CURSO DE PROGRAMACIÓN COMPETITIVA
URJC - 2018

Sesión 2 (3ª Semana)

David Morán (ddavidmorang@gmail.com)
Juan Quintana (juandavid.quintana@urjc.es)
Sergio Pérez (sergioperezp1995@gmail.com)

Contenidos

- Complejidad en tiempo y espacio
- Estructuras de Datos Básicas
  - Arrays, Matrices
  - Listas, Pilas, Colas
  - Árboles Generales y Binarios

Contenidos

- Algoritmos de Ordenamiento y Búsqueda
  - Bubble Sort, Selection Sort, Merge Sort, Quick Sort
  - Colas de Prioridad
  - Búsqueda Binaria, Búsqueda Ternaria
  - Exponenciación Logarítmica

Complejidad

- Motivación:
  - No se admite cualquier solución
- Restricciones:
  - Tiempo de ejecución
  - Memoria utilizada

Complejidad

- TLE (Time limit exceeded)
  - rebasó el tiempo asignado
  - condición muy restrictiva
- MLE (Memory limit exceeded)
  - agotó la memoria asignada
  - el límite no suele ser muy ajustado (depende de la competición)

Complejidad

- Según la competición
  - Especificaciones del juez (CPU/Cores, RAM, …)
  - Sesión de pruebas antes del concurso
- ¿De qué me sirve esto?
  - Ejemplo: SWERC’18 era imposible conseguir TLE adrede

Complejidad

- En muchas competiciones formales te dan las especificaciones de la computadora donde se llevarán a cabo todas las evaluaciones ¿De qué me sirve esto?

Complejidad

- Observar un problema y pensar, ¿Qué complejidad se necesita?
  - ¿cuánto tarda en ejecutarse?
  - ¿cuánta memoria consume?
- Formular la complejidad exacta en tiempo y memoria es “laborioso”...

Complejidad

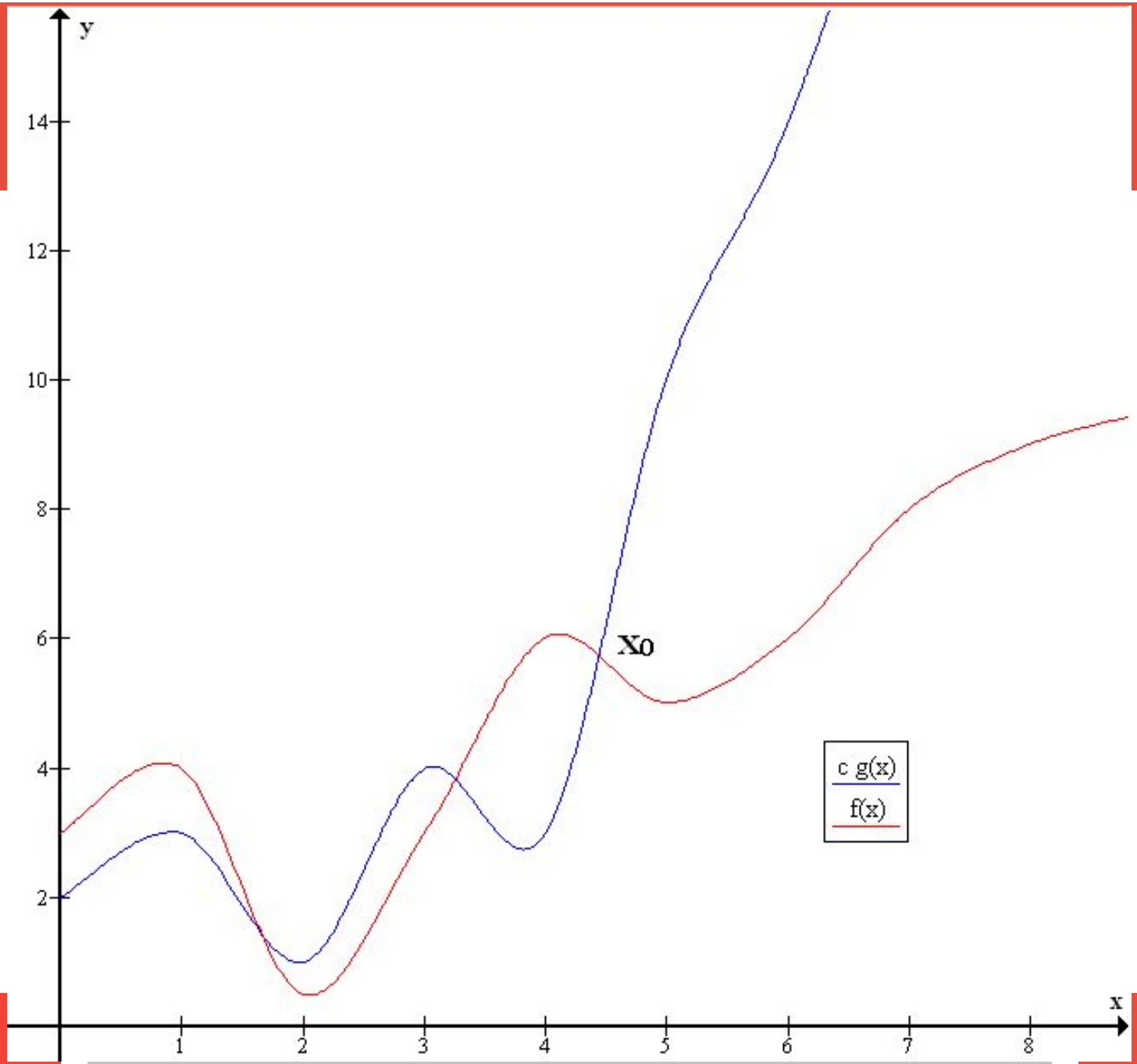
- NO necesitamos realizar un cálculo exacto de la complejidad (ni tendremos tiempo)
- Un cálculo intuitivo “a ojo” nos sirve para realizar una estimación

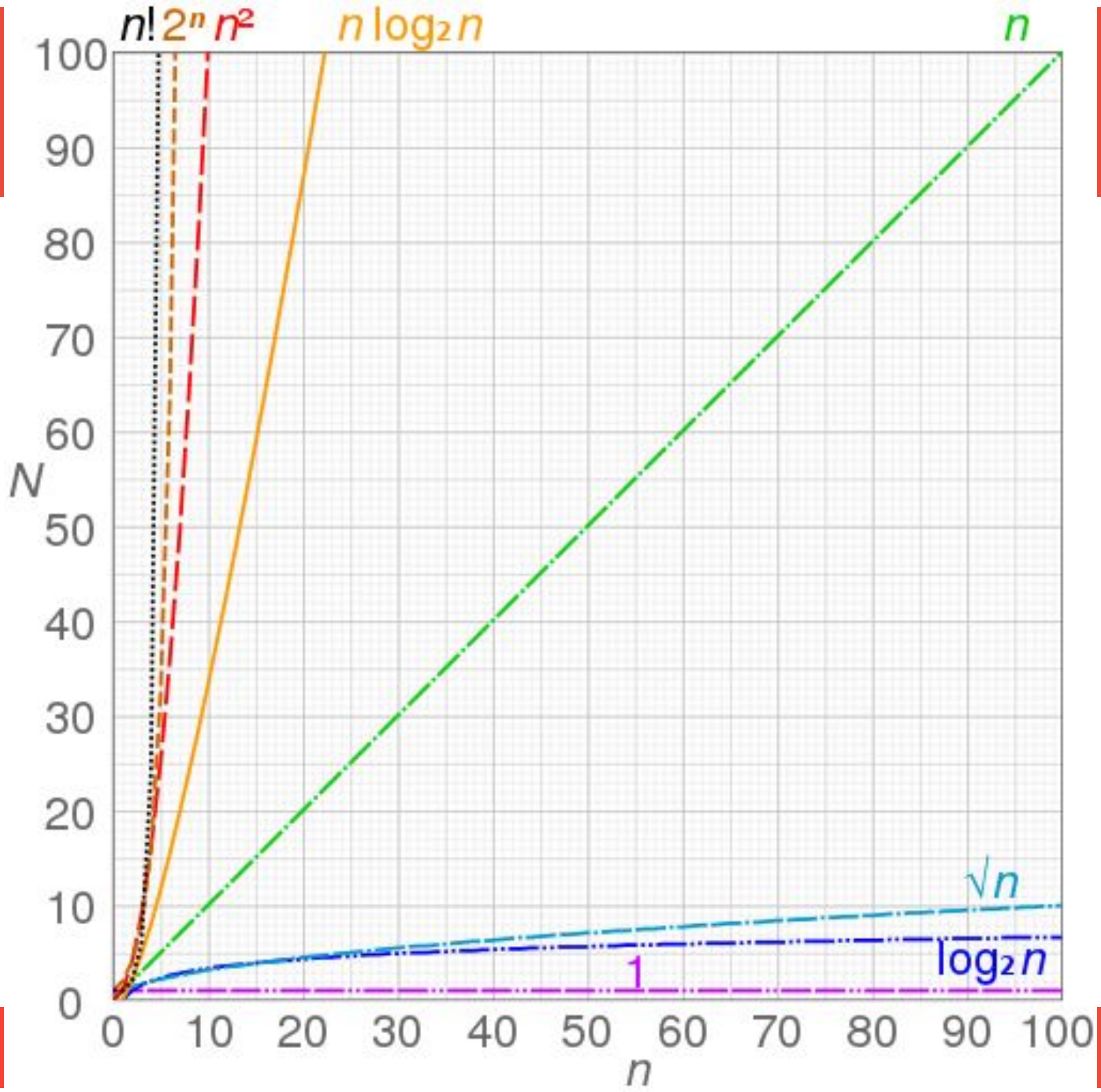
Complejidad

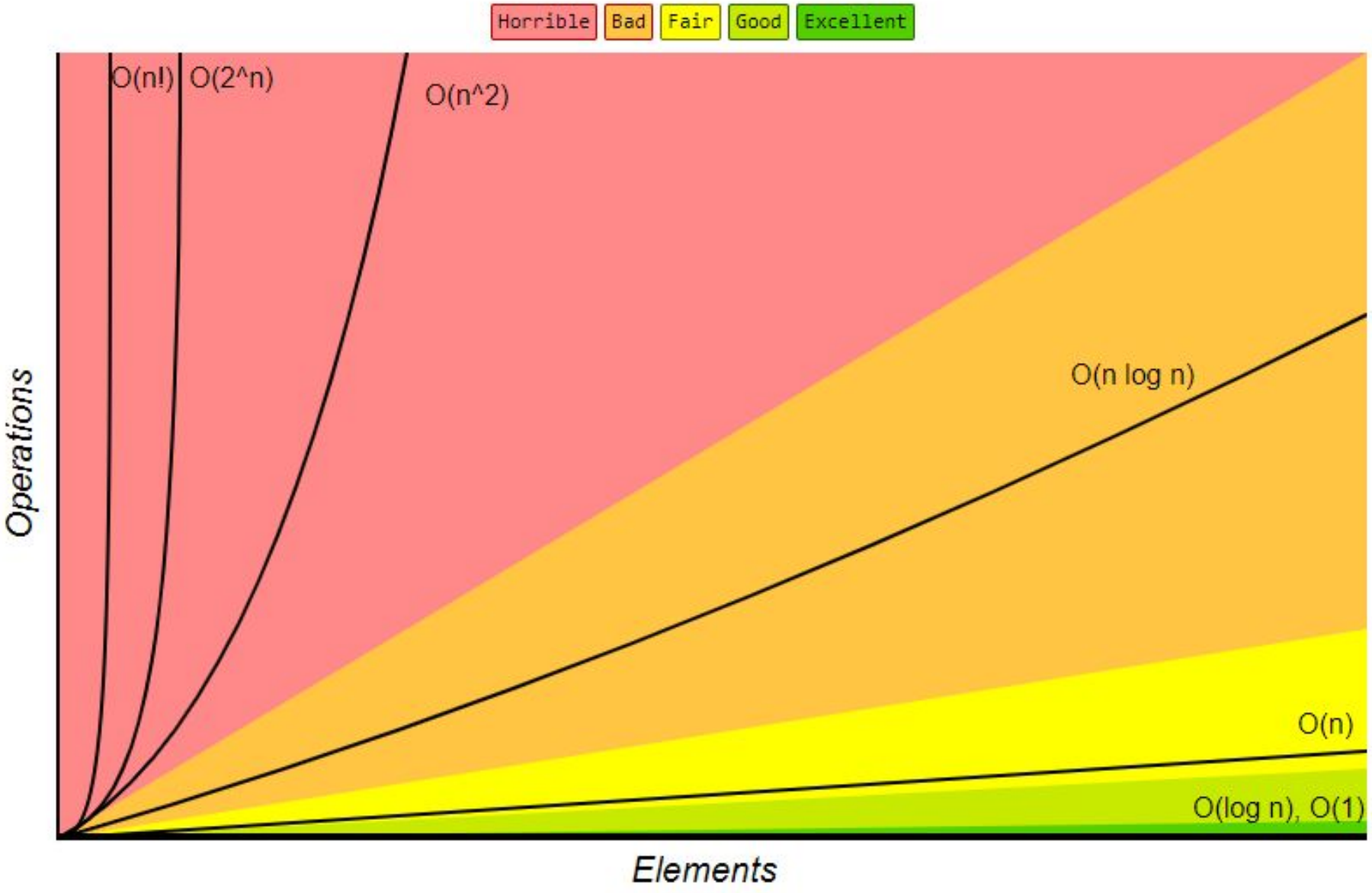
- Estimar la complejidad en tiempo:
  - Contar bucles anidados
  - Conocer la complejidad de:
    - funciones utilizadas
    - estructuras de datos y sus operaciones
- ¡Siempre pensar en el peor caso!

Complejidad

- Notación O-grande
- cota superior **asintótica**
  - ¿cómo se comporta nuestro algoritmo cuando el tamaño del problema (n) crece **indefinidamente**?
  - Nunca será mayor que su cota (a partir de cierto punto x_0)


y
14
12
10
8
6
4
2
x0
c g(x)
f(x)
1
2
3
4
5
6
7
8
x


n!
2ⁿ
n²
n log₂ n
n
√n
log₂ n
1
N
n
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


Big-O Complexity Chart
Horrible
Bad
Fair
Good
Excellent
O(n!)
O(2^n)
O(n^2)
O(n log n)
O(n)
O(log n), O(1)
Operations
Elements

Complejidad

- Para O(Lg(N)) N => [0, $2^{1000000}$]
- Para O(N) N => [0, 1.000.000]
- Para O(NLg(N)) N => [0, 100.000]
- Para O(N^2) N => [0, 5.000]
- Para O(N^3) N => [0, 500]
- Para O(N^4) N => [0, 60]
- Para O(2^N) N => [0,25]
- Para O(N!) N => [0,12]

Complejidad

Ejemplo 1

```
const int MAXN = 1000;
const int MAXM = 2500;

int mat[MAXN][MAXM];

int main(){
    int N,M;
    scanf("%d %d",&N,&M);
    for(int i=0;i<N;i++){
        for(int j=0;j<M;j++){
            scanf("%d",&mat[i][j]);
        }
    }

}
```

Complejidad

Ejemplo 2

```
int mat[MAXN][MAXM];

int main(){
    int N,M;
    scanf("%d %d",&N,&M);
    for(int i=0;i<N;i++){
        for(int j=0;j<M;j++){
            scanf("%d",&mat[i][j]);
            if(mat[i][j] % 3 == 0){
                for(int k=0;k<N;k++){
                    mat[k][j] = mat[i][j]-20;
                }
            }
            else{
                mat[i][j]++;
            }
        }
    }

}
```

Estructuras de Datos Básicas

- Vectores
- Listas
- Pilas
- Colas
- Colas de prioridad (heap)
- Map (estructura <clave,valor>)
- Set (AVL)

Estructuras de Datos Básicas

Vectores

- Estructura en la cual se guardan valores sobre un elemento
- Funciona como un array, en memoria se guarda en espacios contiguos

Estructuras de Datos Básicas

Vectores / Vector

- ¡Si crece en mucha medida sin una previa reserva puede ser mortal!
- Su tamaño puede cambiar dinámicamente y esto lo convierte en un objetivo ideal para crear matrices dispersas
- El equivalente en Java podría ser ArrayList

Estructuras de Datos Básicas

Listas / List

- Estructura en la cual se guardan valores sobre un elemento, insertando en cualquier lugar un nuevo elemento
- Posiciones de memoria no-contiguas
- Inserciones y borrados mucho más fáciles de lograr internamente

Estructuras de Datos Básicas

Listas / List

- No se puede tener acceso directo a un elemento en específico (salvo primero o último)
- Puede servir tanto de pila como de cola
- Equivalente en Java: LinkedList

Estructuras de Datos Básicas

Pilas / stack

- Estructura donde el último elemento en llegar es el primero en salir (LIFO)
- No utiliza espacio contiguo de memoria
- Sólo se puede insertar elementos apilándolos
- Sólo se puede pedir elementos del tope de la pila

Estructuras de Datos Básicas

Pilas / stack

- En algunos casos, la pila puede “simular” una pila de sistema para reducir el tiempo de ejecución
- Ideal para DFS y otros algoritmos recursivos
- Equivalente en Java: ~~Stack (obsoleto)~~

Estructuras de Datos Básicas

Colas / queue

- Estructura donde el primer elemento en llegar es el primero en salir (FIFO)
- No utiliza espacio contiguo de memoria
- Sólo se puede insertar elementos al final (encolando)

Estructuras de Datos Básicas

Colas / queue

- Sólo se puede pedir el elemento del principio de la cola
- Ideal para BFS
- Equivalente en Java: Queue

Estructuras de Datos Básicas

Colas de prioridad / priority_queue

- Se ordenan de mayor a menor sus elementos (prioridad), internamente se puede representar como un heap (montículo)
- Solo se puede sacar el elemento tope de la estructura (en este caso el mayor elemento vendrá primero)
- Equivalente en Java: PriorityQueue

Estructuras de Datos Básicas

Mapa / map

- Contenedor asociativo que guarda claves únicas y les asocia a un valor
- Se puede acceder directamente a elementos guardados si se coloca su clave, en tal caso, se devolverá el valor asociado
- Al ser un árbol binario balanceado, todas sus operaciones son logarítmicas (también podría ser tabla hash)
- Equivalente en Java: HashMap / TreeMap

Estructuras de Datos Básicas

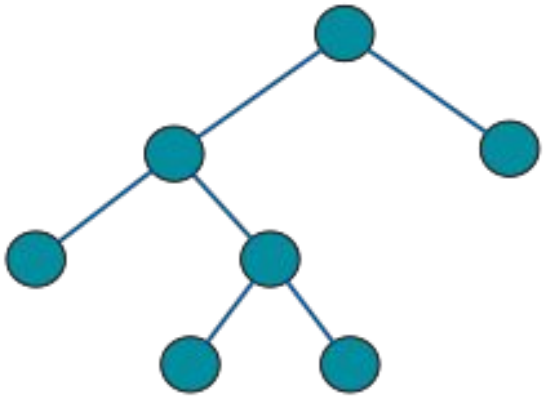
Conjuntos / set

- Árbol binario balanceado, ordena naturalmente de menor a mayor (podría ser tabla hash)
- No admite elementos repetidos
- Equivalente en Java: TreeSet / HashSet

Estructuras de Datos Básicas

Arboles Binarios

- Estructura que tiene un nodo raíz
- Desde el nodo raíz podrán haber hasta dos hijos, de esos hijos pueden haber otros dos hijos más y así sucesivamente.



Estructuras de Datos Básicas

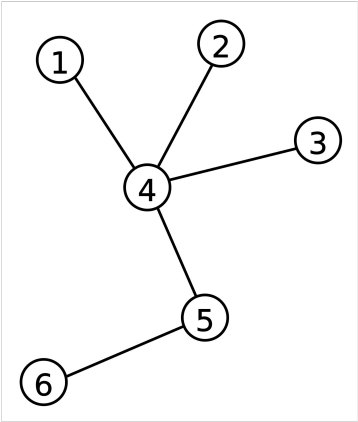
Arboles Binarios

- Se puede implementar con punteros (llevando cuenta en una estructura aparte cuál es el nodo derecho e izquierdo)
- Con arrays, teniendo en cuenta que el índice 0 es la raíz, el hijo izquierdo sería 0*2+1 y el derecho sería 0*2+2 (para el índice n, el hijo izquierdo será n*2+1 y el derecho n*2+2)

Estructuras de Datos Básicas

Árboles Generales

- Implementándolos a través de una clase llevando cuenta del nodo raíz y en cada nodo llevar cuenta de los hijos en un array.
- Ideales para Tries (futuro)



Estructuras de Datos Básicas

Estructura	Adición	Deleción	Búsqueda
Vector / Array	O(1)*	O(1)*	O(N)*
Lista	O(1)	O(1)	O(N)
Pila	O(1)	O(1)	O(N)
Cola	O(1)	O(1)	O(N)
Set	O(LgN)*	O(LgN)*	O(LgN)*
Map	O(LgN)*	O(LgN)*	O(LgN)
Priority_Queue	O(LgN)	O(LgN)	O(N)

Algoritmos de Ordenamiento

Algunos problemas requieren tener ordenados una serie de elementos para dar una respuesta

- Algoritmos de ordenación
- Estructuras de datos ordenadas

… es importante su eficiencia

Algoritmos de Ordenamiento

- BubbleSort y SelectionSort
  - Complejidad: $O(n^2)$ (ineficientes)
  - No se incluyen en las bibliotecas estándar
    - Se implementan como ejercicio de aprendizaje

Algoritmos de Ordenamiento

- Quicksort / Mergesort
  - Complejidad: O(nLog(n))
  - Ya están implementadas en las bibliotecas básicas ¡No hay que programarlos!

Algoritmos de Ordenamiento

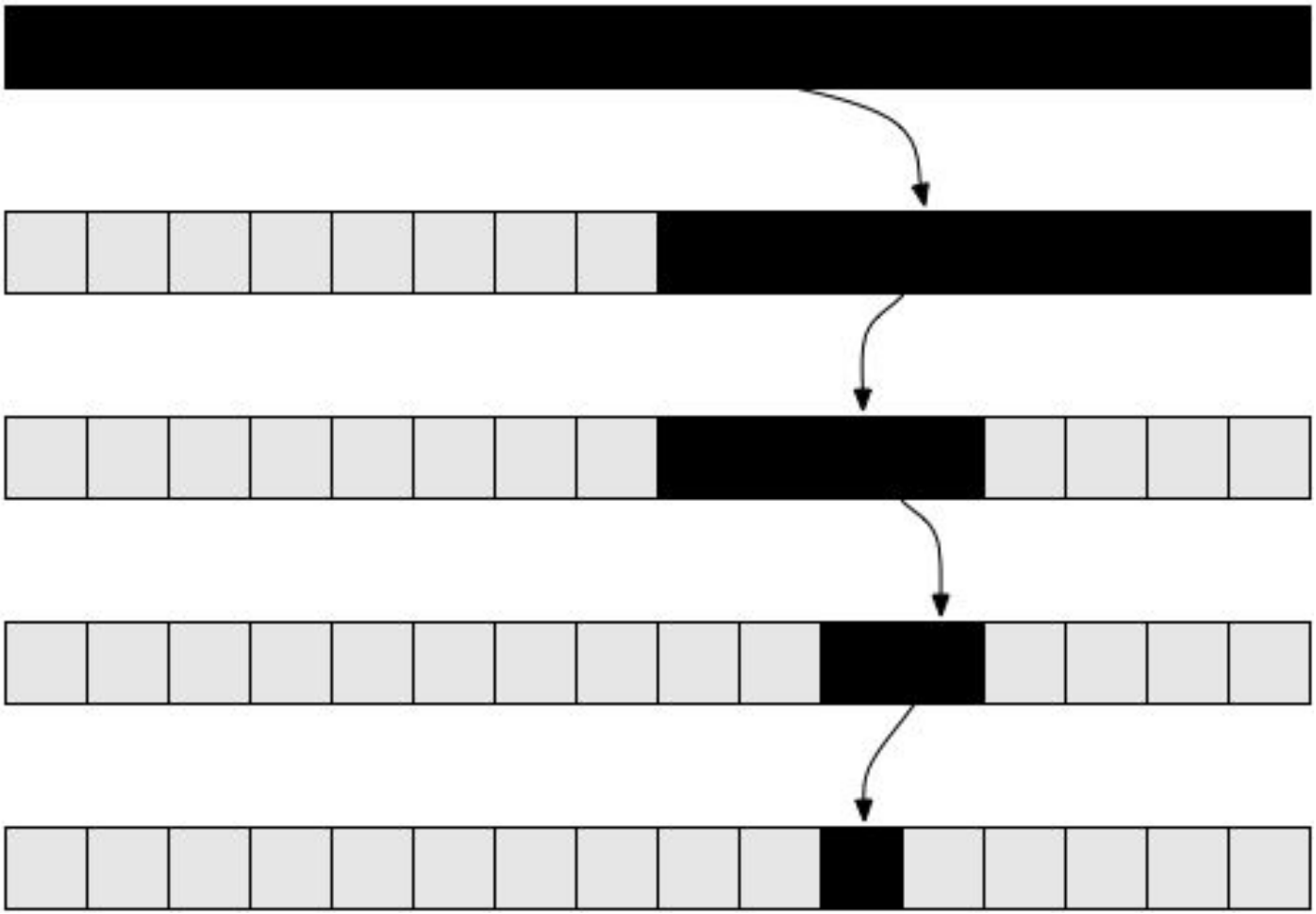
- C++
  - std:sort()
- Java
  - Collections.sort() -> MergeSort*
  - Arrays.sort() -> Quicksort* (para tipos primitivos)

*En realidad son variantes más eficientes

Búsqueda Binaria

- Se implementan sobre funciones monótonas crecientes / decrecientes
- Para todo x se tiene que cumplir:
  - $f(x) > f(x+1)$
  - ó $f(x) < f(x+1)$
- Su complejidad es logarítmica

Búsqueda Binaria



Búsqueda Binaria

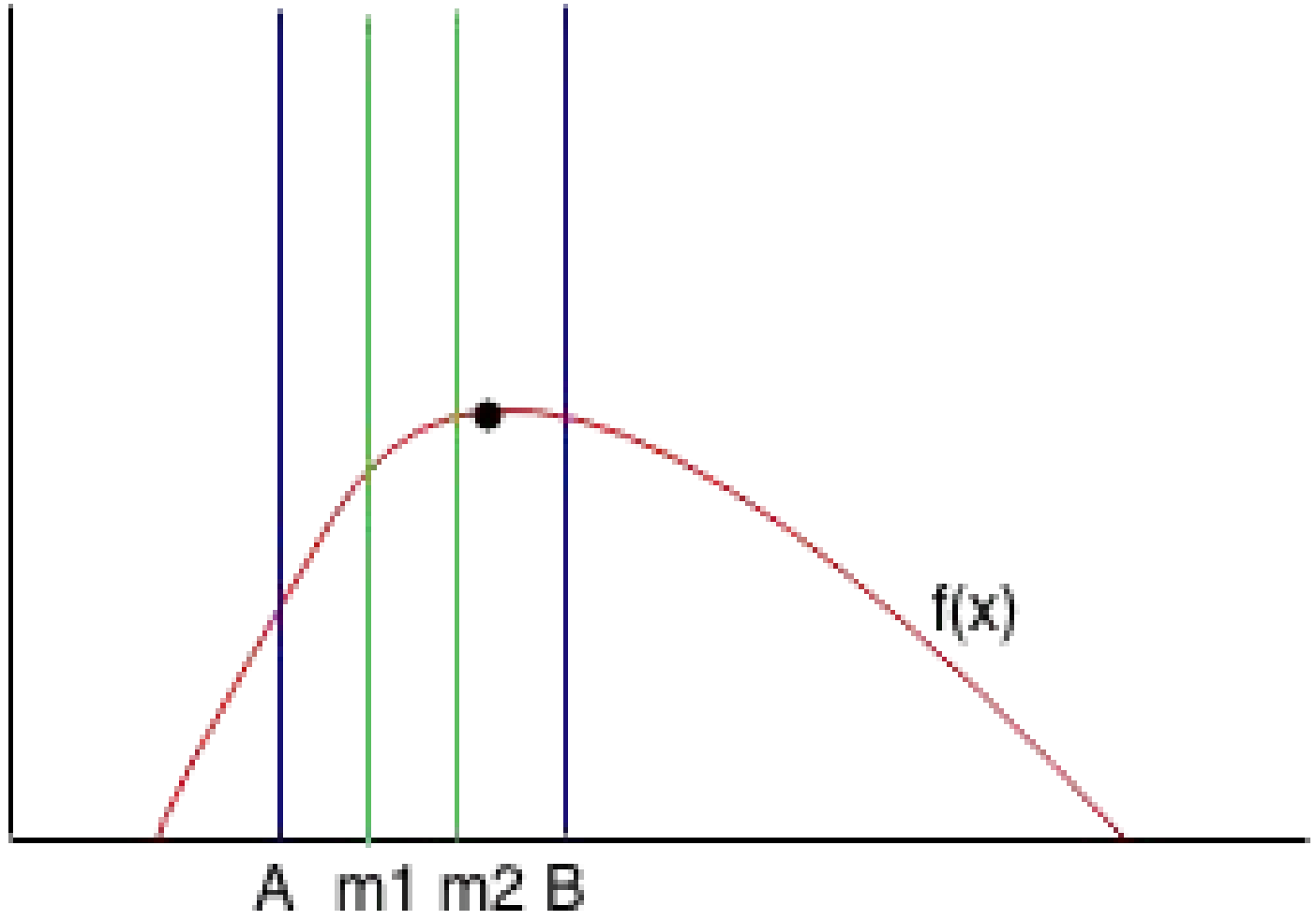
Pseudocódigo:

```
inferior = 0, superior = N
mientras superior-inferior > 1
  medio = (superior+inferior)/2
  si f(medio) < objetivo
    inferior = medio
  sino
    superior = medio
```

Búsqueda Ternaria

- Se implementan sobre funciones parabólicas donde haya un solo punto mínimo ó máximo
- Su complejidad es $2*Log_3(N)$
- No es muy común encontrarse con este tipo de problemas

Búsqueda Ternaria



Búsqueda Binaria

Pseudocódigo:

```
inferior = 0, superior = N
mientras superior-inferior > 1
  m1 = (superior+inferior*2)/3
  m2 = (superior*2+inferior)/3
  si f(m1) < f(m2)
    inferior = m1
  sino
    superior = m2
```

Exponenciación Logarítmica

- Una forma de elevar a^b siempre que b sea entero
  - Se deja a ejercicio razonar como se haría en una matriz
- Parte de la base de divide y vencerás y de la propiedad de que a ^ b * a ^ b = a ^ (b+b)

Exponenciación Logarítmica

Pseudocódigo

```
si b == 1 retornar a
sino
  tmp = f(a, b/2)
  si b % 2 (impar)
    retornar tmp*tmp*a
  sino
    retornar tmp*tmp
```

Exponenciación Logarítmica

Ejemplo:

$2^{10} \Rightarrow 2^5 * 2^5$

$2^5 \Rightarrow 2^2 * 2^2 * 2$

$2^2 \Rightarrow 2^1 * 2^1$

$2^1 = 2$

Exponenciación Logarítmica

Ejemplo:

$2^{10} \Rightarrow 2^5 * 2^5 = 32 * 32 = 1024$

$2^5 \Rightarrow 2^2 * 2^2 * 2 = 4 * 4 * 2 = 32$

$2^2 \Rightarrow 2^1 * 2^1 = 2 * 2 = 4$

$2^1 = 2$

Semana que viene

- Algoritmos Voraces
- Grafos

¡Hasta la próxima semana!

Ante cualquier duda sobre el curso o sobre los problemas podéis escribirnos (preferiblemente copia a los tres)

David Morán (ddavidmorang@gmail.com)
Juan Quintana (juandavid.quintana@urjc.es)
Sergio Pérez (sergioperezp1995@gmail.com)