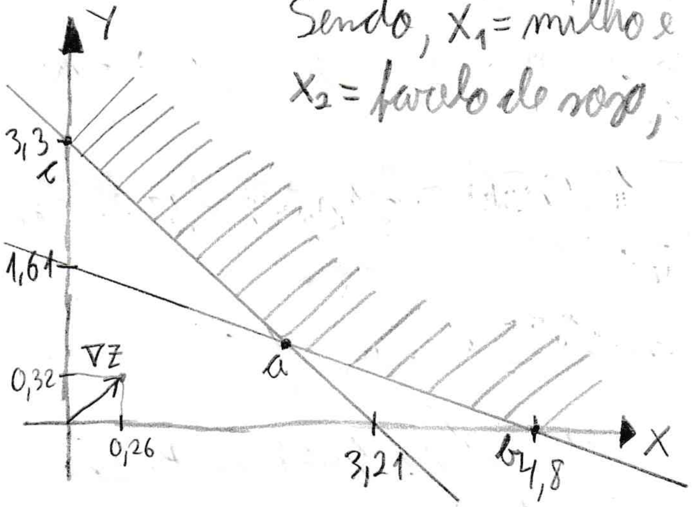
Lista de Otimização Linear:

1) $MIN = 0,26x_1 + 0,32x_2$

$$\begin{cases} 0,07x_1 + 0,21x_2 \geq 0,34 & - r \\ 0,82x_1 + 0,79x_2 \geq 2,64 & - s \end{cases}$$

$$\nabla Z = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) = (0,26, 0,32)$$

Sendo, x_1 = milho e x_2 = farelo de soja,



r

X	Y
0	1,61
4,8	0

s

X	Y
0	3,3
3,21	0

Para encontrarmos a:

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{0,34 - 0,07x_1}{0,21} \\ x_2 = \dfrac{2,64 - 0,82x_1}{0,79} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{0,34 - 0,07x_1}{0,21} = \frac{2,64 - 0,82x_1}{0,79} \Rightarrow$$

$$0,26 - 0,05x_1 = 0,55 - 0,17x_1$$

$$0,12x_1 = 0,29 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2,41}$$

$$\boxed{x_2 = 0,81}$$

(~~2A~~) Ou seja, temos:

$a = (2,41, 0,81)$, $Z_a = 0,87$ reais

$b = (4,8, 0)$, $Z_b = 1,24$ reais

$c = (0, 3,3)$, $Z_c = 1,05$ reais

2- Seja:

X_1 = investimento 1 no primeiro ano,

Y_1 = investimento 2 no primeiro ano.

Z_1 = investimento 3 no primeiro ano $= 0$

⋮

$X_1 + Y_1 \leq 22000$

$X_2 + Y_2 + Z_2 \leq 22000 + X_1 \cdot 1,08 - Y_1 \cdot 1,17$

$X_3 + Y_3 \leq 22000 + X_2 \cdot 1,08 + Y_1 \cdot 1,17 - Y_2 \cdot 1,17 - Z_2 \cdot 1,27$

$X_4 \leq 22000 + X_3 \cdot 1,08 + Y_2 \cdot 1,17 - Y_3 \cdot 1,17 - Z_2 \cdot 1,27$

$X_5 \leq 22000 + X_4 \cdot 1,08 + Y_3 \cdot 1,17 + Z_2 \cdot 1,27$.

O problema não pode ser resolvido pelo método do gráfico, pois as variáveis estão em $\mathbb{R}^5$, portanto se torna impossível plotá-los no gráficos.

3- Seja X_1 = Liga 1 e X_2 = Liga 2, teremos:

$MIN = 190x_1 + 200x_2$

$$\text{s.a:} \begin{cases} 3,2 \leq 3x_1 + 4x_2 \leq 3,5 \\ 1,8 \leq 2x_1 + 2,5x_2 \leq 2,5 \\ 0,9 \leq x_1 + 1,5x_2 \leq 1,2. \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Para resolver usando o método do gráfico, separaremos:

$3,2 \leq 3x_1 + 4x_2 \rightarrow$ reta r

$3x_1 + 4x_2 \leq 3,5 \rightarrow$ reta s

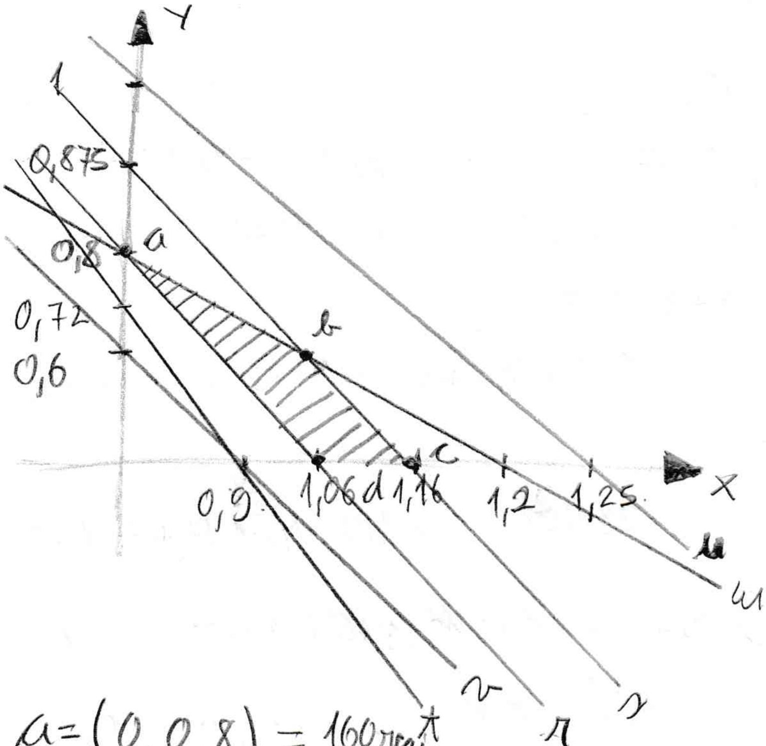
$1,8 \leq 2x_1 + 2,5x_2 \rightarrow$ reta t

$2x_1 + 2,5x_2 \leq 2,5 \rightarrow$ reta u

$0,9 \leq x_1 + 1,5x_2 \rightarrow$ reta v

$x_1 + 1,5x_2 \leq 1,2 \rightarrow$ reta m

$\nabla Z = (190, 200) \rightarrow$ Grad Z



$a = (0, 0,8) = 160$ reais

$b = (0,9, 0,2) = 171 + 40 = 211$ reais

$c = (1,16, 0) = 220,4$ reais

$d = (1,06, 0) = 201,4$ reais,

pelo método do gráfico, temos a como o ponto mínimo.

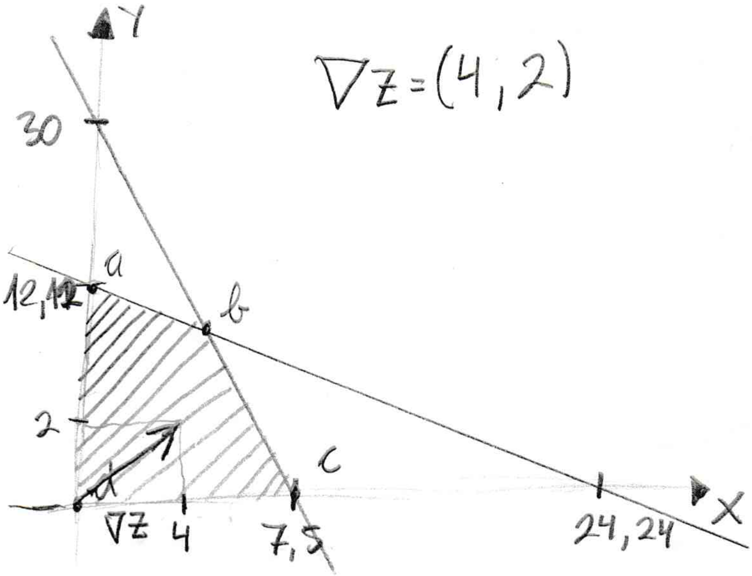
4- Seja x_1 = torta de chocolate e x_2 = torta de morango, portanto:

$MAX = 4x_1 + 2x_2$

s.a: $4x_1 + 1x_2 \leq 30 \rightarrow$ reta r

$0,33x_1 + 0,66x_2 \leq 8 \rightarrow$ reta s

$x_1, x_2 \geq 0$, usando o método do gráfico, temos:



$\nabla Z = (4, 2)$

$a = (0, 12,12) = 24,24$ reais

$b = (5,10, 9,56) = 20,4 + 19,12 = 39,52$ reais

$c = (7,5, 0) = 30$ reais

$d = (0, 0) = 0$ reais,

pelo método do gráfico, temos $b = (5,10, 9,56)$ como ponto de máximo.

5- Seja:

x_1 = medida 1

x_2 = medida 2

x_3 = medida 3, teremos:

$MIN: 18x_1 + 13x_2 + 20x_3$

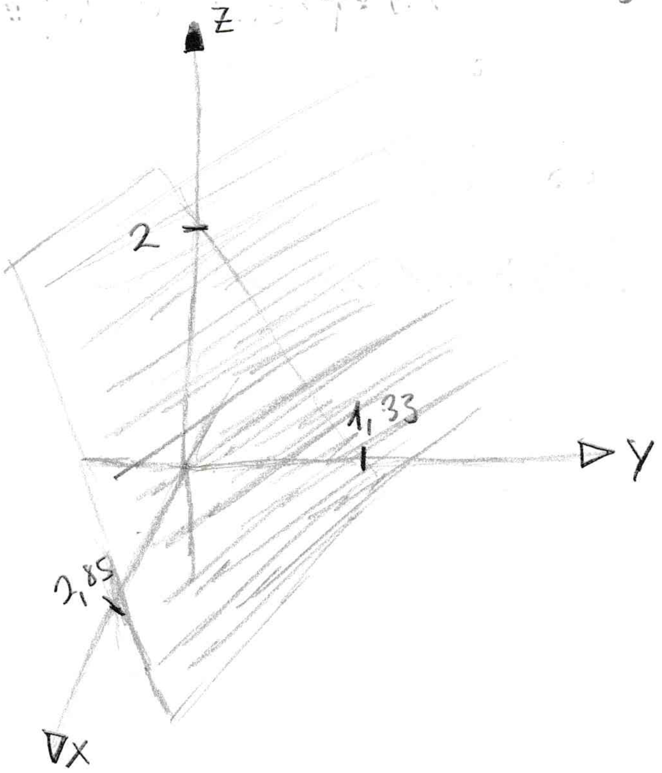
s.a: $21x_1 + 45x_2 + 30x_3 \geq 60$

$77x_1 + 49x_2 + 105x_3 \geq 150$

$90x_1 + 62x_2 + 49x_3 \geq 125$

Pelo método do gráfico, teremos um gráfico no $\mathbb{R}^3$, ou seja, teremos

(Gráfico do plano 1 - $21x_1+45x_2+30x_3 \geq 60$)



(Gráfico do plano 2 - $77x_1+49x_2+105x_3 \geq 150$)

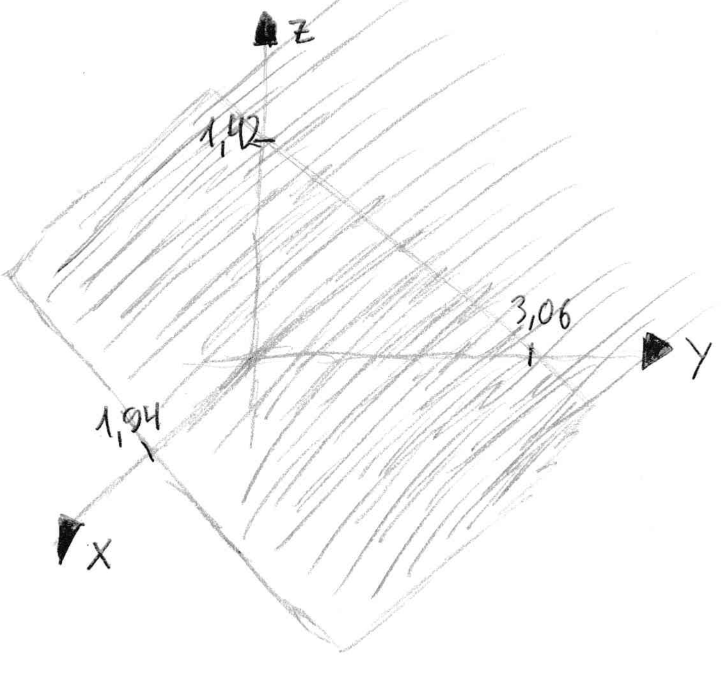
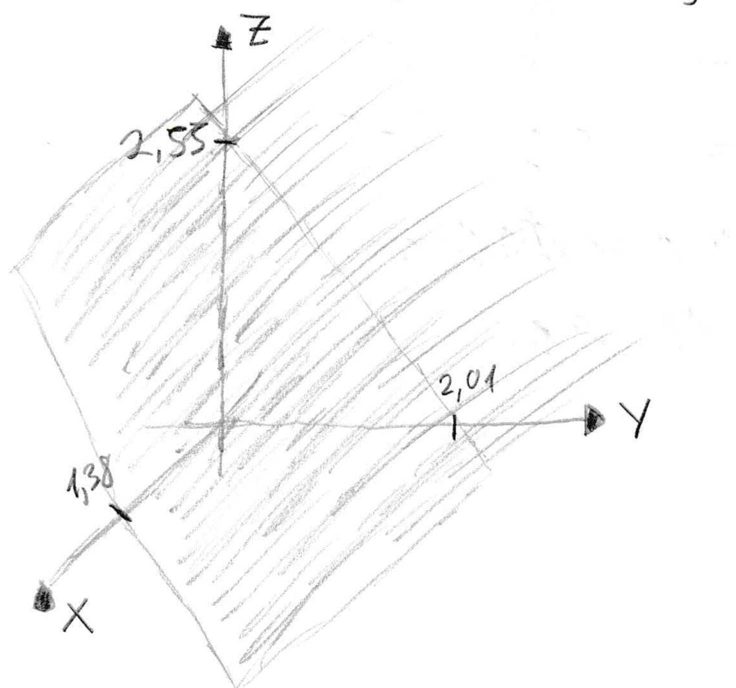


Gráfico do Plano 3 - $90x_1+62x_2+49x_3 \geq 1$



Pelo método dos gráficos, o pon-
to de mínimo é a interseção dos
três planos:
Usando o método de Cramer, terem

$$\Delta = \begin{vmatrix} 21 & 45 & 30 \\ 77 & 49 & 105 \\ 90 & 62 & 49 \end{vmatrix} = 180096,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 60 & 45 & 30 \\ 150 & 49 & 105 \\ 125 & 62 & 49 \end{vmatrix} = 103095,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 21 & 60 & 30 \\ 77 & 150 & 105 \\ 90 & 125 & 49 \end{vmatrix} = 103095,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 21 & 45 & 60 \\ 77 & 49 & 150 \\ 90 & 62 & 125 \end{vmatrix} = 129540,$$

$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,60$, $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0,57$ e

$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,71$, ou seja,

$a = (0{,}60,\ 0{,}57,\ 0{,}71) = 32{,}41$

$b = (0,\ 0,\ 2{,}55) = 51$

$c = (0,\ 3{,}06,\ 0) = 39{,}78$

$d = (2{,}85,\ 0,\ 0) = 51{,}3$, ou

seja o ponto de mínimo do mé

todo é o a.

6- a) $Max = x_1 + x_2$

Sujeito a: $x_1 + x_2 \leq 4$ − r

$x_1 - x_2 \geq 5$ − s

$x_1, x_2 \geq 0$

r

x_1	x_2
0	4
4	0

s

x_1	x_2
0	-5
5	0

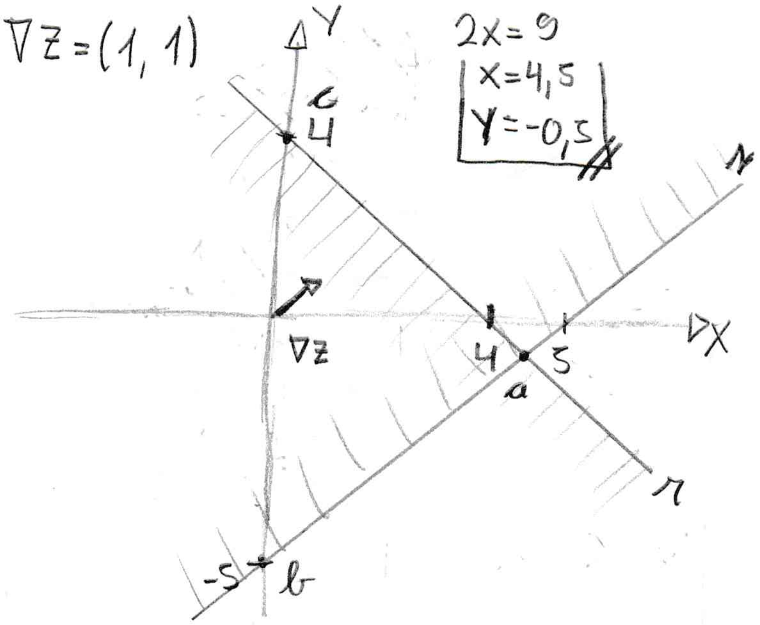
$\Rightarrow \begin{cases} Y = 4 - X \\ Y = X - 5 \end{cases}$

$4 - X = X - 5$

$2x = 9$

$\boxed{\begin{matrix} x = 4{,}5 \\ Y = -0{,}5 \end{matrix}}$ //

$\nabla Z = (1, 1)$



$\begin{cases} Z_a = 4{,}5 - 0{,}5 = 4 \\ Z_b = -5 + 0 = -5 \\ Z_c = 4 + 0 = 4 \end{cases}$ //, sendo,

$a = (4{,}5, -0{,}5)$

$b = (0, -5)$

$c = (0, 4)$, e

como $x_1, x_2 \geq 0$, o ponto a e b são ignoráveis e o ponto ótimo é o $c = (0, 4)$.

b) $Max = 4X + Y$, $x_1, x_2 \geq 0$

Sujeito a: $8X + 2Y \leq 16$

$5X + 2Y \leq 12$ $\Rightarrow$

$\begin{cases} 4X + Y \leq 8 - r \\ 5X + 2Y \leq 12 - s \end{cases}$

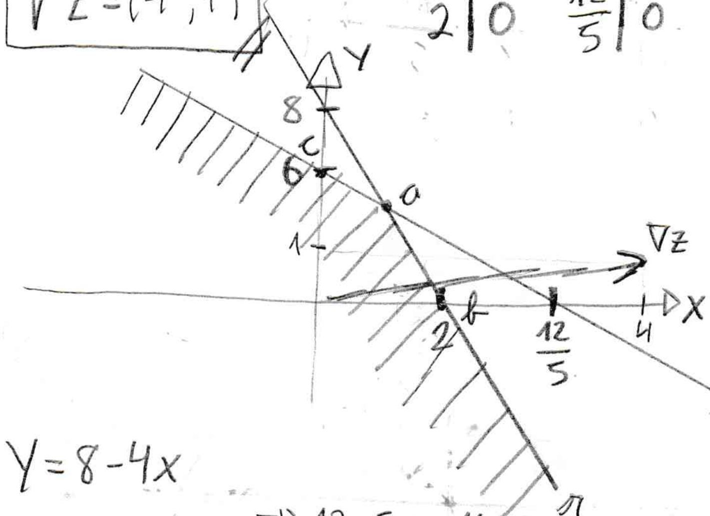
r

X	Y
0	8
2	0

s

X	Y
0	6
$\frac{12}{5}$	0

$\boxed{\nabla Z = (4, 1)}$ //



$Y = 8 - 4X$

$Y = \frac{12 - 5X}{2}$ $\Rightarrow 12 - 5x = 16 - 8x$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$, $Y = \frac{8}{3}$

$\begin{cases} Z_a = \frac{16}{3} + \frac{8}{3} = 8 \\ Z_b = 4 \cdot 2 = 8 \\ Z_c = 6 \cdot 1 = 6 \end{cases}$ //, sendo,

$a = \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

$b = (2, 0)$

$c = (0, 6)$ //

c) $Max = -x + 3x_2$

Sujeito a: $x - y \leq 4$ - r

$x + 2y \geq 4$ - s

$x_1, x_2 \geq 0$

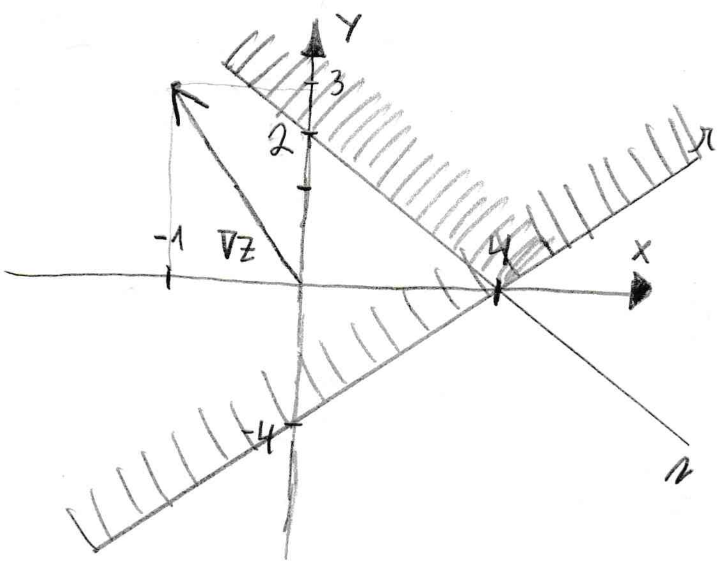
r

X	Y
0	-4
4	0

s

X	Y
0	2
4	0

$\nabla z = (-1, 3)$



Como o vetor gradiente aponta para cima da região e só temos pontos internos de mínimos, o PPL tem múltiplas soluções ótimas.

d) $Max = 3x + y$

Sujeito a: $2x + y \leq 6$ - s

$x + 3y \leq 9$ - r

$x_1, y \geq 0$.

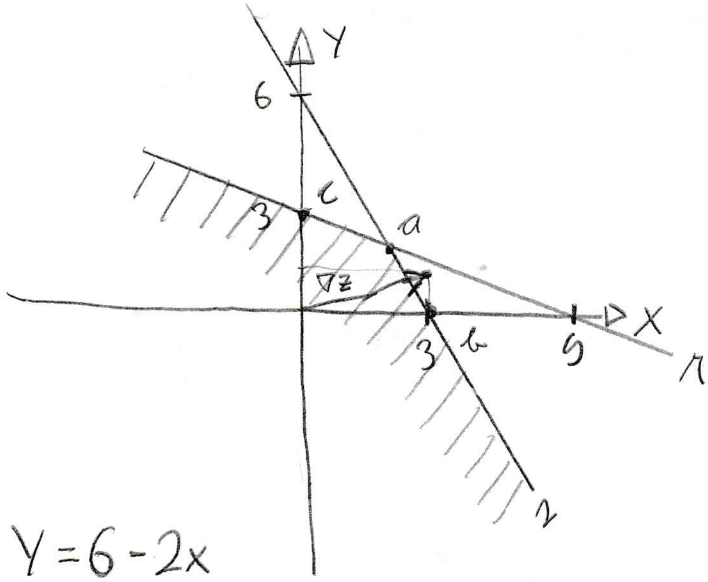
s

X	Y
0	6
3	0

r

X	Y
0	3
9	0

$\nabla z = (3, 1)$



$$\begin{cases} y = 6 - 2x \\ y = \dfrac{9 - x}{3} \end{cases} \Rightarrow 18 - 6x = 9 - x$$

$9 = 5x$

$\boxed{x = \frac{9}{5}, \; y = \frac{12}{5}}$

$a = \left(\frac{9}{5}, \frac{12}{5}\right)$, $z_a = \frac{39}{5} = 7{,}8$

$b = (3, 0)$, $z_b = 9$

$c = (0, 3)$, $z_c = 3$, portanto o ponto ótimo é o b.