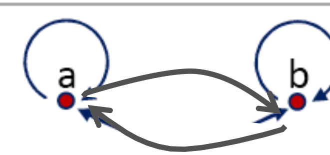
Proprietà transitiva

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **transitiva** se per ogni terna di elementi $x, y, z \in A$ accade che, se x è in relazione con y e y è in relazione con z, allora anche x è in relazione con z.
In simboli: $\forall\, x, y, z \in A\,,\quad se\; x\,R\,y \;\wedge\; y\,R\,z \quad\Rightarrow\quad x\,R\,z\,.$

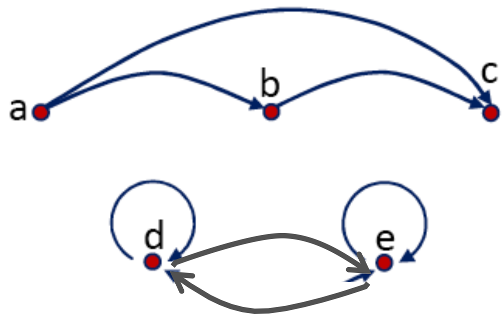
Esempi

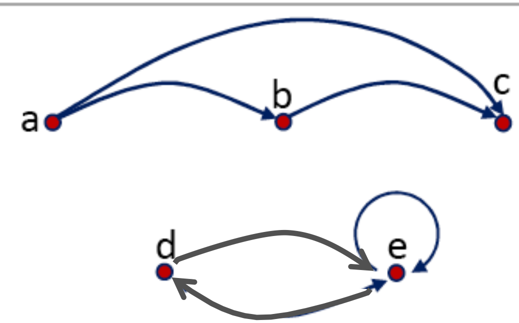
La relazione R:"x è fratello di y" è transitiva.
La relazione R:"x è figlio di y" non è transitiva.

L'unica rappresentazione che da informazioni evidenti sulla transitività di una relazione è il grafo.

Grafo della proprietà transitiva	
Una relazione è transitiva se il suo grafo soddisfa le seguenti condizioni:	
1. ogni qualvolta che da un nodo **a** parte una freccia diretta verso un nodo **b** e da quest'ultimo parte un'altra freccia diretta verso un nodo **c**, allora deve esistere una freccia che parte dal primo nodo **a** diretta verso il terzo nodo **c**	
2. ogni qualvolta ci sono due nodi collegati entrambi i nodi devono essere dotati di cappio.	

FONDAMENTI DELL’INFORMATICA

<table>
<tr><th colspan="2">Relazioni transitive</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Relazioni non transitive</th></tr>
<tr>
<td>La relazione non è transitiva perché:
$a\,R\,b$ e $b\,R\,c$ ma $a \not{R} c$
Infatti la freccia non è diretta dal nodo a verso il nodo c</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>La relazione non è transitiva perché:
$d\,R\,e$ e $e\,R\,d$ ma $d \not{R} d$</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Proprietà di connessione

Una relazione R, definita in un insieme non vuoto A, è **connessa** se comunque scelti due elementi distinti $x, y \in A$, accade che o $x\,R\,y$ oppure che $y\,R\,x$. In simboli: $\forall\, x, y \in A,\ con\ x \neq y \quad \Rightarrow \quad x\,R\,y \ \vee\ y\,R\,x$.

Relazioni

Sia A un insieme tale che A = {marco,luca,giulio,sara,chiara).

Sia AmicoDi $\subseteq$C una relazione definita estensionalmente come segue:
AmicoDi = {<luca,giorgio>, <giorgio,luca><luca,eva>,<eva,luca>, <eva,anna>, <anna,eva>}

Si rappresenti AmicoDi con una matrice booleana e si indichino le proprietà della relazione.

AmicoDi è una relazione di equivalenza? (motivare la risposta spiegando, se lo è, per quale ragione può essere considerata una relazione di equivalenza e, se non lo è, come dovrebbe essere trasformata per essere una relazione di equivalenza)

La relazione è simmetrica. Non è una relazione di equivalenza, per esserlo dovrebbe essere anche riflessiva e transitiva.

Esempio 1. • **Proprietà di relazioni**

1. La relazione "essere sposati con" sull'insieme U degli esseri umani non è riflessiva, è simmetrica, non è transitiva.

2. La relazione "essere figlio di" sull'insieme U degli esseri umani non è riflessiva, non è simmetrica (è asimmetrica), non è transitiva.

3. La relazione "essere avo di" sull'insieme U degli esseri umani non è riflessiva, non è simmetrica (è asimmetrica), è transitiva.

4. $R = \{\langle x, y\rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \neq y\}$, R è la relazione di diseguaglianza ed è irriflessiva, non è transitiva, è simmetrica.

5. $R = \emptyset \subseteq S \times S$ è la relazione vuota sull'insieme S. R non è riflessiva, poiché $\langle x, x\rangle \notin R$, per tutti gli elementi di S.

Proposizione 1. *Siano R ed R' relazioni su S,*

1. se R è riflessiva anche R^{-1} è riflessiva;

2. R è riflessiva sse $\overline{R}$ è irriflessiva;

3. se R ed R' sono riflessive anche $R \cup R'$ e $R \cap R'$ sono riflessive.

Indichiamo con $\Im_S$ la *relazione di uguaglianza* o *identità* su un generico insieme S:

$$\Im_S = \{\langle x, x\rangle | x \in S\}$$

$\Im_S$ è riflessiva e il suo complemento $\overline{\Im_S}$ è irriflessiva.

Proprietà di relazioni

Proposizione 2. *Siano R ed R' relazioni su S,*

1. *R è simmetrica sse $R = R^{-1}$;*
2. *se R è simmetrica anche R^{-1} e $\overline{R}$ sono simmetriche;*
3. *R è antisimmetrica sse $R \cap R^{-1} \subseteq \Im_S$;*
4. *R è asimmetrica sse $R \cap R^{-1} = \emptyset$;*
5. *se R ed R' sono simmetriche anche $R \cup R'$ e $R \cap R'$ sono simmetriche.*

Proposizione 3. *Siano R ed R' relazioni su S, se R ed R' sono transitive anche $R \cap R'$ è transitiva.*

RELAZIONI *n*-ARIE

Una relazione n-aria su un insieme S è un sottoinsieme di S^n, $n \geq 1$. Se $n = 1$ la relazione R su S si dice *unaria*.

Se $n = 2$ la relazione R su S si dice *binaria*.

Se $n = 3$ la relazione R su S si dice *ternaria*.

$\ldots$

TABELLE E MATRICI BOOLEANE

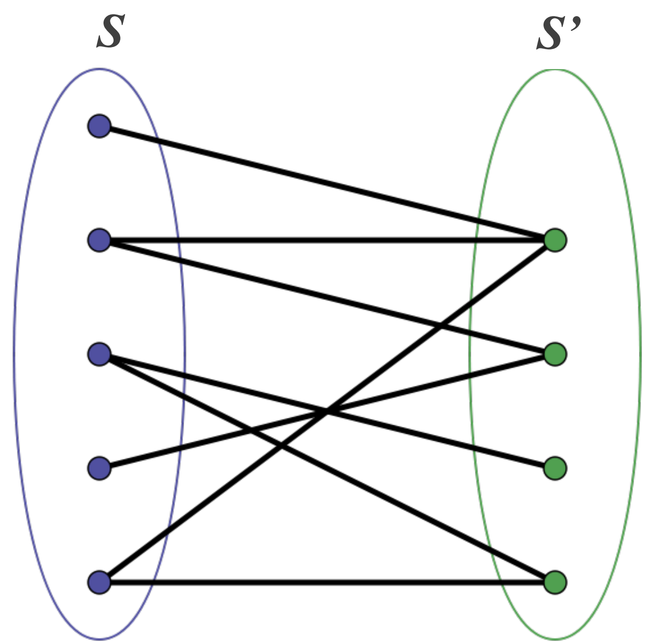
Le relazioni n-arie vengono di solito visualizzate mediante *tabelle* a n colonne. Se la relazione R è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n$, la colonna i-esima della tabella che la rappresenta conterrà gli elementi dell'insieme S_i che fanno parte di n-uple per cui la relazione R vale.

La seguente tabella rappresenta una parte della relazione ternaria che associa a un certo insieme di persone il relativo anno di nascita e la nazione di origine.

Giorgio	1946	Italia
Giulio	1952	Italia
Harry	1972	USA
Wolfgang	1989	Germania
...	...	...

GRAFI BIPARTITI

Sia R un relazione su $S \times S'$. Un grafo bipartito viene visualizzato elencando gli elementi dei due insiemi e collegando con frecce (che vanno da elementi del primo insieme ad elementi del secondo) quelle coppie di elementi che sono in R.

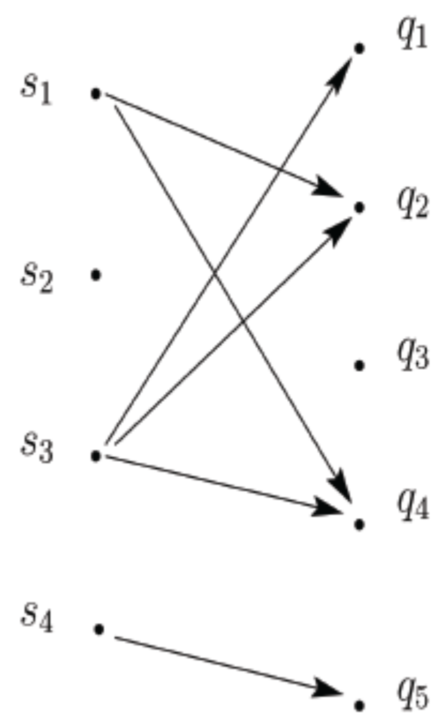


GRAFI BIPARTITI

Esempio

Siano dati due insiemi; $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ e $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$. Sia data la relazione binaria G su $S \times Q$

$$\{\langle s_1, q_2\rangle, \langle s_1, q_4\rangle, \langle s_3, q_2\rangle, \langle s_3, q_4\rangle, \langle s_3, q_1\rangle, \langle s_4, q_5\rangle\}$$

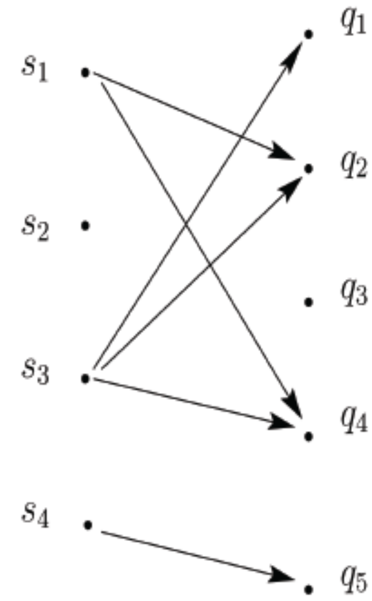


RAPPRESENTAZIONE TABELLARE DI RELAZIONI BINARIE

Esempio

La stessa relazione dell'esempio precedente può essere rappresentata mediante la seguente tabella

s_1	q_2
s_1	q_4
s_3	q_2
s_3	q_4
s_3	q_1
s_4	q_5



MATRICI BOOLEANE

Una relazione binaria può anche essere rappresentata mediante una *matrice booleana* a valori in $\{0,1\}$.

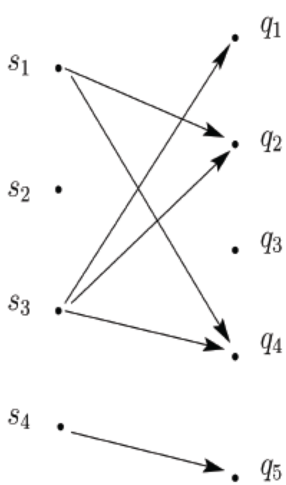
Siano $S = \{s_1, s_2, \ldots s_n\}$ e $T = \{t_1, t_2, \ldots t_m\}$ due insiemi finiti rispettivamente di cardinalità n ed m. Sia $R \subseteq S \times T$. La *matrice booleana* M_R *associata* a R ha n righe ed m colonne (che corrispondono rispettivamente agli n elementi di S e agli m elementi di T), e gli elementi sono così definiti

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{sse } \langle s_i, t_j \rangle \in R \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

MATRICI BOOLEANE

Esempio

La matrice booleana M_R associata alla relazione *R* introdotta precedentemente ha 4 righe (n = 4) e 5 colonne (m = 5) ed è la seguente



s_1	q_2
s_1	q_4
s_3	q_2
s_3	q_4
s_3	q_1
s_4	q_5

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

MATRICI BOOLEANE

Proprietà di $\mathbf{M}_R$

Sia *R* una relazione su *S*.

1. R *è riflessiva sse* M_R *ha tutti* 1 *sulla diagonale principale;*
2. R *è irriflessiva sse* M_R *ha tutti* 0 *sulla diagonale principale;*
3. R *è simmetrica sse* M_R *è una matrice simmetrica;*
4. R *è asimmetrica sse in* M_R *si ha che se* $m_{ij} = 1$, *per* $i \neq j$, *allora* $m_{ji} = 0$.

MATRICI BOOLEANE

Proprietà di $\mathbf{M}_R$

Sia *R* una relazione su *S*.

1. $M_{\overline{R}}$ *è costituita dai seguenti elementi*

$$\overline{m}_{ij} = \begin{cases} 1 & \textit{sse } m_{ij} = 0 \\ 0 & \textit{sse } m_{ij} = 1 \end{cases}$$

2. $M_{R^{-1}}$ *è la trasposta di* M_R.

MATRICI BOOLEANE

Sia $S = \{a, b, c\}$, $R = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle c, c\rangle\}$.

$$M_R = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

R non è nè riflessiva, nè simmetrica. Sia $R' = R \cup \{\langle b, b\rangle\}$.

$$M_{R'} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

R' è riflessiva, non è simmetrica. Sia $R'' = \{\langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$.

$$M_{R''} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

R'' è la relazione di uguaglianza $\Im_S$ e $M_{R''}$ è la matrice identità.

OPERAZIONI SU MATRICI BOOLEANE

Siano $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ due matrici booleane di dimensioni $n \times m$. $A \sqcup B = C$ è il *join* di A e B, dove C è una matrice booleana i cui elementi sono

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } a_{ij} = 1 \text{ o } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{se } a_{ij} = 0 \text{ e } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

$A \sqcap B = C$ è il *meet* di A e B, dove C è una matrice booleana i cui elementi sono

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } a_{ij} = 1 \text{ e } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{se } a_{ij} = 0 \text{ o } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

$\sqcup$ e $\sqcap$ sono operazioni commutative, associative e distributive.

PRODOTTO BOOLEANO

Siano $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ due matrici booleane rispettivamente di dimensioni $n \times m$ e $m \times p$. Definiamo $A \odot B = C$ il *prodotto booleano* di A e B, dove C è una matrice booleana di dimensioni $n \times p$ i cui elementi sono

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } a_{ik} = 1 \text{ e } b_{kj} = 1 \text{ per qualche } k, 1 \leq k \leq m \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. $\odot$ *è associativa, ma non commutativa.*

COMPOSIZIONE DI RELAZIONI

Data una relazione R_1 su $S \times T$ e una relazione R_2 su $T \times Q$ si può definire una nuova relazione $R_2 \circ R_1$ su $S \times Q$ come segue

$$\langle a, c \rangle \in R_2 \circ R_1 \text{ sse esiste un } b \in T \text{ tale che } \langle a, b \rangle \in R_1 \text{ e } \langle b, c \rangle \in R_2.$$

La relazione $R_2 \circ R_1$ è detta *composizione* di R_1 e R_2.

Si può facilmente verificare che se M_{R_1} è la matrice booleana associata alla relazione R_1, e M_{R_2} è la matrice booleana associata alla relazione R_2, allora

$$M_{R_2 \circ R_1} = M_{R_1} \odot M_{R_2}$$

dove $\odot$ è il prodotto booleano

In generale $R_2 \circ R_1 \neq R_1 \circ R_2$.

Esempio

Siano $S = \{a, b\}$, $R_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, b\rangle\}$ e $R_2 = \{\langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$, avremo:

$$R_1 \circ R_2 = \{\langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$$

mentre

$$R_2 \circ R_1 = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}.$$

2. RELAZIONI

Siano A = {1,3,7,9} e B = {1,2,3,4,5,6,7,9}.

- Rappresentare estensionalmente la relazione R ={<x, y> ∈ A x B | y = succ(x) }
  - {<1,2>,<3,4>}
- Disegnare il grafo bipartito che rappresenta la relazione R e dire se la relazione R è una funzione.
  - R è una funzione (anche se parziale)
- Definire una estensione R' di R tale che R' ={<x, y> ∈ A x B | y = succ(x) or y = succ(succ(x)) }
  - {<1,2>,<3,4>,<1,3>,<3,5>,<7,9>}

STRUTTURE RELAZIONALI, GRAFI E ORDINAMENTI

(parte 1)

END