



**Universidade de Brasília
Departamento de Estatística**

Interpretação de redes neurais

Davi Guerra Alves

Projeto apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília
2023**

Davi Guerra Alves

Interpretação de redes neurais

Orientador(a): Thais Carvalho Valadares Rodrigues

Projeto apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília
2022**

1 Dedicatória

2 Agradecimientos

3 Resumo

Sumário

1 Dedicatória	3
2 Agradecimentos	4
3 Resumo	5
4 Lista de figuras	7
5 Lista de tabelas	8
6 Lista de quadros	9
7 Introdução	10
8 Referencial teórico	11
8.1 Regressão logística	11
8.2 Métricas de avaliação	12
8.2.1 Matriz de confusão	12
8.2.2 Acurácia	13
8.2.3 Precisão	13
8.2.4 Recall	14
8.2.5 F1-score	14
9 Metodologia	16
10 Resultados	17
11 Conclusão	27
12 Anexo	28

4 Referencial teórico

4.1 Regressão logística

A regressão logística é um método estatístico utilizado para modelar a probabilidade de uma variável dependente categórica. É comumente utilizada para problemas de classificação binária, onde a variável dependente possui apenas duas categorias, como sim/não, positivo/negativo, 0/1.

O cálculo da regressão logística é baseado na probabilidade da variável aleatória Y ser igual a 1, onde Y é uma variável aleatória com distribuição Bernouli, com parâmetro p de sucesso, cuja fórmula é dada por:

$$P(Y = 1|X_1, X_2, \dots, X_k) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \dots + X_k\beta_k)}} \quad (4.1.1)$$

onde cada variável explicativa (X_1, X_2, \dots, X_k) tem um parâmetro β correspondente, influenciando o resultado de Y .

A estimação dos coeficientes $(b_0, b_1, b_2, \dots, b_k)$ na regressão logística é geralmente realizada por meio do método da máxima verossimilhança. O objetivo é encontrar os valores dos coeficientes que maximizam a função de verossimilhança, representando a probabilidade de observar os dados observados dado o modelo.

A função de verossimilhança (L) para a regressão logística é dada pelo produto das probabilidades condicionais de observar os eventos (valores da variável dependente) dados os valores das variáveis independentes. Para facilitar o cálculo, geralmente trabalhamos com o logaritmo natural da função de verossimilhança, conhecido como log-verossimilhança(l).

A log-verossimilhança para a regressão logística é:

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^n [y_i \beta^T x_i - \log(1 + e^{\beta^T x_i})] \quad (4.1.2)$$

- N é o número total de observações.
- y_i é a variável dependente binária da i -ésima observação (0 ou 1).
- p_i é a probabilidade predita de $Y = 1$ para a i -ésima observação, dada pela função logística.

A ideia é encontrar os valores de $(b_0, b_1, b_2, \dots, b_k)$ que maximizam essa função.

Isso geralmente é feito usando métodos computacionais, como o algoritmo de otimização Newton-Raphson ou o Gradiente Descendente.

Para se interpretar o modelo logístico é utilizado o método da Razão de Chances, que calcula a razão da probabilidade de um evento ocorrer em um grupo em relação à probabilidade de não ocorrer.

Esse resultado pode ser obtido quando se calcula a exponencial dos coeficientes do modelo logístico.

$$RC = \exp(\beta_k) \quad (4.1.3)$$

Um RC igual a 1 indica que a variável independente não tem efeito no resultado de Y(nenhuma associação). Um RC maior que 1 sugere uma associação positiva, enquanto um RC menor que 1 sugere uma associação negativa.

Outra medida interpretativa é a função log odds ou logíto. Ela é uma função que calcula o log da razão do evento acontecer e dele não acontecer, cuja formulação é dada por:

$$\text{logit}(P(Y = 1)) = \log\left(\frac{P(Y = 1)}{1 - P(Y = 1)}\right) \quad (4.1.4)$$

Onde esse resultado nada mais é do que $\beta_0 + X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \dots + X_k\beta_k$.

Portanto, a utilidade de se analisar o log-odds é justamente uma ponte entre olhar coeficiente e a probabilidade final, pois um coeficiente positivo indica que o aumento na variável está associado a um aumento nas log-odds (e, portanto, na probabilidade), enquanto um coeficiente negativo está associado a uma diminuição nas log-odds (e na probabilidade).

4.2 Métricas de avaliação

4.2.1 Matriz de confusão

Uma matriz de confusão é uma tabela usada em aprendizado de máquina e estatísticas para avaliar o desempenho de um modelo de classificação. Comumente usada em problemas de classificação binária, seu papel avaliar o resultados das predições do modelo quando comparadas com os valores reais.

A matriz de confusão organiza as previsões do modelo em quatro categorias, comumente chamadas de Verdadeiro Positivo (VP), Falso Positivo (FP), Verdadeiro Negativo

(VN) e Falso Negativo (FN). Essas categorias são definidas da seguinte maneira:

- Verdadeiro Positivo (VP): Exemplos que foram corretamente classificadas como pertencentes à classe positiva.
- Falso Positivo (FP): Exemplos que foram erroneamente classificadas como pertencentes à classe positiva, quando na verdade pertencem à classe negativa.
- Verdadeiro Negativo (VN): Exemplos que foram corretamente classificadas como pertencentes à classe negativa.
- Falso Negativo (FN): Exemplos que foram erroneamente classificadas como pertencentes à classe negativa, quando na verdade pertencem à classe positiva.

		Previsão	
		Positivo	Negativo
Real	Positivo	Verdadeiro Positivo (VP)	Falso Negativo (FN)
	Negativo	Falso Positivo (FP)	Verdadeiro Negativo (VN)

Tabela 1: Matriz de Confusão

4.2.2 Acurácia

A acurácia mede a proporção de predições corretas feitas por um modelo em relação ao número total de predições. A fórmula básica para calcular a acurácia é dada por:

$$\text{Acurácia} = \frac{\text{Número de predições corretas}}{\text{Número total de predições}} = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (4.2.1)$$

Essa métrica fornece uma visão geral do desempenho do modelo, indicando a porcentagem de instâncias corretamente classificadas. No entanto, a acurácia pode ser enganosa em casos onde as classes não estão balanceadas. Em situações desse tipo, um modelo que prevê sempre a classe majoritária pode ter uma acurácia alta, mesmo que não seja eficaz.

4.2.3 Precisão

A precisão é uma métrica de avaliação de desempenho para modelos de classificação, especialmente relevante quando o foco está na minimização de falsos positivos. Em um contexto mais amplo, a precisão é definida como a proporção de exemplos classi-

ficados corretamente como positivos em relação ao total de exemplos classificadas como positivas (verdadeiras positivas mais falsos positivos).

$$\text{Precisão} = \frac{VP}{VP + FP} \quad (4.2.2)$$

A precisão é particularmente útil quando os falsos positivos são mais problemáticos ou custosos em comparação com os falsos negativos. Por exemplo, em um sistema de detecção de spam, classificar erroneamente um e-mail legítimo como spam (falso positivo) pode ser mais prejudicial do que deixar passar um e-mail de spam (falso negativo).

4.2.4 Recall

O recall, também conhecido como sensibilidade, é outra métrica utilizada no contexto de classificação, focada em capturar a proporção de exemplos positivos que foram corretamente identificadas pelo modelo em relação ao total de exemplos positivos existentes.

$$\text{Recall} = \frac{VP}{VP + FN} \quad (4.2.3)$$

O recall é especialmente útil quando os falsos negativos (exemplos positivos não identificadas pelo modelo) são mais críticos ou custosos do que os falsos positivos. Por exemplo, em um sistema de detecção de fraudes, é crucial identificar todas as transações fraudulentas, mesmo que isso signifique aceitar algumas transações normais erroneamente classificadas como fraudulentas.

4.2.5 F1-score

O F1-score é uma métrica de avaliação que combina as métricas de precisão e recall em um único valor.

$$F1 = 2 \cdot \frac{\text{Precisão} \cdot \text{Recall}}{\text{Precisão} + \text{Recall}} \quad (4.2.4)$$

O F1-score é a média harmônica entre a precisão e o recall. A média harmônica é utilizada porque penaliza extremos, sendo particularmente sensível a baixos valores em qualquer uma das métricas.

O F1-score varia de 0 a 1, onde 1 indica o melhor desempenho possível, equilibrando tanto a precisão quanto o recall. Essa métrica é particularmente útil quando há um desequilíbrio significativo entre as classes, pois é menos sensível a grandes quantidades

de verdadeiros negativos.

5 Anexo