

Trabalho Prático de

Matemática Discreta

2024/2025

Trabalho Elaborado por:

Grupo M

8240231 David Sérgio Ferreira Alves

8240216 Pedro Afonso Farinha Gomes Lima Paraty

8240266 Gabriel Alexandre Meireles Moreira

8240839 Samuel Silva da Cunha

Curso de:

Licenciatura em Segurança Informática e Redes de Computadores

Docentes:

Eliana Costa e Silva (eos@estg.ipp.pt)

Isabel Cristina Duarte (icd@estg.ipp.pt)

Felgueiras, 27 de abril de 2025

Conteúdo

1	Pergunta 1	9
2	Pergunta 2	13

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Pergunta 1

Conjuntos Escolhidos

Seja o conjunto universo:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

Escolheram-se os seguintes subconjuntos:

$$A = \{3, 5, 9, 11, 13, 17, 19\} \quad (\#A = 7)$$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\} \quad (\#B = 17)$$

Estes conjuntos cumprem:

- $5 \leq \#A < 10$
- $\#B > 15$
- $A \neq B, A \neq U, B \neq U$

Resolução das Alíneas

a) Cardinalidade:

$$\#A = 7, \quad \#B = 17$$

b) Complemento de A em relação a U :

$$\bar{A} = U \setminus A = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$$

c) União:

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$$

d) Interseção:

$$A \cap B = \{3, 5, 9, 11, 13, 17\}$$

e) Diferença $B - A$:

$$B - A = \{2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18\}$$

f) Diferença simétrica $A \oplus B$:

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{2, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 19\}$$

g) $A \oplus \bar{B} \cup (A - B)$:

$$\text{Calculando primeiro } \bar{B} = U \setminus B = \{1, 19, 20\}$$

$$A \oplus \bar{B} = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 17, 20\}$$

$$A - B = \{19\}$$

$$\text{Resultado final : } \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 17, 19, 20\}$$

h) Produto cartesiano $B \times A$:

Apenas os 5 primeiros pares:

$$\{(2, 3), (2, 5), (2, 9), (2, 11), (2, 13), \dots\}$$

i) Produto cartesiano $A \times A \times A$:

Apenas os 5 primeiros trios:

$$\{(3, 3, 3), (3, 3, 5), (3, 3, 9), (3, 3, 11), (3, 3, 13), \dots\}$$

Código Scilab Usado

```
[language=Scilab, basicstyle=, breaklines=true] U = 1:20; A = [3, 5, 9, 11,
13, 17, 19]; B = [2:18];

length(A) length(B)
```

```
Ac = setdiff(U, A) unionAB = union(A, B) interAB = intersect(A, B) diffBA =  
setdiff(B, A)  
  
diffAB = setdiff(A, B) diffBA = setdiff(B, A) symDiff = union(diffAB, diffBA)  
  
Bc = setdiff(U, B) symDiff2 = union(setdiff(A, Bc), setdiff(Bc, A)) resG =  
union(symDiff2, diffAB)  
  
cartProd = []; for i = 1:length(B) for j = 1:length(A) cartProd(+1,:) = [B(i), A(j)]; endend  
  
A3 = []; for i = 1:length(A) for j = 1:length(A) for k = 1:length(A) A3(+1,:  
) = [A(i), A(j), A(k)]; endendendend
```


Pergunta 2

Primeiro definimos o valor de β como o último algarismo do número de estudante. Considerando que o número de estudante seja 8240266, temos que:

$$\beta = 6$$

Agora, escolhemos $n = 30$, de forma que satisfaça a condição $50 + \beta < 2n < 100 - \beta$. Ou seja, temos:

$$50 + 6 < 2n < 100 - 6 \quad \Rightarrow \quad 56 < 2n < 94 \quad \Rightarrow \quad 28 < n < 47$$

a) Queremos calcular o somatório:

$$\sum_{j=\beta+2}^n \left(\frac{-2\beta-1}{5} \right)^j$$

Para $\beta = 6$ e $n = 30$, temos:

$$\sum_{j=\beta+2}^n \left(\frac{-2\beta-1}{5} \right)^j = \sum_{j=6+2}^{30} \left(\frac{-2 \cdot 6 - 1}{5} \right)^j$$

Ou seja:

$$\sum_{j=8}^{30} \left(\frac{-12-1}{5} \right)^j$$

Resultado utilizando código scilab:

$$\sum_{j=8}^{30} \left(\frac{-12-1}{5} \right)^j = 2.032 \times 10^{12}$$

b) Queremos calcular o somatório:

$$\prod_{i \in C} \left(\frac{\beta+1}{i-1} \right)^4, \quad C = \{5m \in \mathbb{Z} : m = 1, \dots, M\}, \quad M = \min \left(5 + \beta, \left\lceil \frac{100}{\beta+1} \right\rceil \right)$$

Para $\beta = 6$ e $n = 30$, temos:

$$\prod_{i \in C} \left(\frac{6+1}{i-1} \right)^4, \quad C = \{5m \in \mathbb{Z} : m = 1, \dots, M\}, \quad M = \min \left(5 + \beta, \left\lceil \frac{100}{\beta+1} \right\rceil \right)$$

=

$$\prod_{i \in C} \left(\frac{7}{i-1} \right)^4, \quad C = \{5m \in \mathbb{Z} : m = 1, \dots, M\}, \quad M = \min \left(5 + \beta, \left\lceil \frac{100}{\beta+1} \right\rceil \right)$$

Resultado utilizando código scilab:

$$\prod_{i \in C} \left(\frac{7}{i-1} \right)^4, \quad C = \{5m \in \mathbb{Z} : m = 1, \dots, M\}, \quad M = \min \left(5 + \beta, \left\lceil \frac{100}{\beta+1} \right\rceil \right) = 1338.5940$$

c) Queremos calcular o somatório:

$$\prod_{k=1}^{n-15} \left(3 \times \sum_{j=n-5}^n \left(\left\lfloor 1 + \frac{j+k}{200} \right\rfloor - \left\lceil \frac{6!}{\beta+1} \right\rceil \right) \right)$$

Para $\beta = 6$ e $n = 30$, temos:

$$\prod_{k=1}^{30-15} \left(3 \times \sum_{j=30-5}^{30} \left(\left\lfloor 1 + \frac{j+k}{200} \right\rfloor - \left\lceil \frac{6!}{6+1} \right\rceil \right) \right)$$

=

$$\prod_{k=1}^{15} \left(3 \times \sum_{j=25}^{30} \left(\left\lfloor 1 + \frac{j+k}{200} \right\rfloor - \left\lceil \frac{6!}{7} \right\rceil \right) \right)$$

Resultado utilizando código scilab:

$$\prod_{k=1}^{15} \left(3 \times \sum_{j=25}^{30} \left(\left\lfloor 1 + \frac{j+k}{200} \right\rfloor - \left\lceil \frac{6!}{7} \right\rceil \right) \right) = 1.006 \times 10^{38}$$

Código Scilab Utilizado:

Parâmetros Iniciais

```
beta = 6; // Último algarismo do número do estudante
n = 30;   // Escolha de n tal que  $50 + \text{beta} < 2n < 100 - \text{beta}$ 
```

Alínea (a)

```
a = 0;
for j = beta + 2 : n
    a = a + ((-2*beta - 1)/5)^j;
end
disp("Resultado da alínea (a):", a);
```

Alínea (b)

```
M = min(5 + beta, floor(100 / (beta + 1)));
b = 0;
for i = 1:M
    b = b + ((beta + 1)/i - 1)^4;
end
disp("Resultado da alínea (b):", b);
```

Alínea (c)

```
c = 1;
const = floor(factorial(6)/(beta + 1)); // valor constante
for k = 1:(n - 15)
    soma = 0;
    for j = n - 5 : n
        soma = soma + (1 + ((j + k)/200)*const);
    end
    c = c * (3 * soma);
end
```

```
end  
disp("Resultado da alínea (c):", c);
```