 <div> ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO </div>	Tipo de Prova Trabalho Prático	Ano letivo 2024/2025	Data 28 – 02 – 2025
	Curso LEI e LSIRC	Hora :	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração	

DESCRIÇÃO E OBJETIVO

- ☐ O Trabalho Prático (TP) é de realização em grupo e tem como objetivo a aplicação de técnicas e métodos abordados nas aulas de Matemática Discreta através da resposta aos problemas abaixo.
- ☐ O TP tem nota mínima de 7,5 valores, um peso de 30% na classificação final da Unidade Curricular, é **obrigatório** quer para estudantes que optem por Avaliação Durante o Período Letivo (APL) ou Avaliação Durante o Período de Exames (APE) e consiste:
 - na elaboração de um relatório, com a resposta aos problemas apresentados abaixo;
 - na elaboração de um vídeo, de 8 a 10 minutos, de apresentação do problema 3;
 - na discussão do trabalho realizado;
com as ponderações **de 60% Relatório; 20% Vídeo e 20% Defesa.**
- ☐ Cada grupo é constituído por até **quatro** estudantes e a sua constituição tem de ser comunicada através do preenchimento do formulário apresentado no *moodle* até 7 de março.

ELABORAÇÃO E ESTRUTURA DO RELATÓRIO


- ☐ O relatório com a resolução de cada problema deve ser realizado com o software *LaTeX* recorrendo ao <https://www.overleaf.com/>, segundo o *template* disponibilizado no moodle.
- ☐ O relatório pode ser escrito em português ou inglês, devendo ter entre 10 e 20 páginas.

ENTREGA E ACOMPANHAMENTO

- ☐ **Cada estudante tem de reunir pelo menos uma vez** com a equipa docente para acompanhamento do TP.
- ☐ A apresentação e discussão do TP é **obrigatória e eliminatória**, e terá lugar:
 - entre os dias 30 de abril e 2 de maio, segundo agendamento a efetuar no moodle, para os grupos com pelo menos um elemento em APL;
 - no dia do exame, segundo agendamento a efetuar no moodle, para os grupos com todos os elementos em APE.
- ☐ A submissão do relatório e do vídeo tem de ser feita até:
 - 29 de abril às 13:00, para os grupos com pelo menos um elemento em APL;
 - três dias úteis antes do dia do exame, para os grupos com todos os elementos em APE.
- ☐ Os relatórios devem ser submetidos em PDF e devem ser acompanhados pelos ficheiros que foram usados para dar a resposta aos problemas.

Para dúvidas ou esclarecimentos contacte a equipa docente através do Teams eos@estg.ipp.pt e icd@estg.ipp.pt.


Bom Trabalho
Eliana Costa e Silva
Isabel Cristina Duarte

 <div> <div>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</div> </div>	Tipo de Prova Trabalho Prático	Ano letivo 2024/2025	Data 28 - 02 - 2025
	Curso LEI e LSIRC	Hora :	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração	

Problema 1 [5 valores]

Defina um conjunto U de 20 elementos e dois seus subconjuntos finitos A e B à sua escolha tais que:

$$5 \leq \#A < 10, \#B > 15, A \neq B \text{ e } A, B \neq U.$$


Efetue, sem e com recurso a funções , as seguintes operações sobre conjuntos, comparando os resultados.

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------------------------------|
| a) $\#A$ e $\#B$; | d) $A \cap B$; | g) $\overline{A \oplus B} \cup (A - B)$; |
| b) \bar{B} ; | e) $B - A$; | h) $B \times A$; |
| c) $A \cup B$; | f) $A \oplus B$; | i) A^3 . |

Problema 2 [5 valores]

Considere β como sendo o último algarismo do número de estudante de um dos elementos do grupo.


Escolha $n \in \mathbb{N}$ tal que $50 + \beta < 2n < 100 - \beta$.

Determine, recorrendo ao , o valor de cada uma das seguintes expressões:

- a) $\sum_{j=\beta+2}^n \left(\frac{-2\beta-1}{5} \right)^j$
- b) $\prod_{i \in C} \left(\frac{\beta+1}{i} - 1 \right)^4$, para $C = \{5m \in \mathbb{Z} : m = 1, \dots, M\}$ e $M = \min \left\{ 5 + \beta, \left\lfloor \frac{100}{\beta+1} \right\rfloor \right\}$
- c) $\prod_{k=1}^{n-15} \left(3 \times \sum_{j=n-5}^n \left(\left\lfloor 1 + \frac{j+k}{200} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{6!}{\beta+1} \right\rfloor \right) \right)$

Identifique as progressões aritméticas e geométricas, use as propriedades de somatórios e produtórios por forma a simplificar as expressões e os cálculos, e discuta os resultados obtidos.

Observações:

Alguns exemplos de funções  que podem ser úteis usar:
and, ceil, disp, floor, input, intersect, or, prod, not, setdiff, sum, union.
Para além destas os grupos podem implementar outras.

 <div> <div>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</div> </div>	Tipo de Prova Trabalho Prático	Ano letivo 2024/2025	Data 28 - 02 - 2025
	Curso LEI e LSIRC	Hora :	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração	

Problema 3 [10 valores]

A integração de robôs na Indústria está a revolucionar a produção industrial, trazendo eficiência, inovação e sustentabilidade. Enquanto na Indústria 4.0, os robôs são peças-chave das fábricas inteligentes, onde a automação, a Internet das Coisas (IoT) e a inteligência artificial permitem operações autónomas e precisas; na Indústria 5.0, o foco é na colaboração entre humanos e robôs. As sinergias entre robô e humanos permitem que os humanos se concentrem em atividades criativas e estratégicas, enquanto os robôs garantem eficiência operacional. Além disso, a personalização em massa, marca da Indústria 5.0, é viabilizada por robôs adaptáveis, capazes de produzir bens e serviços sob medida para cada cliente.



Source: <https://blog.alliedmarketresearch.com/exploring-the-era-of-industry-5-0-2108>

Considere que um braço robótico tem de realizar uma tarefa que implica mover o seu *end-effector* de um ponto inicial para um ponto final, num ambiente com obstáculos. No espaço de trabalho do robô foram identificados 20 pontos que garantem uma trajetória livre de colisão. Use o **Algoritmo de Dijkstra** para encontrar o caminho de menor custo (menor distância total percorrida).



Source: <https://www.automate.org/robotics/blogs/the-role-of-collaborative-robots-in-industry-5-0>

Para a resolução deste problema siga os seguintes passos:

- Gere aleatoriamente as coordenadas x , y e z de 20 pontos, tendo em conta que a distância máxima de cada um dos 20 pontos ao ponto $(0,0,0)$ é de 27 cm.
- Calcule a distância euclidiana entre cada par de pontos. Construa a matriz de adjacências do grafo não orientado subjacente tendo em conta que apenas existe uma aresta entre pares de pontos que ditam até 5 cm, num máximo de 100 arestas.
- Identifique vértices, arestas, pesos e outros conceitos de Teoria de Grafos associados à situação aqui descrita.
 - Recorrendo a um software à sua escolha, ou implementando numa linguagem à sua escolha, resolve este problema, considerando que o ponto inicial é β e o final é σ , sendo β o último algarismo do número de estudante de um dos elementos do grupo e σ os dois últimos algarismos do número de estudante de outro dos elementos do grupo, e tendo em atenção o seguinte:
 - caso $\beta = 0$, altere para $\beta = 7$;
 - caso $\sigma = 0$, altere para $\sigma = 2$ e caso $\sigma > 20$, altere para $\sigma = 10$;
 - a distância entre o ponto inicial e o final é no mínimo 50 cm.

Alguns recursos úteis:

<https://roboticseabass.com/2024/06/30/how-do-robot-manipulators-move/>

<https://www.youtube.com/watch?v=DD-kX7eDTSE>