

TIN - Študentská zbierka príkladov

16. januára 2019

Obsah

| | |
|--|-----------|
| 1 Chomského hierarchia | 3 |
| 2 Regulárne jazyky | 3 |
| 3 Bezkontextové jazyky | 5 |
| 4 Algoritmy | 7 |
| 5 Uzáverové vlastnosti | 8 |
| 6 Turingove stroje | 10 |
| 7 Diagonalizácia | 10 |
| 8 Redukcie, rekurzívne a rekurzívne vyčísliteľné jazyky | 10 |
| 9 Zložitosť | 11 |
| 10 NP problémy, polynomiálna redukcia | 12 |
| 11 Vyčísliteľné funkcie | 13 |
| 12 Petriho siete | 13 |

1 Chomského hierarchia

1. opravný termín skúšky 2017

Formálne definujte pojem gramatika a pre každú triedu Chomského hierarchie uvedťte typ gramatiky generujúcu jazyky tejto triedy.

2. opravný termín skúšky 2017

Uvažujte Chomského hierarchiu jazykov rozšírenú o triedu rekurzívnych jazykov a triedu deterministických bezkontextových jazykov. Pre každú triedu tejto klasifikácie uvedťte a zdôvodnite, či je v tejto triede rozhodnuteľný, alebo čiastočne rozhodnuteľný, problém náležitosti (členstva) daného reťazca do jazyka.

2 Regulárne jazyky

Pro deterministický konečný automat $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, kde δ je definována ako

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a) = q_1, & \delta(q_0, b) = q_0, & \delta(q_0, c) = q_0, \\ \delta(q_1, a) = q_2, & \delta(q_1, b) = q_0, & \delta(q_1, c) = q_0, \\ \delta(q_2, a) = q_2, & \delta(q_2, b) = q_3, & \delta(q_2, c) = q_0, \\ \delta(q_3, a) = q_3, & \delta(q_3, b) = q_3, & \delta(q_3, c) = q_3, \end{array}$$

zapište jazyk $L(A)$ ve tvaru regulárного výrazu. Dále sestrojte pravou lineární gramatiku G_A pro ktorou platí, že $L(G) = L(A)$.

Cas: 60 minut

Uvažme následujúci problém P : pro nedeterministický konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ rozhodniete, zda je jazyk $L(A)$ nekonečný.

- Zapište stručně hlavní myšlenku algoritmu, který řeší problém P .
- Na základě přechodové funkce δ zapište formálně binární relaci $R_\delta \subseteq Q \times Q$, která popisuje, zda je v automatu A možný (prímý) přechod mezi danou dvojicí stavů (p, q) . Na základě této relace a jejich uzávěrů zapište predikát, který rozhoduje problém P .
- Demonstrujte použití tohoto predikátu na automatu $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, kde δ je definována jako

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a) &= \{q_1, q_2\}, \\ \delta(q_1, a) &= \{q_1, q_2\}, \\ \delta(q_2, a) &= \emptyset. \end{aligned}$$

Formálne definujte nedeterministický konečný automat, jeho konfiguraci, relaci prechodu mezi konfiguráciami a jazyk prijímaný tímto automatom. (40 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 = \#_b(w) \bmod 2\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a mod značí operaci modulo, je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Formálně zapište obecný tvar soustavy rovnic nad regulárními výrazy ve standardním tvaru. Dále uvažte jazyk generovaný gramatikou $G = (\{X, Y\}, \{x, y\}, P, X)$, kde P je tvořena pravidly

$$\begin{aligned} X &\rightarrow xyX \mid xxY \mid \epsilon \\ Y &\rightarrow yY \mid x \end{aligned}$$

Sestavením příslušné soustavy rovnic nad regulárními výrazy ve standardním tvaru a jejím řešením vyjádřete jazyk $L(G)$. (40 bodů)

Poznámka: Preferované řešení neprevádí G na ekvivalentní konečný automat.

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w) \vee \#_c(w) \geq 2\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w , je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Rozhodněte a dokažte, zda je následující jazyk regulární

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) \wedge \#_b(w) \leq 2\}.$$

(40 bodů)

Poznámka: $\#_x(w)$ značí počet symbolů x v řetězci w . Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Formálně definujte gramatiku typu 3, relaci přímé derivace a jazyk generovaný touto gramatikou. (30 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 < \#_a(w) \bmod 3\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a mod značí operaci modulo, je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

3 Bezkontextové jazyky

Formálně zapište Pumping lemma pro bezkontextové jazyky.

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ je bezkontextový:

$$L = \{c^i w \mid i > 0 \wedge \#_a(w) \leq 3 * \#_b(w)\} \cap \{c^i w w \mid i \geq 0 \wedge w \in \{a, b\}^*\},$$

kde $\#_x(w)$ označuje počet znaků x v řetězci w .

Pro deterministický zásobníkový automat (DZA) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ formálně definujte tvar přechodové funkce δ a konfiguraci automatu M .

Nechť $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je DZA. Dokažte, že jazyk

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L(M) \wedge w \text{ obsahuje podřetězec } ab\}$$

je deterministický bezkontextový jazyk (lze se odkázat na vlastnosti bezkontextových jazyků z přednášky).

Ukažte, že pro jazyk

$$L = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\},$$

kde w^R označuje reverzi řetězce w , platí Pumping Lemma pro bezkontextové jazyky pro hodnotu $k = 3$ (k je konstanta z Pumping Lemmatu). (40 bodů)

Navrhněte bezkontextovou gramatiku pro jazyk

$$L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 0\}.$$

(40 bodů)

Formálně definujte bezkontextovou gramatiku, přímou derivaci, relaci derivace a jazyk generovaný touto gramatikou. (30 bodů)

Formálně definujte (nedeterministický) zásobníkový automat, jeho konfiguraci, relaci přechodu mezi konfiguracemi a jazyk přijímaný tímto automatem. (40 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda následující jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ jsou bezkontextové:

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid (w = zcz^R \wedge z \in \{a, b\}^*) \wedge \#_a(w) = \#_b(w)\},$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid (w = zcz^R \wedge z \in \{a, b\}^*) \vee \#_a(w) = \#_b(w)\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a w^R označuje reverzi řetězce w . (70 bodů)

Uvažujme gramatiku $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ s pravidly P :

$$S \rightarrow aSB \mid ASb \mid aa$$

$$A \rightarrow aAa \mid B$$

$$B \rightarrow bb \mid A$$

- i) Sestrojte (systematickým postupem z přednášky) a formálně zapište zásobníkový automat M , takový, že $L(G) = L(M)$, který modeluje syntaktickou analýzu shora dolů.
- ii) Zapište posloupnost konfigurací stroje M pro vstupní řetězec $bbaab$.

(40 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda je následující jazyk bezkontextový.

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) + \#_c(w) \leq \#_b(w) + \#_c(w)\}.$$

(40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk bezkontextový, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není bezkontextový, použijte Pumping Lemma.

Formálně definujte nedeterministický zásobníkový automat, jeho konfiguraci, relaci přechodu mezi konfiguracemi a jazyk přijímaný tímto automatem. (30 bodů)

Navrhněte bezkontextovou gramatiku pro jazyk

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0 \wedge (i \geq 3j \vee 2i \leq k)\}.$$

(40 bodů)

Ukažte, že pro jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w , platí Pumping Lemma pro bezkontextové jazyky pro hodnotu $k = 2$ (k je konstanta z Pumping Lematu). (40 bodů)

Nechť $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je nedeterministický zásobníkový automat. Popište konstrukci nedeterministického zásobníkového automatu M' , pro který platí

$$L(M') = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L(M) \wedge \#_a(w) \bmod 3 \neq 0\}.$$

(40 bodů)

Pro bezkontextový jazyk

$$L = \{a^n b^m c^{3n} \mid n > 0 \wedge m \text{ je liché}\},$$

sestrojte a formálně zapište (ve shodě s definicí)

a) bezkontextovou gramatiku G takovou, že $L(G) = L$,

b) zásobníkový automat A takový, že $L(A) = L$.

Přesně a formálně definujte gramatiky typu 0 a typu 2. Nechť $G_1 = (N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$ a $G_2 = (N_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$ jsou gramatiky typu 2 a $N_1 \cap N_2 = \emptyset$. Sestrojte gramatiky G_\bullet , G_\star a G_\cup typu 2 takové, že

a) $L(G_\bullet) = L(G_1) \cdot L(G_2)$,

b) $L(G_\star) = L(G_1)^*$,

c) $L(G_\cup) = L(G_1) \cup L(G_2)$.

4 Algoritmy

1. Riadny termín skúšky 2016

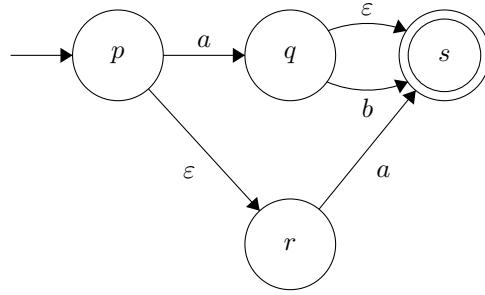
Definujte sústavu rovníc nad regulárnymi výrazmi v štandardnom tvaru. Ďalej uvažujte obecnú lineárnu gramatiku G . Popište formálne algoritmus nájdenia regulárneho výrazu R takého, že $L(G) = L(R)$, bez toho, aby bolo potrebné ku gramatike G vytvárať ekvivalentný konečný automat a/alebo gramatiku G transformovať. Algoritmus nájdenia regulárneho výrazu ilustrujte na príklade netriviálnej (s rekuriou, aspoň 2 nonterminály a 4 pravidla) pravej lineárnej gramatiky G , ktorá nie je regulárna.

2. Riadny termín skúšky 2017

Zapište algoritmus (vrátane výpočtu množiny neterminálov $N_t = \{A \mid A \Rightarrow^+ \epsilon\}$), ktorý danú bezkontextovú gramatiku transformuje na jazykovo ekvivalentnú bezkontextovú gramatiku bez epsilon pravidiel.

3. 1. opravný termín skúšky 2017

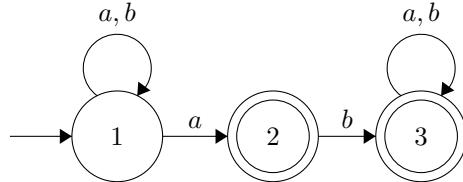
Formálne definujte pojem ε -uzáver stavu RKA (rozšíreného konečného automatu, tj. nedeterministického automate s ε prechodmi) a formálne zapíšte algoritmus, ktorý v polynomiálnom čase prevedie vstupný RKA na nedeterministický konečný automat bez ε prechodov (NKA). Ďalej uvažujte nasledujúci RKA A :



Pomocou zapisaného algoritmu prevedťte A na jazykovo ekvivalentný NKA (t.j. bez ε prechodov).

4. 2. opravný termín skúšky 2017, Riadny termín skúšky 2018

Zapíšte algoritmus, ktorý daný nedeterministický konečný automat bez ε prechodov prevedie na jazykovo ekvivalentný konečný automat. Algoritmus demonštrujte na automatu uvedenom nižšie.



5 Uzáverové vlastnosti

Definujte uzavretosť triedy jazykov. Uveďte dôkaz neuzavretosti deterministických bezkontextových jazykov na operácie prienik a zjednotenie. Dokážte, že zadaná binárna relácia je uzavrená:

$$L_1 \circ L_2 = \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2 \wedge |uv| \leq 5\}.$$

Rozhodněte a dokažte, zda platí následující tvrzení (\mathcal{L}_2 značí třídu všech bezkontextových jazyků a \mathcal{L}_3 značí třídu všech regulárních jazyků):

- a) $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 : \forall L_2 \in \mathcal{L}_2 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_2$
- b) $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : \forall L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$
- c) Třída bezkontextových jazyků nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ je uzavřená vzhledem k binární operaci \diamond definované následovně:

$$L_1 \diamond L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid (w \in L_1 \wedge w \in L_2) \vee |w| > 1\}.$$

Rozhodněte a dokažte, zda pro jazyky nad abecedou Σ platí

$$\forall L_1 \in \mathcal{L}_3 : \exists L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3,$$

kde \mathcal{L}_3 a \mathcal{L}_2 značí třídu regulárních resp. bezkontextových jazyků. (30 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda pro jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ platí:

- (a) $\forall L \in \mathcal{L}_3 : |L| = \infty \implies \Diamond L \in \mathcal{L}_2,$
- (b) $\forall L \in \mathcal{L}_3 : |L| = \infty \implies \Diamond L \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3,$

kde $\Diamond L = \{w \in L \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w)\}$. (40 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda pro jazyky nad abecedou Σ platí

$$\forall L_1 \in \mathcal{L}_3 : \exists L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3,$$

kde \mathcal{L}_3 a \mathcal{L}_2 značí třídu regulárních resp. bezkontextových jazyků. (30 bodů)

1. Riadny termín skúšky 2018

Nech \mathcal{L}_{CK} značí triedu co-konečných jazykov, ktorých komplement je konečný. Rozhodnite a dokážte, či platí:

$\forall L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{CK}$ je jazyk $L_1 \cdot L_2$ regulárny

2. opravný termín skúšky 2017

Nech \mathcal{L}_{DBJ} značí triedu deterministických bezkontextových jazykov a \mathcal{L}_3 triedu regulárnych jazykov. Rozhodnite a dokážte, či platí:

$$\exists L_1 \in \mathcal{L}_{DBJ} : \exists L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \notin \mathcal{L}_{DBJ}$$

6 Turingove stroje

1. 2. priebežný test 2017

Definujte prechodovú funkciu NTS, reťazec prijímaný TS, jazyk prijímaný TS. TS zadaný prechodovou funkciou má na vstupe $\Delta abca\Delta^w$. Doplňte 4 pravidlá tak, aby výstup bol $\Delta acba\Delta^w$.

2. 2. priebežný test 2018

Pre deterministický Turingov stroj $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \sigma, q_0, q_f)$ formálne definujte tvar prechodej funkcie σ , konfiguráciu stroja M a reláciu prechodu \vdash_M medzi konfiguráciami.

3. 2. priebežný test 2018

Zostrojte a formálne zapíšte deterministický Turingov stroj M o najviac 4 stavoch a 4 prechodoch tak, aby platilo $(q_0, \Delta a^i \Delta^w, 0) \vdash^* M (q_f, \Delta b^i \Delta^w, n)$, kde $i, n \geq 0$.

7 Diagonalizácia

1. 1. opravný termín skúšky 2017

Pomocou techniky diagonalizácie dokážte, že existuje jazyk, ktorý nie je rekurzívne vyčísliteľný.

2. Riadny termín skúšky 2016

Dokážte, že existuje totálna funkcia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ktorá nie je primitívne rekurzívna.

8 Redukcie, rekurzívne a rekurzívne vyčísliteľné jazyky

1. Riadny termín skúšky 2017

Formálne definujte pojem redukcie jazyka L_1 na jazyk L_2 a zapíšte príslušné tvrdenia (implikácie) pre určovanie rozhodnutelnosti resp. nerozhodnutelnosti jazykov.

2. Riadny termín skúšky 2017

Rozhodnete a dokážte, či sú rekurzívne vyčísliteľné jazyky uzavreného vzhľadom k operácii pozitívna iterácia $+$.

3. Riadny termín skúšky 2017

Rozhodnite a dokážte, či existuje rekurzívne vyčísliteľný jazyk L_1 a rekurzívny jazyk L_2 , pre ktoré platí $L_2 \leq L_1$ (tj. L_1 sa redukuje na L_2).

4. 1. opravný termín skúšky 2017

Rozhodnite a dokážte, či existuje jazyk L , ktorý nie je rekurzívny, ale je rekurzívne vyčísliteľný, a jeho doplnok \bar{L} je tiež rekurzívne vyčísliteľný.

5. Riadny termín skúšky 2016

Rozhodnite a dokážte, či jazyk:

$L_1 = \{\langle M \rangle \mid \exists w \in \Sigma^* \text{ také, že } M \text{ zastaví na } w\}$ je rekurzívny $L_2 = \{\langle M \rangle \mid \exists w \in \Sigma^* \text{ také, že } M \text{ nezastaví na } w \text{ behom } 17 \text{ krokov}\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

$\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja so vstupnou abecedou Σ

6. Riadny termín skúšky 2017

Pre abecedu $\Sigma = \{a, b\}$ rozhodnite a dokážte, či:

$L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ je Turingov stroj taký, že } |L(M) \cap \{a, b\}| = 1\}$ je rekurzívny

$L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ je Turingov stroj taký, že } |L(M) \cap \{a, b\}| \geq 1\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

$L_3 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ je Turingov stroj, pre ktorý platí, že existuje } w \in \{a, b\}^{42} \text{ také, že } M \text{ zastaví na } w \text{ do } |w| \text{ krokov}\}$ je rekurzívny

Poznámka: $\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja M .

7. 1. opravný termín skúšky 2017

$L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ je Turingov stroj taký, že } L(M) \text{ je bezkontextový jazyk}\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

$L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ je Turingov stroj taký, že } |L(M)| \geq 3\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

Poznámka: $\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja M .

9 Zložitosť

1. Riadny termín skúšky 2017

Definujte formálne časovú zložitosť Turingových strojov a triedu jazykov $DTIME[n^5]$.

2. Riadny termín skúšky 2017

Rozhodnite a dokážte, či platí:

$$n^3 \in \mathcal{O}(10n^2 + 100)$$

$$10n^2 + 100 \in \mathcal{O}(n^3)$$

3. Riadny termín skúšky 2017

Rozhodnite a dokážte, či platí:

$$L_1, L_2 \in DTIME[n^3] \Rightarrow \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\} \in NTIME[n^3]$$

4. 1. opravný termín skúšky 2017

Definujte formálne:

- pre funkciu $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ množinu $\mathcal{O}(f(n))$
- priestorovú zložitosť nedeterministických Turingových strojov

5. 1. opravný termín termín skúšky 2017

Rozhodnite a dokážte, či platí:

$$L \in DTIME[n^4] \Rightarrow \{u_1, u_2 \dots u_k \mid k \geq 1, \forall 1 \leq i \leq k : u_i \in L\} \in NTIME[n^4]$$

6. Riadny termín skúšky 2018

Formálne definujte:

- priestorovú zložitosť nedeterministických Turingových strojov, ktorý prijíma jazyk L
- asymptotické horné obmedzenie funkcie $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (tj. $\mathcal{O}(f(n))$)
- triedu jazykov $SPACE[2^n]$

10 NP problémy, polynomiálna redukcia

1. Riadny termín skúšky 2017

Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný a dokážte, že nasledujúci jazyk je NP-úplný:

$$L = \{(\phi_1, \phi_2) \mid \phi_1, \phi_2 \text{ sú výrokové formule v konjunktívnej normálnej forme, pre ktoré existujú dve rôzne valuácie premenných } v_1 \text{ a } v_2 \text{ také, že } \phi_1(v_1) \neq \phi_2(v_1) \wedge \phi_1(v_2) \neq \phi_2(v_2)\}$$

Poznámka: $\phi_i(v_i) \in \{\text{true}, \text{false}\}$ označuje, či je formula ϕ_i pravdivá pri valuácii premenných v_i .

2. 1. opravný termín skúšky 2017

Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný a dokážte, že nasledujúci jazyk je NP-úplný:

$$L = \{(\phi, n) \mid \phi \text{ je výroková formula nad premennými } x_1, \dots, x_k \text{ v konjunktívnej normálnej forme, } n \in \mathbb{N} \text{ a naviac platí, že existuje valuácia } v \text{ premenných } x_1, \dots, x_k, \text{ ktorá splňuje } \phi, \text{ a pre ktorú platí } E(v) \geq n\},$$

kde $E(v) \in \mathbb{N}$ značí číslo, ktorého binárny zápis n_1, \dots, n_k je definovaný nasledovným spôsobom:

$$n_i = \begin{cases} 0 & \text{ak } v(x_i) = \text{true} \\ 1 & \text{ak } v(x_i) = \text{false} \end{cases}$$

3. Riadny termín skúšky 2018

Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný. Ďalej uveďte hlavnú myšlienku dôkazu, že jazyk L definovaný nižšie je NP-úplný:

$L = \{(\phi_1, \phi_2) \mid \phi_1, \phi_2 \text{ sú výrokové formule v konjunktívnej normálnej forme, pre ktoré existuje valuácia premenných } \vec{v} \text{ taká, že } \phi_1(\vec{v}) \neq \phi_2(\vec{v})\}$

Poznámka: $\phi_i(\vec{v}) \in \{\text{true}, \text{false}\}$ označuje, či je formula ϕ_i pravdivá pri valuácií premenných \vec{v} .

11 Vyčísliteľné funkcie

1. 1. opravný termín skúšky 2017

Pomocou počiatočných funkcií a operátorov kombinácie, kompozície a primitívnej rekurzie vyjadrite funkciu:

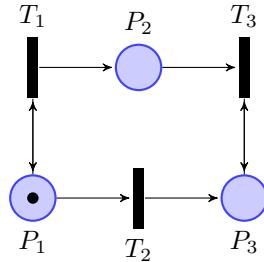
$$tplus(x, y) = x + 3y$$

Nepoužívajte žiadne ďalšie funkcie zavedené na prednáškach mimo počiatočných funkcií. Nepoužívajte zjednodušenú syntaxu zápisu funkcií - dodržujte presne definičný tvar operátorov kombinácie, kompozície a primitívne rekurzie.

12 Petriho siete

1. Riadny termín skúšky 2017

Definujte formálne P/T Petriho siete. V zhode s touto definíciou popíšte sieť na obrázku (všetky miesta majú neobmedzenú kapacitu). Ďalej popíšte množinu výpočtových postupností tejto Petriho siete ako jazyk nad množinou jej prechodov.



2. 1. opravný termín skúšky 2017

Pre P/T Petriho sieť $N = (P, T, F, W, K, M_0)$ definujte formálne:

- predpis pre výpočet nasledujúceho značenia M' zo značenia M pri prevediteľnom prechode t (tj. platí $M[t]M'$)
- množinu $[M_0]$ dosiahnuteľných značení siete N
- (zobecnenú) prechodovú funkciu $\sigma : [M_0] \times T^* \rightarrow [M_0]$

3. Riadny termín skúšky 2018

Definujte formálne P/T Petriho siete. V zhode s touto definíciou popíšte sieť na obrázku (všetky miesta majú neobmedzenú kapacitu). Ďalej zapíšte prevediteľnú postupnosť prechodov a odpovedajúcich značení, v ktorej sa vyskytujú všetky prechody (použite zavedenú notáciu $M[t]M'$).

