

2.13 Solución

Expresión de salida en el tiempo para una configuración en lazo cerrado del sistema en función de PLC

El objetivo es encontrar la salida, en el tiempo $C(t)$ para un sistema en lazo cerrado con alimentación unitaria.

La fórmula clave es:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

Donde $G(s)$: Es la función de Transferencia en lazo abierto.

$T(s)$: Es la función de Transferencia en lazo cerrado

$R(s)$: Es la entrada (impulso, escalón, rampa).

$C(s)$: Es la salida en el dominio de la frecuencia

Una vez encontrado $C(s) = T(s)$, aplicamos la transformada inversa de Laplace.

• Sistema ① Circuito RLC serie (con salida en el capacitor)

$$G_1(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad \text{Aplicamos la fórmula en lazo cerrado}$$

$$T_1(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)} = \frac{1/LCs^2 + RCs + 1}{1 + \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}} \quad \times \frac{LCs^2 + RCs + 1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$T_1(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 2}$$

Ahora multiplicamos $T_1(s)$ por la transformada de Laplace de cada entrada

i) Entrada impulso unitario: $r(t) = \delta(t)$

$$\delta(s) = 1 \rightarrow C_1 \text{ impulso}(s) = T_1(s) \cdot 1 = \frac{1}{Ls^2 + Rcs + 2}$$

ii) Entrada Escalón unitario: $T(s) = u(t)$

$$u(s) = \frac{1}{s} \rightarrow C_2 \text{ Escalar}(s) = T_1(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s(Ls^2 + Rcs + 2)}$$

iii) Entrada Rampa: $r(t) = t$

$$r(s) = \frac{1}{s^2} \rightarrow C_3 \text{ rampa}(s) = T_1(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2(Ls^2 + Rcs + 2)}$$

Para cada expresión de $C_i(s)$ anterior, se le aplica la transformada inversa de Laplace por medio de fracciones parciales. Esta parte será realizada por computador.

• Sistema ②: Circuito RLC paralelo (salida en el inductor).

La función de transferencia en lazo abierto es:

$$G_2(s) = \frac{1}{Ls^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

$$T_2(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Ls^2 + \frac{L}{R}s + 1}}$$

$$T_2(s) = \frac{1}{(Ls^2 + \frac{L}{R}s + 1) + 1} = T_2(s) = \frac{1}{Ls^2 + \frac{L}{R}s + 2}$$

i) Entrada impulso unitario: $P(s) = 1$

$$C_z \text{ impulso}(s) = T_z(s) \cdot 1 \rightarrow C_z \text{ impulso}(s) = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 2}$$

ii) Entrada Escalón unitario: $P(s) = \frac{1}{s}$

$$C_z \text{ Escalón}(s) = T_z(s) \cdot \frac{1}{s} \rightarrow C_z \text{ Escalón}(s) = \frac{1}{s(LCs^2 + \frac{L}{R}s + 2)}$$

iii) Entrada Rampa: $P(s) = \frac{1}{s^2}$

$$C_z \text{ Rampa}(s) = T_z(s) \cdot \frac{1}{s^2} \rightarrow C_z \text{ Rampa}(s) = \frac{1}{s^2(LCs^2 + \frac{L}{R}s + 2)}$$