Regressão Linear Simples e Múltipla – Exercícios de Revisão

1) Um fabricante de roupas está interessado na resistência à tração do tecido utilizado em seus produtos. Suspeita-se que a resistência tenha uma relação linear com a porcentagem de algodão presente no tecido para valores entre 15 e 30%. Um experimento foi conduzido e os resultados encontram-se no arquivo de texto anexo. A esses dados, ajuste um modelo de regressão linear simples com *x* sendo a variável independente e responda aos seguintes itens:

a) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_1 \neq 1$
b) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_1 > -0,01$
c) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_0 \neq 0,25$
d) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_0 > -2$
e) Determine um intervalo de confiança unilateral superior 86,7% para β_0.
f) Determine um intervalo de confiança unilateral superior 87,1% para β_1.
g) Determine um intervalo de confiança unilateral superior 87,5% para a resposta média quando x = 18% de algodão.
h) Determine um intervalo de previsão unilateral superior 87,9% para uma nova observação no ponto x = 18% de algodão.

2) Os dados no arquivo de texto anexo representam o rendimento de combustível de um automóvel (em km/l) em função de seu peso (em toneladas). A esses dados, ajuste um modelo de regressão linear simples com *x* sendo a variável independente e responda aos seguintes itens:

a) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_1 \neq 0,5$
b) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_1 > -6$
c) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_0 \neq 16$
d) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a hipótese alternativa H_1: $\beta_0 > -1$
e) Determine um intervalo de confiança unilateral inferior 80,1% para β_0.
f) Determine um intervalo de confiança unilateral inferior 80,5% para β_1.
g) Determine um intervalo de confiança unilateral inferior 80,9% para a resposta média quando x = 1 tonelada.
h) Determine um intervalo de previsão unilateral inferior 81,3% para uma nova observação no ponto x = 1 tonelada.

3) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo:
$\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2 + \hat{\beta}_3 \cdot x_3$ e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0,01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_1 \neq 0$.
c) Com $\alpha = 0,05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_2 < 0$.
d) Determinar um intervalo de confiança unilateral superior 90% para o coeficiente β_1 utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.
e) Considere um modelo de regressão reduzido apenas com a variável x_1. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório com $\alpha = 0,04$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0,05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0,05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

4) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo: $\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2$ e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0{,}01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_1 < 0$.
c) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_2 < 0$.
d) Determinar um intervalo de confiança unilateral superior 99,4% para o coeficiente β_1 utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.
e) Considere um modelo de regressão reduzido apenas com a variável x_2. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório com $\alpha = 0{,}03$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0{,}05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0{,}05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

5) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo: $\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2 + \hat{\beta}_3 \cdot x_3 + \hat{\beta}_4 \cdot x_4$ e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0{,}01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_4 > 0{,}1$.
c) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_3 \neq -0{,}2$.
d) Determinar um intervalo de confiança unilateral superior 90% para o coeficiente β_1 utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.
e) Considere um modelo de regressão reduzido apenas com a variável x_4. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório com $\alpha = 0{,}04$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0{,}05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0{,}05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

6) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo: $\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2 + \hat{\beta}_3 \cdot x_3$. e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0{,}01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_0 < 130$.
c) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: : H_1: $\beta_2 \neq 1$.
d) Determinar um intervalo de confiança unilateral superior 99,4% para o coeficiente β_1 utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.

e) Considere um modelo de regressão reduzido apenas com a variável x_2. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório com $\alpha = 0{,}04$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0{,}05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0{,}05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

7) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo: $\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2 + \hat{\beta}_3 \cdot x_3 + \hat{\beta}_4 \cdot x_4 + \hat{\beta}_5 \cdot x_5$ e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0{,}01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_1 \neq 0$.
c) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_2 > 0$.
d) Determinar um intervalo de confiança bilateral 99% para o coeficiente β_3, utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.
e) Considere que um modelo de regressão reduzido apenas com as variáveis x_2 e x_5. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório, com $\alpha = 0{,}025$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0{,}05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0{,}05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

8) Ajuste aos dados do arquivo de texto anexo um modelo de regressão linear múltipla do tipo: $\hat{\mu}_{Y|X} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_1 + \hat{\beta}_2 \cdot x_2 + \hat{\beta}_3 \cdot x_3 + \hat{\beta}_4 \cdot x_4 + \hat{\beta}_5 \cdot x_5 + \hat{\beta}_6 \cdot x_6$ e resolva os itens a seguir:

a) Com $\alpha = 0{,}01$, teste a sua significância estatística por meio pela análise de variância. Utilize o método do valor-p.
b) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_4 \neq 3$.
c) Com $\alpha = 0{,}05$ e utilizando o método do valor-p, teste a seguinte hipótese alternativa para o coeficiente beta individualmente: H_1: $\beta_6 < -10$.
d) Determinar um intervalo de confiança unilateral superior 98% para o coeficiente β_1, utilizando o Método do Intervalo de Confiança Individual.
e) Considere um modelo de regressão reduzido apenas com as variáveis x_1, x_5 e x_6. Verifique se este modelo reduzido é satisfatório, com $\alpha = 0{,}03$. Utilize o método do valor-p.
f) Teste se os resíduos padronizados da regressão não seguem uma distribuição normal. Utilizar o teste de normalidade de Shapiro-Wilks e $\alpha = 0{,}05$.
g) Utilizando as funções básicas do software R, determine os Fatores de Inflação de Variância dos coeficientes beta. Quais são as conclusões?
h) Com $\alpha = 0{,}05$, verifique se algum dos resíduos de Student é candidato a outlier. Utilize o método da região crítica com a correção de Bonferroni. A resolução deve indicar pelo menos a região de rejeição/aceitação, o menor e o maior resíduo de Student.

RESULTADOS NUMÉRICOS

1)
a) valor-p = 0,038235
b) valor-p = $9{,}95\times10^{-7}$
c) valor-p = 0,682209
d) valor-p = 0,325882
e) $\beta_0 \leq 2{,}1316$
f) $\beta_1 \leq 0{,}8815$
g) $\mu_Y \leq 13{,}6620$
h) $Y_0 \leq 16{,}2057$

2)
a) valor-p = $1{,}41\times10^{-11}$
b) valor-p = 0,034188
c) valor-p = 0,853717
d) valor-p = $7{,}41\times10^{-20}$
e) $\beta_0 \geq 15{,}1671$
f) $\beta_1 \geq -5{,}4664$
g) $\mu_Y \geq 10{,}5476$
h) $Y_0 \geq 9{,}6358$

3)
a) valor-p = $5{,}263\times10^{-11}$
b) valor-p = 0,001090
c) valor-p= 0,000173
d) $\beta_1 \leq -0{,}008868$
e) valor-p = $3{,}667\times10^{-6}$
f) valor-p = 0,01383
g) FIV(β_1) = 1,754445; FIV(β_2) = 2,835913; FIV(β_3) = 2,014633
h) região de aceitação = [–3,519811; 3,519811]; min(rt) = –1,40912413; max(rt) = 2,50353152

4)
a) valor-p = $7{,}876\times10^{-9}$
b) valor-p = 0,038130
c) valor-p = 0,003071
d) $\beta_1 \leq 0{,}009516$
e) valor-p = 0,07626
f) valor-p = 0,03913
g) FIV(β_1) = 3,64131; FIV(β_2) = 3,64131
h) região de aceitação = [–3,504931; 3,504931]; min(rt) = –1,77010926; max(rt) = 2,76597342

5) a) valor-p = $7{,}209\times10^{-12}$
b) valor-p = 0,004120
c) valor-p = 0,033612
d) $\beta_1 \leq 0{,}3846$
e) valor-p = 0,004407
f) valor-p = 0,1277
g) FIV(β_1) = 1,424589; FIV(β_2) = 1,491938; FIV(β_3) = 1,514447; FIV(β_4) = 2,041078
h) região de aceitação = [-3,636264; 3,636264]; min(rt) = –3,677630455; max(rt) = 2,566927399

6) a) valor-p = 0,00179
b) valor-p = 0,526066
c) valor-p = 0,041899
d) $\beta_1 \leq 0{,}03771$
d) valor-p = 0,2989
e) valor-p = 0,6907
f) FIV(β_1) = 1,260493; FIV(β_2) = 1,216530; FIV(β_3) = 1,042302
g) região de aceitação = [–3,54376; 3,54376]; min(rt) = –1,81506759; max(rt) = 2,52951544

7) a) valor-p = $3{,}828\times10^{-5}$
b) valor-p = 0,12009
c) valor-p = 0,000781
d) $-1{,}3079 \leq \beta_3 \leq 1{,}5879$
e) valor-p = 0,4373
f) valor-p = 0,213
g) FIV(β_1) = 1,026667; FIV(β_2) = 1,026667; FIV(β_3) = 1,026667; FIV(β_4) = 1,026667; FIV(β_5) = 1,026667
h) região de aceitação = [–4,122363; 4,122363]; min(rt) = –2,20846359; max(rt) = 1,58474460

8) a) valor-p < $2{,}2\times10^{-16}$
b) valor-p = 0,754249
c) valor-p = 0,006733
d) $\beta_1 \leq 1{,}7404$
e) valor-p = 0,1053
f) valor-p = 0,8804
g) FIV(β_1) = 276,14540; FIV(β_2) = 71,49698; FIV(β_3) = 165,90821; FIV(β_4) = 210,35285; FIV(β_5) = 32,01309; FIV(β_6) = 8,47814
h) região de aceitação = [–3,541462; 3,541462]; min(rt) = –3,08449336; max(rt) = 2,09798252