

---

# IMPLEMENTACIÓN DEL SIMPLEX PRIMAL

---

DAVID ÁLVAREZ ROSA

DAVID ARIZA BLASI



*Facultad de Matemáticas y Estadística  
Universidad Politécnica de Cataluña*

BARCELONA, 15 DE NOVIEMBRE DE 2018

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Implementación del Simplex Primal</b>	<b>1</b>
2.1. Librería auxiliar . . . . .	1
2.2. Fase I . . . . .	2
2.3. Fase II . . . . .	4
2.4. Función de Iteración . . . . .	5
2.5. Ejecución del Programa . . . . .	7
<b>3. Resolución de los problemas asignados</b>	<b>9</b>
3.1. Conjunto de datos nº 3 . . . . .	10
3.1.1. Problema 1 . . . . .	10
3.1.2. Problema 2 . . . . .	12
3.1.3. Problema 3 . . . . .	15
3.1.4. Problema 4 . . . . .	17
3.2. Conjunto de datos nº 4 . . . . .	18
3.2.1. Problema 1 . . . . .	18
3.2.2. Problema 2 . . . . .	21
3.2.3. Problema 3 . . . . .	22
3.2.4. Problema 4 . . . . .	25

## 1. Introducción

En este informe se presenta la implementación del algoritmo del Simplex Primal, consistente en la lectura de los datos asignados a cada miembro del grupo (de un problema de programación lineal en forma estándar y la posterior aplicación del algoritmo citado para encontrar una solución óptima al problema).

La datos se presentan como una matriz con los coeficientes de las constricciones del problema  $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R})$ , un vector de términos independientes de las constricciones  $b \in \mathbb{R}^m$  y un vector de costes  $c \in \mathbb{R}^n$ :

$$(PL) \begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^n} & c^T x \\ s.a. : & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

La presentación de la implementación del algoritmo se dividirá en distintas secciones: explicando las diferentes funciones que integra el código. Se ha programado de forma que se puedan resolver problemas factibles, infactibles, ilimitados y degenerados.

En el guión de la práctica, se mencionaba que se podía asumir que la matriz  $A$  dada era de rango completo. Pese a esta asunción, el código es capaz de detectar la presencia de redundancias para evitar el fallo del programa en caso de que la matriz de constricciones no fuese de rango completo.

### - Funcionamiento del programa

Posiblemente el ejecutable no funcione dependiendo del ordenador, en este caso volver a compilarlo:

```
$ g++ functions.cc simplex.cc -o Simplex
```

En implementación del programa está explicado cómo debe ser el formato del input, los conjuntos de problemas 3 y 4 ya están convertidos a este formato. Para ejecutar, por ejemplo, el problema PL 2 del conjunto 3 de acuerdo con la regla del coste reducido más negativo hacer:

```
$ ./Simplex <"Datos/Coste más reducido/Conjunto 3 - Problema 2.txt"
```

## 2. Implementación del Simplex Primal

### 2.1. Librería auxiliar

Hemos creado una librería propia auxiliar con funciones básicas que después usaremos en la implementación del Algoritmo del Simplex. El código completo se encuentra en *functions.cc*. Las funciones son las siguientes (*functions.h*):

```
functions.h
1  using namespace std;
2
3  using V = vector<double>;
4  using M = vector<V>;
```

```

5  using VI = vector<int>;
6
7
8  // Encontrar el mínimo de un vector (posición o valor).
9  int minVectorPos(V v);
10 double minVectorValue(V v);
11
12 // Matriz identidad de tamaño n×n.
13 M matrixIdentity(int n);
14
15 // Operaciones básicas con matrices, vectores y escalares.
16 M matrixMultiplication(M A, M B);
17 V vectorMatrixMultiplication(V v, M A);
18 V matrixVectorMultiplication(M A, V v);
19 V scalarVectorMultiplication(double M, V v);
20 V vectorSum(V v, V w);
21 V vectorDifference(V v, V w);
22
23 // Suma M veces la fila b-ésima a la fila a-ésima.
24 void combineMatrixRows(M &A, int a, int b, double M);
25 // Multiplica la fila i de la matriz por el escalar M.
26 void multiplyMatrixRow(M &A, int i, double M);
27
28 // Escoger diversos elementos de un vector o matriz.
29 V vectorChooseElements(V c, VI v);
30 M matrixChooseColumns(M A, VI v);
31 V matrixChooseColumn(M A, int j);
32
33 // Imprimir vector por pantalla.
34 void printVector(V v);
35 void printVector(VI v);

```

functions.h

## 2.2. Fase I

La fase I comienza creando primero el problema auxiliar:

```

simplex.cc
183 // Fase I del simplex.
184 dmm simplexPhaseI(M A, V b, VI &vb, VI &vn, V &xb, int rule, int &iterCounter) {
185     int m = A.size();
186     int n = A[0].size();
187
188     // Crear la matriz A prima del problema auxiliar.
189     M Ap(m, V(n + m, 0));
190     for (int i = 0; i < m; ++i) {
191         for (int j = 0; j < n; ++j)
192             Ap[i][j] = A[i][j];
193         Ap[i][i + n] = 1;
194     }
195     // Crear el vector c prima del problema auxiliar.

```

```

196 V cp(n + m , 0);
197 for (int i = n; i < n + m; ++i)
198     cp[i] = 1;
199 // Crear los vectores de variables básicas y no básicas para el problema
    ⇨ auxiliar.
200 VI vbp(m);
201 for (int i = 0; i < m; ++i)
202     vbp[i] = i + n + 1;
203 VI vnp(n);
204 for (int i = 0; i < n; ++i)
205     vnp[i] = i + 1;
206 V xbp = b;
207 // Calcular el valor actual de la función auxiliar z prima.
208 double zp = 0;
209 for (int i = 0; i < m; ++i)
210     zp += b[i];
211
212 // Matriz B auxiliar y su inversa (ambas son la identidad).
213 M Bp = matrixIdentity(m); M invBp = matrixIdentity(m);

```

simplex.cc

Continuamos con la iteración del símplex, que nos devolverá el valor del óptimo junto con la base óptima (sabemos que en el caso de la fase I el óptimo siempre existirá):

```

// Iterar el símplex para el problema auxiliar.
215 int iout = 0;
216 while (iout == 0) {
217     cout << "\tIteración " << iterCounter << ": \t";
218     iout = simplexIter(cp, Ap, vbp, vnp, xbp, zp, Bp, invBp, rule);
219     ++iterCounter;
220 }

```

simplex.cc

Posiblemente en la base óptima del problema auxiliar queden variables artificiales que no queremos. Para sacarlas de la base debemos iterar sobre las variables básicas artificiales. Esto es, si la variable básica  $i$ -ésima es artificial, buscaremos una  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$  tal que la  $i$ -ésima componente del vector  $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}_j$  sea diferente de 0. Después hacemos un cambio de base, la  $i$ -ésima variable básica sale (es artificial) y la  $x_j$  entra (esta es variable natural). Sabemos que siempre encontraremos tal  $j$ , ya que estamos suponiendo que  $\mathbf{A}$  es de rango máximo. De todas maneras, en caso de que no existiera, el programa avisa de que la restricción  $i$ -ésima es redundante:

```

223 // Sacar variables artificiales de la base si fuera necesario.
224 for (int i = 0; i < m; ++i)
225     if (vbp[i] > n) {
226         M auxM = matrixMultiplication(invBp, A);
227
228         int cont = 0;
229         bool finished = false;

```

```

230     for (int j = 0; j < m and not finished; ++j)
231         if (abs(auxM[i][j]) < TOLERANCE) // Si es igual a 0 (precisión de
            ↪ máquina).
232             ++cont;
233         else {
234             V dbp = descentDirection(invBp, Ap, j + 1);
235             update(Ap, Bp, invBp, vbp, vnp, xbp, zp, 0, dbp, i + 1, 0, j + 1,
            ↪ {0});
236             finished = true;
237         }
238     if (cont == m)
239         cout << "La restricción " << i + 1 << "es redundante." << endl;
240 }

```

La fase I finalmente guardará la solución básica factible (sin variables artificiales) y devolverá el valor óptimo del problema auxiliar y la matriz de base óptima junto con su inversa:

```

simplex.cc
242 // Guardar la solución básica factible.
243 vb = vbp;
244 for (int i = 0; i < n; ++i)
245     if (vnp[i] <= n)
246         vn.push_back(vnp[i]);
247 xb = xbp;
248
249 // Devolver el valor de la función auxiliar y la matriz B auxiliar y su
    ↪ inversa.
250 return {zp, Bp, invBp};
251 }
simplex.cc

```

### 2.3. Fase II

El algoritmo funciona tal y como se expuso en clase. Empieza calculando el valor de la función objetivo para las variables básicas de la SBF obtenida en la Fase I:

```

simplex.cc
257 double z = 0;
258 for (int i = 0; i < (int) vb.size(); ++i)
259     z += c[vb[i] - 1]*xb[i];
simplex.cc

```

En este punto, se llama a la función de iteración del simplex hasta que se halla una de las siguientes dos situaciones:

1. Si se ha encontrado una solución óptima, el programa termina mostrándola por pantalla.
2. Si se ha encontrado que el problema es ilimitado, el programa acaba mostrándolo por pantalla.

```

simplex.cc
262     int iout = 0;
263     while (iout == 0) {
264         cout << "\tIteración " << iterCounter << ": \t";
265         iout = simplexIter(c, A, vb, vn, xb, z, B, invB, rule);
266         ++iterCounter;
267     }
268
269     if (iout == 1) {
270         cout.setf(ios::fixed);
271         cout.precision(6);
272         cout << endl << "\tSolución óptima encontrada, iteración "
273             << iterCounter - 1 << ", z = " << z << "." << endl;
274         cout << endl << endl << "Fin simplex primal." << endl << endl;
275
276         // Mostrar solución por pantalla.
277         V r = reducedCost(c, A, invB, vb, vn);
278         printSolution(vb, xb, vn, r, z);
279     }
280     else if (iout == 2) {
281         cout << endl << "\tEl problema es ILIMITADO." << endl;
282         cout << endl << endl << "Fin simplex primal." << endl;
283     }
284 }
simplex.cc

```

## 2.4. Función de Iteración

La función de iteración del simplex implementada en el código es llamada tanto desde la Fase I como desde la Fase II (en el caso de la Fase I, se llama con el problema auxiliar generado con las variables auxiliares introducidas).

Lo primero a calcular es el vector de costes reducidos, mediante una función auxiliar:

```

simplex.cc
53 V reducedCost(V c, M A, M invB, VI vb, VI vn) {
54     V cn = vectorChooseElements(c, vn);
55     V cb = vectorChooseElements(c, vb);
56     M An = matrixChooseColumns(A, vn);
57
58     return
59         vectorDifference(cn, vectorMatrixMultiplication(cb,
60             ↪ matrixMultiplication(invB, An)));
61 }
simplex.cc

```

Si todos los valores del vector de costes reducidos son mayores o iguales a 0, se para de iterar y se muestra la solución óptima encontrada. Si no, se prosigue con la ejecución de la función de iteración, procediendo ahora a seleccionar la variable no básica de entrada. Esto se realiza mediante la siguiente función, que opera de distinta forma si se quiere seguir la regla de coste reducido más negativo o si se quiere aplicar la regla de Bland:

```

simplex.cc
65 int chooseNonBasicToEnter(VI vn, V r, int rule) {
66     // Regla del coste más reducido.
67     if (rule == 1)
68         return minVectorPos(r);
69
70     // Regla de Bland.
71     int qPos = -1;
72     for (int i = 0; i < (int) r.size(); ++i)
73         if (r[i] < 0 and (qPos == -1 or vn[i] < vn[qPos]))
74             qPos = i;
75     return qPos;
76 }
simplex.cc

```

Se calcula la dirección básica de descenso asociada a la variable de entrada:

```

simplex.cc
80 V descentDirection(M invB, M A, int q) {
81     V Aq = matrixChooseColumn(A, q);
82     return
83         scalarVectorMultiplication(-1, matrixVectorMultiplication(invB, Aq));
84 }
simplex.cc

```

Si todos los valores del vector dirección básica de descenso son mayores o iguales a cero, el problema es ilimitado, con lo que el programa acaba, mostrando la conclusión hallada por pantalla. Si no es así, se continúa la ejecución de la función, seleccionando ahora la variable básica de salida:

```

simplex.cc
89 int chooseBasicToExit(VI vb, V xb, V db) {
90     int n = xb.size();
91     V v, db_negative;
92
93     int posMin = -1;
94     double min;
95     for (int i = 0; i < n; ++i)
96         if (db[i] < 0) {
97             if (posMin == -1) {
98                 posMin = i;
99                 min = -xb[i]/db[i];
100             }
101             else {
102                 double value = -xb[i]/db[i];
103                 if (value < min or (abs(value - min) < TOLERANCE and vb[i] <=
104                     vb[posMin])) {
105                     posMin = i;
106                     min = value;
107                 }
108             }
109         }
110     }
111 }

```



```

109
110     return posMin + 1;
111 }

```

simplex.cc

Finalmente se realizan las distintas actualizaciones necesarias para preparar la siguiente iteración del simplex (se implementa la actualización de la inversa vista en clase):

```

115 void update(M A, M &B, M &invB, VI &vb, VI &vn, V &xb, double &z, double theta,
116             V db, int p, int qPos, int q, V r) {
117     // Actualizar la matriz B (Cambiar la columna B(p) de B por la columna q de
118     // ↪ A).
119     for (int i = 0; i < (int) B.size(); ++i)
120         B[i][p - 1] = A[i][q - 1];
121
122     // Actualizar la inversa de B.
123     multiplyMatrixRow(invB, p - 1, -1/db[p - 1]);
124     for (int i = 0; i < (int) invB.size(); ++i)
125         if (i != p - 1)
126             combineMatrixRows(invB, i, p - 1, db[i]);
127
128     // Actualizar variables básicas y no básicas.
129     xb = vectorSum(xb, scalarVectorMultiplication(theta, db));
130     xb[p - 1] = theta;
131     vn[qPos] = vb[p - 1];
132     vb[p - 1] = q;
133
134     // Actualizar el valor de la función.
135     double rq = r[qPos];
136     z += theta*rq;
137 }

```

simplex.cc

## 2.5. Ejecución del Programa

El programa general comienza leyendo los datos del problema particular desde un fichero de texto. Este fichero tiene que tener el mismo formato que los adjuntados en la carpeta *Datos*. Esto es, debe contener la regla que se desea usar (1 corresponde a coste reducido más negativo y 2 corresponde a la regla de Bland), el número de variables, el número de restricciones, el vector **c**, la matriz **A** y el vector **b**. La lectura se hace en el *main* del código.

Después ejecutaremos la función principal del algoritmo del Símplex la cual, lo primero que hace, es forzar la positividad del vector **b**:

```

139 // Forzar que el vector b sea positivo (multiplicando por -1 cuando sea
140 // ↪ necesario).
141 void ensurePositivity(M &A, V &b) {

```

```

141     int m = b.size();
142     int n = A[0].size();
143     for (int i = 0; i < m; ++i)
144         if (b[i] < 0) {
145             b[i] = -b[i];
146             for (int j = 0; j < n; ++j)
147                 A[i][j] = -A[i][j];
148         }
149 }

```

simplex.cc

Más adelante, se pasa a ejecutar la fase I del símplex. Aquí ya se puede detectar la infactibilidad del problema, ya se sabe que el valor óptimo del problema auxiliar es 0 si y solo si el problema original es factible:

```

306     VI vb(m), vn;
307     V xb(m);
308     dmm simplexPhaseIdata = simplexPhaseI(A, b, vb, vn, xb, rule, iterCounter);
309     double zp = simplexPhaseIdata.z;
310     M B = simplexPhaseIdata.B;
311     M invB = simplexPhaseIdata.invB;
312
313     if (zp > TOLERANCE) {
314         cout << endl << "\tEl problema es INFACTIBLE." << endl;
315         return;
316     }
317     cout << endl << "\tSolución básica factible encontrada, iteración "
318         << iterCounter - 1 << "." << endl << endl << endl;

```

simplex.cc

Si el problema fuese factible, la ejecución de la fase I ya habría dado un conjunto de variables básicas (no artificiales) y una matriz de base junto con su inversa. De esta manera, ya se tiene una SBF inicial con la que comenzar a iterar el problema original:

```

320     // Fase II del símplex.
321     cout << "    Fase II" << endl;
322     simplexPhaseII(c, A, B, invB, b, vb, vn, xb, rule, iterCounter);
323 }

```

simplex.cc

Aquí el problema quedará resuelto y toda la información (de las iteraciones y de la solución) se imprimirá por pantalla.

### 3. Resolución de los problemas asignados

Tal y como se requería en el enunciado de la práctica, se han resuelto los cuatro problemas de cada conjunto de datos asignado a los miembros del grupo, en este caso, los conjuntos de datos nº 3 y nº 4. A continuación se presenta una tabla que resume los resultados obtenidos y cada uno de los outputs generados en resolver todos los problemas (utilizando la regla de Bland y la del coste reducido más negativo):

Problema	Clasificación	Coste Mínimo
3.1	Factible, Óptimo hallado	-1023.874926
3.2	Factible, Óptimo hallado	-573.065949
3.3	Ilimitado	—
3.4	Infactible	—
4.1	Factible, Óptimo hallado	-430.169346
4.2	Infactible	—
4.3	Factible, Óptimo hallado	-670.985918
4.4	Ilimitado	—

Tabla 1. Resultados obtenidos tras la resolución de los problemas asignados.

### 3.1. Conjunto de datos n° 3

#### 3.1.1. Problema 1

```
1 Inicio símplex primal con regla de Bland.

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 1, rq = -146.000, B(p) = 28, theta* = 3.367, z = 2508.467
6 Iteración 2: q = 2, rq = -254.567, B(p) = 26, theta* = 0.788, z = 2307.847
7 Iteración 3: q = 3, rq = -376.599, B(p) = 29, theta* = 0.461, z = 2134.066
8 Iteración 4: q = 4, rq = -175.887, B(p) = 22, theta* = 2.389, z = 1713.873
9 Iteración 5: q = 5, rq = -118.870, B(p) = 27, theta* = 2.191, z = 1453.432
10 Iteración 6: q = 8, rq = -353.146, B(p) = 24, theta* = 2.330, z = 630.755
11 Iteración 7: q = 7, rq = -225.153, B(p) = 3, theta* = 0.029, z = 624.289
12 Iteración 8: q = 10, rq = -427.883, B(p) = 30, theta* = 0.853, z = 259.221
13 Iteración 9: q = 3, rq = -358.813, B(p) = 25, theta* = 0.340, z = 137.151
14 Iteración 10: q = 6, rq = -295.619, B(p) = 2, theta* = 0.293, z = 50.439
15 Iteración 11: q = 11, rq = -321.861, B(p) = 21, theta* = 0.023, z = 42.907
16 Iteración 12: q = 2, rq = -73.518, B(p) = 23, theta* = 0.584, z = 0.000
17 Iteración 13: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 0.000

19 Solución básica factible encontrada, iteración 13.

22 Fase II
23 Iteración 14: q = 9, rq = -86.221, B(p) = 6, theta* = 0.295, z = 291.788
24 Iteración 15: q = 12, rq = -304.575, B(p) = 10, theta* = 0.597, z = 109.929
25 Iteración 16: q = 6, rq = -274.850, B(p) = 3, theta* = 0.571, z = -46.966
26 Iteración 17: q = 13, rq = -401.472, B(p) = 2, theta* = 1.340, z = -584.928
27 Iteración 18: q = 3, rq = -145.040, B(p) = 5, theta* = 0.171, z = -609.677
28 Iteración 19: q = 14, rq = -148.384, B(p) = 3, theta* = 0.112, z = -626.335
29 Iteración 20: q = 19, rq = -4.176, B(p) = 8, theta* = 7.117, z = -656.052
30 Iteración 21: q = 3, rq = -318.616, B(p) = 14, theta* = 0.009, z = -658.877
31 Iteración 22: q = 5, rq = -58.570, B(p) = 3, theta* = 0.007, z = -659.273
32 Iteración 23: q = 2, rq = -3.925, B(p) = 13, theta* = 1.613, z = -665.605
33 Iteración 24: q = 15, rq = -0.811, B(p) = 9, theta* = 35.267, z = -694.216
34 Iteración 25: q = 3, rq = -49.687, B(p) = 1, theta* = 0.232, z = -705.763
35 Iteración 26: q = 13, rq = -502.104, B(p) = 5, theta* = 0.176, z = -794.076
36 Iteración 27: q = 1, rq = -58.563, B(p) = 3, theta* = 0.221, z = -807.042
37 Iteración 28: q = 17, rq = -1.534, B(p) = 13, theta* = 37.080, z = -863.928
38 Iteración 29: q = 9, rq = -111.709, B(p) = 2, theta* = 0.607, z = -931.750
```

```

39 Iteración 30: q = 3, rq = -26.556, B(p) = 15, theta* = 0.551, z = -946.383
40 Iteración 31: q = 18, rq = -0.349, B(p) = 3, theta* = 64.920, z = -969.032
41 Iteración 32: q = 20, rq = -0.639, B(p) = 1, theta* = 80.374, z = -1020.378
42 Iteración 33: q = 16, rq = -0.054, B(p) = 18, theta* = 64.470, z = -1023.875
43 Iteración 34: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -1023.875

45 Solución óptima encontrada, iteración 34, z = -1023.874926.

48 Fin simplex primal.

51 VB*=
52 11 4 9 19 6 16 17 20 7 12
53 xb*=
54 2.9810 0.7785 0.8943 175.5460 1.1896 64.4704 174.3037 116.6605 6.2354
55 3.2339
56 VNB*=
57 15 10 5 14 2 18 13 3 8 1
58 r*=
59 0.1936 151.8801 58.0860 118.0078 157.1746 0.0694 126.7623 39.6462 204.1138
60 171.9413
z*=
-1023.8749

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 11, rq = -400.000, B(p) = 27, theta* = 0.915, z = 2634.043
6 Iteración 2: q = 8, rq = -913.191, B(p) = 26, theta* = 0.737, z = 1961.470
7 Iteración 3: q = 3, rq = -892.200, B(p) = 23, theta* = 0.149, z = 1828.318
8 Iteración 4: q = 14, rq = -613.345, B(p) = 30, theta* = 0.096, z = 1769.356
9 Iteración 5: q = 4, rq = -852.546, B(p) = 21, theta* = 0.202, z = 1597.421
10 Iteración 6: q = 1, rq = -723.434, B(p) = 28, theta* = 0.478, z = 1251.481
11 Iteración 7: q = 9, rq = -612.384, B(p) = 4, theta* = 0.649, z = 854.066
12 Iteración 8: q = 5, rq = -1209.931, B(p) = 24, theta* = 0.376, z = 398.794
13 Iteración 9: q = 2, rq = -139.241, B(p) = 29, theta* = 1.703, z = 161.616
14 Iteración 10: q = 13, rq = -594.164, B(p) = 25, theta* = 0.121, z = 89.684
15 Iteración 11: q = 6, rq = -151.353, B(p) = 22, theta* = 0.593, z = 0.000
16 Iteración 12: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 0.000

```

```

18 Solución básica factible encontrada, iteración 12.

21 Fase II
22 Iteración 13: q = 12, rq = -250.423, B(p) = 8, theta* = 1.378, z = -140.938
23 Iteración 14: q = 7, rq = -132.532, B(p) = 5, theta* = 0.286, z = -178.799
24 Iteración 15: q = 4, rq = -315.879, B(p) = 3, theta* = 1.315, z = -594.304
25 Iteración 16: q = 8, rq = -684.971, B(p) = 2, theta* = 0.047, z = -626.335
26 Iteración 17: q = 19, rq = -4.176, B(p) = 8, theta* = 7.117, z = -656.052
27 Iteración 18: q = 5, rq = -475.844, B(p) = 14, theta* = 0.007, z = -659.273
28 Iteración 19: q = 2, rq = -3.925, B(p) = 13, theta* = 1.613, z = -665.605
29 Iteración 20: q = 17, rq = -1.574, B(p) = 2, theta* = 154.206, z = -908.382
30 Iteración 21: q = 3, rq = -68.961, B(p) = 5, theta* = 0.551, z = -946.383
31 Iteración 22: q = 20, rq = -0.702, B(p) = 1, theta* = 86.800, z = -1007.298
32 Iteración 23: q = 5, rq = -17.923, B(p) = 3, theta* = 0.218, z = -1011.207
33 Iteración 24: q = 16, rq = -0.196, B(p) = 5, theta* = 64.470, z = -1023.875
34 Iteración 25: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -1023.875

36 Solución óptima encontrada, iteración 25, z = -1023.874926.

39 Fin simplex primal.

42 VB*=
43 9 6 4 7 17 12 11 20 19 16
44 xb*=
45 0.8943 1.1896 0.7785 6.2354 174.3037 3.2339 2.9810 116.6605 175.5460
64.4704
46 VNB*=
47 14 3 10 13 15 5 2 18 8 1
48 r*=
49 118.0078 39.6462 151.8801 126.7623 0.1936 58.0860 157.1746 0.0694 204.1138
171.9413
50 z*=
51 -1023.8749

```

### 3.1.2. Problema 2

```

1 Inicio simplex primal con regla de Bland.

```

```

4 Fase I

```

```

5      Iteración 1:      q = 2,      rq = -71.000,      B(p) = 23,      theta* = 1.400,      z = 2568.600
6      Iteración 2:      q = 3,      rq = -300.550,      B(p) = 22,      theta* = 0.842,      z = 2315.404
7      Iteración 3:      q = 1,      rq = -77.473,      B(p) = 27,      theta* = 3.191,      z = 2068.180
8      Iteración 4:      q = 4,      rq = -23.034,      B(p) = 3,      theta* = 1.337,      z = 2037.375
9      Iteración 5:      q = 7,      rq = -224.296,      B(p) = 1,      theta* = 0.032,      z = 2030.291
10     Iteración 6:      q = 3,      rq = -200.707,      B(p) = 24,      theta* = 0.375,      z = 1955.031
11     Iteración 7:      q = 1,      rq = -236.962,      B(p) = 21,      theta* = 1.504,      z = 1598.742
12     Iteración 8:      q = 5,      rq = -72.744,      B(p) = 29,      theta* = 0.277,      z = 1578.577
13     Iteración 9:      q = 6,      rq = -166.537,      B(p) = 4,      theta* = 0.264,      z = 1534.599
14     Iteración 10:     q = 8,      rq = -139.053,      B(p) = 6,      theta* = 0.273,      z = 1496.621
15     Iteración 11:     q = 9,      rq = -829.915,      B(p) = 5,      theta* = 0.595,      z = 1003.106
16     Iteración 12:     q = 11,     rq = -2091.924,      B(p) = 26,      theta* = 0.003,      z = 996.536
17     Iteración 13:     q = 4,      rq = -398.679,      B(p) = 30,      theta* = 0.324,      z = 867.265
18     Iteración 14:     q = 5,      rq = -270.503,      B(p) = 9,      theta* = 1.000,      z = 596.891
19     Iteración 15:     q = 6,      rq = -295.250,      B(p) = 25,      theta* = 0.730,      z = 381.391
20     Iteración 16:     q = 9,      rq = -119.172,      B(p) = 5,      theta* = 1.324,      z = 223.549
21     Iteración 17:     q = 10,     rq = -323.852,      B(p) = 28,      theta* = 0.690,      z = -0.000
22     Iteración 18:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000

24     Solución básica factible encontrada, iteración 18.

27     Fase II
28     Iteración 19:     q = 18,     rq = -0.225,      B(p) = 3,      theta* = 200.455,      z = -318.304
29     Iteración 20:     q = 20,     rq = -0.456,      B(p) = 10,     theta* = 282.128,      z = -447.045
30     Iteración 21:     q = 5,      rq = -37.115,      B(p) = 7,      theta* = 1.396,      z = -498.874
31     Iteración 22:     q = 16,     rq = -0.018,      B(p) = 5,      theta* = 206.623,      z = -502.628
32     Iteración 23:     q = 19,     rq = -0.198,      B(p) = 2,      theta* = 277.302,      z = -557.647
33     Iteración 24:     q = 5,      rq = -13.946,      B(p) = 16,     theta* = 1.106,      z = -573.066
34     Iteración 25:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -573.066

36     Solución óptima encontrada, iteración 25, z = -573.065949.

39     Fin simplex primal.

42     VB*=
43     1      8      19      18      6      11      5      20      9      4
44     xb*=
45     1.3272      2.3871      369.9914      222.1487      0.7543      2.7937      1.1056      653.6842      4.0495
        2.9004

```

```

46 VNB*=
47      7      12      13      14      15      16      17      3      2      10
48 r*=
49      49.6960      122.1820      72.8260      80.3559      0.3488      0.0884      0.5311      67.2399      29.4900
50      50.3078
51 z*=
      -573.0659

```

```

1 Inicio símplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

```

```

4 Fase I
5 Iteración 1:      q = 4,      rq = -398.000,      B(p) = 22,      theta* = 0.050,      z = 2648.100
6 Iteración 2:      q = 14,      rq = -659.100,      B(p) = 30,      theta* = 0.945,      z = 2025.549
7 Iteración 3:      q = 10,      rq = -773.475,      B(p) = 27,      theta* = 0.060,      z = 1979.464
8 Iteración 4:      q = 11,      rq = -861.290,      B(p) = 21,      theta* = 0.537,      z = 1517.151
9 Iteración 5:      q = 9,      rq = -740.658,      B(p) = 28,      theta* = 0.452,      z = 1182.071
10 Iteración 6:      q = 3,      rq = -529.459,      B(p) = 26,      theta* = 0.684,      z = 819.869
11 Iteración 7:      q = 7,      rq = -321.520,      B(p) = 29,      theta* = 1.244,      z = 419.917
12 Iteración 8:      q = 12,      rq = -243.425,      B(p) = 24,      theta* = 0.048,      z = 408.228
13 Iteración 9:      q = 5,      rq = -153.139,      B(p) = 4,      theta* = 1.637,      z = 157.490
14 Iteración 10:      q = 13,      rq = -231.636,      B(p) = 23,      theta* = 0.285,      z = 91.512
15 Iteración 11:      q = 8,      rq = -248.178,      B(p) = 25,      theta* = 0.369,      z = -0.000
16 Iteración 12:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000

```

```

18 Solución básica factible encontrada, iteración 12.

```

```

21 Fase II
22 Iteración 13:      q = 2,      rq = -83.874,      B(p) = 13,      theta* = 1.600,      z = -69.438
23 Iteración 14:      q = 4,      rq = -184.099,      B(p) = 9,      theta* = 0.283,      z = -121.467
24 Iteración 15:      q = 6,      rq = -338.521,      B(p) = 12,      theta* = 0.352,      z = -240.777
25 Iteración 16:      q = 1,      rq = -401.647,      B(p) = 14,      theta* = 0.013,      z = -245.914
26 Iteración 17:      q = 9,      rq = -18.135,      B(p) = 5,      theta* = 1.500,      z = -273.118
27 Iteración 18:      q = 20,      rq = -0.443,      B(p) = 10,      theta* = 143.027,      z = -336.446
28 Iteración 19:      q = 5,      rq = -19.966,      B(p) = 1,      theta* = 1.918,      z = -374.747
29 Iteración 20:      q = 18,      rq = -0.505,      B(p) = 7,      theta* = 90.889,      z = -420.604
30 Iteración 21:      q = 1,      rq = -158.303,      B(p) = 3,      theta* = 0.494,      z = -498.874
31 Iteración 22:      q = 19,      rq = -0.201,      B(p) = 2,      theta* = 369.991,      z = -573.066
32 Iteración 23:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -573.066

```

```

34 Solución óptima encontrada, iteración 23, z = -573.065949.

```



```

37 Fin simplex primal.

40 VB*=
41      11      9      19      6      8      1      20      4      18      5
42 xb*=
43      2.7937      4.0495      369.9914      0.7543      2.3871      1.3272      653.6842      2.9004      222.1487
      1.1056
44 VNB*=
45      14      13      3      12      15      16      17      7      2      10
46 r*=
47      80.3559      72.8260      67.2399      122.1820      0.3488      0.0884      0.5311      49.6960      29.4900
      50.3078
48 z*=
49      -573.0659

```

### 3.1.3. Problema 3

```

1 Inicio simplex primal con regla de Bland.

4 Fase I
5 Iteración 1:      q = 1,      rq = -633.000,      B(p) = 33,      theta* = 5.691,      z = 4110.773
6 Iteración 2:      q = 2,      rq = -355.000,      B(p) = 26,      theta* = 4.375,      z = 2557.604
7 Iteración 3:      q = 3,      rq = -144.663,      B(p) = 29,      theta* = 4.429,      z = 1916.932
8 Iteración 4:      q = 5,      rq = -146.862,      B(p) = 25,      theta* = 2.441,      z = 1558.471
9 Iteración 5:      q = 4,      rq = -132.622,      B(p) = 27,      theta* = 1.930,      z = 1302.554
10 Iteración 6:      q = 6,      rq = -237.507,      B(p) = 4,      theta* = 1.397,      z = 970.668
11 Iteración 7:      q = 8,      rq = -197.655,      B(p) = 34,      theta* = 2.596,      z = 457.561
12 Iteración 8:      q = 4,      rq = -65.412,      B(p) = 3,      theta* = 0.409,      z = 430.823
13 Iteración 9:      q = 7,      rq = -109.424,      B(p) = 31,      theta* = 0.250,      z = 403.464
14 Iteración 10:      q = 9,      rq = -122.571,      B(p) = 28,      theta* = 2.158,      z = 138.953
15 Iteración 11:      q = 3,      rq = -193.872,      B(p) = 32,      theta* = 0.344,      z = 72.322
16 Iteración 12:      q = 10,      rq = -4.290,      B(p) = 3,      theta* = 0.208,      z = 71.428
17 Iteración 13:      q = 11,      rq = -63.653,      B(p) = 4,      theta* = 0.865,      z = 16.358
18 Iteración 14:      q = 13,      rq = -201.180,      B(p) = 30,      theta* = 0.081,      z = 0.000
19 Iteración 15:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = 0.000

21 Solución básica factible encontrada, iteración 15.

```

```

24 Fase II
25 Iteración 16: q = 4, rq = -20.317, B(p) = 7, theta* = 0.691, z = -632.649
26 Iteración 17: q = 12, rq = -64.877, B(p) = 11, theta* = 1.469, z = -727.975
27 Iteración 18: q = 16, rq = -0.664, B(p) = 5, theta* = 114.406, z = -803.995
28 Iteración 19: q = 11, rq = -53.429, B(p) = 9, theta* = 0.701, z = -841.465
29 Iteración 20: q = 17, rq = -0.427, B(p) = 11, theta* = 31.693, z = -854.991
30 Iteración 21: q = 19, rq = -0.275, B(p) = 1, theta* = 196.060, z = -908.836
31 Iteración 22: q = 7, rq = -5.837, B(p) = 8, theta* = 0.447, z = -911.444
32 Iteración 23: q = 15, rq = -0.235, B(p) = 13, theta* = 80.344, z = -930.306
33 Iteración 24: q = 1, rq = -17.847, B(p) = 10, theta* = 3.141, z = -986.366
34 Iteración 25: q = 8, rq = -18.332, B(p) = 7, theta* = 0.029, z = -986.904
35 Iteración 26: q = 18, rq = -0.350, B(p) = 6, theta* = 74.904, z = -1013.130
36 Iteración 27: q = 20, rq = -1.851, B(p) = 8, theta* = 20.810, z = -1051.653
37 Iteración 28: q = 21, rq = -0.725, B(p) = 18, theta* = 259.823, z = -1240.000
38 Iteración 29: q = 7, rq = -15.116, B(p) = 4, theta* = 3.771, z = -1297.004
39 Iteración 30: q = 8, rq = -36.460, B(p) = 12, theta* = 0.737, z = -1323.871
40 Iteración 31: q = 4, rq = -18.603, B(p) = 7, theta* = 1.865, z = -1358.560
41 Iteración 32: q = 10, rq = -18.459, B(p) = 1, theta* = 3.475, z = -1422.711
42 Iteración 33: q = 11, rq = -86.285, B(p) = 4, theta* = 0.815, z = -1493.063
43 Iteración 34: q = 22, rq = -1.163, B(p) = 8, theta* = 181.087, z = -1703.736
44 Iteración 35: q = 23, rq = -0.761, B(p) = 11, theta* = 258.860, z = -1900.825
45 Iteración 36: q = 18, rq = -0.258, B(p) = 2, theta* = 664.273, z = -2072.182
46 Iteración 37: q = 24, rq = -2.636, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -2072.182

```

```

48 El problema es ILIMITADO.

```

```

51 Fin simplex primal.

```

```

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

```

```

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 14, rq = -765.000, B(p) = 33, theta* = 6.815, z = 2499.667
6 Iteración 2: q = 13, rq = -578.000, B(p) = 31, theta* = 1.276, z = 1762.331
7 Iteración 3: q = 5, rq = -472.768, B(p) = 32, theta* = 0.893, z = 1340.216
8 Iteración 4: q = 8, rq = -459.904, B(p) = 34, theta* = 0.272, z = 1214.998
9 Iteración 5: q = 1, rq = -377.637, B(p) = 30, theta* = 0.424, z = 1054.973
10 Iteración 6: q = 4, rq = -514.772, B(p) = 25, theta* = 0.705, z = 691.877
11 Iteración 7: q = 10, rq = -200.736, B(p) = 1, theta* = 0.736, z = 544.171
12 Iteración 8: q = 6, rq = -390.737, B(p) = 29, theta* = 0.418, z = 381.032
13 Iteración 9: q = 11, rq = -766.165, B(p) = 27, theta* = 0.089, z = 312.907

```

```

14 Iteración 10: q = 2, rq = -187.118, B(p) = 28, theta* = 1.414, z = 48.386
15 Iteración 11: q = 1, rq = -101.504, B(p) = 26, theta* = 0.477, z = 0.000
16 Iteración 12: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 0.000

18 Solución básica factible encontrada, iteración 12.

21 Fase II
22 Iteración 13: q = 9, rq = -71.487, B(p) = 14, theta* = 0.647, z = -632.649
23 Iteración 14: q = 12, rq = -64.877, B(p) = 11, theta* = 1.469, z = -727.975
24 Iteración 15: q = 20, rq = -1.419, B(p) = 8, theta* = 60.047, z = -813.205
25 Iteración 16: q = 11, rq = -6.246, B(p) = 4, theta* = 0.356, z = -815.429
26 Iteración 17: q = 21, rq = -0.807, B(p) = 11, theta* = 24.812, z = -835.449
27 Iteración 18: q = 14, rq = -52.796, B(p) = 9, theta* = 0.839, z = -879.745
28 Iteración 19: q = 18, rq = -1.183, B(p) = 5, theta* = 18.478, z = -901.613
29 Iteración 20: q = 11, rq = -15.683, B(p) = 2, theta* = 0.484, z = -909.197
30 Iteración 21: q = 9, rq = -59.840, B(p) = 1, theta* = 0.026, z = -910.756
31 Iteración 22: q = 17, rq = -1.378, B(p) = 14, theta* = 48.220, z = -977.190
32 Iteración 23: q = 8, rq = -16.347, B(p) = 9, theta* = 0.260, z = -981.432
33 Iteración 24: q = 1, rq = -6.428, B(p) = 11, theta* = 0.641, z = -985.550
34 Iteración 25: q = 19, rq = -1.006, B(p) = 1, theta* = 32.841, z = -1018.593
35 Iteración 26: q = 16, rq = -0.625, B(p) = 8, theta* = 0.262, z = -1018.756
36 Iteración 27: q = 23, rq = -0.560, B(p) = 13, theta* = 717.345, z = -1420.154
37 Iteración 28: q = 15, rq = -1.441, B(p) = 6, theta* = 307.417, z = -1863.000
38 Iteración 29: q = 8, rq = -29.000, B(p) = 12, theta* = 1.102, z = -1894.958
39 Iteración 30: q = 1, rq = -4.153, B(p) = 8, theta* = 5.466, z = -1917.656
40 Iteración 31: q = 22, rq = -2.216, B(p) = 1, theta* = 69.727, z = -2072.182
41 Iteración 32: q = 24, rq = -2.636, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -2072.182

43 El problema es ILIMITADO.

46 Fin simplex primal.

```

### 3.1.4. Problema 4

```

1 Inicio simplex primal con regla de Bland.

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 1, rq = -417.000, B(p) = 23, theta* = 0.147, z = 1123.676
6 Iteración 2: q = 2, rq = -667.397, B(p) = 25, theta* = 0.070, z = 1076.989
7 Iteración 3: q = 4, rq = -1314.162, B(p) = 29, theta* = 0.022, z = 1048.532

```

```

8 Iteración 4: q = 3, rq = -38.748, B(p) = 2, theta* = 0.203, z = 1040.678
9 Iteración 5: q = 5, rq = -447.769, B(p) = 30, theta* = 0.323, z = 896.021
10 Iteración 6: q = 2, rq = -759.539, B(p) = 1, theta* = 0.023, z = 878.628
11 Iteración 7: q = 11, rq = -182.488, B(p) = 2, theta* = 0.051, z = 869.248
12 Iteración 8: q = 12, rq = -296.918, B(p) = 22, theta* = 0.758, z = 644.285
13 Iteración 9: q = 14, rq = -116.332, B(p) = 26, theta* = 0.187, z = 622.494
14 Iteración 10: q = 15, rq = -1.588, B(p) = 14, theta* = 40.319, z = 558.462
15 Iteración 11: q = 16, rq = -1.775, B(p) = 3, theta* = 14.204, z = 533.253
16 Iteración 12: q = 17, rq = -1.000, B(p) = 27, theta* = 39.627, z = 493.626
17 Iteración 13: q = 18, rq = -1.000, B(p) = 28, theta* = 32.391, z = 461.234
18 Iteración 14: q = 22, rq = -0.580, B(p) = 16, theta* = 37.213, z = 439.668
19 Iteración 15: q = 23, rq = -1.918, B(p) = 12, theta* = 3.432, z = 433.084
20 Iteración 16: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 433.084

22 El problema es INFECTIBLE.

```

```

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 5, rq = -428.000, B(p) = 25, theta* = 0.204, z = 1097.653
6 Iteración 2: q = 4, rq = -630.878, B(p) = 23, theta* = 0.064, z = 1057.474
7 Iteración 3: q = 7, rq = -880.135, B(p) = 29, theta* = 0.143, z = 931.250
8 Iteración 4: q = 11, rq = -274.339, B(p) = 7, theta* = 0.515, z = 789.925
9 Iteración 5: q = 12, rq = -260.152, B(p) = 22, theta* = 0.654, z = 619.777
10 Iteración 6: q = 14, rq = -85.316, B(p) = 4, theta* = 0.155, z = 606.589
11 Iteración 7: q = 15, rq = -2.271, B(p) = 26, theta* = 4.093, z = 597.295
12 Iteración 8: q = 4, rq = -144.803, B(p) = 14, theta* = 0.335, z = 548.723
13 Iteración 9: q = 16, rq = -1.089, B(p) = 30, theta* = 14.204, z = 533.253
14 Iteración 10: q = 17, rq = -1.000, B(p) = 27, theta* = 39.627, z = 493.626
15 Iteración 11: q = 18, rq = -1.000, B(p) = 28, theta* = 32.391, z = 461.234
16 Iteración 12: q = 22, rq = -0.580, B(p) = 16, theta* = 37.213, z = 439.668
17 Iteración 13: q = 23, rq = -1.918, B(p) = 12, theta* = 3.432, z = 433.084
18 Iteración 14: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = 433.084

20 El problema es INFECTIBLE.

```

## 3.2. Conjunto de datos n<sup>o</sup> 4

### 3.2.1. Problema 1

```

1 Inicio simplex primal con regla de Bland.

```

```

4     Fase I
5     Iteración 1:      q = 2,      rq = -303.000,    B(p) = 28,    theta* = 0.333,    z = 3075.000
6     Iteración 2:      q = 4,      rq = -984.700,    B(p) = 24,    theta* = 0.635,    z = 2449.231
7     Iteración 3:      q = 1,      rq = -1469.863,    B(p) = 23,    theta* = 0.948,    z = 1056.459
8     Iteración 4:      q = 5,      rq = -827.910,    B(p) = 29,    theta* = 0.364,    z = 755.460
9     Iteración 5:      q = 9,      rq = -279.942,    B(p) = 22,    theta* = 0.226,    z = 692.094
10    Iteración 6:      q = 11,     rq = -526.954,    B(p) = 27,    theta* = 0.787,    z = 277.436
11    Iteración 7:      q = 6,      rq = -379.744,    B(p) = 26,    theta* = 0.272,    z = 174.205
12    Iteración 8:      q = 7,      rq = -283.233,    B(p) = 25,    theta* = 0.082,    z = 150.881
13    Iteración 9:      q = 12,     rq = -8.462,     B(p) = 6,     theta* = 1.239,    z = 140.397
14    Iteración 10:     q = 13,     rq = -220.353,    B(p) = 21,    theta* = 0.256,    z = 84.071
15    Iteración 11:     q = 10,     rq = -21.989,     B(p) = 2,     theta* = 0.201,    z = 79.642
16    Iteración 12:     q = 6,      rq = -5.303,     B(p) = 4,     theta* = 0.834,    z = 75.220
17    Iteración 13:     q = 14,     rq = -291.023,    B(p) = 30,    theta* = 0.258,    z = -0.000
18    Iteración 14:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,    theta* = 0.000,    z = -0.000

```

```

20    Solución básica factible encontrada, iteración 14.

```

```

23    Fase II
24    Iteración 15:     q = 2,      rq = -142.049,    B(p) = 9,     theta* = 2.073,    z = 417.379
25    Iteración 16:     q = 3,      rq = -488.575,    B(p) = 12,    theta* = 0.178,    z = 330.619
26    Iteración 17:     q = 4,      rq = -167.287,    B(p) = 3,     theta* = 1.243,    z = 122.610
27    Iteración 18:     q = 8,      rq = -604.436,    B(p) = 13,    theta* = 0.661,    z = -276.749
28    Iteración 19:     q = 3,      rq = -235.530,    B(p) = 10,    theta* = 0.242,    z = -333.678
29    Iteración 20:     q = 9,      rq = -85.530,     B(p) = 7,     theta* = 0.045,    z = -337.522
30    Iteración 21:     q = 10,     rq = -33.218,     B(p) = 8,     theta* = 0.370,    z = -349.808
31    Iteración 22:     q = 16,     rq = -2.117,     B(p) = 6,     theta* = 7.719,    z = -366.147
32    Iteración 23:     q = 8,      rq = -104.632,    B(p) = 10,    theta* = 0.376,    z = -405.442
33    Iteración 24:     q = 18,     rq = -0.485,     B(p) = 3,     theta* = 34.699,    z = -422.257
34    Iteración 25:     q = 20,     rq = -0.188,     B(p) = 18,    theta* = 33.346,    z = -428.513
35    Iteración 26:     q = 13,     rq = -20.082,     B(p) = 8,     theta* = 0.082,    z = -430.169
36    Iteración 27:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,    theta* = 0.000,    z = -430.169

```

```

38    Solución óptima encontrada, iteración 27, z = -430.169346.

```

```

41    Fin simplex primal.

```

```

44    VB*=

```

```

45      13      2      1      16      9      4      11      20      5      14
46  xb*=
47      0.0825      3.4003      1.9931      28.2893      0.6875      4.2383      0.8644      47.2343      0.4301
      0.1548
48  VNB*=
49      12      8      7      10      15      6      17      3      19      18
50  r*=
51      236.9235      9.3608      159.5906      93.0068      0.5841      121.7337      0.9816      99.8873      0.9103
      0.1905
52  z*=
53      -430.1693

```

```

1  Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

```

#### Fase I

```

5  Iteración 1:      q = 5,      rq = -514.000,      B(p) = 28,      theta* = 0.104,      z = 3122.458
6  Iteración 2:      q = 6,      rq = -747.146,      B(p) = 24,      theta* = 0.095,      z = 3051.760
7  Iteración 3:      q = 10,     rq = -692.576,      B(p) = 29,      theta* = 0.971,      z = 2379.401
8  Iteración 4:      q = 8,      rq = -1549.088,     B(p) = 22,      theta* = 0.491,      z = 1618.211
9  Iteración 5:      q = 11,     rq = -896.857,      B(p) = 26,      theta* = 0.064,      z = 1560.386
10 Iteración 6:      q = 13,     rq = -334.335,      B(p) = 11,      theta* = 0.113,      z = 1522.767
11 Iteración 7:      q = 9,      rq = -548.508,      B(p) = 27,      theta* = 0.878,      z = 1041.445
12 Iteración 8:      q = 12,     rq = -560.413,      B(p) = 21,      theta* = 0.183,      z = 938.735
13 Iteración 9:      q = 3,      rq = -394.936,      B(p) = 23,      theta* = 0.784,      z = 628.995
14 Iteración 10:     q = 14,     rq = -338.509,      B(p) = 25,      theta* = 1.849,      z = 3.171
15 Iteración 11:     q = 7,      rq = -132.311,      B(p) = 30,      theta* = 0.024,      z = -0.000
16 Iteración 12:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000

```

```

18  Solución básica factible encontrada, iteración 12.

```

#### Fase II

```

21 Iteración 13:     q = 4,      rq = -134.367,      B(p) = 7,      theta* = 0.068,      z = 402.463
22 Iteración 14:     q = 1,      rq = -606.186,      B(p) = 10,     theta* = 0.069,      z = 360.821
23 Iteración 15:     q = 2,      rq = -213.222,      B(p) = 12,     theta* = 2.706,      z = -216.150
24 Iteración 16:     q = 11,     rq = -315.822,      B(p) = 13,     theta* = 0.384,      z = -337.522
25 Iteración 17:     q = 10,     rq = -33.218,      B(p) = 8,      theta* = 0.370,      z = -349.808
26 Iteración 18:     q = 16,     rq = -2.117,      B(p) = 6,      theta* = 7.719,      z = -366.147
27 Iteración 19:     q = 8,      rq = -104.632,      B(p) = 10,     theta* = 0.376,      z = -405.442
28 Iteración 20:     q = 20,     rq = -0.692,      B(p) = 3,      theta* = 33.346,      z = -428.513
29 Iteración 21:     q = 13,     rq = -20.082,      B(p) = 8,      theta* = 0.082,      z = -430.169
30

```

```

31 Iteración 22:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -430.169
33 Solución óptima encontrada, iteración 22, z = -430.169346.

36 Fin simplex primal.

39 VB*=
40      2      13      20      16      14      11      9      5      1      4
41 xb*=
42      3.4003      0.0825      47.2343      28.2893      0.1548      0.8644      0.6875      0.4301      1.9931
43      4.2383
43 VNB*=
44      10      12      7      8      15      6      17      18      19      3
45 r*=
46      93.0068      236.9235      159.5906      9.3608      0.5841      121.7337      0.9816      0.1905      0.9103
47      99.8873
47 z*=
48      -430.1693

```

### 3.2.2. Problema 2

```

1 Inicio simplex primal con regla de Bland.

4 Fase I
5 Iteración 1:      q = 1,      rq = -143.000,      B(p) = 21,      theta* = 1.072,      z = 1215.680
6 Iteración 2:      q = 3,      rq = -159.660,      B(p) = 30,      theta* = 0.356,      z = 1158.769
7 Iteración 3:      q = 5,      rq = -65.673,      B(p) = 23,      theta* = 0.503,      z = 1125.755
8 Iteración 4:      q = 6,      rq = -8.431,      B(p) = 3,      theta* = 0.234,      z = 1123.779
9 Iteración 5:      q = 7,      rq = -181.801,      B(p) = 6,      theta* = 0.152,      z = 1096.166
10 Iteración 6:      q = 11,      rq = -164.750,      B(p) = 22,      theta* = 0.380,      z = 1033.629
11 Iteración 7:      q = 2,      rq = -19.344,      B(p) = 28,      theta* = 0.061,      z = 1032.454
12 Iteración 8:      q = 12,      rq = -37.148,      B(p) = 2,      theta* = 0.116,      z = 1028.131
13 Iteración 9:      q = 13,      rq = -151.426,      B(p) = 12,      theta* = 0.147,      z = 1005.931
14 Iteración 10:      q = 16,      rq = -1.000,      B(p) = 26,      theta* = 194.329,      z = 811.602
15 Iteración 11:      q = 23,      rq = -0.127,      B(p) = 5,      theta* = 39.325,      z = 806.619
16 Iteración 12:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = 806.619

18 El problema es INFECTIBLE.

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

```

```

4      Fase I
5      Iteración 1:      q = 7,      rq = -501.000,      B(p) = 27,      theta* = 0.266,      z = 1235.922
6      Iteración 2:      q = 11,     rq = -785.766,      B(p) = 22,      theta* = 0.017,      z = 1222.736
7      Iteración 3:      q = 9,      rq = -529.522,      B(p) = 11,      theta* = 0.053,      z = 1194.726
8      Iteración 4:      q = 2,      rq = -2304.473,      B(p) = 30,      theta* = 0.027,      z = 1133.306
9      Iteración 5:      q = 13,     rq = -213.292,      B(p) = 2,      theta* = 0.185,      z = 1093.853
10     Iteración 6:      q = 11,     rq = -1146.774,      B(p) = 9,      theta* = 0.112,      z = 965.072
11     Iteración 7:      q = 14,     rq = -107.522,      B(p) = 28,      theta* = 0.129,      z = 951.219
12     Iteración 8:      q = 22,     rq = -1.500,      B(p) = 11,      theta* = 56.287,      z = 866.811
13     Iteración 9:      q = 27,     rq = -1.886,      B(p) = 14,      theta* = 9.691,      z = 848.532
14     Iteración 10:     q = 8,      rq = -174.725,      B(p) = 26,      theta* = 0.005,      z = 847.741
15     Iteración 11:     q = 1,      rq = -38.234,      B(p) = 8,      theta* = 0.011,      z = 847.321
16     Iteración 12:     q = 11,     rq = -86.311,      B(p) = 21,      theta* = 0.135,      z = 835.703
17     Iteración 13:     q = 16,     rq = -0.173,      B(p) = 22,      theta* = 168.129,      z = 806.619
18     Iteración 14:     q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = 806.619

20     El problema es INFACTIBLE.

```

### 3.2.3. Problema 3

```

1      Inicio simplex primal con regla de Bland.

4      Fase I
5      Iteración 1:      q = 1,      rq = -145.000,      B(p) = 23,      theta* = 0.167,      z = 1827.833
6      Iteración 2:      q = 2,      rq = -1265.917,      B(p) = 24,      theta* = 0.050,      z = 1764.727
7      Iteración 3:      q = 3,      rq = -321.041,      B(p) = 29,      theta* = 0.413,      z = 1632.124
8      Iteración 4:      q = 5,      rq = -1276.776,      B(p) = 1,      theta* = 0.055,      z = 1561.519
9      Iteración 5:      q = 4,      rq = -92.918,      B(p) = 3,      theta* = 0.580,      z = 1507.656
10     Iteración 6:      q = 6,      rq = -757.903,      B(p) = 28,      theta* = 0.054,      z = 1467.087
11     Iteración 7:      q = 1,      rq = -1893.613,      B(p) = 21,      theta* = 0.100,      z = 1277.307
12     Iteración 8:      q = 3,      rq = -727.511,      B(p) = 1,      theta* = 0.142,      z = 1174.146
13     Iteración 9:      q = 9,      rq = -322.347,      B(p) = 22,      theta* = 0.145,      z = 1127.477
14     Iteración 10:     q = 11,     rq = -1291.265,      B(p) = 9,      theta* = 0.042,      z = 1073.671
15     Iteración 11:     q = 1,      rq = -82.073,      B(p) = 3,      theta* = 0.153,      z = 1061.117
16     Iteración 12:     q = 7,      rq = -229.097,      B(p) = 26,      theta* = 0.380,      z = 973.950
17     Iteración 13:     q = 3,      rq = -105.883,      B(p) = 1,      theta* = 0.752,      z = 894.274
18     Iteración 14:     q = 8,      rq = -697.180,      B(p) = 30,      theta* = 0.220,      z = 741.197
19     Iteración 15:     q = 9,      rq = -705.955,      B(p) = 4,      theta* = 0.162,      z = 626.649
20     Iteración 16:     q = 1,      rq = -527.871,      B(p) = 27,      theta* = 0.752,      z = 229.473
21     Iteración 17:     q = 4,      rq = -880.660,      B(p) = 25,      theta* = 0.261,      z = -0.000

```



```

22      Iteración 18:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000
24      Solución básica factible encontrada, iteración 18.

27      Fase II
28      Iteración 19:      q = 10,      rq = -143.313,      B(p) = 3,      theta* = 0.128,      z = 126.424
29      Iteración 20:      q = 12,      rq = -9.378,      B(p) = 7,      theta* = 0.229,      z = 124.279
30      Iteración 21:      q = 14,      rq = -99.342,      B(p) = 8,      theta* = 2.282,      z = -102.390
31      Iteración 22:      q = 13,      rq = -0.604,      B(p) = 5,      theta* = 0.571,      z = -102.736
32      Iteración 23:      q = 16,      rq = -0.781,      B(p) = 13,      theta* = 52.002,      z = -143.330
33      Iteración 24:      q = 7,      rq = -63.914,      B(p) = 10,      theta* = 0.132,      z = -151.738
34      Iteración 25:      q = 13,      rq = -8.738,      B(p) = 12,      theta* = 0.218,      z = -153.647
35      Iteración 26:      q = 17,      rq = -0.521,      B(p) = 11,      theta* = 274.625,      z = -296.798
36      Iteración 27:      q = 12,      rq = -14.763,      B(p) = 16,      theta* = 1.879,      z = -324.532
37      Iteración 28:      q = 18,      rq = -0.451,      B(p) = 6,      theta* = 95.817,      z = -367.754
38      Iteración 29:      q = 5,      rq = -48.295,      B(p) = 1,      theta* = 0.982,      z = -415.199
39      Iteración 30:      q = 16,      rq = -0.069,      B(p) = 5,      theta* = 181.290,      z = -427.621
40      Iteración 31:      q = 8,      rq = -7.643,      B(p) = 2,      theta* = 1.716,      z = -440.740
41      Iteración 32:      q = 20,      rq = -0.756,      B(p) = 8,      theta* = 254.395,      z = -632.999
42      Iteración 33:      q = 11,      rq = -35.341,      B(p) = 13,      theta* = 1.075,      z = -670.986
43      Iteración 34:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -670.986

45      Solución óptima encontrada, iteración 34, z = -670.985918.

48      Fin simplex primal.

51      VB*=
52      7      17      12      20      4      11      16      18      9      14
53      xb*=
54      3.3973      622.8976      2.4070      493.8723      5.3873      1.0749      195.3894      548.5646      2.5865
55      0.5809
56      VNB*=
57      3      10      1      2      15      5      13      6      19      8
58      r*=
59      210.2187      131.2765      42.3434      104.5295      0.5298      44.1426      21.7877      122.8687      0.5830
60      94.7061
61      z*=
62      -670.9859

```

```

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

4 Fase I
5 Iteración 1: q = 5, rq = -476.000, B(p) = 23, theta* = 0.020, z = 1842.480
6 Iteración 2: q = 2, rq = -745.960, B(p) = 24, theta* = 0.176, z = 1711.430
7 Iteración 3: q = 8, rq = -723.894, B(p) = 21, theta* = 0.447, z = 1388.120
8 Iteración 4: q = 6, rq = -477.836, B(p) = 30, theta* = 0.149, z = 1316.805
9 Iteración 5: q = 10, rq = -965.042, B(p) = 22, theta* = 0.165, z = 1157.452
10 Iteración 6: q = 11, rq = -766.298, B(p) = 28, theta* = 0.109, z = 1073.575
11 Iteración 7: q = 1, rq = -878.989, B(p) = 26, theta* = 0.277, z = 830.404
12 Iteración 8: q = 13, rq = -801.850, B(p) = 29, theta* = 0.266, z = 617.058
13 Iteración 9: q = 14, rq = -610.700, B(p) = 27, theta* = 0.240, z = 470.702
14 Iteración 10: q = 9, rq = -263.013, B(p) = 14, theta* = 0.654, z = 298.639
15 Iteración 11: q = 4, rq = -667.491, B(p) = 13, theta* = 0.148, z = 199.576
16 Iteración 12: q = 12, rq = -872.656, B(p) = 25, theta* = 0.229, z = -0.000
17 Iteración 13: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -0.000

19 Solución básica factible encontrada, iteración 13.

22 Fase II
23 Iteración 14: q = 14, rq = -99.342, B(p) = 8, theta* = 2.282, z = -102.390
24 Iteración 15: q = 16, rq = -0.787, B(p) = 5, theta* = 52.002, z = -143.330
25 Iteración 16: q = 7, rq = -63.914, B(p) = 10, theta* = 0.132, z = -151.738
26 Iteración 17: q = 13, rq = -8.738, B(p) = 12, theta* = 0.218, z = -153.647
27 Iteración 18: q = 17, rq = -0.521, B(p) = 11, theta* = 274.625, z = -296.798
28 Iteración 19: q = 12, rq = -14.763, B(p) = 16, theta* = 1.879, z = -324.532
29 Iteración 20: q = 20, rq = -0.575, B(p) = 2, theta* = 191.915, z = -434.875
30 Iteración 21: q = 18, rq = -0.675, B(p) = 6, theta* = 235.392, z = -593.851
31 Iteración 22: q = 11, rq = -34.179, B(p) = 13, theta* = 0.786, z = -620.710
32 Iteración 23: q = 5, rq = -4.032, B(p) = 1, theta* = 1.044, z = -624.918
33 Iteración 24: q = 16, rq = -0.236, B(p) = 5, theta* = 195.389, z = -670.986
34 Iteración 25: q = 0, rq = 0.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -670.986

36 Solución óptima encontrada, iteración 25, z = -670.985918.

39 Fin simplex primal.

42 VB*=

```

```

43      14      7      12      20      11      16      9      17      4      18
44  xb*=
45      0.5809      3.3973      2.4070      493.8723      1.0749      195.3894      2.5865      622.8976      5.3873
      548.5646
46  VNB*=
47      3      5      10      8      15      1      13      6      19      2
48  r*=
49      210.2187      44.1426      131.2765      94.7061      0.5298      42.3434      21.7877      122.8687      0.5830
      104.5295
50  z*=
51      -670.9859

```

### 3.2.4. Problema 4

```

1  Inicio símplex primal con regla de Bland.

4      Fase I
5      Iteración 1:      q = 1,      rq = -540.000,      B(p) = 32,      theta* = 7.011,      z = 3576.194
6      Iteración 2:      q = 2,      rq = -90.742,      B(p) = 1,      theta* = 9.183,      z = 2742.901
7      Iteración 3:      q = 3,      rq = -244.282,      B(p) = 28,      theta* = 2.517,      z = 2128.084
8      Iteración 4:      q = 1,      rq = -337.133,      B(p) = 31,      theta* = 1.383,      z = 1661.946
9      Iteración 5:      q = 4,      rq = -158.128,      B(p) = 34,      theta* = 0.235,      z = 1624.734
10     Iteración 6:      q = 5,      rq = -226.954,      B(p) = 4,      theta* = 0.222,      z = 1574.287
11     Iteración 7:      q = 6,      rq = -214.942,      B(p) = 33,      theta* = 2.884,      z = 954.406
12     Iteración 8:      q = 4,      rq = -54.759,      B(p) = 3,      theta* = 0.847,      z = 908.038
13     Iteración 9:      q = 7,      rq = -134.511,      B(p) = 4,      theta* = 1.577,      z = 695.847
14     Iteración 10:      q = 9,      rq = -198.839,      B(p) = 25,      theta* = 2.107,      z = 276.926
15     Iteración 11:      q = 11,      rq = -381.392,      B(p) = 2,      theta* = 0.019,      z = 269.641
16     Iteración 12:      q = 3,      rq = -728.463,      B(p) = 26,      theta* = 0.045,      z = 236.944
17     Iteración 13:      q = 2,      rq = -221.411,      B(p) = 29,      theta* = 0.338,      z = 162.119
18     Iteración 14:      q = 4,      rq = -39.912,      B(p) = 7,      theta* = 0.938,      z = 124.674
19     Iteración 15:      q = 8,      rq = -76.768,      B(p) = 30,      theta* = 0.116,      z = 115.783
20     Iteración 16:      q = 7,      rq = -40.873,      B(p) = 3,      theta* = 1.030,      z = 73.691
21     Iteración 17:      q = 12,      rq = -61.725,      B(p) = 27,      theta* = 1.194,      z = -0.000
22     Iteración 18:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000

24      Solución básica factible encontrada, iteración 18.

27     Fase II
28     Iteración 19:      q = 10,      rq = -39.021,      B(p) = 11,      theta* = 0.327,      z = -555.387
29     Iteración 20:      q = 13,      rq = -159.920,      B(p) = 1,      theta* = 0.734,      z = -672.740

```

```

30 Iteración 21: q = 14, rq = -74.597, B(p) = 5, theta* = 0.874, z = -737.917
31 Iteración 22: q = 1, rq = -200.974, B(p) = 2, theta* = 0.199, z = -777.976
32 Iteración 23: q = 15, rq = -0.337, B(p) = 7, theta* = 136.228, z = -823.855
33 Iteración 24: q = 17, rq = -1.357, B(p) = 10, theta* = 146.915, z = -1023.230
34 Iteración 25: q = 7, rq = -7.287, B(p) = 9, theta* = 0.547, z = -1027.213
35 Iteración 26: q = 18, rq = -0.187, B(p) = 7, theta* = 33.704, z = -1033.516
36 Iteración 27: q = 19, rq = -0.380, B(p) = 1, theta* = 222.856, z = -1118.158
37 Iteración 28: q = 20, rq = -0.085, B(p) = 6, theta* = 116.358, z = -1128.079
38 Iteración 29: q = 21, rq = -0.513, B(p) = 18, theta* = 98.584, z = -1178.638
39 Iteración 30: q = 6, rq = -38.558, B(p) = 4, theta* = 7.565, z = -1470.319
40 Iteración 31: q = 9, rq = -15.730, B(p) = 14, theta* = 0.291, z = -1474.897
41 Iteración 32: q = 18, rq = -0.411, B(p) = 8, theta* = 180.070, z = -1548.832
42 Iteración 33: q = 14, rq = -55.387, B(p) = 9, theta* = 0.009, z = -1549.320
43 Iteración 34: q = 16, rq = -0.041, B(p) = 13, theta* = 249.806, z = -1559.620
44 Iteración 35: q = 22, rq = -0.649, B(p) = 12, theta* = 1408.462, z = -2473.906
45 Iteración 36: q = 23, rq = -0.745, B(p) = 6, theta* = 1994.000, z = -3960.000
46 Iteración 37: q = 9, rq = -8.400, B(p) = 14, theta* = 600.000, z = -9000.000
47 Iteración 38: q = 24, rq = -15.000, B(p) = 0, theta* = 0.000, z = -9000.000

```

49 El problema es ILIMITADO.

52 Fin simplex primal.

1 Inicio simplex primal con la regla del coste reducido más negativo.

4 Fase I

```

5 Iteración 1: q = 11, rq = -761.000, B(p) = 30, theta* = 6.890, z = 2118.710
6 Iteración 2: q = 4, rq = -416.900, B(p) = 26, theta* = 0.543, z = 1892.471
7 Iteración 3: q = 6, rq = -343.303, B(p) = 32, theta* = 0.765, z = 1629.724
8 Iteración 4: q = 5, rq = -742.069, B(p) = 29, theta* = 0.723, z = 1093.158
9 Iteración 5: q = 1, rq = -916.394, B(p) = 31, theta* = 0.792, z = 367.191
10 Iteración 6: q = 9, rq = -331.706, B(p) = 33, theta* = 0.016, z = 361.954
11 Iteración 7: q = 8, rq = -266.466, B(p) = 25, theta* = 0.319, z = 276.833
12 Iteración 8: q = 10, rq = -202.486, B(p) = 9, theta* = 0.235, z = 229.211
13 Iteración 9: q = 12, rq = -1155.004, B(p) = 28, theta* = 0.069, z = 149.460
14 Iteración 10: q = 7, rq = -70.137, B(p) = 12, theta* = 0.219, z = 134.126
15 Iteración 11: q = 9, rq = -253.041, B(p) = 34, theta* = 0.221, z = 78.282
16 Iteración 12: q = 14, rq = -88.027, B(p) = 10, theta* = 0.114, z = 68.209
17 Iteración 13: q = 12, rq = -173.705, B(p) = 4, theta* = 0.137, z = 44.372
18 Iteración 14: q = 13, rq = -82.737, B(p) = 27, theta* = 0.536, z = -0.000

```

```

19      Iteración 15:      q = 0,      rq = 0.000, B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -0.000
21      Solución básica factible encontrada, iteración 15.

24      Fase II
25      Iteración 16:      q = 10,      rq = -38.604,      B(p) = 11,      theta* = 1.145,      z = -639.647
26      Iteración 17:      q = 4,      rq = -96.334,      B(p) = 5,      theta* = 1.436,      z = -777.976
27      Iteración 18:      q = 17,      rq = -0.876,      B(p) = 9,      theta* = 126.238,      z = -888.623
28      Iteración 19:      q = 23,      rq = -0.691,      B(p) = 6,      theta* = 59.596,      z = -929.824
29      Iteración 20:      q = 9,      rq = -59.820,      B(p) = 8,      theta* = 1.725,      z = -1033.023
30      Iteración 21:      q = 21,      rq = -1.391,      B(p) = 4,      theta* = 12.117,      z = -1049.884
31      Iteración 22:      q = 11,      rq = -48.480,      B(p) = 9,      theta* = 1.162,      z = -1106.194
32      Iteración 23:      q = 24,      rq = -1.070,      B(p) = 11,      theta* = 111.713,      z = -1225.742
33      Iteración 24:      q = 4,      rq = -45.437,      B(p) = 14,      theta* = 0.194,      z = -1234.546
34      Iteración 25:      q = 15,      rq = -0.873,      B(p) = 10,      theta* = 649.997,      z = -1802.213
35      Iteración 26:      q = 18,      rq = -2.043,      B(p) = 7,      theta* = 198.313,      z = -2207.411
36      Iteración 27:      q = 19,      rq = -2.188,      B(p) = 12,      theta* = 183.525,      z = -2609.056
37      Iteración 28:      q = 6,      rq = -28.186,      B(p) = 1,      theta* = 9.181,      z = -2867.832
38      Iteración 29:      q = 20,      rq = -3.526,      B(p) = 4,      theta* = 350.062,      z = -4102.171
39      Iteración 30:      q = 8,      rq = -22.857,      B(p) = 6,      theta* = 2.928,      z = -4169.089
40      Iteración 31:      q = 16,      rq = -6.834,      B(p) = 8,      theta* = 344.000,      z = -6520.000
41      Iteración 32:      q = 22,      rq = -10.000,      B(p) = 0,      theta* = 0.000,      z = -6520.000

43      El problema es ILIMITADO.

46      Fin simplex primal.

```