

2.13 Solución

Expresión de salida en el tiempo para una configuración en lazo cerrado del sistema en función de PLC

El objetivo es encontrar la salida, en el tiempo, $C(t)$ para un sistema en lazo cerrado con regulación unitaria.

La fórmula clave es:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\Phi(s)}{1 + \Phi(s)}$$

Donde $\Phi(s)$: Es la función de Transf. en lazo abierto.

$T(s)$: Es la función de Transf. en lazo cerrado

$R(s)$: Es la entrada (impulso, Escalón, rampa).

$C(s)$: Es la salida en el dominio de la FRECUENCIA

Una vez encontrado $C(s) = T(s)$, aplicamos la transformada inversa de Laplace.

Sistema ① Circuito RLC serie (con salida en el capacitor)

$$\Phi_2(s) = \frac{L}{Ls^2 + Rs + L} > \text{Aplicamos la fórmula en lazo cerrado}$$

$$T_L(s) = \frac{\Phi_2(s)}{1 + \Phi_2(s)} = \frac{\frac{1}{Ls^2 + Rs + L}}{1 + \frac{1}{Ls^2 + Rs + L}} \times \frac{Ls^2 + Rs + L}{Ls^2 + Rs + L}$$

$$T_L(s) = \frac{1}{Ls^2 + Rs + 2}$$

Ahora multiplicamos $T_L(s)$ por la transformada de Laplace de cada entrada

i) Entrada Impulso unitario: $r(t) = \delta(t)$

$$\delta(s) = 1 \rightarrow C_L \text{ Impulso (s)} = T_L(s) \cdot L = \frac{1}{LCS^2 + RCS^2 + R}$$

ii) Entrada Escalón unitario: $r(t) = u(t)$

$$u(s) = \frac{1}{s} \rightarrow C_L \text{ Escalón (s)} = T_L(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s(LCS^2 + RCS^2 + R)}$$

iii) Entrada Rampa: $r(t) = t$

$$r(s) = \frac{1}{s^2} \rightarrow C_L \text{ rampa (s)} = T_L(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2(LCS^2 + RCS^2 + R)}$$

Para cada expresión de $C_L(s)$ anterior, se le aplica la transformada inversa de Laplace por medio de fracciones parciales. Esta parte será realizada por computador.

• Sistema ②: Circuito RLC paralelo (Salida en el Inductor).

La función de transferencia en lazo abierto es:

$$G_2(s) = \frac{1}{LCS^2 + \frac{R}{L}s + 1}$$

$$T_2(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{LCS^2 + \frac{R}{L}s + 1}}$$

$$T_2(s) = \frac{1}{(LCS^2 + \frac{R}{L}s + 1) + 1} = F_2(s) = \frac{1}{LCS^2 + \frac{R}{L}s + 2}$$

i) Entrada Impulso Unitario: $R(s) = 1$

$$C_2 \text{ Impulso}(s) = T_2(s) \cdot 1 \rightarrow C_2 \text{ Impulso}(s) = \frac{1}{LCS^2 + \frac{L}{R}s + 2}$$

ii) Entrada Escalón unitario: $R(s) = \frac{1}{s}$

$$C_2 \text{ Escalón}(s) = T_2(s) \cdot \frac{1}{s} \rightarrow C_2 \text{ Escalón}(s) = \frac{1}{s(LCS^2 + \frac{L}{R}s + 2)}$$

iii) Entrada Rampa: $R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$C_2 \text{ Rampa}(s) = T_2(s) \cdot \frac{1}{s^2} \rightarrow C_2 \text{ Rampa}(s) = \frac{1}{s^2(LCS^2 + \frac{L}{R}s + 2)}$$