Représentation fréquentielle d'un signal

I - Décomposition d'un signal périodique

Un signal périodique $u(t)$ de pulsation $\omega = 2\pi f$ se décompose toujours en une **somme** de termes (harmoniques) appelée **décomposition harmonique** :

$$u(t) = \underbrace{\overbrace{A_0}^{\text{Valeur moyenne}}}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{\overbrace{A_1 \cdot \sin(\omega t + \theta_1)}^{\text{Fondamental ou Harmonique de rang 1}} + \overbrace{A_2 \cdot \sin(2\omega t + \theta_2)}^{\text{Harmonique de rang 2}} + \overbrace{A_3 \cdot \sin(3\omega t + \theta_3)}^{\text{Harmonique de rang 3}}}_{\text{Composante alternative}} + \cdots$$

La **composante continue** est la valeur moyenne du signal périodique.

La **composante alternative** est la somme des harmoniques de fréquences particulières f, $2f$, $3f$, ...

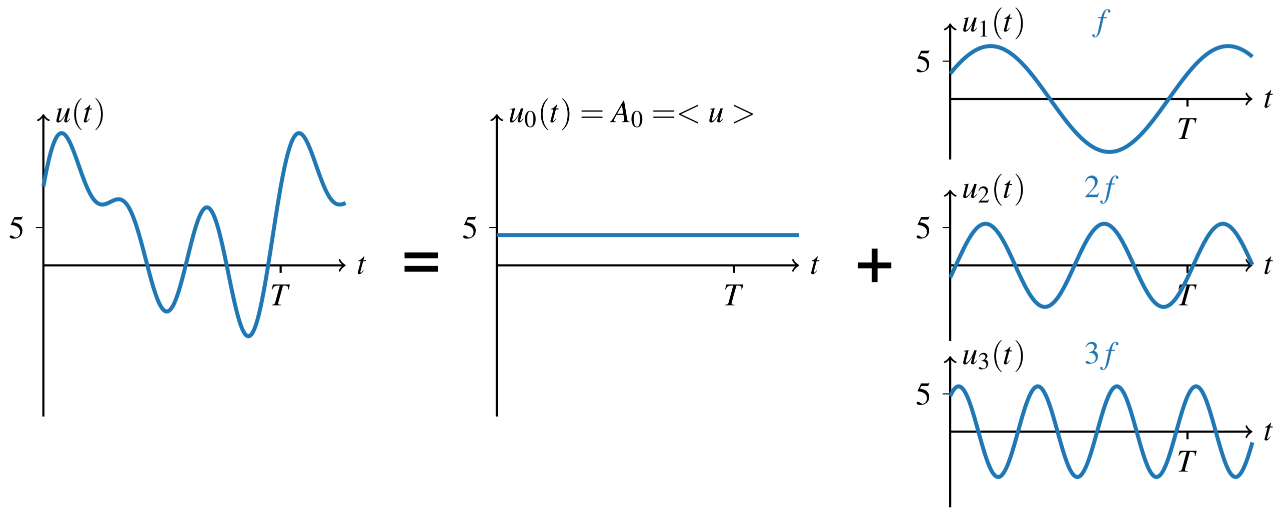
Un **harmonique** est un signal sinusoïdal (signal pur) !

Exemple 1.

La tension périodique $u(t)$ ci-dessous se décompose suivant l'expression suivante :

$$u(t) = A_0 + A_1 \cdot \sin(\omega t + \theta_1) + A_2 \cdot \sin(2\omega t + \theta_2) + A_3 \cdot \sin(3\omega t + \theta_3)$$

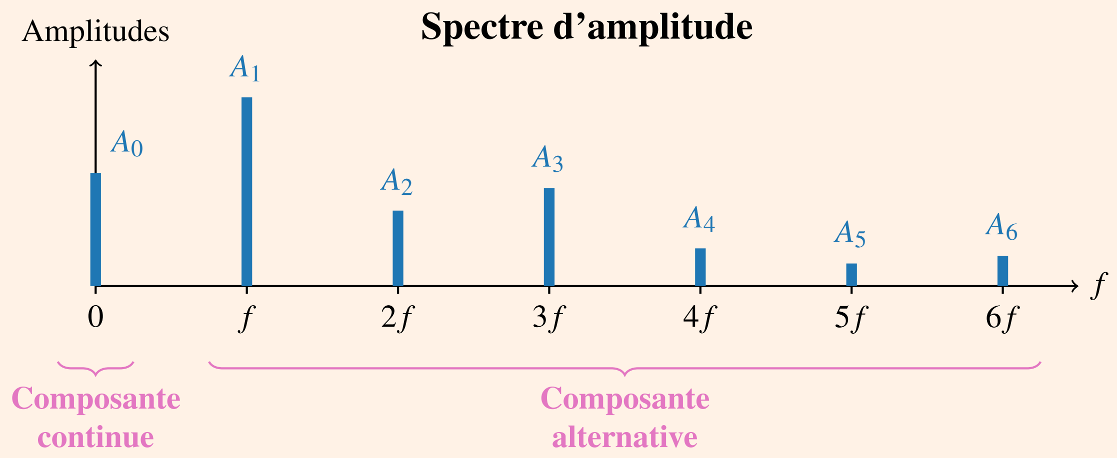
$$u(t) = 4 + 7 \cdot \sin(\omega t + 0.5) + 5.5 \cdot \sin(2\omega t - 0.3) + 6 \cdot \sin(3\omega t + 0.9)$$



Signal périodique **Composante continue** **Composante alternative**

II - Spectre d’un signal périodique

L’influence d’un harmonique sur l’allure du signal périodique est fortement liée à son amplitude. Il est donc intéressant de représenter graphiquement les amplitudes des harmoniques du signal en fonction de la fréquence. Cette représentation est appelée **spectre d’amplitude**.

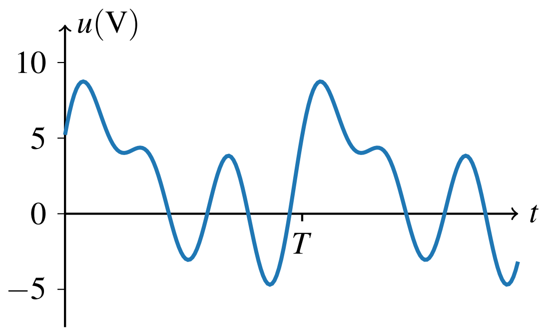


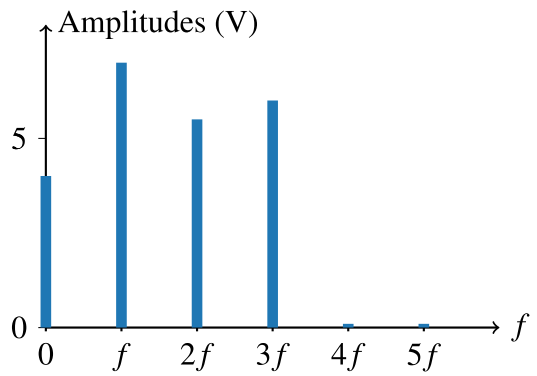
Les hauteurs des raies (ici des valeurs arbitraires) sont égales aux amplitudes des harmoniques du signal périodique telles que :

$$u(t) = \underline{A_0} + \underline{A_1} \cdot \sin(\omega t + \theta_1) + \underline{A_2} \cdot \sin(2\omega t + \theta_2) + \underline{A_3} \cdot \sin(3\omega t + \theta_3) + \cdots$$

Exemple 2.

Pour le signal périodique de l’exemple précédent, le spectre d’amplitude est de la forme ci-dessous.





III - Valeur efficace d'un signal périodique

La **valeur efficace** d'un signal périodique est liée aux valeurs efficaces de ses harmoniques par la relation :

$$U^2 = <u>^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots \quad \Longrightarrow \quad \boxed{U = \sqrt{<u>^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}}$$

Pour rappel, la relation entre la valeur efficace U et l'amplitude A d'un signal sinusoïdal est : $U = \dfrac{A}{\sqrt{2}}$

Exemple 3.

Toujours pour l'exemple précédent à partir des amplitudes :

$$U = \sqrt{<u>^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} = \sqrt{4^2 + (\frac{7}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{5,5}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{6}{\sqrt{2}})^2} = \sqrt{4^2 + \frac{7^2}{2} + \frac{5,5^2}{2} + \frac{6^2}{2}} = 8,58 \text{ V}$$

IV - Taux de distorsion harmonique

La pureté d'un signal périodique est caractérisée par le **taux de distorsion harmonique** défini par le rapport :

$$\boxed{D = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{U_1}} \qquad \text{ou} \qquad D = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}}{A_1}$$

- Ce sont les harmoniques de rang supérieur à 2 qui sont responsables de la déformation du signal !
- Plus ce taux est proche de 0, plus le signal temporelle est proche d'une sinusoïde.
- Plus ce taux est élevé, plus le signal temporelle est déformé.
- La composante continue n'est pas prise en compte dans ce calcul.

Exemple 4.

Toujours pour l'exemple précédent :

$$D = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2}}{A_1} = \frac{\sqrt{5,5^2 + 6^2}}{7} \approx 1,16 \qquad \text{ou} \qquad D = 116\%$$

La forme du signal est bien loin de la sinusoïde !

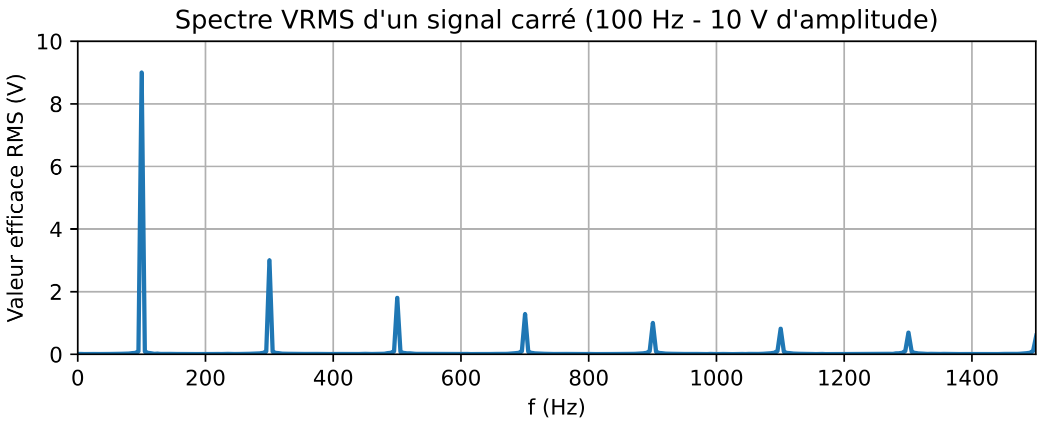
V - Visualisation d’un spectre

En pratique, la visualisation du spectre d’un signal périodique s’obtient à l’aide d’un **analyseur de spectre**.

Les **oscilloscopes numériques** disposent également d’une analyse de spectre : **fonction FFT du mode MATH**.

1) Spectre VRMS

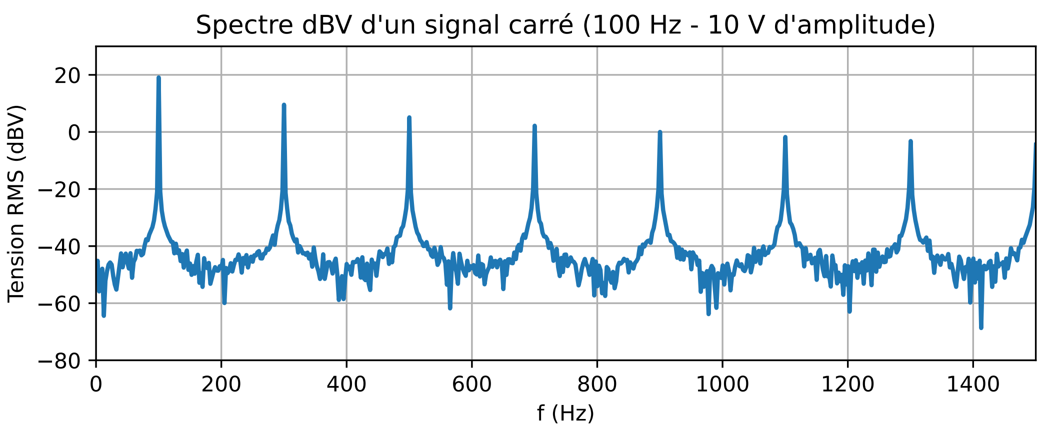
Les niveaux de tension sont des **valeurs efficaces RMS** affichées en V.



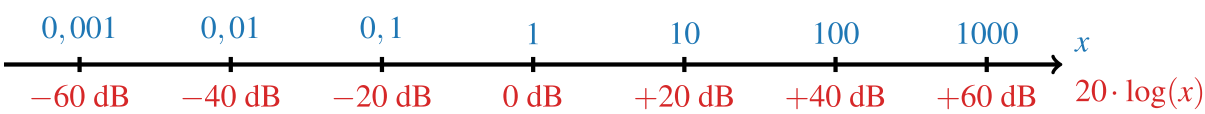
2) Spectre dBV

Les niveaux de tension efficace RMS sont affichés en **décibel** (dBV) tels que :

$$U_{dBV} = 20 \cdot \log\left(\frac{U}{1\ \mathrm{V}}\right) \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{U_{dBV} = 20 \cdot \log(U)} \quad (\mathrm{dBV})$$

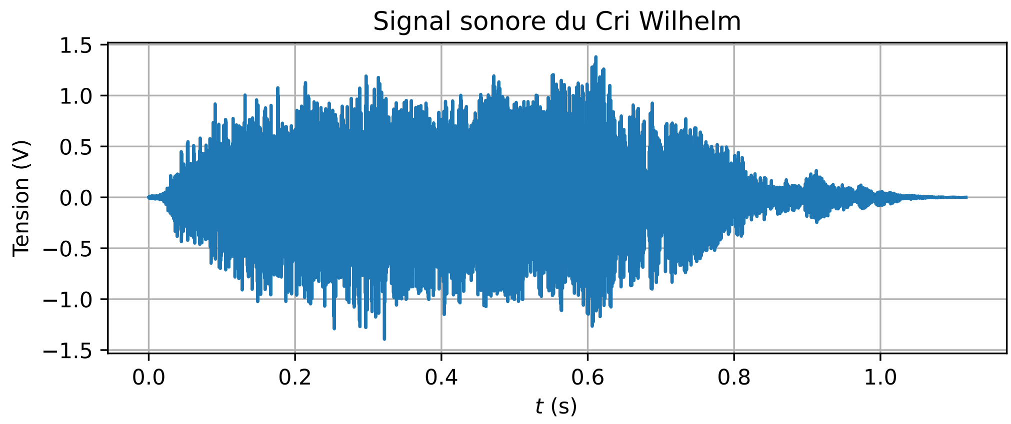


Une échelle logarithmique (en dB) permet d’**agrandir les faibles valeurs et d’écraser les grandes valeurs**.



VI - Spectre d'un signal non-périodique

Un signal non-périodique (ex. son) possède un **spectre continu**.



Ce type de spectre est **défini pour toutes les fréquences** et n'est pas composé de raies !