Exercício Teórico - Análise de Complexidade

1- a) Mostre que a função $5n^2 + n$ é $O(n^2)$.

Seja $g(n) = n^2$ e $f(n) = 5n^2 + n$, teremos que:

$f(n) \leq c\, g(n) \Rightarrow 5n^2 + n$, e como $n^2 \geqslant n$, teremos que

$5n^2 + n \geqslant 5n^2 + n^2 = 6n^2$, ou seja, para $c \geqslant 6$, temos que a função é $O(n^2)$, como queríamos provar.

b) $f(n) = 2n^4 + 2n^2$ é $\Omega(n^4)$.

Seja $g(n) = n^4$, teremos que:

$f(n) \geqslant c\, g(n) \Rightarrow f(n) = 2n^4 + 2n^2 \geqslant 2n^4 \geqslant cn^4$, ou seja, para $c \leqslant 2$.

c) $f(n) = 2^{n+1}$,

Seja $g(n) = 2^n$, teremos que:

$2^{n+1} = 2 \cdot 2^n \leq c\, 2^n$, ou seja, $c \geqslant 2$. Tome $c = 3$, teremos:

$2^{n+1} \leq 3 \cdot 2^n$, ou seja, $f(n)$ é $O(2^n)$

$f(n) = 2^{2n}$

Seja $g(n) = 2^n$, teremos que:

$2^{2n} = 2^n \cdot 2^n \leq c\, 2^n$, ou seja $c \geqslant 2^n$, o que é inviável, visto que 2^n é uma função de n

d) Como $\lim_{n \to \infty} 1 = 1$, temos que 1 é o menor da ordem. No próxim ordem, temos os valores em função de n. Comparando $4n$ e $2n \log n$, teremos:

$4n = 2n \cdot 2n$, e como $2n \geq \log n$, $4n \geq 2n \log n$. Como 2^n é uma ordem superior a n, temos de comparar $n2^n$ e 2^{2n}:

$2^n = 2^n \cdot 2^n$, e como $2^n > n$, temos que:

$2^n \cdot 2^n > n \cdot 2^n$. Como $n!$ é uma ordem superior a 2^n, temos de comparar $(\log)!$ e $(n+1)!$:

$(n+1)!$, como $n+1 > \log n$, temos que:

$(n+1)! > (\log n)!$, ou seja, a ordem é dada por:

$$1 \leq 2n \log n \leq 4n \leq n \cdot 2^n < 2^{2n} \leq (\log n)! < (n+1)!$$

2- Análise de Complexidade:

- O que é?

A Análise de Complexidade é a análise que é feito em um algoritmo em detrimento ao tempo que o mesmo leva para ser executado, desconsiderando qualquer tipo de implementação de linguagem específico ou hardware.

- Para que serve?

A Análise serve para julgar qual algoritmo é o mais otimizado.

- Como se calcula?

Se calcula usando a quantidade de instruções que existem, levando em consideração loops, if's (condicionais) e etc.

-O que se obtém após o cálculo?

Geralmente se obtém uma função de complexidade e que a função é classificada pelo Big-O e por outras notações.