

Projeto e Análise de Algoritmos

Lista de exercícios 1

- 1) Considere o seguinte problema de busca:

Entrada: Uma sequência de n números $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ e um valor v .

Saída: Um índice i tal que $v = A[i]$ ou -1 se v não está presente em A .

- Escreva o pseudocódigo de um algoritmo de busca linear que resolve o problema de busca.
- Qual invariante de laço o algoritmo mantém? Utilizando esse invariante de laço, prove que o algoritmo é correto.
- Quantos elementos de A devem ser checados pelo algoritmo em média pelo algoritmo? Assuma que cada elemento de A tem igual probabilidade de ser o elemento v buscado.
- Determine qual é custo assintótico do pior caso e do caso médio desse algoritmo na notação Θ .

- 2) Considere o seguinte trecho do código.

```
for i=1 to n do
  for j=i to 2*i do
    print "hello"
```

Seja $f(n)$ uma função que denota a quantidade de vezes que "hello" em termos de n .

- Expresse $f(n)$ como uma somatória.
 - Simplifique a somatória. Mostre os passos.
- 3) Prove ou refute as seguintes afirmações utilizando as definições de notações assintóticas.
- $n^3 - 3n^2 - n + 1 = \Theta(n^3)$.
 - $2^{2n} = O(2^n)$?
 - $\log n^2 = \Omega(\log n)$
 - $\sqrt{n} = O(\log n)$
 - $\log n^2 = \Theta(\log n + 5)$

- 4) Considere o código abaixo que recebe dois números naturais a e b .

```
A(a,b){
  x=0;
  while(b > 0){
    if(b % 2 == 1) x = x + a;
    a = 2 * a;
    b = [b / 2];
  }
  return x;
}
```

- O que este algoritmo calcula?
 - Qual invariante de laço este algoritmo mantém?
 - Mostre, por invariante de laço, que este algoritmo é correto.
- 5) Qual valor a seguinte função retorna? Expresse sua resposta em função de n . Forneça a complexidade do tempo de execução do pior caso usando a notação O .

```
int loops(int n){
  int i,j,k,r=0;
  for(i=1; i<=n-1; i++)
    for(j=i+1; j<=n; j++)
      for(k=1; k<=j; k++)
        r+=1;
  return r;
}
```