# Resolução da Lista de Exercícios

**Francisco Davi Belo Rodrigues**

27 de outubro de 2025

## 1 Exercício 1

### Enunciado e dados

Consideram-se dois tanques cilíndricos interligados em série. O tanque 1 recebe uma alimentação constante e descarrega no tanque 2, que por sua vez escoa para o ambiente. As vazões de saída de cada tanque dependem do nível interno segundo a relação empírica $Q_i = k_i\sqrt{h_i}$. Os parâmetros fornecidos são resumidos na Tabela 1.

| **Parâmetro** | **Valor** |
|---|---|
| Vazão de alimentação $Q_0$ | $20\ \mathrm{m^3\,h^{-1}}$ |
| Diâmetro do tanque 1 $D_1$ | 4 m |
| Diâmetro do tanque 2 $D_2$ | 3 m |
| Constante da válvula 1 $k_1$ | $14\ \mathrm{m^{2.5}\,h^{-1}}$ |
| Constante da válvula 2 $k_2$ | $12\ \mathrm{m^{2.5}\,h^{-1}}$ |
| Nível inicial no tanque 1 $h_1(0)$ | 3 m |
| Nível inicial no tanque 2 $h_2(0)$ | 2 m |

Tabela 1: Dados operacionais da Questão 1.

### Formulação do modelo

a) **Construção das equações de balanço**

1. A área transversal de cada tanque é $A_i = \pi D_i^2/4$, resultando em $A_1 = 12{,}566\ \mathrm{m^2}$ e $A_2 = 7{,}069\ \mathrm{m^2}$.
2. A conservação de volume líquido em cada tanque fornece

$$A_1\frac{dh_1}{dt} = Q_0 - Q_1, \tag{1}$$

$$A_2\frac{dh_2}{dt} = Q_1 - Q_2. \tag{2}$$

3. Substituindo a lei das válvulas, obtém-se o sistema não linear

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{Q_0 - k_1\sqrt{h_1}}{A_1}, \tag{3}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{k_1\sqrt{h_1} - k_2\sqrt{h_2}}{A_2}. \tag{4}$$

b) **Consistência de unidades**

1. Convertem-se as vazões de $\mathrm{m^3\,h^{-1}}$ para $\mathrm{m^3\,s^{-1}}$: $Q_0^{(s)} = Q_0/3600 = 5{,}556\times10^{-3}\ \mathrm{m^3\,s^{-1}}$.

2. As constantes de válvula são tratadas como $k_i^{(s)} = k_i/3600$, de forma que $Q_i = k_i^{(s)}\sqrt{h_i}$ em segundos.

3. As equações finais utilizadas na simulação tornam-se

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{Q_0^{(s)} - k_1^{(s)}\sqrt{h_1}}{A_1}, \tag{5}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{k_1^{(s)}\sqrt{h_1} - k_2^{(s)}\sqrt{h_2}}{A_2}, \tag{6}$$

   com $h_1(0) = 3$ m e $h_2(0) = 2$ m.

### Resolução numérica

O sistema diferencial foi integrado em $0 \leq t \leq 20$ h (equivalente a 72 000 s) empregando o método Runge–Kutta de quarta/quinta ordem adaptativo (`solve_ivp` do SciPy) com passo máximo de 10 s. A implementação registra também as trajetórias discretizadas $(t, h_1, h_2)$ em arquivo auxiliar para rastreabilidade.

### Resultados

As curvas temporais obtidas para os níveis de líquido encontram-se na Figura 1. Observa-se que $h_1$ decai de 3 m para 2,04 m, enquanto $h_2$ aumenta para 2,78 m ao final das 20 horas de operação, aproximando-se de um estado quase estacionário.

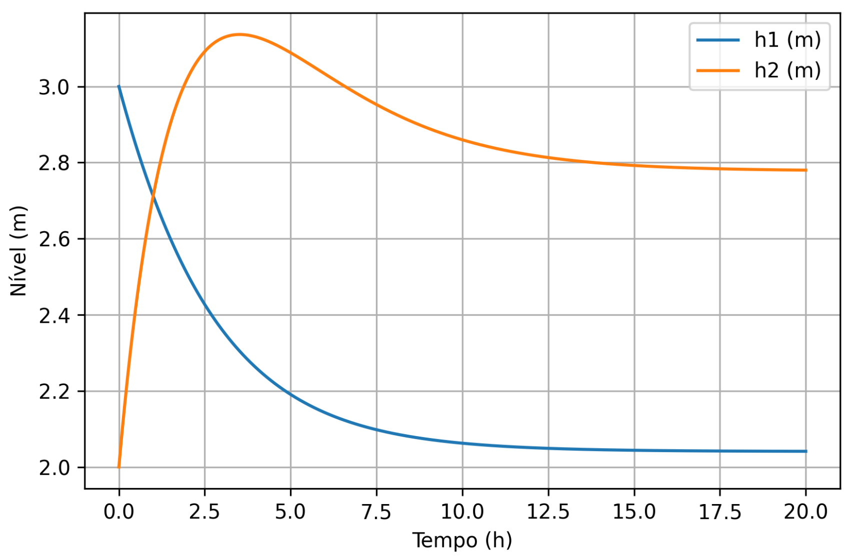


Figura 1: Perfis temporais simulados dos níveis $h_1$ e $h_2$ durante 20 horas.

## Referências

[1] Autor, *Título do Livro ou Artigo*, Editora, Ano.