



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

72.25 - SIMULACIÓN DE SISTEMAS

---

## Trabajo práctico 2 Autómatas Celulares

---

### Autores

LIU, Jonathan Daniel - 62533

VILAMOWSKI, Abril - 62495

WISCHÑEVSKY, David - 62494

### Docentes

PARISI, Daniel Martín

PATTERSON, Germán Agustín

WIEBKE, Lucas

Agosto 2024

---

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Autómata celular . . . . .	1
1.2. Vecindad . . . . .	1
1.3. Regla de evolución . . . . .	2
<b>2. Modelo</b>	<b>4</b>
2.1. Autómatas celulares de dos dimensiones . . . . .	4
2.1.1. El juego de la vida de Conway (Von Neumann) . . . . .	4
2.1.2. Vecinos impares (Moore) . . . . .	4
2.1.3. Rectángulo Relleno . . . . .	4
2.2. Autómatas celulares de tres dimensiones . . . . .	6
2.2.1. El juego de la vida de Conway 3D (Moore) . . . . .	6
2.2.2. Umbral (Moore) . . . . .	6
2.2.3. Umbral (Von Neumann) . . . . .	6
<b>3. Implementación</b>	<b>7</b>
3.1. Clase <code>Main</code> . . . . .	7
3.2. Clases <code>CelularAutomata2D</code> y <code>CelularAutomata3D</code> . . . . .	8
3.3. Clase <code>AutomatonRules</code> . . . . .	8
<b>4. Simulaciones</b>	<b>9</b>
4.1. Dimensiones . . . . .	9
4.2. Condiciones iniciales . . . . .	9
4.2.1. Condición de corte . . . . .	9
4.3. Masa . . . . .	9
4.4. Radio . . . . .	10
4.5. Observables . . . . .	10
4.5.1. Masa final . . . . .	11
4.5.2. Generación de estabilización . . . . .	11

---

<b>5. Resultados</b>	<b>12</b>
5.1. Autómatas celulares de dos dimensiones . . . . .	12
5.1.1. El juego de la vida de Conway (Von Neumann) . . . . .	12
5.1.2. Vecinos impares (Moore) . . . . .	14
5.1.3. Rectángulo Relleno . . . . .	15
5.2. Autómatas celulares de tres dimensiones . . . . .	17
5.2.1. El juego de la vida de Conway 3D (Moore) . . . . .	17
5.2.2. Umbral (Moore) . . . . .	19
5.2.3. Umbral (Von Neumann) . . . . .	20
5.3. Conclusiones . . . . .	22
<b>Referencias</b>	<b>23</b>

---

# 1. Introducción

## 1.1. Autómata celular

Un autómata celular es un modelo matemático discreto utilizado para estudiar sistemas complejos mediante la evolución de un conjunto de celdas. Cada celda puede tomar un estado finito de un conjunto predeterminado de estados y, a lo largo del tiempo, su estado cambia de acuerdo con un conjunto de reglas locales que dependen del estado actual de la celda y del estado de sus celdas vecinas. Estas reglas se aplican de manera uniforme y simultánea a todas las celdas en el sistema, lo que genera patrones globales a partir de interacciones locales. El comportamiento de un autómata celular se determina a través de iteraciones discretas en el tiempo, donde el estado del sistema en un momento particular, se denomina "generación".

En este informe se procederá al estudio de tres autómatas celulares bidimensionales y tres tridimensionales, con el objetivo de analizar su comportamiento y las dinámicas emergentes que generan.

## 1.2. Vecindad

En este informe, se utilizará la vecindad de Moore para definir las interacciones entre las celdas de los autómatas celulares. La vecindad de Moore en dos dimensiones considera las ocho celdas adyacentes a una celda central. En la Ec.1 se muestra la definición de la vecindad de Moore en dos dimensiones:

$$N_{ij}^{(M)} = \{(k, l) \in \mathbb{Z}^2 : |k - i| \leq r, |l - j| \leq r\} \quad (1)$$

En la Fig. 1 se muestra un esquema de la vecindad de Moore en dos dimensiones.

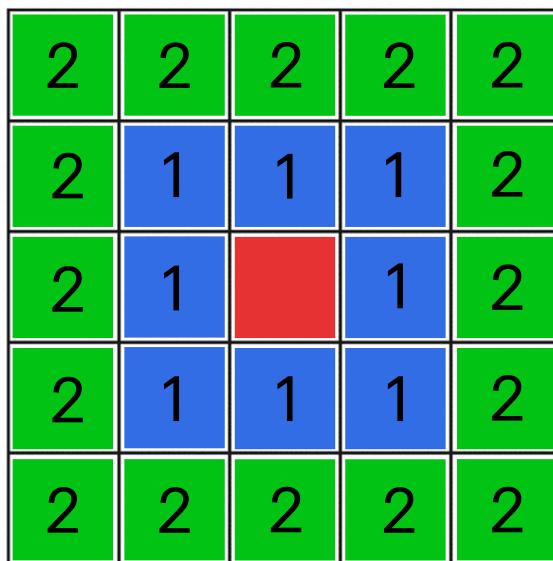


Figura 1: Vecindad de Moore en dos dimensiones.

---

En tres dimensiones, la vecindad de Moore considera las 26 celdas adyacentes a una celda central. En la Ec. 2 se muestra la definición de la vecindad de Moore en tres dimensiones:

$$N_{ijk}^{(M)} = \{(l, m, n) \in \mathbb{Z}^3 : |l - i| \leq r, |m - j| \leq r, |n - k| \leq r\} \quad (2)$$

También se implementó la vecindad de Von Neumann, que considera solo las cuatro celdas adyacentes a una celda central en dos dimensiones. En la Ec. 3 se muestra la definición de la vecindad de Von Neumann en dos dimensiones:

$$N_{ij}^{(V)} = \{(k, l) \in \mathbb{Z}^2 : |k - i| + |l - j| \leq r\} \quad (3)$$

En la Fig. 2 se muestra un esquema de la vecindad de Von Neumann en dos dimensiones.

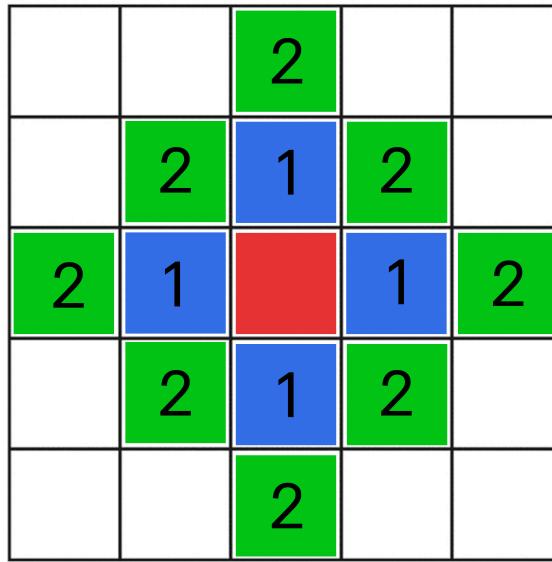


Figura 2: Vecindad de Von Neumann en dos dimensiones.

En tres dimensiones, la vecindad de Von Neumann considera las seis celdas adyacentes a una celda central. En la Ec. 4 se muestra la definición de la vecindad de Von Neumann en tres dimensiones.

$$N_{ijk}^{(V)} = \{(l, m, n) \in \mathbb{Z}^3 : |l - i| + |m - j| + |n - k| \leq r\} \quad (4)$$

### 1.3. Regla de evolución

La regla de evolución de un autómata celular de dos dimensiones (AC 2D de ahora en adelante) está dada por el mapeo expresado en la Ec. 5:

$$a_{ij}^{(t)} = f\left(\sum_{k=-r}^{k=r} \sum_{l=-r}^{l=r} \alpha_{kl} a_{(i+k)(j+l)}^{(t-1)}\right) \quad (5)$$

---

donde  $a_{i,j}^{(t)}$  es el estado de la celda en la posición  $(i, j)$  en la generación  $t$ ,  $f$  es una función no lineal que determina el estado de la celda en la siguiente generación,  $\alpha_{kl}$  son constantes enteras asociadas a las celdas vecinas y  $r$  es el radio de la vecindad de la celda.

Para un autómata celular de tres dimensiones (AC 3D), se trabaja de manera análoga a la Ec. 5, pero considerando la vecindad de Moore en tres dimensiones, y se puede expresar como en la Ec. 6:

$$a_{ijk}^{(t)} = f\left(\sum_{l=-r}^{l=r} \sum_{m=-r}^{m=r} \sum_{n=-r}^{n=r} \alpha_{lmn} a_{(i+l)(j+m)(k+n)}^{(t-1)}\right) \quad (6)$$

---

## 2. Modelo

Se plantearon 6 reglas distintas, 3 de dos dimensiones y 3 de tres dimensiones.

### 2.1. Autómatas celulares de dos dimensiones

#### 2.1.1. El juego de la vida de Conway (Von Neumann)

El Juego de la Vida de Conway [1] es un autómata celular diseñado por el matemático británico John Horton Conway en 1970. Es un sistema simple basado en una cuadrícula bidimensional de celdas, donde cada celda puede estar en uno de dos estados: viva o muerta. La evolución del sistema se determina por reglas sencillas que se aplican a cada celda en función del estado de sus celdas vecinas.

Reglas:

- Supervivencia: Una celda viva con 2 o 3 vecinos vivos sigue viva en la siguiente generación.
- Muerte por soledad: Una celda viva con menos de 2 vecinos vivos muere por soledad.
- Muerte por sobre población: Una celda viva con más de 3 vecinos vivos muere por sobre población.
- Reproducción: Una celda muerta con exactamente 3 vecinos vivos ”nace” (se convierte en una celda viva) en la siguiente generación.

Para esta simulación, se consideró la distancia de Von Neumann, donde una celda tiene 4 vecinos adyacentes.

#### 2.1.2. Vecinos impares (Moore)

Reglas:

- Si una celda tiene un número impar de vecinos vivos, en la siguiente generación estará viva
- Si una celda tiene un número par de vecinos vivos, en la siguiente generación estará muerta

#### 2.1.3. Rectángulo Relleno

Reglas:

- 
- Una celda viva sigue viva en la siguiente generación
  - Una celda muerta se transforma en viva si existe un par de vecinos (vecindad de moore de distancia 1) vivos que no comparten ni fila ni columna entre sí.

Los casos donde una celda muerta pasa a estar viva son los exhibidos en la Fig. 3, sin contar simetrías rotacionales y reflexiones.

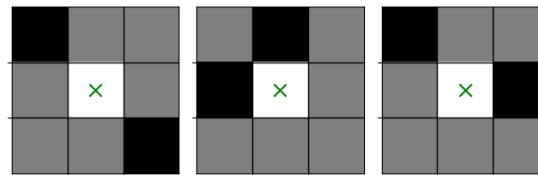


Figura 3: Casos donde una celda muerta pasa a estar viva  
Negro: Celda viva, Blanco: Celda muerta, Gris: indistinto

Y en la Fig. 4 se puede ver que los casos donde una celda muerta se mantiene muerta son los que todos sus vecinos vivos comparten exclusivamente o la columna o la fila (sin contar simetrías rotacionales).

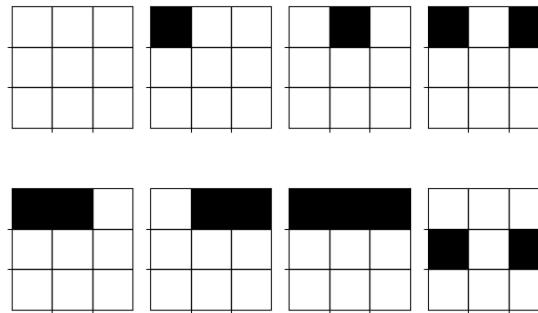


Figura 4: Casos donde una celda muerta se mantiene muerta  
Negro: Celda viva, Blanco: Celda muerta

---

## **2.2. Autómatas celulares de tres dimensiones**

### **2.2.1. El juego de la vida de Conway 3D (Moore)**

El Juego de la Vida en 3D es una extensión tridimensional del clásico Juego de la Vida de Conway, donde en lugar de una cuadrícula bidimensional, se utiliza un espacio cúbico tridimensional. Las reglas son las mismas que en el Juego de la Vida de Conway clásico, pero en este caso la cantidad de vecinos de cada celda será 26 en lugar de 8.

### **2.2.2. Umbral (Moore)**

Reglas:

- Una celda viva muere en la siguiente generación.
- Si una celda muerta tiene 7 o más vecinos vivos, se convierte en una celda viva en la siguiente generación.

### **2.2.3. Umbral (Von Neumann)**

Similar al anterior, pero disminuyendo el umbral a 2, ya que la vencidad Von Neumann comprende 6 celdas, en contraste a la de Moore que tiene 26.

- Una celda viva muere en la siguiente generación.
- Si una celda muerta tiene 2 o más vecinos vivos, se convierte en una celda viva en la siguiente generación.

### 3. Implementación

El simulador se desarrolló en el lenguaje de programación Java, versión 18. Las clases principales del proyecto son `Main`, `CelularAutomata2D`, `CelularAutomata3D` y `AutomatonRules`. En la Fig. 5 se muestra el diagrama de clases del proyecto.

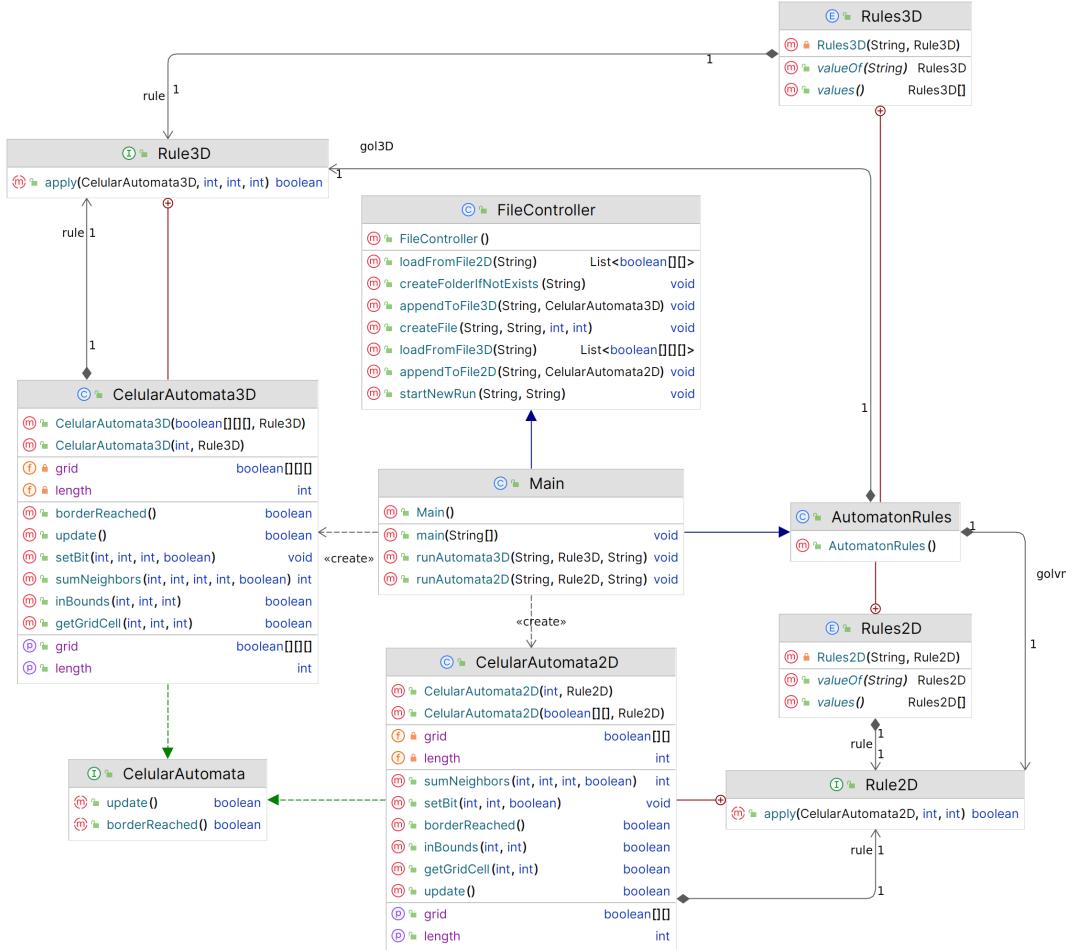


Figura 5: Diagrama de clases

#### 3.1. Clase Main

En `Main` se definen la cantidad de celdas vivas iniciales para cada simulación, la cantidad de generaciones a simular y el tipo de autómata celular a utilizar. Además, se inicializa el autómata celular y se ejecuta la simulación.

Trabaja con matrices de booleanos para representar el estado de las celdas en cada generación.

Estas se leen de archivos de texto de nombre `init{2|3}d_[cantidad de celdas iniciales].txt` ubicados en la carpeta `input`. El resultado de la simulación se guarda en distintos archivos de texto en la carpeta `output`, dentro de subcarpetas con el nombre del tipo de autómata celular.

---

### **3.2. Clases CelularAutomata2D y CelularAutomata3D**

Estas clases se encargan de simular el autómata celular en 2 y 3 dimensiones, respectivamente.

Ofrecen métodos para evolucionar el sistema en una generación y para obtener la cantidad de vecinos vivos de una celda en particular, usando distancia de Moore y Von Neumann.

También permiten saber si una celda está viva o muerta en una generación dada, si una posición se encuentra dentro de los límites de la grilla y si se alcanzó la condición de corte de contacto con el borde.

### **3.3. Clase AutomatonRules**

`AutomatonRules` define las reglas de los autómatas celulares implementados. Se implementa a partir de dos enums, `Rules2D` y `Rules3D`, que contienen las reglas de los autómatas celulares de dos y tres dimensiones, respectivamente.

Cada regla tiene asociada una función que determina si una celda debe estar viva o muerta en la siguiente generación, además de un nombre corto para identificar la regla.

---

## 4. Simulaciones

### 4.1. Dimensiones

Las simulaciones 2D se enfocarán en analizar el comportamiento de células dentro de una grilla 2D de  $100 \times 100$  celdas ( $L_{2D} = 100$ ). Se define el estado de la grilla en función de la generación  $t$  como  $a^{(t)} \in \{0, 1\}^{L_{2D} \times L_{2D}}$ .

Para las simulaciones 3D se trabajará dentro de una grilla de  $50 \times 50 \times 50$  celdas ( $L_{3D} = 50$ ).

Igual que para el caso 2D, se define el estado de la grilla en función de la generación  $t$  como  $a^{(t)} \in \{0, 1\}^{L_{3D} \times L_{3D} \times L_{3D}}$ .

La grilla 2D contiene una región interna (núcleo) de  $10 \times 10$  celdas ( $L_{core2D} = 10$ ), en la cual se generan las condiciones iniciales, mientras que la 3D tiene un núcleo de  $20 \times 20 \times 20$  ( $L_{core3D} = 20$ ). Dentro de esta región, se toman distintos porcentajes de células vivas iniciales  $p_i \in (0, 100)$  y para cada uno de estos porcentajes, se realizan 10 simulaciones.

### 4.2. Condiciones iniciales

Para cada porcentaje elegido se generaron 10 condiciones iniciales distintas, generando dicha cantidad de celdas vivas aleatoriamente en dentro del núcleo. Cada una de estas condiciones iniciales se define como  $\mathbb{I}_{i,p}$ , donde  $i \in (1, 10)$  es la simulación y  $p \in (0, 100)$  es el porcentaje de células vivas.

#### 4.2.1. Condición de corte

El máximo número de iteraciones es de 100 ( $t_{max} = 100$ ). La simulación se detiene antes si alguna célula activa alcanza el borde de la grilla.

### 4.3. Masa

Para cada porcentaje, en cada una de las reglas, se realizó un análisis de la evolución de la cantidad de células vivas en función de la iteración, denominada masa.

En 2D, la masa se define como expresa la Ec. 7:

$$m_t = \sum_{i,j} a_{ij}^{(t)} \quad (7)$$

En 3D, la masa se define como expresa la Ec. 8:

$$m_t = \sum_{i,j,k} a_{ijk}^{(t)} \quad (8)$$

---

En cada gráfico se puede ver el cambio de la masa para las 10 simulaciones.

#### 4.4. Radio

De manera análoga a la masa, se realizaron gráficos analizando el cambio del radio, que se definió como la mayor distancia (norma 1) entre una célula y el centro de la grilla:

En 2D, el radio se define como expresa la Ec. 9:

$$r_t = \max_{i,j} \left\{ a_{ij}^{(t)} \cdot \left( \left| i - \frac{L_{2D}}{2} \right| + \left| j - \frac{L_{2D}}{2} \right| \right) \right\} \quad (9)$$

En 3D, el radio se define como expresa la Ec. 10:

$$r_t = \max_{i,j,k} \left\{ a_{ijk}^{(t)} \cdot \left( \left| i - \frac{L_{3D}}{2} \right| + \left| j - \frac{L_{3D}}{2} \right| + \left| k - \frac{L_{3D}}{2} \right| \right) \right\} \quad (10)$$

#### 4.5. Observables

Debido a que las condiciones iniciales se tomaron de manera aleatoria y los resultados finales dependían de las mismas, los gráficos muestran los valores promedio del observable en cada porcentaje (para las 10 condiciones iniciales de cada uno).

El promedio de masas se calculó como expresa la Ec. 11:

$$\bar{m} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} m_i \quad (11)$$

donde  $m_i$  es la masa de la simulación  $i$

El desvío estandar se obtuvo como expresa la Ec. 12:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (m_i - \bar{m})^2} \quad (12)$$

donde  $\bar{m}$  es el promedio previamente definido

De la misma manera, el promedio de tiempos se calculó como expresa la Ec. 13:

$$\bar{t} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} t_i \quad (13)$$

donde  $t_i$  es el tiempo de la simulación  $i$

El desvío estandar se obtuvo como expresa la Ec. 14:

---


$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (t_i - \bar{t})^2} \quad (14)$$

#### 4.5.1. Masa final

Para todas las reglas tanto 2D como 3D, se eligió tomar como observable la masa final del sistema, es decir la que se alcanza en la iteración numero 100, o cuando se toca un borde. Esta se define como expresa la Ec. 15:

$$m_{final} = m_{t_{final}} \quad (15)$$

donde  $t_{final}$  es la iteración número 100 o aquella donde alcanza un borde.

#### 4.5.2. Generación de estabilización

Para las reglas donde se observó que la masa entra en un ciclo estable, se eligió tomar como otro observable a la generación  $t^*$  en la que alcanza dicho ciclo. Esta se define como expresa la Ec. 16.

$$t^* = \min_t \{m_t = m_{final}\} \quad (16)$$

---

## 5. Resultados

### 5.1. Autómatas celulares de dos dimensiones

#### 5.1.1. El juego de la vida de Conway (Von Neumann)

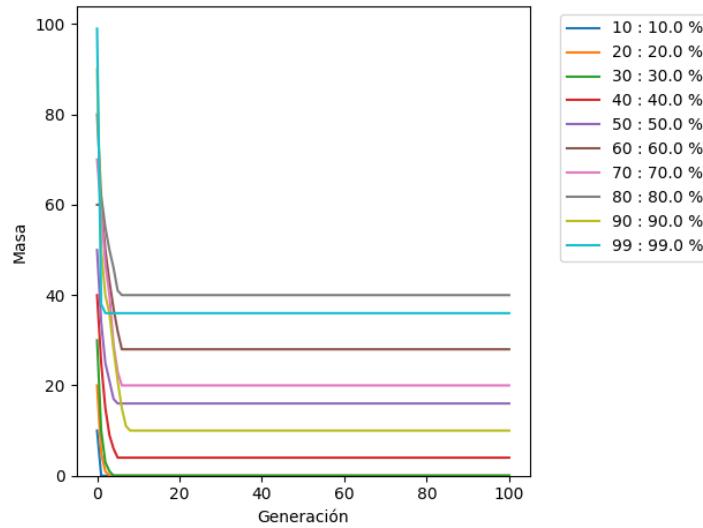


Figura 6: Gráfico de la masa en función del tiempo

Se puede observar en la Fig. 6 que la masa tiene una tendencia decreciente y se estabiliza en un valor constante, existiendo algunos casos donde dicho valor no es 0.

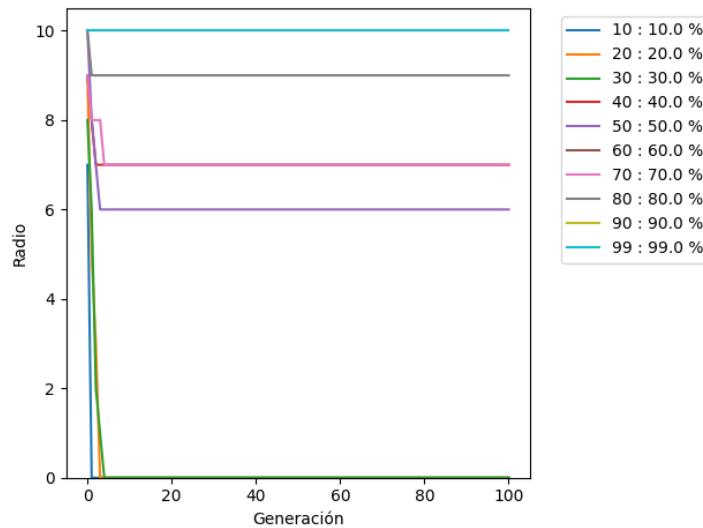


Figura 7: Gráfico del radio en función del tiempo

En la Fig. 7, el radio exhibe tres comportamientos: mantenerse constante, decrecer hasta anularse o hasta un valor constante no nulo.

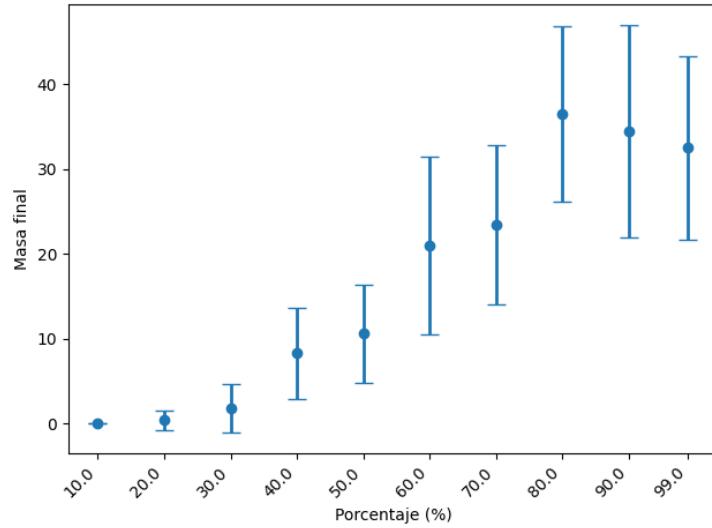


Figura 8: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

Se puede observar en la Fig. 8 que la masa final de cada simulación tiene una tendencia creciente en función de los porcentajes. Parece alcanzar estabilidad al rededor del 80 %. Sin embargo, el desvío asociado con estos porcentajes también es muy grande.

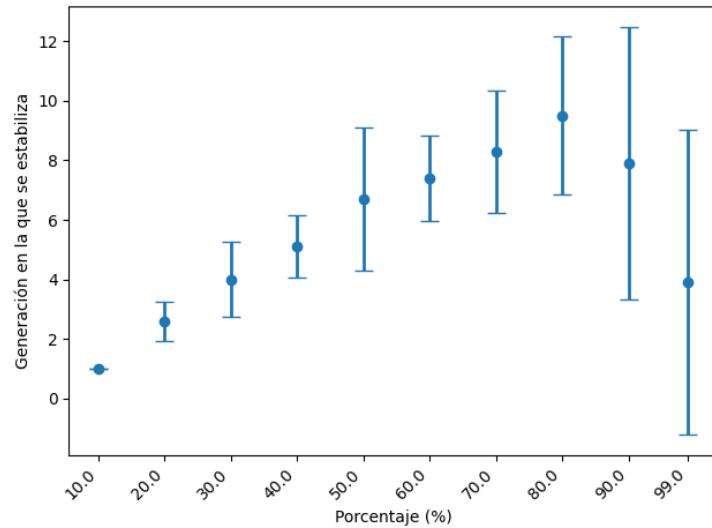


Figura 9: Gráfico de la generación de estabilización en función de los porcentajes

Se puede observar en la Fig. 9 que la generación de estabilización tiene una tendencia creciente en función de los porcentajes hasta el 80 %, y luego disminuye. Sin embargo, estos últimos valores también tienen un desvío muy grande.

---

### 5.1.2. Vecinos impares (Moore)

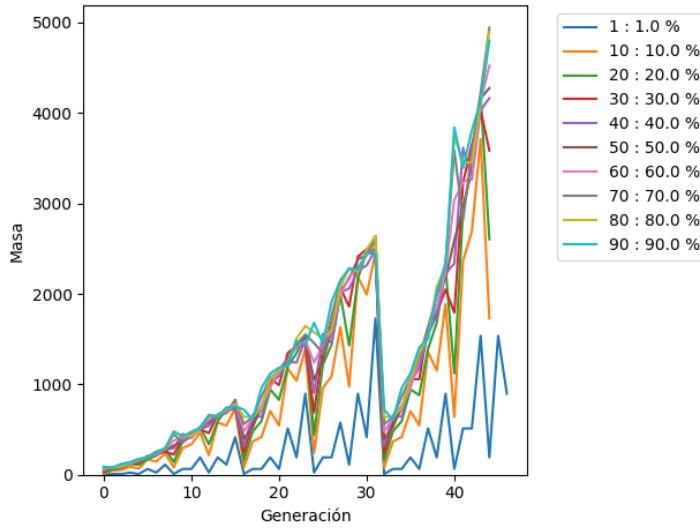


Figura 10: Gráfico de la masa en función del tiempo

En la Fig. 10 se ve que si bien el cambio de la masa es bastante irregular, parece haber una tendencia global creciente. Además se puede ver que hay cierta concordancia en las generaciones donde ocurren caídas en la masa, siendo la más destacable la que ocurre alrededor de la generación 30, donde todos los porcentajes exhibidos sufren una rápida caída de la masa, para luego volver a subir.

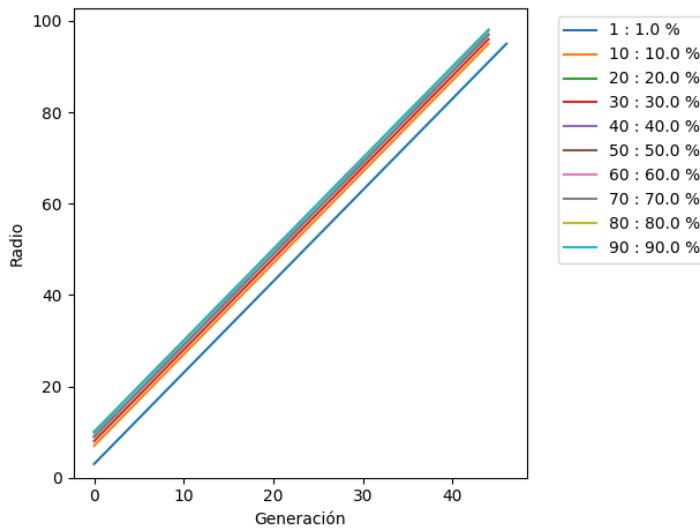


Figura 11: Gráfico del radio en función del tiempo

A pesar de lo irregular que es el crecimiento de la masa, en la Fig. 11 se ve que los radios en función de la generación crecen de manera constante y sin saltos.

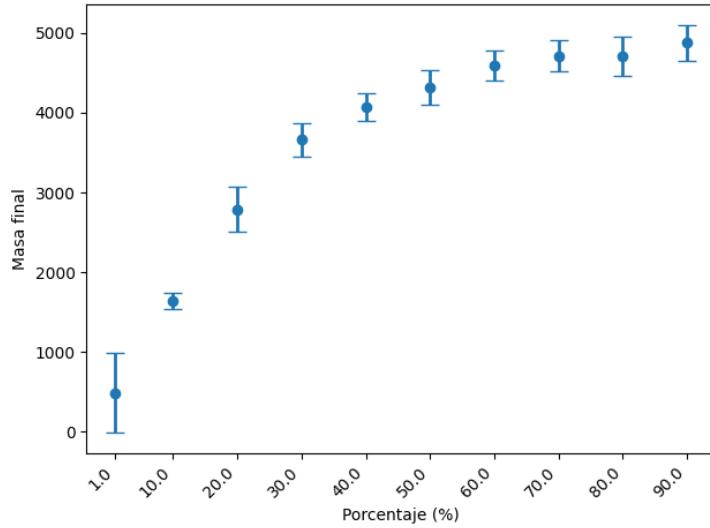


Figura 12: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

Por último, en la Fig. 12 se ve que la masa final de cada simulación en función del porcentaje tiene una tendencia creciente que va desacelerando.

### 5.1.3. Rectángulo Relleno

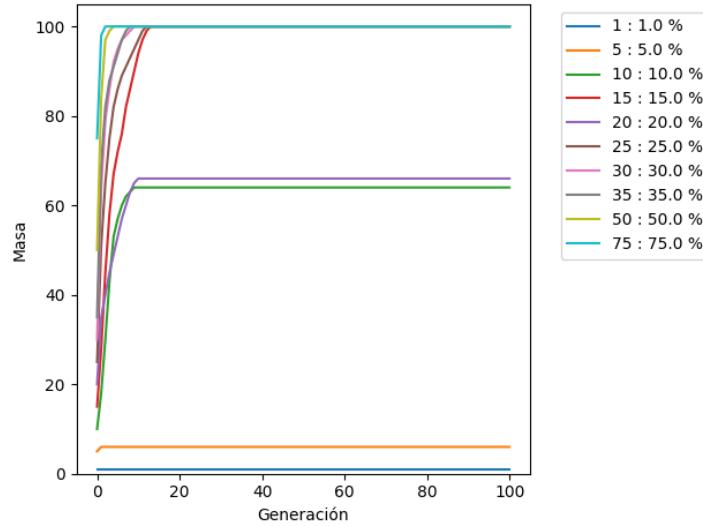


Figura 13: Gráfico de la masa en función del tiempo

Se puede observar en la Fig. 13 que la masa es creciente, lo cual se puede explicar con la regla que establece que si la celda ya estaba viva antes, entonces sigue viva en la siguiente iteración. Y luego de algunas iteraciones se estabiliza en un valor constante.

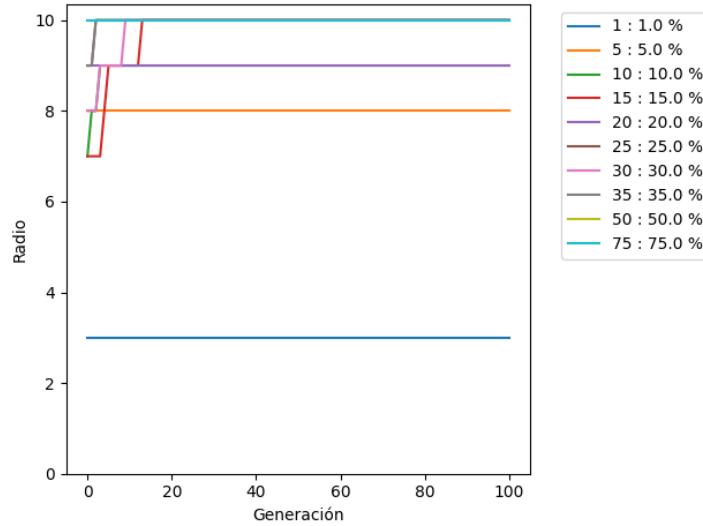


Figura 14: Gráfico del radio en función del tiempo

Al igual que la masa, se puede observar en la Fig. 14 que el radio también es creciente, y luego de algunas iteraciones se estabiliza en un valor constante.

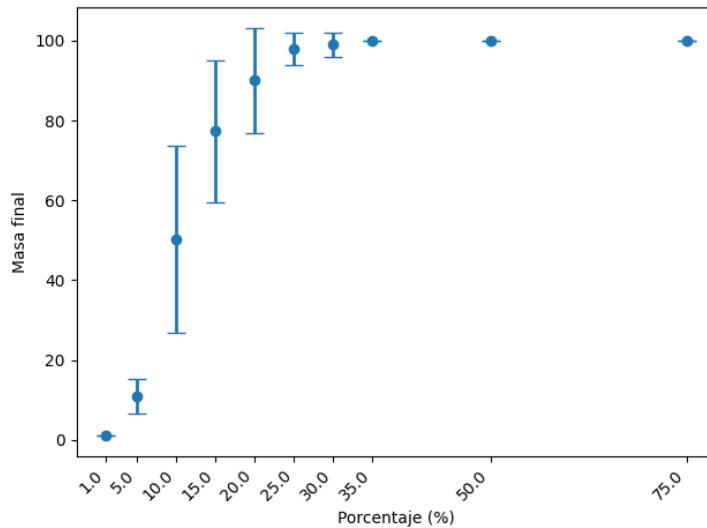


Figura 15: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

En la Fig. 15 se ve que la masa de cada simulación tiene una tendencia creciente en los primeros porcentajes (con un desvío standar muy grande entre el 10 % y el 20 %), y a partir de 35 % alcanza un valor constante de 100, que coincide con la masa del núcleo en la Ec. 17.

$$m_{nucleo2D} = L_{nucleo2D}^2 = 10^2 = 100 \quad (17)$$

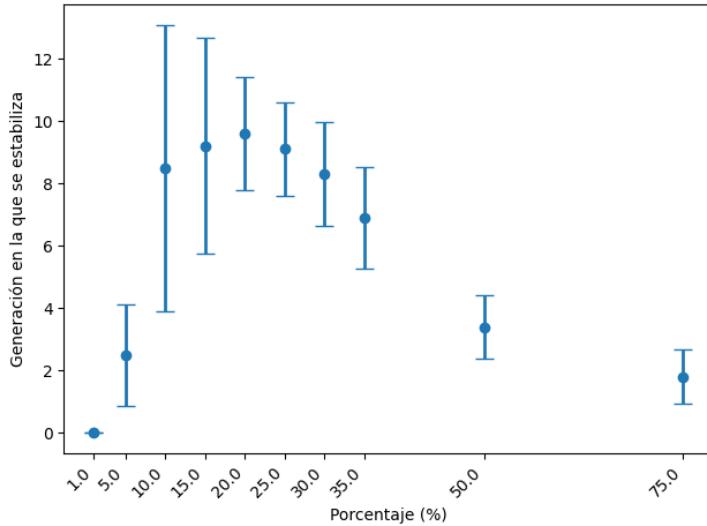


Figura 16: Gráfico de la generación de estabilización en función de los porcentajes

La Fig. 16 parece indicar que la generación de estabilización crece hasta el 20 %, y luego decrece (aunque el desvío estandar es bastante grande en gran parte del crecimiento y decrecimiento).

## 5.2. Autómatas celulares de tres dimensiones

### 5.2.1. El juego de la vida de Conway 3D (Moore)

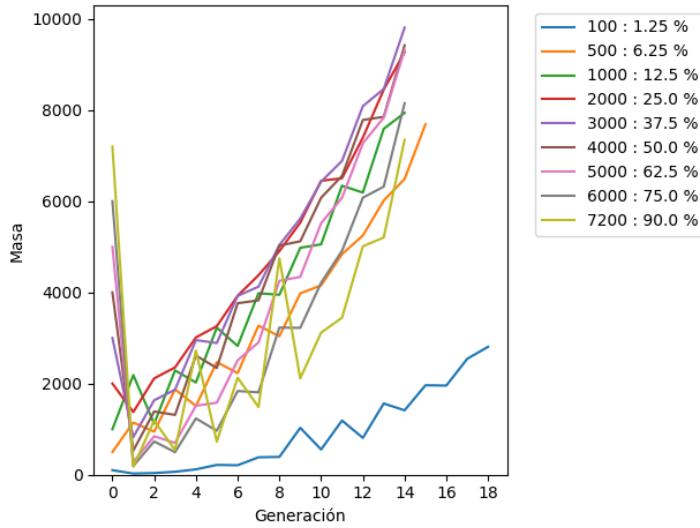


Figura 17: Gráfico de la masa en función del tiempo

En la Fig. 17 se puede ver una tendencia global creciente de la masa. Por otro lado, los porcentajes mayores que 12.5 % sufren una caída inicial y luego entran en la

tendencia creciente. También cabe destacar que todos los porcentajes terminan por la condición de corte en vez de llegar a la iteración máxima establecida.

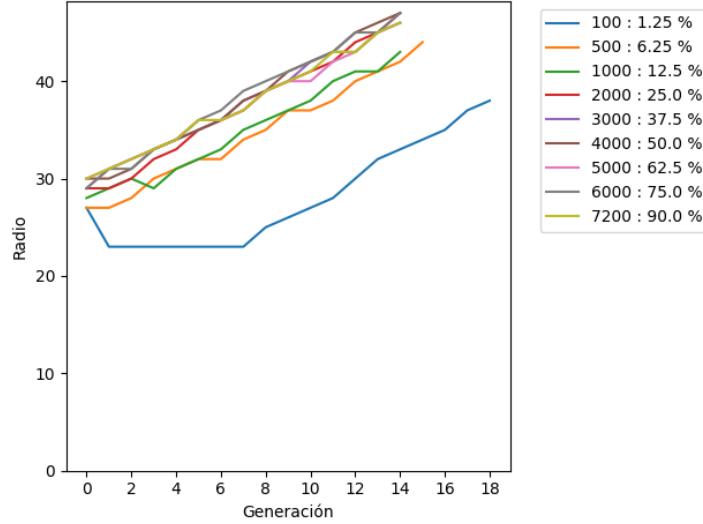


Figura 18: Gráfico del radio en función del tiempo

Se puede observar en la Fig. 18 que el radio tiene una tendencia global creciente, y a diferencia de la masa, las caídas son menos frecuentes y de menor magnitud.

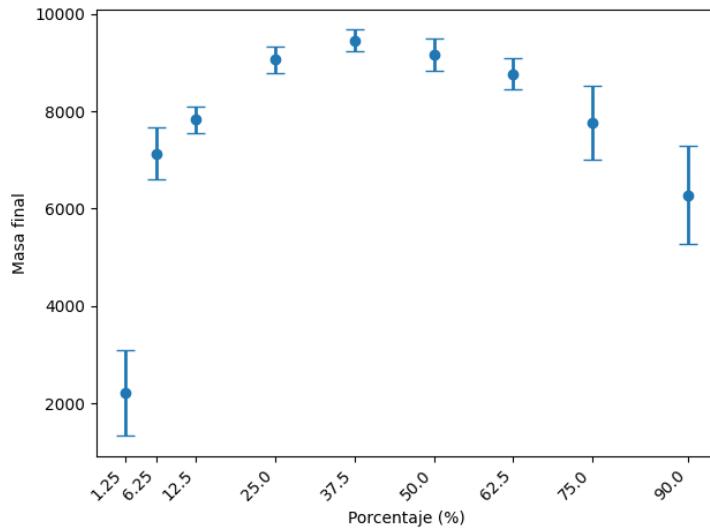


Figura 19: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

En la Fig. 19 se puede observar que el valor final aumenta hasta alcanzar lo que parecería un máximo local en 37.5 %, y luego disminuye. Es interesante notar como en los primeros y en los últimos valores, el desvío standar aumenta, mientras que acercándose al máximo disminuye.

### 5.2.2. Umbral (Moore)

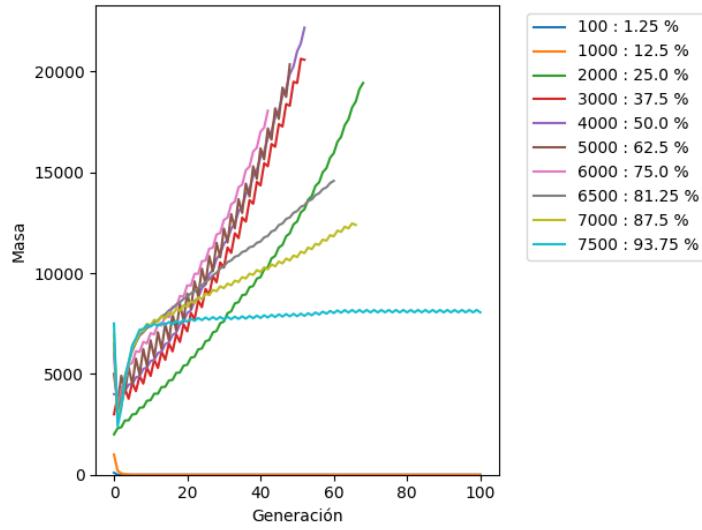


Figura 20: Gráfico de la masa en función del tiempo

Se puede observar en la Fig. 20 que para los primeros porcentajes (1.25 % y 12.5 %), la masa tiende a decrecer hasta llegar a 0. Los que ocupan entre el 25 % y el 87.5 % del núcleo, tienen una tendencia creciente. Por último, el que ocupa el 93.75 % del núcleo sufre una caída inicial, y luego crece y alcanza una masa cíclica.

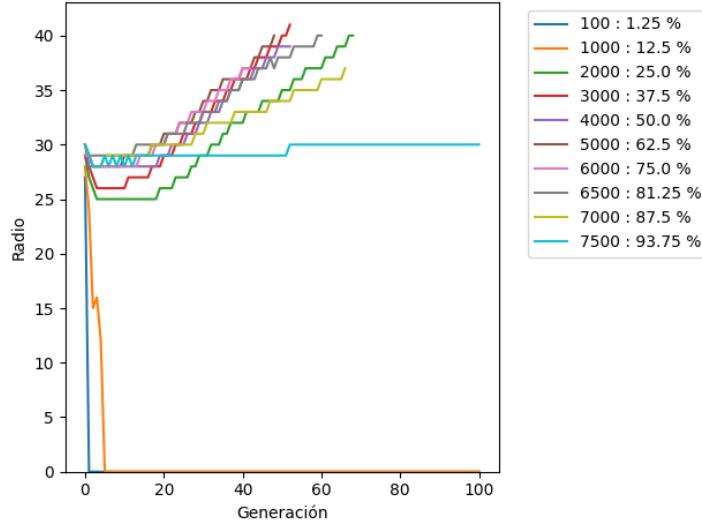


Figura 21: Gráfico del radio en función del tiempo

En la Fig. 21, se puede observar que el radio tiene un comportamiento similar a la masa. Las simulaciones con 1.25 % y 12.5 % tienen una tendencia decreciente hasta llegar a 0. Aquellas simulaciones que cuentan con un porcentaje entre el 25 % y el 87.5 % del núcleo tienen una tendencia creciente. Por último, el que ocupa el 93.75 % del núcleo sufre una caída inicial, y luego crece y alcanza un radio constante.

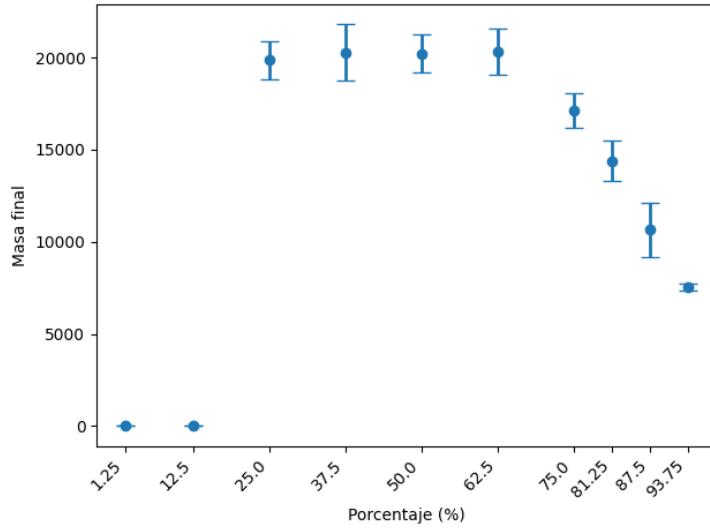


Figura 22: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

En la Fig. 22 se puede observar que la masa final es 0 para los porcentajes 1.25 % y 12.5 %, y entre 25 % y 62.5 % se mantiene cercano a los 20000, y luego comienza a decrecer. Vale destacar que para 93.75 % el desvío es significativamente más bajo que el resto.

### 5.2.3. Umbral (Von Neumann)

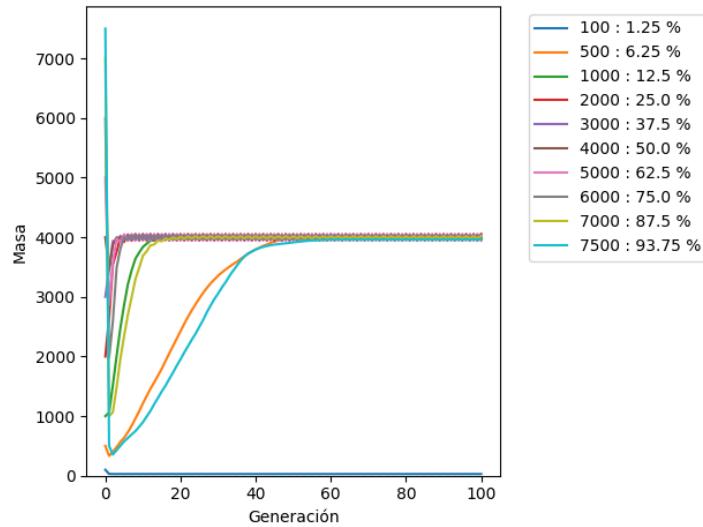


Figura 23: Gráfico de la masa en función del tiempo

En la Fig. 23 se puede observar que salvo el caso de 1.25 %, que decrece hasta llegar a un estado estable cercano a 0, el resto de los porcentajes alcanza un estado estable alrededor de 4000, que coincide con la mitad de la masa del núcleo expresada en la

Ec. 18.

$$\frac{m_{nucleo3D}}{2} = \frac{L_{nucleo3D}^3}{2} = \frac{20^3}{2} = 4000 \quad (18)$$

También vale destacar que los porcentajes mayores o iguales a 50 % sufren una caída inicial, y luego crecen hasta llegar al equilibrio, mientras que los menores a 50 % (sin incluir al 1.25 %) no sufren dicha caída.

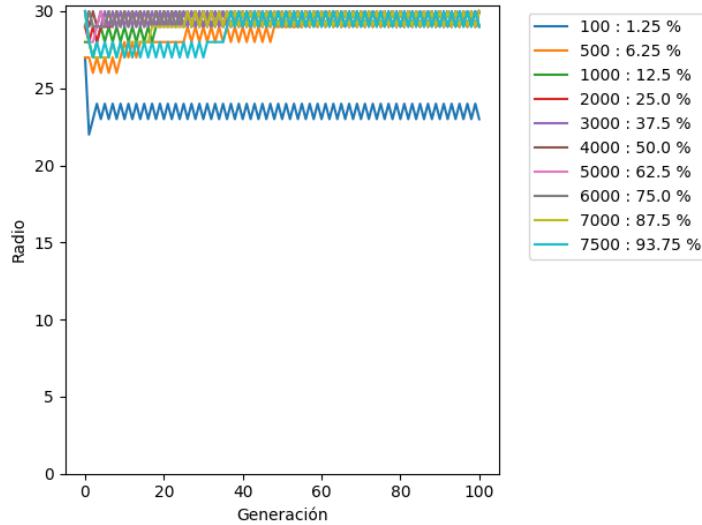


Figura 24: Gráfico del radio en función del tiempo

En la Fig. 24, de manera similar a la masa, se puede observar que para el 1.25 %, el radio disminuye hasta estabilizarse por debajo de 25, mientras que el resto de los porcentajes se estabilizan en 30, que coincide con el radio máximo que puede tener un punto dentro del cubo del núcleo (una esquina), expresado en la Ec. 19.

$$r_{esquina} = 3 \cdot \frac{L_{nucleo3D}}{2} = 3 \cdot \frac{20}{2} = 30 \quad (19)$$

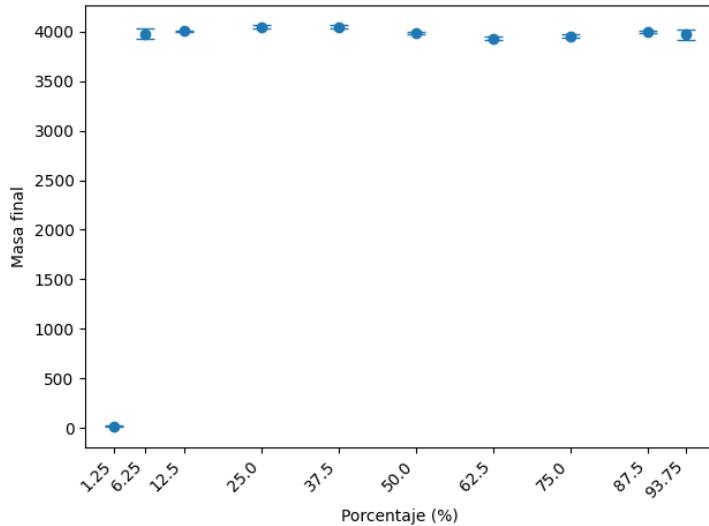


Figura 25: Gráfico de la masa final en función de los porcentajes

---

En la Fig. 25 se confirma lo que se observó en la Fig. 23, donde las masas finales de todos los porcentajes excepto 1.25 % se estabilizan cerca de 4000, mientras que para 1.25 % se estabiliza cerca de 0. Cabe destacar que el desvío en general es bajo.

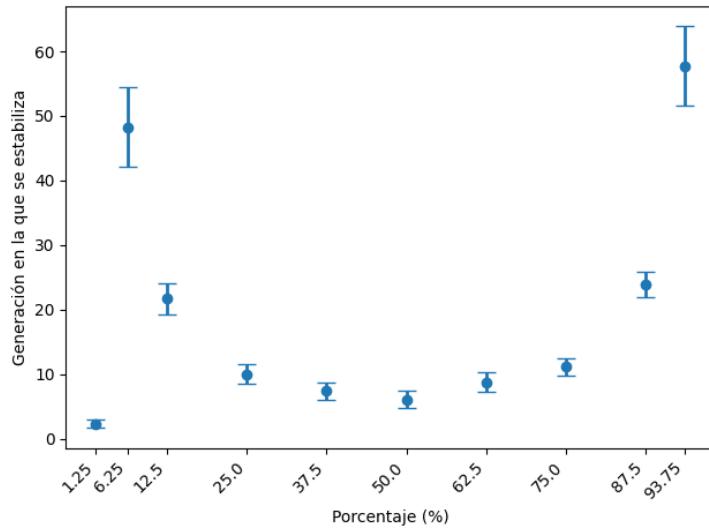


Figura 26: Gráfico de la generación de estabilización en función de los porcentajes

En la Fig. 26 se puede observar que para las simulaciones con 1.25 % la generación se estabiliza muy rápidamente, mientras que para el resto, la generación de estabilización tiene un mínimo en 50 % (cuya masa es 4000, la masa aproximada donde se estabiliza) y parece aumentar cada vez más a medida que se aleja del 50 %. Cabe destacar también, que los porcentajes que son complementarios entre sí (suman 100 %) tienen una generación de estabilización cercana.

### 5.3. Conclusiones

El análisis de los autómatas celulares de dos y tres dimensiones permitió observar el comportamiento emergente resultante de simples reglas. Se pudo ver que dicho comportamiento es difícil de predecir.

Si bien algunos autómatas celulares exhibieron ser altamente dependientes de las condiciones iniciales, mostrando que pequeñas variaciones en las mismas pueden llevar a comportamientos muy distintos, al mismo tiempo, se observó que para ciertas reglas, las condiciones iniciales no afectan tanto el comportamiento final del sistema, como es el caso de la regla de Rectángulo Relleno o Umbral (Von Neumann).

Es interesante ver como, a pesar de que el comportamiento de los autómatas celulares es tan diverso y aparentemente caótico, es posible definir observables que permiten caracterizar las distintas condiciones iniciales.

---

## Referencias

- [1] Martin Gardner. *The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'life'*. <https://web.stanford.edu/class/sts145/Library/life.pdf>. [Online; accedido 29/08/2024]. 1970.