

## Análisis y solución Operación Fuego de Quasar

### Planteamiento del problema:

Se da como referencia, 3 ubicaciones en términos de X e Y en un plano cartesiano, y con estas, se debe hallar la posición en X y Y de un cuarto objeto.

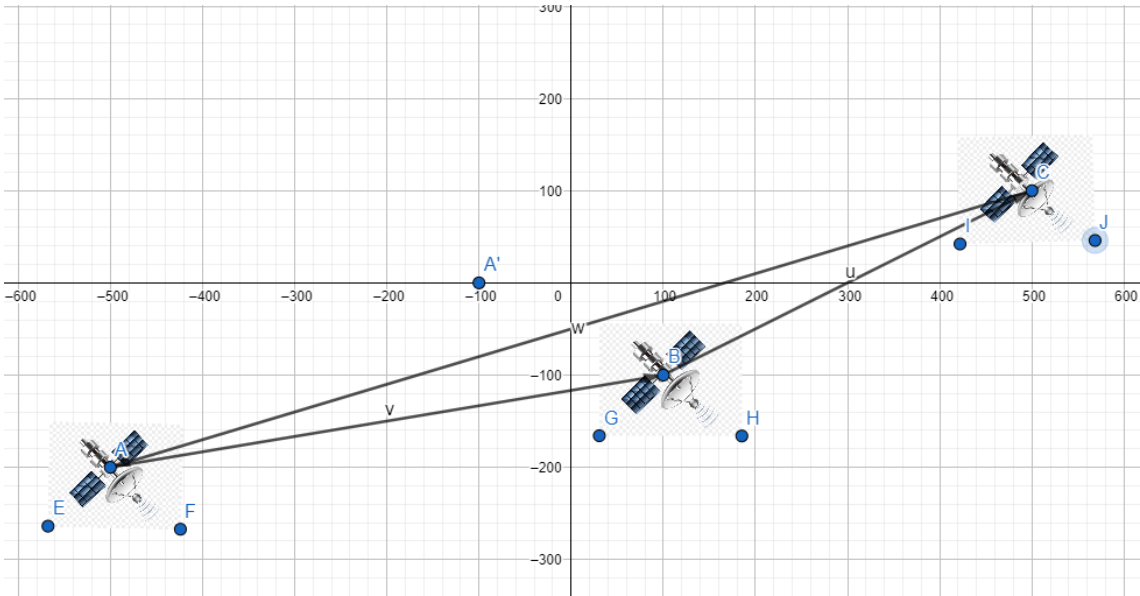
Satélite	Ubicación	Distancia del objetivo
Kenobi	$[-500, -200]$	$d(\text{kenobi})$
Skywalker	$[100, -100]$	$d(\text{Skywalker})$
Sato	$[500, 100]$	$d(\text{Sato})$

Las distancias de la nave son capturadas por cada satélite en cuanto la nave entra en el plano.

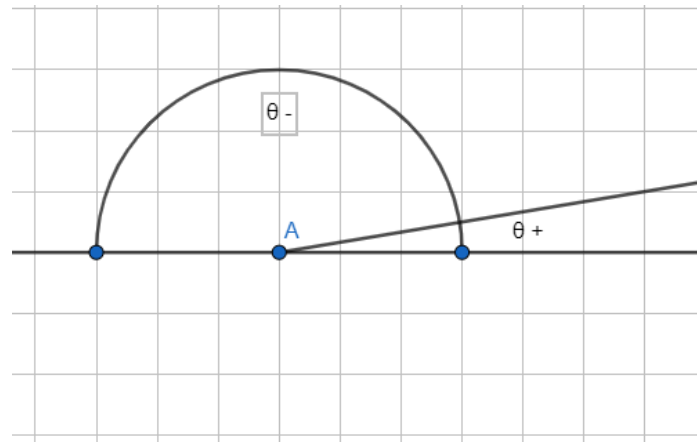
Con la información proporcionada, se puede verificar que mediante operaciones con triángulos y vectores, se puede obtener la información requerida.

### Planteamiento de la solución analítica:

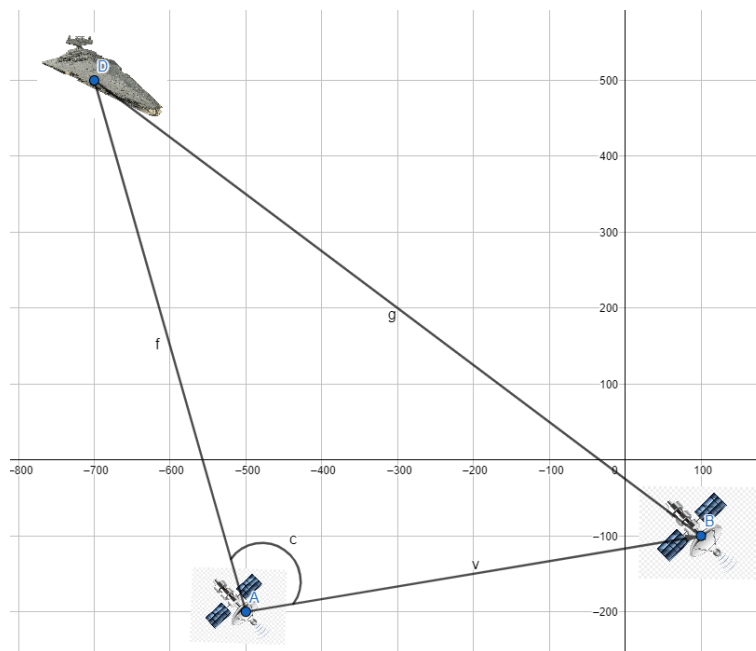
Con las posiciones de los satélites, es posible formar vectores entre cada par, de la siguiente manera:



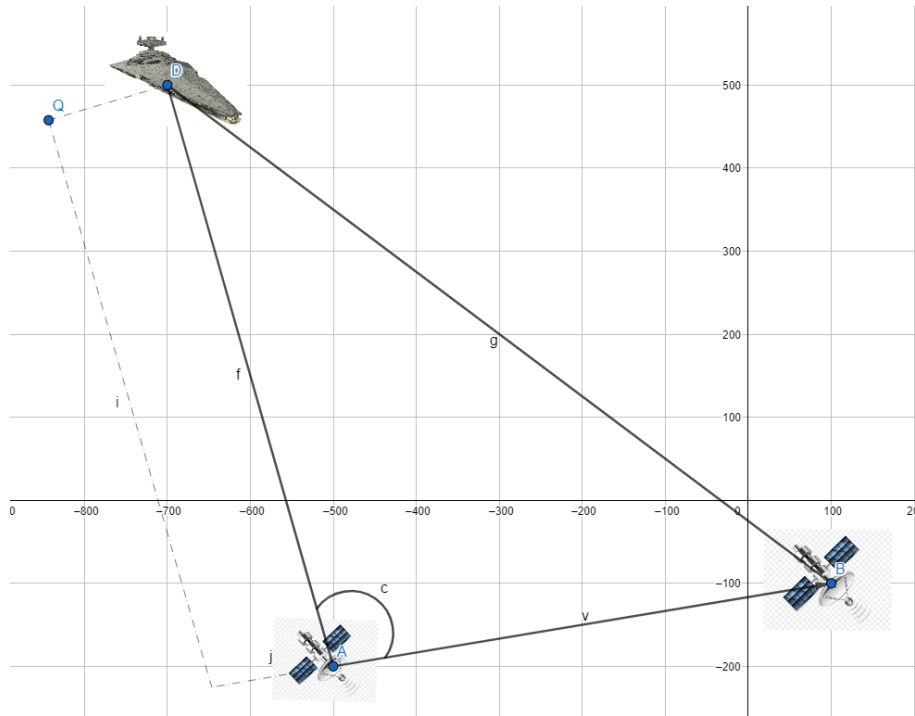
Cada vector, tendrá por sí solo, una dirección (positiva o negativamente tanto en x como en y) y formara un ángulo con respecto al eje x:



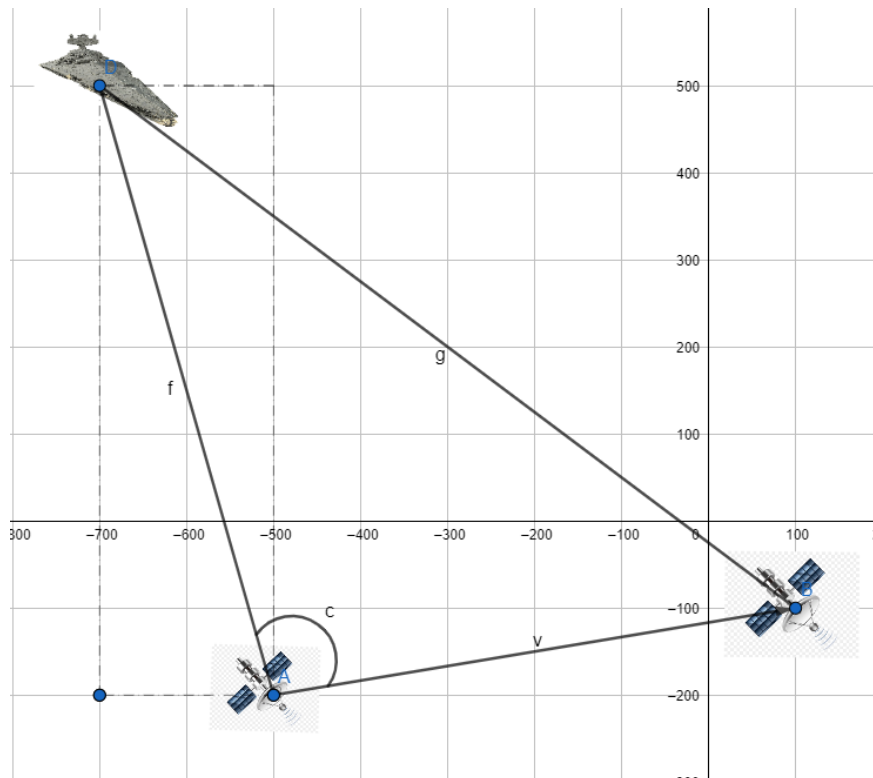
Ahora, con el mismo vector, y ubicando la nave en el plano, podemos formar un triángulo, y tomando como solo referencia la ubicación de uno de los satélites, formaremos un ángulo:



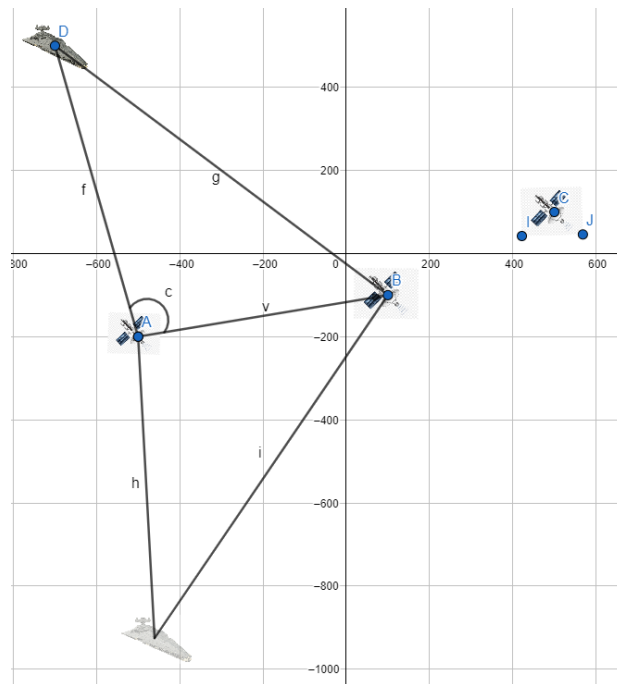
Por medio de la teoría del coseno, y con formulas de los ángulos, podremos saber la posición relativa del objeto, en términos de X y Y, pero dado que el triángulo no está alineado con el eje X, las posiciones nos darán en función de la normal del triángulo:



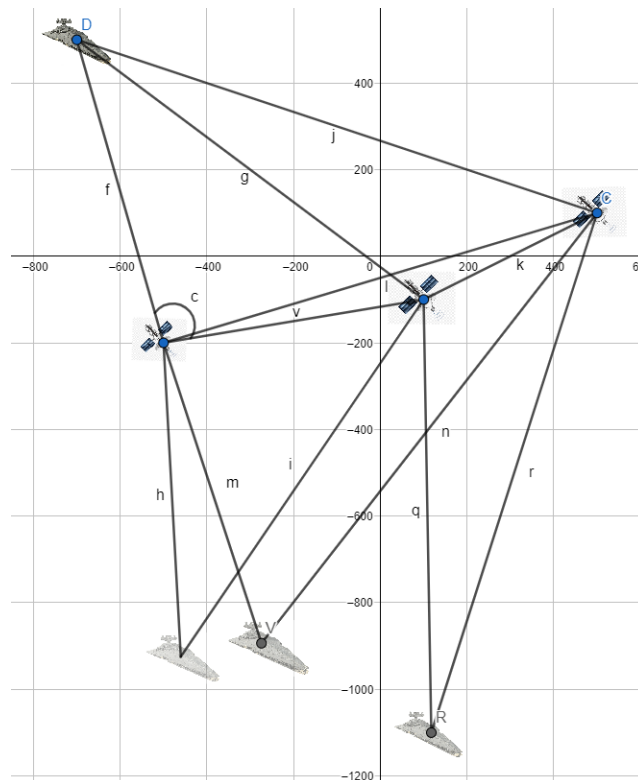
Para compensar este valor, se usará en la fórmula de posición, el ángulo encontrado con el vector formado por los 2 satélites, en conjunto con el ángulo formado en el triángulo, lo que resultaría la posición correcta de la nave:



Ahora hay que tener en cuenta que la nave podría estar en el lado exactamente contrario, por lo que es necesario sacar los mismos cálculos, pero con el ángulo negativo formado entre los satélites:



Si aplicamos el mismo trabajo en cada par de satélites, obtendremos un total de 6 triángulos, de los cuales 3 serán los mismos y 3 darán posiciones falsas de la nave:



Con esto, podremos obtener la posición exacta de la nave.

## Solución práctica:

Tenemos los siguientes datos, y ubicaremos la nave con las siguientes distancias:

Satélite	Ubicación	Distancia del objetivo
Kenobi	[-500, -200]	921.95
Skywalker	[100, -100]	424.26
Sato	[500, 100]	509.9

Para este caso y con el fin de no agotar al lector, se usaran solo 2 vectores, entre el satélite kenobi-skywalker y skywalker-sato. El tercero solo serviría a modo de verificación.

Tomamos el primer vector y sacamos sus datos:

$$KS = [100 - (-500), -100 - (-200)]$$

$$KS = [600, 100]$$

Sacamos su magnitud (o distancia):

$$|KS| = \sqrt{600^2 + 100^2} = 608.27$$

Sacamos su ángulo positivo y negativo con respecto a x:

$$KS_{\theta+} = \tan^{-1}\left(\frac{100}{600}\right) = 0.1651$$

$$KS_{\theta-} = \pi - 0.1651 = 2.9764$$

\*Los términos se calcularon en degradianes, para mayor precisión.

Mediante esto, tendremos los siguientes datos del triangulo formado:

Vector	Distancia del objetivo
Kenobi-nave (KN)	921.95
Skywalker-nave (SN)	424.26
Kenobi-Skywalker (KS)	608.27

Ya que queremos saber la posición con respecto al satélite Kenobi, aplicaremos la fórmula del coseno con respecto a ese satélite y su ángulo:

$$KN_{\theta} = \cos^{-1}\left(\frac{424.26^2 - 921.95^2 - 608.27^2}{-2 * 921.95 * 608.27}\right)$$

$$KN_{\theta} = 0.3838$$

Calculamos la posición relativa en X y Y de la nave con respecto al satélite Kenobi y teniendo en cuenta la desviación con respecto al ángulo formado por KS:

$$\begin{aligned}KN_x &= 921.95 * \cos(0.3838 + 0.1651) = 786.5145 \\KN_y &= 921.95 * \sin(0.3838 + 0.1651) = 481.0266\end{aligned}$$

Ahora calculamos con el valor del ángulo negativo:

$$\begin{aligned}KN_x &= -(921.95 * \cos(0.3838 + 2.9764)) = 900.0079 \\KN_y &= 921.95 * \sin(0.3838 + 2.9764) = -199.94\end{aligned}$$

Ya que el vector KS (Kenobi-skywalker) es positivo tanto en X como en Y, no se hace ninguna transformación a los valores.

Sacamos las 2 posiciones generadas basadas en la posición real del satélite Kenobi:

$$\begin{aligned}N \rightarrow K_{pos1} &= [-500 + (786.5145), -200 + (481.0266)] = [286.5145, 281.0266] \\N \rightarrow K_{pos2} &= [-500 + (900.0079), -200 + (-199.94)] = [400.0079, -399.94]\end{aligned}$$

Sacamos los mismos datos con respecto al siguiente vector (skywalker-sato):

$$KS = [500 - 100, 100 - (-100)]$$

$$KS = [400, 200]$$

$$|KS| = \sqrt{400^2 + 200^2} = 447.2135$$

$$KS_{\theta+} = \tan^{-1}\left(\frac{200}{400}\right) = 0.4636$$

$$KS_{\theta-} = \pi - 0.3217 = 2.6779$$

Datos del triangulo formado:

Vector	Distancia del objetivo
Skywalker-nave (SN)	424.26
Sato-nave (TN)	509.9
Skywalker-Sato (ST)	447.2135

Angulo:

$$SN_{\theta} = \cos^{-1}\left(\frac{509.9^2 - 424.26^2 - 447.2135^2}{-2 * 424.26 * 447.2135}\right)$$

$$SN_{\theta} = 1.249$$

Calculamos la posición relativa en X y Y de la nave con respecto al satélite Skywalker:

$$\begin{aligned}SN_x &= 424.26 * \cos(1.249 + 0.4636) = -59.9602 \\SN_y &= 424.26 * \sin(1.249 + 0.4636) = 420.0015\end{aligned}$$

Ahora calculamos con el valor del ángulo negativo:

$$\begin{aligned}SN_x &= 424.26 * -\cos(1.249 + 2.6779) = 300.0243 \\SN_y &= 424.26 * \sin(1.249 + 2.6779) = -299.9698\end{aligned}$$

Ya que el vector ST (Skywalker-Sato) es positivo tanto en X como en Y, no se hace ninguna transformación a los valores.

Sacamos las 2 posiciones generadas basadas en la posición real del satélite Skywalker:

$$\begin{aligned}N \rightarrow S_{pos1} &= [100 + (-59.9602), -100 + (420.0015)] = [40.0398, 320.0015] \\N \rightarrow S_{pos2} &= [100 + (300.0243), -100 + (-299.9698)] = [400.0243, -399.9698]\end{aligned}$$

Comparamos los 2 pares de posiciones obtenidos con KS contra los 2 pares obtenidos de ST:

Posicion (x, y)	Posicion (x, y)	Resultado(x, y)
286.5145, 281.0266	40.0398, 320.0015	246.4747, -38.9749
286.5145, 281.0266	400.0243, -399.9698	-113.5098, 680.9964
400.0079, -399.94	40.0398, 320.0015	359.9681, -719.9415
400.0079, -399.94	400.0243, -399.9698	-0.0164, 0.0298

Dado que el resultado que más se aproxima a (0, 0) es el cuarto, se hace un promedio entre las 2 posiciones para dar un solo resultado:

$$N = [prom(400.0079, 400.0243), prom(-399.94, -399.9698)]$$

$$N = [400.0161, -399.9549]$$

La nave esta aproximadamente en la posición **[400.0161, -399.9549]** del plano.

### Bibliografía:

<https://www.youtube.com/watch?v=AR1JFsLQUJM>

<https://www.matesfacil.com/BAC/trigonometria/teorema/coseno/teorema-del-coseno-ejemplos-ejercicios-problemas-resueltos-aplicacion-triangelos-lados-angulo-demostracion-trigonometria.html>