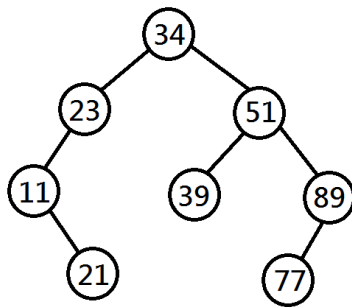


1. (1) G
- (2) H
- (3) L
- (4) E
- (5) H

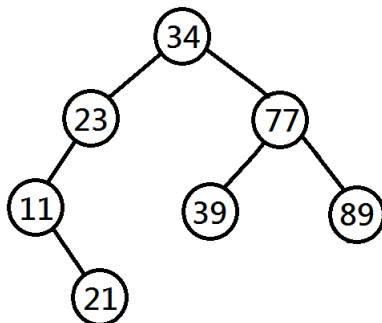
2.

(1)

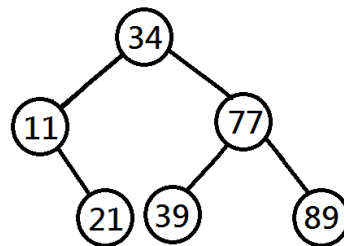


(2)

Delete 51



Delete 23



- (3) 當 insert 之數字皆是 ordered (i.e., 皆是由小到大 or 由大到小)，則 BST 會變成 skew，此時高度 = n

(4) (參考鄉民 taitin 大的解法)

假設 N 個數中， $X_j$  為第 j 個插入的數字

則可將數列分成兩個數列，僅需討論已下數列

1.  $\{G \mid \text{for all } X_i; X_k > X_i > X_j; 1 \leq k \leq i < j \leq n\}$

2.  $\{L \mid \text{for all } X_i; X_k < X_i < X_j; 1 \leq k \leq i < j \leq n\}$  ( $\leq$  小於或等於)

則  $x_j$  的深度  $= |G| + |L|$  其中  $|G|, |L|$  為符合敘述的個數

討論  $|G|$  在  $i$ th 插入時的期望值

則每次增加高度的期望值為  $p(X_i) = 1/i$

依序插入  $N$  個值後，可得到總高度為

$$\begin{aligned} |G| &= p(X_1) + p(X_2) + \dots + p(X_n) \\ &= 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n \text{ 為一調和數列} \\ &= O(\log n) \end{aligned}$$

同理可証得， $|L| = O(\log n)$

因此 random binary search tree 深度為  
 $|G| + |L| = O(\log n)$

### 3. (參考鄉民 taitin 大的對答)

	unsorted singly linked	sorted linked list	unsorted doubly linked	sorted doubly linked
search	B	B	B	B
insert	A	B	A	B
delete	B	B	A	A
successor	A	A	A	A
predecessor	B	B	A	A
minimum	B	A	B	A
maximum	B	A	B	A

### 4.

If the red node's parent node has no parent itself, the red parent node must be a root and the root must be black.

5.

(1) B

(2) B

6.

(1)  $d(u,w)$  為由  $v$  到  $w$  的 shortest path, 而  $l(u,w)+d(v,u)$  為另一條由  $v$  到  $w$  的 path  
且  $\geq d(v,w)$

所以  $l(u,w)+d(v,u) - d(v,w) \geq 0$

(2)

(3)

$A(G, V)$  為 Bellman-Ford Algo.

$B(G, V)$  為 Dijkstra Algo.

由於此 Graph 含 negative-length edges

故使用  $A(G, V)$  較好。