



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

72.25 - SIMULACIÓN DE SISTEMAS

Trabajo práctico 2 Autómatas Celulares

Autores

LIU, Jonathan Daniel - 62533

VILAMOWSKI, Abril - 62495

WISCHÑEVSKY, David - 62494

Docentes

PARISI, Daniel Martín

PATTERSON, Germán Agustín

WIEBKE, Lucas

Agosto 2024

Índice

1. Introducción	1
1.1. Autómata celular	1
1.2. Vecindad	1
1.3. Regla de evolución	2
2. Modelo	3
2.1. Autómatas celulares de dos dimensiones	3
2.1.1. El juego de la vida de Conway	3
2.1.2. Rectángulo autorellenado	3
2.1.3. Expansión máxima	3
2.2. Autómatas celulares de tres dimensiones	3
2.2.1.	3
2.2.2.	3
2.2.3.	3
3. Simulaciones	4
4. Resultados	5

1. Introducción

1.1. Autómata celular

Un autómata celular es un modelo matemático discreto utilizado para estudiar sistemas complejos mediante la evolución de un conjunto de celdas. Cada celda puede tomar un estado finito de un conjunto predeterminado de estados y, a lo largo del tiempo, su estado cambia de acuerdo con un conjunto de reglas locales que dependen del estado actual de la celda y del estado de sus celdas vecinas. Estas reglas se aplican de manera uniforme y simultánea a todas las celdas en el sistema, lo que genera patrones globales a partir de interacciones locales.

El comportamiento de un autómata celular se determina a través de iteraciones discretas en el tiempo, donde el estado del sistema en un momento particular, se denomina "generación". Este enfoque permite modelar fenómenos naturales, físicos y computacionales complejos. Las propiedades emergentes que surgen del comportamiento colectivo de las celdas hacen de los autómatas celulares una herramienta poderosa para explorar la emergencia de estructuras y patrones en sistemas dinámicos.

Existen diversas clases de autómatas celulares, siendo los más estudiados aquellos que se encuentran en una dimensión y que siguen reglas sencillas. En este informe se procederá al estudio de tres autómatas celulares bidimensionales y tres tridimensionales, con el objetivo de analizar su comportamiento y las dinámicas emergentes que generan.

Dentro de los autómatas bidimensionales, se incluirá un análisis detallado del famoso "Juego de la Vida" de John Conway, un autómata celular que ha sido ampliamente investigado debido a su capacidad para generar patrones complejos a partir de reglas simples. Además, se examinarán otros dos autómatas bidimensionales junto con tres ejemplos en tres dimensiones, para comprender cómo la dimensionalidad y las reglas locales influyen en la evolución del sistema.

1.2. Vecindad

En este informe, se utilizará la vecindad de Moore para definir las interacciones entre las celdas de los autómatas celulares. La vecindad de Moore en dos dimensiones considera las ocho celdas adyacentes a una celda central.

$$N_{ij}^{(M)} = \{(k, l) \in \mathbb{Z}^2 : |k - i| \leq r, |l - j| \leq r\} \quad (1)$$

En tres dimensiones, la vecindad de Moore considera las 26 celdas adyacentes a una celda central.

$$N_{ijk}^{(M)} = \{(l, m, n) \in \mathbb{Z}^3 : |l - i| \leq r, |m - j| \leq r, |n - k| \leq r\} \quad (2)$$

También se implementó la vecindad de Von Neumann, que considera solo las cuatro

celdas adyacentes a una celda central en dos dimensiones, pero no se utilizará en este informe.

1.3. Regla de evolución

La regla de evolución de un autómata celular de dos dimensiones (AC 2D de ahora en adelante) está dada por el siguiente mapeo:

$$a_{ij}^{(t)} = f\left(\sum_{k=-r}^{k=r} \sum_{l=-r}^{l=r} \alpha_{kl} a_{(i+k)(j+l)}^{(t-1)}\right) \quad (3)$$

donde $a_{i,j}^{(t)}$ es el estado de la celda en la posición (i, j) en la generación t , f es una función no lineal que determina el estado de la celda en la siguiente generación, α_{kl} son constantes enteras asociadas a las celdas vecinas y r es el radio de la vecindad de la celda.

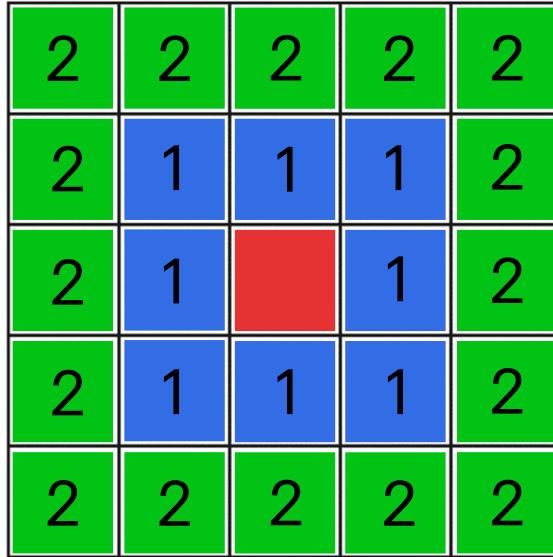


Figura 1: Vecindad de Moore en dos dimensiones.

Para un autómata celular de tres dimensiones (AC 3D), se trabaja de manera análoga:

$$a_{ijk}^{(t)} = f\left(\sum_{l=-r}^{l=r} \sum_{m=-r}^{m=r} \sum_{n=-r}^{n=r} \alpha_{lmn} a_{(i+l)(j+m)(k+n)}^{(t-1)}\right) \quad (4)$$

2. Modelo

2.1. Autómatas celulares de dos dimensiones

2.1.1. El juego de la vida de Conway

2.1.2. Rectángulo autorellenado???

2.1.3. Expansión máxima

$$A(x) = (2x + a)(2x + b) = 4x^2 + 2(a + b)x + ab \quad (5)$$

2.2. Autómatas celulares de tres dimensiones

2.2.1. Decaimiento

2.2.2.

2.2.3. Expansión máxima

$$A(x) = (2x + a)(2x + b)(2x + c) = 8x^3 + 4(a + b + c)x^2 + 2(ab + bc + ca)x + abc \quad (6)$$

3. Simulaciones

4. Resultados

Resultaditos