



CAPITULO II - Continuación

ESTUDIO DE LAS TRANSFORMACIONES PARTICULARES

1. Transformación. Isométricas $v = \text{Cte.}; dv = 0$

1.1. Representación gráfica y representación de los vértices

$$\begin{aligned} &A(p_1, v_1, t_1) \\ &B(p_2, v_2, t_2) \quad v_1 = v_2 = \text{cte} \\ &\text{2da Ley de Gay – Lussac} \\ &v = \text{cte} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}}$$

1.2. Trabajos

Mecánico: $dl_m = p dv$

$$dl_m = 0 \quad dv = 0 \quad \boxed{I_m = 0}$$

Circulación: $dl_c = -v dp$

$$\boxed{I_c = v(P_1 - P_2) \left(\frac{\text{Kgfm}}{\text{Kg.}} \right)}$$

$I_{c(+)}$ cuando la presión para disminuye dp (-)

$I_{c(-)}$ cuando la presión para aumenta dp (+)

1.3. Calor permutado

1° P.T. aplicado a gases

$$dq = du + Adl = C_v dt + A p dv = C_v dt$$

$$\boxed{dq = C_v dt \left(\frac{\text{Kcal.}}{\text{Kg.}} \right)}$$

Si: p disminuye dp (-) $\rightarrow dq$ (-)

p aumenta dp (+) $\rightarrow dq$ (+)

2. Transformación. Isobóricas $p = \text{Cte.}; dp = 0$

2.1. Representación gráfica y características de los vértices

$$\begin{aligned} &A(p_1, v_1, t_1) \\ &B(p_2, v_2, t_2) \quad P_1 = P_2 = \text{cte} \\ &\text{1ra Ley de Gay – Lussac} \\ &P = \text{cte} \end{aligned}$$



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

2.2. Trabajo

Mecánico: $dl = p dv$

$$I_m = p(v_2 - v_1) \left(\frac{Kgfm}{Lg.} \right)$$

dv (-) compresión dl (-) l(-)

dv (+) expansión dl (+) l(+)

Circulación: $dl_c = -v dp$ $dp = 0$ $dl_c = 0$

$$I_c = 0$$

2.3. Calor Permutado

$$C_p = \frac{dp_p}{dt} \quad dq_p = C_p dt = di$$

$$dq_p = C_v dt + A p dv = C_p dt = di \left(\frac{Kcal.}{Kg.} \right)$$

$$q_p = Ai = i_2 - i_1 \left(\frac{Kcal.}{Kg.} \right)$$

3. Transformación Isotérmica t = Cte dt = 0

3.1. Representación gráfica y característica de las vértices

$$A(p_1, v_1, t_1)$$

$$B(p_2, v_2, t_2) \quad t_1 = t_2 = cte$$

Ley de Boyle Mariotte

Pv = cte

$$P_1 v_1 = P_2 v_2$$

3.2. Trabajos

Mecánico: $dl = p dv$ Gas perfecto

$$dl = \frac{RT}{v} dv = RT \frac{dv}{v} \quad Pv = RT$$

$$A \int dl = RT \int \frac{dv}{v} \quad P = cte$$

$$I_m = RT \log v \Big|_{v_1}^{v_2} = RT (\log v_2 - \log v_1) = RT \log \frac{v_2}{v_1}$$



$$I_m = RT_2 \cdot 303 \log \frac{v_2}{v_1} \left(\frac{\text{Kgfm}}{\text{Kg.}} \right) \frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$I_m = RT_2 \cdot 303 \log \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{\text{Kgfm}}{\text{Kg.}} \right)$$

Circulación: $I_c = I_{F_1} + I_m - I_{F_2}$

$$I_c = P_1 v_1 + I_m - P_2 v_2$$

$I_c = I_m$

3.3. Calor Permutado

Isotérmica $dt = 0$

como $du = C_v dt \therefore du = 0$

1er P.T. $dq = du + Adl$
 $dq = Adl$

$q = 2.303 RT \log \frac{P_1}{P_2} = 2.303 RT \log \frac{v_2}{v_1} \left(\frac{\text{Kcal.}}{\text{Kg.}} \right)$

4. Transformaciones Adiabáticas

Son transformaciones que no cambian calor con el medio ambiente o medio exterior

4.1. Representación Gráfica y características de los vértices

4.2. Ecuación diferencial de las Adiabáticas

1er P.T. $dq = C_v dt + Adv = 0$

Llamamos de $k = \frac{C_p}{C_v}$ Exponente Adiabático

$C_p > C_v \rightarrow$ Siempre

$\frac{dT}{T} + (k-1) \frac{dv}{v} = 0$

 Ecuación de diferencial de las Adiabáticas

$$\int \frac{dT}{T} + (k-1) \cdot \int \frac{dv}{v} = cte$$

$$\log T \Big|_{T_1}^{T_2} + (k-1) \cdot \log v \Big|_{v_1}^{v_2} = cte$$

$$\log T \Big|_{T_1}^{T_2} + \log^{k-1} v \Big|_{v_1}^{v_2} = cte$$



$$\log T \cdot v^{k-1} \Big|_1^2 = cte$$

$$T \cdot v^{k-1} = cte$$

$$T_1 \cdot v_1^{k-1} = T_2 \cdot v_2^{k-1} = T_3 \cdot v_3^{k-1} = \dots cte$$

$$P \cdot v = RT \quad \therefore T = \frac{P \cdot v}{R}$$

$$\frac{P_1 v_1}{R} \cdot v_1^{k-1} = \frac{P_2 v_2}{R} \cdot v_2^{k-1} = \frac{P_3 v_3}{R} \cdot v_3^{k-1} = \dots cte$$

$$v = \frac{RT}{P} \dots T \cdot P^{\frac{1-k}{k}} = cte$$

$$T \cdot v^{k-1} = cte \quad T \cdot \left(\frac{RT}{P} \right)^{k-1} = cte$$

$$\frac{R^{k-1} T^k}{P^{k-1}} = cte \quad \therefore T^k \cdot P^{1-k} = cte$$

$$\boxed{T \cdot P^{\frac{1-k}{k}} = cte}$$

4.3. Ecuación de las Adiabáticas

$$pv^k = cte \quad Tv^{(k-1)} = cte$$

$$\boxed{T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = cte}$$

4.4. Relación entre Coordenadas

AB → Transformación adiabática

$$A(P_1, v_1, t_1, T_1)$$

$$B(P_2, v_2, t_2, T_2)$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \\ \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \\ \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} \end{array} \right|$$

$$\left| \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right|$$

4.5. Trabajos

Mecánico: 1er P.T. $dq = C_v dt + Adl = 0$



$$I_m = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

$$I_m = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] = \frac{P_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \left(\frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

Circulación:

$$I_c = K \cdot L_m$$

5. Transformaciones Politrópicas

Son transformaciones de un sistema gaseoso donde es mantenida constante la característica de calor específico denominándose; calor específico politrapéutico

5.1. Representación gráfica y características de los vértices

5.2. Ecuación diferencial de las Politrópicas

$$dq_n = C_n dt = C_v dt + A p dv$$

$$\frac{C_p - C_n}{C_v - C_n} = n$$

Exponente Politrópica

$$\frac{dT}{T} + (n-1) \frac{dv}{v} = 0$$

Ecuación diferencial de las Politrópicas

5.3. Ecuación finita de las Politrópicas

$$T \cdot v^{n-1} = cte$$

$$p v^n = cte$$

Recordando:

- Isotérmica: $p v^1 = Cte.$
- Adiabática: $p v^k = Cte.$
- Politrópica: $p v^n = Cte.$

1= exponente isotérmica
k= exponente adiabática
n= exponente politrópica

5.4. Relación entre coordenadas.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

5.5. Trabajos

Mecánico:

$$I_m = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$



Circulación:

$$I_c = n \cdot L_m \left(\frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

$$I_c = n \frac{P_1 v_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{Kgfm}{Kg.} \right)$$

5.6. Valor de C_n

como $n = \frac{C_p - C_n}{C_v - C_n}$

$$C_n = C_v \frac{k-n}{1-n}$$

$$C_n = \frac{AR}{k-1} \cdot \frac{k-n}{1-n}$$

5.7. Calor Permutado q_n

$$dq_n = C_n dt$$

$$\therefore q_n = \frac{AR}{k-1} \cdot \frac{k-n}{1-n} (T_2 - T_1) \left(\frac{Kcal}{Kg.} \right)$$