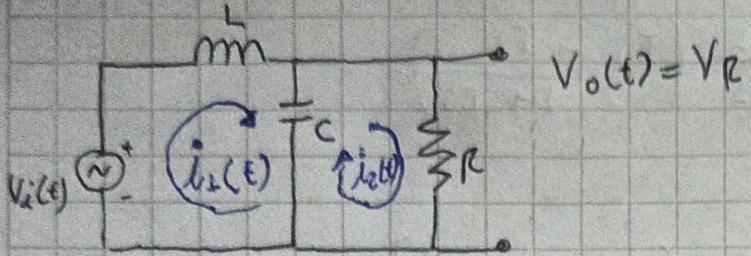


2.2 Solución



Aplicando la ley de tensiones de Kirchoff tenemos

$$V_i(t) = V_L + V_C + V_R, \text{ donde } V_R = V_o$$

Convertimos los elementos al dominio de Laplace

- Bobina $L \rightarrow Ls$
- Capacitores $C \rightarrow \frac{1}{Cs}$

- Resistores $R \rightarrow R$

Fuente $V_i(s)$

Malla 1: Planteamos la ecuación en sentido horario: Fuente, inductor, capacitor: $V = IR$

$$V_i(s) = Ls \cdot I_1(s) + \frac{1}{Cs} [I_1(s) - I_2(s)] \quad (1)$$

Malla 2: planteamos la ecuación en sentido horario: capacitor, resistores

$$0 = \frac{1}{Cs} [I_2(s) - I_1(s)] + R + I_2(s) \quad (2)$$

Despejamos $I_2(s)$ en función de $I_1(s)$. En (2) multiplicamos todo por Cs y despejamos

$$\frac{1}{Cs} [I_2(s) - I_1(s)] + RI_2(s) = 0 \quad (* (Cs))$$

$$I_2(s) - I_1(s) + CsR I_2(s) = 0$$

$$I_2(1 + CRs) = I_1 \rightarrow I_2 = \frac{I_1}{1 + CRs}$$

Mander

Sustituyendo I_2 en la primera ecuación ①

$$V_i(s) = LS I_1 + \frac{1}{CS} \left(I_1 - \frac{I_1}{1+CRS} \right)$$

Factorizando I_1

$$V_i(s) = I_1 \left[LS + \frac{1}{CS} \left(1 - \frac{1}{1+CRS} \right) \right]$$

Simplificando el término del paréntesis

$$1 - \frac{1}{1+CRS} = \frac{1+CRS-1}{1+CRS} = \frac{CRS}{1+CRS}$$

$$V_i(s) = I_1 \left[LS + \frac{CRS}{1+CRS} \right] = I_1 \left[LS + \frac{R}{1+CRS} \right]$$

Calculamos $V_o(s)$

La salida está sobre R y la corriente por ella es $I_2(s)$, entonces

$$V_o(s) = R \cdot I_2(s) = R \times \frac{I_1(s)}{1+CRS}$$

Calculando la función de transferencia $H(s)$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R \cdot \frac{I_2(s)}{1+CRS}}{I_2(s) \cdot \left[LS + \frac{R}{1+CRS} \right]}$$

$$H(s) = \frac{R}{(LS+CRS)\left[LS + \frac{R}{1+CRS} \right]} \rightarrow H(s) = \frac{R}{LS(L+CRS) + RC}$$

Organizando la función de transferencia $H(s)$ tenemos

$$\frac{R}{CRs^2 + Cs + R} \left(\frac{V_R}{V_R} \right) = H(s) = \frac{1}{Ls^2 + \frac{R}{L}s + 1}$$

Comparando el circuito eléctrico con el sistema mecánico, tenemos:

$$H(s) = \frac{1}{Ls^2 + \frac{R}{L}s + 1} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \xrightarrow{\text{Llevada a la forma canónica}}$$

$$\frac{1/m}{ms^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} = \frac{1/m}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}$$

$L_C = m$
 $R = 1$
 $b/L = b$

Hallamos W_n^2, K, ξ para el sistema físico

$$W_n^2 = \frac{d\omega}{dz} \rightarrow W_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \begin{matrix} \text{Frecuencia} \\ \text{natural} \end{matrix}$$

$$K = \frac{1}{d_0} \rightarrow K = \frac{1}{k} \rightarrow \text{Ganancia } K$$

$$\xi = \frac{a_+}{2\sqrt{kd_0}} \rightarrow \xi = \frac{b}{2\sqrt{kb}} \rightarrow \begin{matrix} \text{Factor de} \\ \text{diamortiguamiento} \end{matrix}$$

De esto hallamos W_n^2, K, ξ para el circuito eléctrico

$$W_n^2 = \frac{d\omega}{dz} \rightarrow W_n^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \text{Frecuencia natural}$$

$$K = \frac{1}{d_0} \rightarrow K = L \rightarrow \text{Ganancia}$$

$$\xi = \frac{a_+}{2\sqrt{Ld_0}} \rightarrow \xi = \frac{b/R}{2\sqrt{L \cdot L/R}} \rightarrow \begin{matrix} \text{Factor de} \\ \text{diamor Esguamiento} \end{matrix}$$