PARCIAL 2. Señales y sistemas

2.1 Solución

Sistema masa, resorte, amortiguador, con condiciones iniciales cero: Donde

- Masa: m
- Coeficiente de amortiguamiento: b
- Cte elástica del resorte: K
- Entrada, fuerza aplicada al sistema: $x(t) \to F(t)$
- Salida, desplazamiento de la masa: $y(t)$
- Fuerza del resorte: F_K
- Fuerza del amortiguador: F_b

Teniendo en cuenta que el resorte se opone al desplazamiento, el amortiguador se opone a la velocidad y la masa depende de la aceleración se dice que:

$F_K = -K \cdot y(t)$ $\quad F_b = -b \cdot y'(t)$ $\quad \underline{F_m = m \cdot y''(t)} \to$ Fuerza de la masa inercial

Aplicando la segunda ley de Newton, que indica que la suma de las fuerzas es igual a la masa por la aceleración, se tiene.

$\sum F = m \cdot a$, La EDO para el sistema masa, resorte amortiguador es

$$F(t) - b\,y'(t) - K\,y(t) = m\,y''(t)$$

$$F(t) = m\,y''(t) + b\,y'(t) + K\,y(t)$$

Sabiendo que:

$y'(t) = \dfrac{dy(t)}{dt}$ (velocidad) $\quad y''(t) = \dfrac{d^2 y(t)}{dt^2}$ (aceleración

Aplicando la transformada de Laplace a cada termino, sabiendo que hay derivadas entonces:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$$

$$\mathcal{L}\{y'(t)\} = sY(s) - y(0)$$

$$\mathcal{L}\{y''(t)\} = s^2 Y(s) - y'(0)$$

Pero como en este problema asumimos condiciones iniciales cero

$$y(0)=0 \qquad y'(0)=0$$

Entonces

$$\mathcal{L}\{y'(t)\} = sY(s) \quad , \quad \mathcal{L}\{y''(t)\} = s^2 Y(s)$$

Aplicando la transformada de Laplace a cada termino de la ecuación $F(t)$

$$F(t) = my''(t) + by'(t) + ky(t)$$

$$\mathcal{L}\{F(t)\} = \mathcal{L}\{my''(t)\} + \mathcal{L}\{by'(t)\} + \mathcal{L}\{ky(t)$$

$$F(s) = ms^2Y(s) + bsY(s) + kY(s)$$

$$F(s) = Y(s)(ms^2 + bs + k)$$

Despejando la función de transferencia

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2+bs+k}$$