

Competidor(a): \_\_\_\_\_

Número de inscrição: \_\_\_\_\_ (opcional)

*Este Caderno de Tarefas não pode ser levado para casa após a prova. Após a prova entregue este Caderno de Tarefas para seu professor guardar. Os professores poderão devolver os Cadernos de Tarefas aos competidores após o término do período de aplicação das provas (27 de setembro de 2025).*



Olimpíada Brasileira de Informática

OBI2025

Caderno de Tarefas

Modalidade Programação • Nível 2 • Fase 3

27 de setembro de 2025

A PROVA TEM DURAÇÃO DE 5 HORAS

Promoção:



Sociedade Brasileira de Computação

Apoio:



Coordenação:



# Instruções

## LEIA ATENTAMENTE ESTAS INSTRUÇÕES ANTES DE INICIAR A PROVA

- Este caderno de tarefas é composto por 15 páginas (não contando a folha de rosto), numeradas de 1 a 15. Verifique se o caderno está completo.
- A prova deve ser feita individualmente.
- É proibido consultar a Internet, livros, anotações ou qualquer outro material durante a prova. É permitida a consulta ao *help* do ambiente de programação se este estiver disponível.
- As tarefas têm o mesmo valor na correção.
- A correção é automatizada, portanto siga atentamente as exigências da tarefa quanto ao formato da entrada e saída de seu programa; em particular, seu programa não deve escrever frases como “Digite o dado de entrada.” ou similares.
- Não implemente nenhum recurso gráfico nas suas soluções (janelas, menus, etc.), nem utilize qualquer rotina para limpar a tela ou posicionar o cursor.
- As tarefas **não** estão necessariamente ordenadas, neste caderno, por ordem de dificuldade; procure resolver primeiro as questões mais fáceis.
- Preste muita atenção no nome dos arquivos fonte indicados nas tarefas. Soluções na linguagem C devem ser arquivos com sufixo *.c*; soluções na linguagem C++ devem ser arquivos com sufixo *.cc* ou *.cpp*; soluções na linguagem Pascal devem ser arquivos com sufixo *.pas*; soluções na linguagem Java devem ser arquivos com sufixo *.java* e a classe principal deve ter o mesmo nome do arquivo fonte; soluções na linguagem Python 3 devem ser arquivos com sufixo *.py*; e soluções na linguagem Javascript devem ter arquivos com sufixo *.js*.
- Na linguagem Java, **não** use o comando *package*, e note que o nome de sua classe principal deve usar somente letras minúsculas (o mesmo nome do arquivo indicado nas tarefas).
- Para tarefas diferentes você pode escolher trabalhar com linguagens diferentes, mas apenas uma solução, em uma única linguagem, deve ser submetida para cada tarefa.
- Ao final da prova, para cada solução que você queira submeter para correção, copie o arquivo fonte para o seu diretório de trabalho ou pen-drive, conforme especificado pelo seu professor.
- Não utilize arquivos para entrada ou saída. Todos os dados devem ser lidos da entrada padrão (normalmente é o teclado) e escritos na saída padrão (normalmente é a tela). Utilize as funções padrão para entrada e saída de dados:
  - em Pascal: *readln*, *read*, *writeln*, *write*;
  - em C: *scanf*, *getchar*, *printf*, *putchar*;
  - em C++: as mesmas de C ou os objetos *cout* e *cin*.
  - em Java: qualquer classe ou função padrão, como por exemplo *Scanner*, *BufferedReader*, *BufferedWriter* e *System.out.println*
  - em Python: *read*, *readline*, *readlines*, *input*, *print*, *write*
  - em Javascript: *scanf*, *printf*
- Procure resolver a tarefa de maneira eficiente. Na correção, eficiência também será levada em conta. As soluções serão testadas com outras entradas além das apresentadas como exemplo nas tarefas.

# Escadaria

Nome do arquivo: `escadaria.c`, `escadaria.cpp`, `escadaria.pas`, `escadaria.java`,  
`escadaria.js` ou `escadaria.py`

O arqueólogo Jonas encontrou uma antiga escadaria nas ruínas do arquipélago da Nlogônia.

Jonas sabe que originalmente cada degrau tinha uma altura inteira e também que a escadaria seguia uma regra especial: a diferença entre as alturas de dois degraus consecutivos nunca poderia ser maior que 1. Por exemplo, se um degrau possuía altura 5, o próximo poderia ter altura 4, 5 ou 6, mas não poderia ter altura 2, 3 ou 7, pois a diferença seria maior do que 1.

O problema é que parte da escadaria foi destruída. Em algumas posições a altura original ainda é conhecida, mas em outras ela é completamente desconhecida. No total existem  $N$  degraus, e Jonas escreveu um número  $A_i$  associado ao  $i$ -ésimo degrau:

- Se  $A_i = -1$ , então a altura do degrau  $i$  é desconhecido.
- Se  $A_i > 0$ , então a altura do degrau  $i$  é  $A_i$ .

Sua tarefa é ajudar Jonas a terminar sua pesquisa sobre as ruínas de Nlogônia. Para isso, ele precisa saber, para cada um dos  $N$  degraus, a **maior** altura possível que o degrau pode ter em alguma reconstrução válida.

## Entrada

A primeira linha da entrada possui o inteiro  $N$ , indicando a quantidade de degraus da escadaria.

A segunda linha possui  $N$  inteiros  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , onde o  $i$ -ésimo inteiro indica o valor anotado por Jonas para o degrau  $i$ . Se  $A_i = -1$ , a altura do degrau  $i$  é desconhecida; caso contrário, a altura do degrau  $i$  é  $A_i$ .

## Saída

Seu programa deve imprimir uma única linha contendo  $N$  inteiros (separados por espaços em branco), onde o  $i$ -ésimo deles representa a maior altura possível do degrau  $i$  em alguma reconstrução válida da escadaria.

## Restrições

É garantido que todo caso de teste satisfaz as restrições abaixo.

- $2 \leq N \leq 200\,000$ .
- $-1 \leq A_i \leq 1\,000\,000$ .
- $A_i \neq 0$ .
- É garantido que existe ao menos uma maneira válida de completar a escadaria.
- Existe pelo menos um degrau com altura conhecida inicialmente (ou seja, algum  $i$  tal que  $A_i \neq -1$ ).

## Informações sobre a pontuação

A tarefa vale 100 pontos. Estes pontos estão distribuídos em subtarefas, cada uma com suas **restrições adicionais** às definidas acima.

- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta subtarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (7 pontos):**
  - $N = 3$ .
  - $A_1 \neq -1$ ,  $A_2 = -1$  e  $A_3 \neq -1$ . Ou seja, somente  $A_2$  é desconhecido.
- **Subtarefa 3 (22 pontos):**  $N \leq 1000$  e só existe um  $i$  tal que  $A_i \neq -1$ . Ou seja, só um degrau tem sua altura conhecida.
- **Subtarefa 4 (15 pontos):**  $N \leq 1000$ .
- **Subtarefa 5 (25 pontos):** Apenas  $A_1$  e  $A_N$  são diferentes de  $-1$ . Ou seja, os únicos degraus com altura conhecida são 1 e  $N$ .
- **Subtarefa 6 (31 pontos):** Sem restrições adicionais.

### Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
5 5 -1 -1 -1 6	5 6 7 7 6

*Explicação do exemplo 1:* 5, 6, 7, 7, 6 são os maiores valores possíveis para as alturas de cada um dos degraus de 1 até 5, respectivamente.

Por exemplo, o maior valor possível para o degrau 1 é 5, pois a altura deste degrau já é conhecida; e o maior valor possível para o degrau 3 é 7, pois, de todas sequências válidas de alturas, esse é o maior valor que o degrau 3 pode ter.

Note que a sequência 5, 4, 5, 6, 6 é válida, mas não corresponde aos valores máximos dos índices de 2 a 4.

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
12 -1 -1 4 -1 -1 -1 2 -1 -1 2 -1 -1	6 5 4 5 4 3 2 3 3 2 3 4

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
10 -1 -1 -1 10 -1 -1 -1 -1 -1 -1	13 12 11 10 11 12 13 14 15 16

# Hidrovias e Rodovias

*Nome do arquivo:* `hidrovias.c`, `hidrovias.cpp`, `hidrovias.pas`, `hidrovias.java`,  
`hidrovias.js` ou `hidrovias.py`

O arqueólogo Jonas continuou sua pesquisa no arquipélago da Nlogônia e subiu a escadaria, evitando os degraus destruídos. No topo das ruínas, ele encontrou uma grande sala, a qual continha diversas relíquias feitas de um metal desconhecido, bem como um mapa com um X marcado. O arqueólogo ficou muito animado com a descoberta, mas achou o sistema de transportes da região muito complicado.

O arquipélago da Nlogônia possui  $N$  ilhas, as quais são interligadas por  $M$  conexões, cada uma conectando duas ilhas distintas. Cada conexão pode ser percorrida nas duas direções e pode ser uma rodovia ou uma hidrovia. Jonas sabe que um caminho entre duas ilhas  $A$  e  $B$  é uma sequência  $A = i_1, i_2, \dots, i_k = B$  de ilhas distintas em que existe alguma conexão, de qualquer tipo, entre todo par de ilhas consecutivas. Observe que é possível que o sistema de transportes **não** seja conectado, ou seja, é possível que não exista qualquer caminho entre algum par de ilhas.

Além disso, o arqueólogo estudou muito a História da região e sabe que, nos últimos  $K$  anos:

- Nenhuma hidrovia foi construída.
- No máximo uma rodovia foi construída em cada ano. Ou seja, **no máximo  $K$  rodovias** foram construídas ao todo.

Sabendo que o arquipélago era um local muito próspero no passado, Jonas se perguntou como as pessoas não se perdiam nos diversos caminhos, e imaginou que o sistema de transportes deveria ser simples há  $K$  anos atrás. Ele define que uma rede de transportes é simples se **existe no máximo um caminho entre qualquer par de ilhas no mapa**.

Portanto, dada a atual rede de transportes do arquipélago, ajude Jonas a verificar se é possível que ela fosse simples há  $K$  anos atrás. Isto é, determine se existe um sistema em que há no máximo um caminho entre qualquer par de ilhas e que condiz com a História da região descrita pelo arqueólogo.

## Entrada

A primeira linha da entrada possui três inteiros  $N$ ,  $M$  e  $K$  indicando, respectivamente, o número de ilhas no arquipélago da Nlogônia, o número de conexões entre pares de ilhas, e a quantidade de anos considerada por Jonas.

As próximas  $M$  linhas possuem três inteiros cada e descrevem as conexões. A  $i$ -ésima destas linhas contém três inteiros  $a_i$ ,  $b_i$  e  $t_i$  indicando as ilhas  $a_i$  e  $b_i$  que são ligadas pela  $i$ -ésima conexão.  $t_i$  representa o tipo da conexão:  $t_i = 1$  indica que essa conexão é uma hidrovia, e  $t_i = 2$  indica que essa conexão é uma rodovia.

É garantido que não existem duas conexões que ligam o mesmo par de ilhas. Além disso, nenhuma conexão liga uma ilha a ela mesma.

## Saída

Seu programa deverá imprimir uma única linha contendo um único caractere. Caso exista um sistema de transportes simples que seja condizente com a História do arquipélago, imprima o caractere **S** (a letra S maiúscula). Caso não exista, imprima o caractere **N** (a letra N maiúscula).

## Restrições

É garantido que todo caso de teste satisfaz as restrições abaixo.

- $1 \leq N \leq 100\,000$ .
- $1 \leq M \leq 100\,000$ .
- $0 \leq K \leq 100\,000$ .
- $1 \leq a_i, b_i \leq N$  e  $a_i \neq b_i$  para todo  $1 \leq i \leq M$ .
- $1 \leq t_i \leq 2$  para todo  $1 \leq i \leq M$ .
- Não existem duas conexões que ligam o mesmo par de ilhas.

### Informações sobre a pontuação

A tarefa vale 100 pontos. Estes pontos estão distribuídos em subtarefas, cada uma com suas **restrições adicionais** às definidas acima.

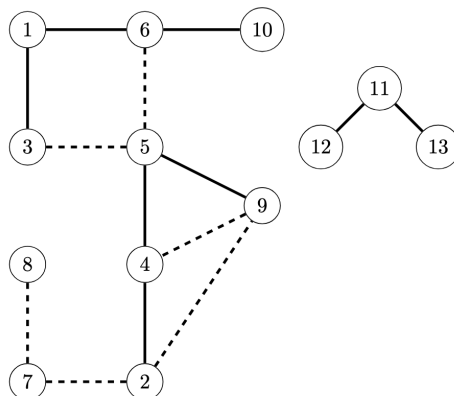
- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta subtarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (11 pontos):** Todas as conexões são hidrovias.
- **Subtarefa 3 (11 pontos):** Todas as conexões são rodovias. Além disso, para quaisquer duas ilhas  $u$  e  $v$ , existe pelo menos um caminho de  $u$  para  $v$ .
- **Subtarefa 4 (14 pontos):** Todas as conexões são rodovias.
- **Subtarefa 5 (18 pontos):**  $K = 1$ .
- **Subtarefa 6 (19 pontos):**  $N \leq 1\,000$  e  $M \leq 1\,000$ .
- **Subtarefa 7 (27 pontos):** Sem restrições adicionais.

### Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
13 14 3 2 9 2 4 2 1 7 8 2 4 5 1 1 3 1 5 3 2 9 4 2 7 2 2 6 1 1 5 9 1 5 6 2 10 6 1 11 12 1 11 13 1	S

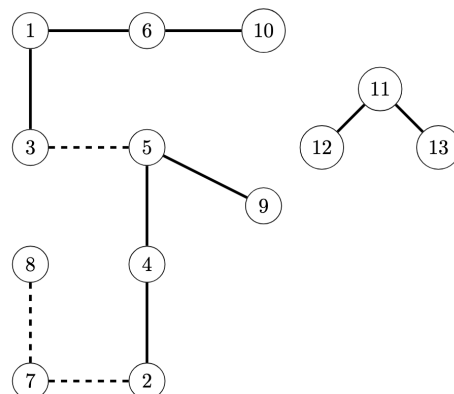
*Explicação do exemplo 1:*

Atualmente, o sistema de transportes da Nlogônia pode ser visto da seguinte forma:



Note que as linhas contínuas indicam as hidrovias e as linhas tracejadas indicam rodovias. No entanto, nos últimos 3 anos, é possível que as rodovias (2,9), (9,4) e (5,6) tenham sido construídas.

Portanto, a seguinte rede de transportes é condizente com os conhecimentos do arqueólogo:



Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
10 9 2 8 2 1 2 3 1 3 4 1 4 5 1 5 6 1 6 7 1 2 5 1 2 6 1 1 10 1	N

*Explicação do exemplo 2: Este exemplo satisfaz as restrições da subtarefa 2.*

Note que o atual arquipélago da Nlogônia não possui rodovias, logo, o sistema local de transportes manteve-se inalterado nos últimos 2 anos.

No entanto, existem dois caminhos entre as ilhas 5 e 6:  $5 - 6$  e  $5 - 2 - 6$ .

Logo, é impossível que a rede de transportes tenha sido simples há 2 anos.

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
6 9 3 1 2 2 5 3 2 5 2 2 2 3 2 1 6 2 1 4 2 6 2 2 5 1 2 4 5 2	N

*Explicação do exemplo 3: Este exemplo satisfaz as restrições das subtarefas 3 e 4.*



# Harmonia Nasal

Nome do arquivo: `nasal.c`, `nasal.cpp`, `nasal.pas`, `nasal.java`, `nasal.js` ou `nasal.py`

O arqueólogo Jonas deseja chegar no local marcado com um X em seu mapa, mas, para isso, precisa saber ler as legendas escritas nele. Jonas descobriu que o texto está escrito no idioma do povo Guarani<sup>1</sup>, e por isso precisa aprender a língua.

Em particular, ele deve se tornar proficiente no fenômeno da **harmonia nasal**, em que um som nasal (por exemplo ‘ã’) pode afetar como outras partes da palavra são pronunciadas.

Para isso, ele anotou  $N$  sílabas presentes na língua Guarani, sendo que a  $i$ -ésima sílaba tem **nasalidade**  $a_i$  e **resistência**  $b_i$ . Ele quer formar uma única palavra de maior nasalidade possível usando o seguinte processo:

1. Primeiro, Jonas pode zerar a resistência de no máximo  $K$  sílabas, ou seja, ele pode escolher até  $K$  sílabas e transformar  $b_i$  em 0.
2. Depois, Jonas escolhe uma única sílaba  $i$  para começar a palavra. Sendo assim, a palavra começará com nasalidade  $A = a_i$  e resistência  $B = b_i$ . Vale ressaltar que durante todo o processo existirá uma única palavra, sua nasalidade será denominada  $A$  e sua resistência  $B$ . Observe que a sílaba escolhida  $i$  nunca mais pode ser usada.
3. Por fim, ele pode realizar a seguinte operação inúmeras vezes (inclusive nenhuma vez), desde que cumpra todas as condições:
  - Jonas pode escolher uma sílaba não escolhida ainda  $i$  tal que  $a_i + A \geq B$  e anexá-la ao fim da palavra.
  - A palavra passa a ter nasalidade  $a_i + A - B$  e resistência  $b_i$ .
  - Vale ressaltar que a sílaba escolhida  $i$  nunca mais pode ser usada.

Dada a lista de sílabas e o fator  $K$ , ajude Jonas dizendo qual é a maior nasalidade de uma palavra que ele consegue obter usando o processo descrito acima.

## Entrada

A primeira linha da entrada contém dois inteiros,  $N$  e  $K$ , que indicam o número de sílabas que Jonas está trabalhando e o número de vezes que ele pode fazer a primeira operação.

A segunda linha da entrada contém  $N$  inteiros,  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , que representam o fator de nasalidade de cada uma das sílabas.

A terceira linha da entrada contém  $N$  inteiros,  $b_1, b_2, \dots, b_N$ , que representam o fator de resistência de cada uma das sílabas.

## Saída

A saída deve conter uma única linha contendo um inteiro, a maior nasalidade que Jonas consegue obter.

## Restrições

- $1 \leq N \leq 100\,000$ .
- $0 \leq K \leq N$ .

---

<sup>1</sup>Em particular, o povo Guarani-Mbyá, que vive no sul e sudeste do Brasil.

- $1 \leq a_i, b_i \leq 1\,000\,000\,000$ , para todo  $1 \leq i \leq N$ .

**Para competidores que utilizam C++ ou Java:** Observe que alguns valores na saída podem ser muito grandes para caberem em um inteiro de 32 bits. É recomendado o uso de inteiros de 64 bits (`long long` em C++; `long` em Java). (*Competidores usando Python ou JavaScript podem ignorar este aviso.*)

### Informações sobre a pontuação

A tarefa vale 100 pontos. Estes pontos estão distribuídos em subtarefas, cada uma com suas **restrições adicionais** às definidas acima.

- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta sub tarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (12 pontos):**  $K = N - 1$ .
- **Subtarefa 3 (11 pontos):**  $b_i = b_{i+1}$  para todo  $1 \leq i < N$ . Em outras palavras, todas as resistências são iguais.
- **Subtarefa 4 (21 pontos):**  $a_i \geq b_i$  para todo  $1 \leq i \leq N$ .
- **Subtarefa 5 (25 pontos):**  $K = 0$ .
- **Subtarefa 6 (12 pontos):**  $K \leq 10$ .
- **Subtarefa 7 (19 pontos):** Sem restrições adicionais.

### Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
5 1 3 5 2 1 7 9 2 3 1 5	13

*Explicação do exemplo 1:* Nesse caso, Jonas pode obter uma palavra de nasalidade 13 da seguinte forma:

- Jonas primeiro zera  $b_1$ . Agora a sílaba 1 tem resistência 0.
- Jonas começa sua palavra com a sílaba 1. Agora ela tem nasalidade  $A = 3$  e resistência  $B = 0$ .
- Jonas adiciona a sílaba 2, com  $a_2 = 5$  e  $b_2 = 2$ . Perceba que ele pode realizar essa operação pois a sílaba 2 ainda não foi escolhida e  $a_2 + A \geq B$ . Agora a palavra passa a ter nasalidade  $a_2 + A - B = 5 + 3 - 0 = 8$  e resistência  $b_2 = 2$ .
- Jonas adiciona a sílaba 5, com  $a_5 = 7$  e  $b_5 = 5$ . Perceba que ele pode realizar essa operação pois a sílaba 5 ainda não foi escolhida e  $a_5 + A \geq B$  (nesse momento a palavra tem nasalidade  $A = 8$  e resistência  $B = 2$ ). Então a palavra passa a ter nasalidade  $a_5 + A - B = 7 + 8 - 2 = 13$  e resistência  $b_5 = 5$ .

Note que Jonas poderia adicionar mais sílabas, mas para maximizar a nasalidade ele escolheu não fazer isso, nesse caso.

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
5 2 1 2 3 4 5 2 2 2 2 2	12

*Explicação do exemplo 2:* Esse exemplo satisfaz a subtarefa 3.

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
1 0 10 10	10

*Explicação do exemplo 3:* Nesse caso é apenas possível formar uma palavra de nasalidade 10 e resistência 10. Esse exemplo satisfaz a subtarefa 2.

Exemplo de entrada 4	Exemplo de saída 4
1 1 10 10	10

*Explicação do exemplo 4:* Note que apesar de ser possível mudar a resistência da sílaba, a resposta não muda em relação ao exemplo 3.

# Forja de ORicalco

Nome do arquivo: `forja.c`, `forja.cpp`, `forja.pas`, `forja.java`, `forja.js` ou `forja.py`

O arqueólogo Jonas finalmente chegou no local marcado com um X, o grande vulcão ORiginário, responsável pela formação das ilhas do Arquipélago da Nlogônia. Como Jonas aprendeu o idioma local, ele conseguiu ler uma anotação de seu mapa, que contava a lenda do ORicalco, uma liga metálica muito valiosa antigamente produzida no vulcão. Nos tempos antigos, esse metal gerou riqueza e prosperidade, mas também trouxe guerras e destruição para a região. A lenda também mencionava algum tipo de maldição do lugar, mas o arqueólogo estava mais interessado na parte que explicava a confecção do ORicalco.

Jonas descobriu que existe uma forja secreta dentro do vulcão e que, para criar ORicalco, é necessário fundir diversas pepitas de metal nela. Para isso, o arqueólogo deve posicionar em linha os  $N$  metais que utilizará no processo, os quais têm graus de impureza  $a_1, a_2, \dots, a_N$ . Em seguida, ele pode escolher uma sequência de **exatamente  $K$  pepitas consecutivas**, fundi-las em um único metal e colocá-lo de volta **na mesma posição da linha em que as  $K$  originais estavam**. Esse processo pode ser repetido enquanto existem ao menos  $K$  pepitas na forja.

A lenda explica que, ao fundir as pepitas  $i, i+1, \dots, i+K-1$ , o metal resultante tem impureza  $a_i | a_{i+1} | \dots | a_{i+K-1}$ , em que  $|$  representa a operação binária OR. Esta operação é realizada em cada bit da seguinte maneira (sendo  $x$  e  $y$  dois bits):

x	0	0	1	1
y	0	1	0	1
x y	0	1	1	1

Ou seja, o bit resultante da operação OR será 0 apenas quando os dois bits forem 0, senão, será 1.

Por exemplo, se  $K = 2$ ,  $a_1 = 10$  e  $a_2 = 12$ , a forja criaria uma pepita de impureza  $a_1 | a_2 = 10 | 12 = 1010_2 | 1100_2 = 1110_2 = 14$ , conforme:

10	1	0	1	0
12	1	1	0	0
$10   12 = 14$	1	1	1	0

Vale ressaltar que, nas linguagens de programação, o operador OR binário é simplesmente  $|$ , portanto, sendo  $a$  e  $b$  dois inteiros,  $a|b$  é o resultado do OR binário entre eles.

Jonas pode fundir os metais quantas vezes quiser (inclusive, nenhuma vez) e, por fim, deve reunir **todas** as pepitas restantes e compactá-las, formando uma barra de ORicalco. **O grau de impureza do ORicalco equivale à soma das impurezas das pepitas que restarem na forja.**

O arqueólogo deseja produzir o metal de menor impureza possível, porém não é muito bom em operações binárias. Por isso, dadas as quantidades  $N$  e  $K$ , bem como as impurezas  $a_1, a_2, \dots, a_N$  dos metais, ajude Jonas a calcular a **menor impureza possível** da barra de ORicalco. Note que os metais já estão fixados na forja e não podem ser trocados de lugar.

## Entrada

A primeira linha da entrada contém dois inteiros,  $N$  e  $K$ , que indicam o número de metais e o tamanho dos conjuntos que podem ser fundidos.

A segunda linha da entrada contém  $N$  inteiros,  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , que representam as impurezas dos metais, na ordem em que estão dispostos na forja.

## Saída

A saída deve conter uma única linha contendo um inteiro, a menor impureza de ORicalco que Jonas consegue atingir.

## Restrições

- $1 \leq N \leq 100\,000$ .
- $2 \leq K \leq 100\,000$ .
- $0 \leq a_i < 2^{30}$ , para todo  $1 \leq i \leq N$ .

**Para competidores que utilizam C++ ou Java:** Observe que alguns valores na saída podem ser muito grandes para caberem em um inteiro de 32 bits. É recomendado o uso de inteiros de 64 bits (`long long` em C++; `long` em Java). (*Competidores usando Python ou JavaScript podem ignorar este aviso.*)

## Informações sobre a pontuação

A tarefa vale 100 pontos. Estes pontos estão distribuídos em subtarefas, cada uma com suas **restrições adicionais** às definidas acima.

- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta sub tarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (9 pontos):**  $K = 2$  e  $N \leq 100$ .
- **Subtarefa 3 (12 pontos):**  $K = 3$  e  $N \leq 100$ .
- **Subtarefa 4 (15 pontos):**  $N \leq 100$ .
- **Subtarefa 5 (17 pontos):**  $N \leq 3\,000$ .
- **Subtarefa 6 (13 pontos):**  $a_i \leq 3$ , para todo  $1 \leq i \leq N$ .
- **Subtarefa 7 (34 pontos):** Sem restrições adicionais.

## Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
5 2 16 10 6 1 1	31

*Explicação do exemplo 1:* Nesse exemplo, Jonas pode forjar um ORicalco com grau de impureza 31 da seguinte forma:

- Jonas primeiro funde os metais no intervalo  $[4, 5]$ :  $a_4|a_5 = 1|1 = 1_2|1_2 = 1_2 = 1$ . A forja passa a conter: 16 10 6 1.
- Em seguida, Jonas funde os metais no intervalo  $[2, 3]$ :  $a_2|a_3 = 10|6 = 1010_2|0110_2 = 1110_2 = 14$ . Agora, a forja contém: 16 14 1.
- Por fim, ele compacta as pepitas restantes, produzindo uma barra de ORicalco de impureza  $16 + 14 + 1 = 31$

Note que esse exemplo condiz com a Subtarefa 2.

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
8 3 6 2 1 2 2 4 1 5	12

*Explicação do exemplo 2:* Nesse exemplo, Jonas pode forjar um ORicalco com grau de impureza 12 da seguinte forma:

- Jonas primeiro funde os metais no intervalo  $[3, 5]$ :  $a_3|a_4|a_5 = 1|2|2 = 01_2|10_2|10_2 = 11_2 = 3$ . A forja passa a conter: 6 2 3 4 1 5.
- Em seguida, Jonas funde o intervalo  $[1, 3]$ :  $a_1|a_2|a_3 = 6|2|3 = 110_2|010_2|011_2 = 111_2 = 7$ . Agora, a forja contém: 7 4 1 5.
- Enfim, ele funde as pepitas em  $[4, 6]$ :  $a_4|a_5|a_6 = 4|1|5 = 100_2|001_2|101_2 = 101_2 = 5$ . A forja passa a conter: 7 5.
- Por fim, ele compacta as pepitas restantes, produzindo uma barra de ORicalco de impureza  $7 + 5 = 12$

Note que esse exemplo condiz com a Subtarefa 3.

Exemplo de entrada 3	Exemplo de saída 3
11 5 136 896 777 130 128 0 128 960 65 655 524	1635

Exemplo de entrada 4	Exemplo de saída 4
11 4 2 0 2 0 1 1 2 1 3 0 3	5

*Explicação do exemplo 4:* Note que esse exemplo condiz com a Subtarefa 6.

# Energia

Nome do arquivo: `energia.c`, `energia.cpp`, `energia.pas`, `energia.java`, `energia.js` ou `energia.py`

Quando o arqueólogo Jonas terminou de forjar a barra de ORicalco, uma antiga maldição do vulcão foi imediatamente ativada. O chão tremeu, e diante dele surgiu novamente uma imensa escadaria, formada por  $N$  degraus, onde cada degrau  $i$  ( $1 \leq i \leq N$ ) tinha uma altura representada por  $A_i$ .

Nesse momento, Jonas lembrou de um conceito importante das suas aulas de física vulcânica: a energia gasta para ir de um degrau  $i$  até um degrau  $j$  depende apenas das posições e das alturas dos dois degraus, assim como uma diferença de potencial entre dois pontos. A fórmula usada para calcular a energia gasta para ir de um degrau  $i$  para o  $j$  é:

$$E(i, j) = |i - j| + |A_i - A_j|$$

Onde  $|x|$  representa o valor absoluto de  $x$ .

Sendo um mestre dos vulcões, Jonas sabe que um par  $(i, j)$ , com  $1 \leq i < j \leq N$ , é chamado de vulcônico se  $E(i, j) = K$ . Ele também decidiu ler a parte da lenda que explicava que, para se livrar da maldição, Jonas precisaria falar a todo momento quantos pares  $(i, j)$  são vulcônicos.

Para a surpresa do pesquisador, a partir do minuto 1, os degraus vão pouco a pouco desmoronando. No minuto  $t$ , o degrau  $D_t$  desmorona, fazendo com que seja impossível ir de qualquer degrau a esquerda de  $D_t$  para algum a direita de  $D_t$ .

No total,  $Q$  degraus desmoronaram nos minutos  $1, 2, \dots, Q$ . Então Jonas precisa falar, para cada minuto  $t$  de 0 (o minuto inicial, quando nenhum degrau havia desmoronado) até  $Q$ , quantos pares  $(i, j)$  existem tal que  $E(i, j) = K$  e nenhum degrau desmorou entre  $(i, j)$  ainda. Ajude Jonas a escapar dessa terrível maldição!

## Entrada

A primeira linha da entrada contém três inteiros  $N$ ,  $Q$  e  $K$ , indicando respectivamente o número de degraus, o número de desmoronamentos e o valor alvo da energia.

A segunda linha contém  $N$  inteiros  $A_1, A_2, \dots, A_N$ , descrevendo a altura de cada degrau.

Em seguida, seguem  $Q$  linhas, onde a  $t$ -ésima delas contém um inteiro  $D_t$ , representando o degrau que desmoronou no minuto  $t$ .

## Saída

O programa deve imprimir  $Q + 1$  linhas. A primeira linha deve conter o número de pares vulcônicos existentes antes de qualquer desmoronamento. Cada uma das  $Q$  linhas seguintes deve conter o número de pares vulcônicos após cada um dos desmoronamentos.

## Restrições

É garantido que todo caso de teste satisfaz as restrições abaixo.

- $1 \leq N \leq 200\,000$ .
- $0 \leq Q < N$ .
- $1 \leq A_i, K \leq 1\,000\,000\,000$ .

**Para competidores que utilizam C++ ou Java:** Observe que alguns valores na saída podem ser muito grandes para caberem em um inteiro de 32 bits. É recomendado o uso de inteiros de 64 bits (`long long` em C++; `long` em Java). (*Competidores usando Python ou JavaScript podem ignorar este aviso.*)

### Informações sobre a pontuação

- **Subtarefa 1 (0 pontos):** Esta subtarefa é composta apenas pelos exemplos mostrados abaixo. Ela não vale pontos, serve apenas para que você verifique se o seu programa imprime o resultado correto para os exemplos.
- **Subtarefa 2 (10 pontos):**  $Q = 0$ ,  $N \leq 3\,000$ .
- **Subtarefa 3 (19 pontos):**  $N \leq 3\,000$ .
- **Subtarefa 4 (31 pontos):**  $Q = 0$ .
- **Subtarefa 5 (35 pontos):**  $N \leq 60\,000$ .
- **Subtarefa 6 (5 pontos):** Sem restrições adicionais.

### Exemplos

Exemplo de entrada 1	Exemplo de saída 1
8 3 5 2 9 4 7 1 8 9 8 6 2 1	6 2 1 1

*Explicação do exemplo 1:* Inicialmente, os pares  $(i, j)$  com energia igual a 5 são:  $(1, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 5), (4, 7), (4, 8)$ .  $E(3, 5) = |3 - 5| + |4 - 1| = 5$ , por exemplo. Depois de bloquear a posição 6, os pares são:  $(1, 5), (3, 5)$ . Depois de bloquear a posição 2, o único par é:  $(3, 5)$ . Depois de bloquear a posição 1, o único par é:  $(3, 5)$ .

Exemplo de entrada 2	Exemplo de saída 2
7 0 10 10 23 8 15 16 13 14	6

*Explicação do exemplo 2:* Os pares  $(i, j)$  com energia igual a 10 são:  $(1, 5), (1, 7), (3, 5), (3, 7), (2, 4), (2, 5)$ .  $E(1, 7) = |1 - 7| + |10 - 14| = 10$ , por exemplo.