TIN - Študentská zbierka príkladov

16. januára 2019

Obsah

1 Chomského hierarchia **3**

2 Regulárne jazyky **3**

3 Bezkontextové jazyky **4**

4 Algoritmy **7**

5 Uzáverové vlastnosti **8**

6 Turingove stroje **9**

7 Diagonalizácia **9**

8 Redukcie, rekurzívne a rekurzívne vyčísliteľné jazyky **10**

9 Zložitosť **11**

10 NP problémy, polynomiálna redukcia **12**

11 Vyčíslitelné funkcie **13**

12 Petriho siete **13**

1 Chomského hierarchia

1. 1. opravný termín skúšky 2017

   Formálne definujte pojem gramatika a pre každú triedu Chomského hierarchie uveďte typ gramatiky generujúcu jazyky tejto triedy.

2. 2. opravný termín skúšky 2017

   Uvažujte Chomského hierarchiu jazykov rozšírenú o triedu rekurzívnych jazykov a triedu deterministických bezkontextových jazykov. Pre každú triedu tejto klasifikácie uveďte a zdôvodnite, či je v tejto triede rozhodnuteľný, alebo čiastočne rozhodnuteľný, problém náležitosti (členstva) daného reťazca do jazyka.

2 Regulárne jazyky

Pro deterministický konečný automat $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, kde δ je definována jako

$$
\begin{array}{lll}
\delta(q_0, a) = q_1, & \delta(q_0, b) = q_0, & \delta(q_0, c) = q_0, \\
\delta(q_1, a) = q_2, & \delta(q_1, b) = q_0, & \delta(q_1, c) = q_0, \\
\delta(q_2, a) = q_2, & \delta(q_2, b) = q_3, & \delta(q_2, c) = q_0, \\
\delta(q_3, a) = q_3, & \delta(q_3, b) = q_3, & \delta(q_3, c) = q_3,
\end{array}
$$

zapište jazyk $L(A)$ ve tvaru regulárního výrazu. Dále sestrojte pravou lineární gramatiku G, pro kterou platí, že $L(G) = L(A)$.

Čas: 60 minut

Uvažme následující problém P: pro nedeterministický konečný automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ rozhodněte, zda je jazyk $L(A)$ nekonečný.

a) Zapište stručně hlavní myšlenku algoritmu, který řeší problém P.

b) Na základě přechodové funkce δ zapište formálně binární relaci $R_\delta \subseteq Q \times Q$, která popisuje, zda je v automatu A možný (přímý) přechod mezi danou dvojicí stavů (p, q). Na základě této relace a jejích uzávěrů zapište predikát, který rozhoduje problém P.

c) Demonstrujte použití tohoto predikátu na automatu $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, kde δ je definována jako

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a) &= \{q_1, q_2\}, \\
\delta(q_1, a) &= \{q_1, q_2\}, \\
\delta(q_2, a) &= \emptyset.
\end{aligned}
$$

Formálně definujte *nedeterministický konečný automat*, jeho *konfiguraci*, *relaci přechodu* mezi konfiguracemi a *jazyk přijímaný* tímto automatem. (40 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 = \#_b(w) \bmod 2\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a mod značí operaci modulo, je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Formálně zapište obecný tvar soustavy rovnic nad regulárními výrazy ve standardním tvaru. Dále uvažte jazyk generovaný gramatikou $G = (\{X,Y\},\{x,y\},P,X)$, kde P je tvořena pravidly

$$\begin{array}{ll} X \rightarrow & xyX \mid xxY \mid \epsilon \\ Y \rightarrow & yY \mid x \end{array}$$

Sestavením příslušné soustavy rovnic nad regulárními výrazy ve standardním tvaru a jejím řešením vyjádřete jazyk $L(G)$. (40 bodů)

Poznámka: Preferované řešení nepřevádí G na ekvivalentní konečný automat.

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w) \quad \vee \quad \#_c(w) \geq 2\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w, je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Rozhodněte a dokažte, zda je následující jazyk regulární

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) \wedge \#_b(w) \leq 2\}.$$

(40 bodů)

Poznámka: $\#_x(w)$ značí počet symbolů x v řetězci w. Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

Formálně definujte *gramatiku typu 3*, *relaci přímé derivace* a *jazyk generovaný* touto gramatikou. (30 bodů)

Rozhodněte a dokažte, zda jazyk

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 < \#_a(w) \bmod 3\},$$

kde $\#_x(w)$ značí počet znaků x v řetězci w a mod značí operaci modulo, je regulární. (40 bodů)

Poznámka: Při dokazování, že je jazyk regulární, stačí uvést odpovídající gramatiku či automat. Při dokazování, že jazyk není regulární, použijte Pumping Lemma.

3 Bezkontextové jazyky

1. 2. priebežný test 2018

Formálne zapíšte Pumping lemma pre bezkontextové jazyky.

2. 2. priebežný test 2018

   Rozhodnite a dokážte, či jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ je bezkontextový:

   $L = \{c^i w \mid i > 0 \wedge \#_a(w) \leq 3 * \#_b(w)\} \cap \{c^i ww \mid i \geq 0 \wedge w \in \{a, b\}^*\}$

   kde $\#_x(w)$ označuje počet znakov x v reťazci w.

3. 2. priebežný test 2018

   Pre deterministický zásobníkový automat (DZA) $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ formálne definujte tvar prechodovej funkcie δ a konfiguráciu automatu M.

4. 2. priebežný test 2018

   Nech $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je DZA. Dokážte, že jazyk

   $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L(M) \wedge w \text{ obsahuje podreťazec } ab\}$

   je deterministický bezkontextový jazyk (je možné sa odkázať na vlastnosti bezkontextových jazykov z prednášky).

5. Riadny termín skúšky 2017

   Ukážte, že pre jazyk

   $L = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

   kde w^R označuje reverzáciu reťazca w, platí Pumping Lemma pre bezkontextové jazyky pre hodnotu $k = 3$ (k je konštanta z Pumping Lemma).

6. Riadny termín skúšky 2017

   Navrhnite bezkontextovú gramatiku pre jazyk

   $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 0\}$

7. Riadny termín skúšky 2017

   Formálne definujte bezkontextovú gramatiku, priamu deriváciu, reláciu derivácie a jazyk generovaný touto gramatikou.

8. 1 opravný termín skúšky 2017

   Formálne definujte (nedeterministický) zásobníkový automat, jeho konfiguráciu, reláciu prechodu medzi konfiguráciami a jazyk prijímaný týmto automatom.

9. 1 opravný termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či nasledujúce jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ sú bezkontextové:

   $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid (w = zcz^R \wedge z \in \{a, b\}^*) \vee \#_a(w) = \#_b(w)\}$

   $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid (w = zcz^R \wedge z \in \{a, b\}^*) \wedge \#_a(w) = \#_b(w)\}$

   kde $\#_x(w)$ označuje počet znakov x v reťazci w a w^R označuje reverzáciu reťazca w.

10. 2 opravný termín skúšky 2017

    Rozhodnite a dokážte, či je nasledujúci jazyk bezkontextový.

    $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) + \#_c(w) \leq \#_b(w) + \#_c(w)\}$

    Poznámka: Pri dokazovaní, že je jazyk bezkontextový, stačí uviesť odpovedajúcu gramatiku alebo automat. Pri dokazovaní, že jazyk nie je bezkontextový, použite Pumping Lemma.

11. Riadny termín skúšky 2018

    Formálne definujte nedeterministický zásobníkový automat, jeho konfiguráciu, reláciu prechodu a jazyk prijímaný týmto automatom.

12. Riadny termín skúšky 2018

    Navrhnite bezkontextovú gramatiku pre jazyk

    $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0 \wedge (i \geq 3j \vee 2i \leq k)\}$

13. Riadny termín skúšky 2018

    Ukážte, že pre jazyk

    $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$

    kde $\#_x(w)$ označuje počet znakov x v reťazci w, platí Pumping Lemma pre bezkontextové jazyky pre hodnotu $k = 2$ (k je konštanta z Pumping Lemma).

14. Riadny termín skúšky 2018

    Nech $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ je nedeterministický zásobníkový automat. Popíšte konštrukciu nedeterministického zásobníkového automatu M', pre ktorý platí:

    $L(M') = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L(M) \wedge \#_a(w) \bmod 3 \neq 0\}$

Uvažujme gramatiku $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ s pravidly P:

$$S \rightarrow aSB \mid ASb \mid aa$$
$$A \rightarrow aAa \mid B$$
$$B \rightarrow bb \mid A$$

i) Sestrojte (systematickým postupem z přednášky) a formálně zapište zásobníkový automat M, takový, že $L(G) = L(M)$, který modeluje syntaktickou analýzu shora dolů.

ii) Zapište posloupnost konfigurací stroje M pro vstupní řetězec $bbaab$.

(40 bodů)

Pro bezkontextový jazyk

$$L = \{a^n b^m c^{3n} \mid n > 0 \wedge m \text{ je liché } \},$$

sestrojte a formálně zapište (ve shodě s definicí)

a) bezkontextovou gramatiku G takovou, že $L(G) = L$,

b) zásobníkový automat A takový, že $L(A) = L$.

Přesně a formálně definujte gramatiky typu 0 a typu 2. Nechť $G_1 = (N_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$ a $G_2 = (N_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$ jsou gramatiky typu 2 a $N_1 \cap N_2 = \emptyset$. Sestrojte gramatiky $G_\bullet$, G_* a $G_\cup$ typu 2 takové, že

a) $L(G_\bullet) = L(G_1) \cdot L(G_2)$,

b) $L(G_*) = L(G_1)^*$,

c) $L(G_\cup) = L(G_1) \cup L(G_2)$.

4 Algoritmy

1. Riadny termín skúšky 2016

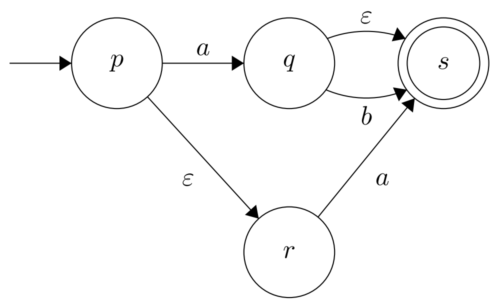
   Definujte sústavu rovníc nad regulárnymi výrazmi v štandardnom tvare. Ďalej uvažujte obecnú lineárnu gramatiku G. Popíšte formálne algoritmus nájdenia regulárneho výrazu R takého, že $L(G) = L(R)$, bez toho, aby bolo potrebné ku gramatike G vytvárať ekvivalentný konečný automat a/alebo gramatiku G transformovať. Algoritmus nájdenia regulárneho výrazu ilustrujte na príklade netriviálnej (s rekurziou, aspoň 2 nonterminály a 4 pravidla) pravej lineárnej gramatiky G, ktorá nie je regulárna.

2. Riadny termín skúšky 2017

   Zapíšte algoritmus (vrátane výpočtu množiny neterminálov $N_t = \{A \mid A \Rightarrow^+ \varepsilon\}$), ktorý danú bezkontextovú gramatiku transformuje na jazykovo ekvivalentnú bezkontextovú gramatiku bez epsilon pravidiel.

3. 1. opravný termín skúšky 2017

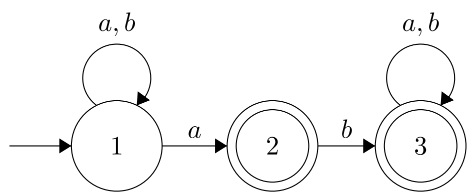
   Formálne definujte pojem ε-uzáver stavu RKA (rozšíreného konečného automatu, tj. nedeterministického automate s ε prechodmi) a formálne zapíšte algoritmus, ktorý v polynomiálnom čase prevedie vstupný RKA na nedeterministický konečný automat bez ε prechodov (NKA). Ďalej uvažujte nasledujúci RKA A:



Pomocou zapísaného algoritmu preveďte A na jazykovo ekvivalentný NKA (t.j. bez ε prechodov).

4. 2. opravný termín skúšky 2017, Riadny termín skúšky 2018

   Zapíšte algoritmus, ktorý daný nedeterministický konečný automat bez ε prechodov prevedie na jazykovo ekvivalentný konečný automat. Algoritmus demonštrujte na automatu uvedenom nižšie.



5 Uzáverové vlastnosti

1. 2. priebežný test 2018

   Rozhodnite a dokážte, či platia nasledujúce tvrdenia ($\mathcal{L}_2$ značí triedu všetkých bezkontextových jazykov a $\mathcal{L}_3$ značí triedu regulárnych jazykov):

   - $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 : \forall L_2 \in \mathcal{L}_2 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_2$
   - $\exists L_1 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : \forall L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$
   - Trieda bezkontextových jazykov nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ je uzavrená vzhľadom k binárnej operácii $\circ$ definovanej nasledovne:
     $L_1 \circ L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid (w \in L_1 \wedge w \in L_2) \vee |w| > 1\}$

2. Riadny termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či pre jazyky nad abecedou Σ platí:

   $\forall L_1 \in \mathcal{L}_3 : \exists L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$

   kde $\mathcal{L}_3$ a $\mathcal{L}_2$ značia triedu regulárnych resp. bezkontextových jazykov.

3. 1. opravný termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či pre jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ platí:

- $\forall L \in \mathcal{L}_3 : |L| = \infty \rightarrow \Diamond L \in \mathcal{L}_2$
- $\forall L \in \mathcal{L}_3 : |L| = \infty \rightarrow \Diamond L \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$

kde $\Diamond L = \{w \in L \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w)\}$

4. 1. opravný termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či pre jazyky nad abecedou Σ platí:

   $\forall L_1 \in \mathcal{L}_3 : \exists L_2 \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3 : L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3$

   $\mathcal{L}_3$ a $\mathcal{L}_2$ značia triedu regulárnych resp. bezkontextových jazykov.

5. Riadny termín skúšky 2018

   Nech $\mathcal{L}_{CK}$ značí triedu co-konečných jazykov, ktorých komplement je konečný. Rozhodnite a dokážte, či platí:

   $\forall L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{CK}$ je jazyk $L_1 \cdot L_2$ regulárny

6. 2. opravný termín skúšky 2017

   Nech $\mathcal{L}_{DBJ}$ značí triedu deterministických bezkontextových jazykov a $\mathcal{L}_3$ triedu regulárnych jazykov. Rozhodnite a dokážte, či platí:

   $\exists L_1 \in \mathcal{L}_{DBJ} : \exists L_2 \in \mathcal{L}_3 : L_1 \cap L_2 \notin \mathcal{L}_{DBJ}$

6 Turingove stroje

1. 2. priebežný test 2017

   Definujte prechodovú funkciu NTS, reťazec prijímaný TS, jazyk prijímaný TS. TS zadaný prechodovou funkciou má na vstupe ΔabcaΔ^w. Doplňte 4 pravidlá tak, aby výstup bol ΔacbaΔ^w.

2. 2. priebežný test 2018

   Pre deterministický Turingov stroj $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_f)$ formálne definujte tvar prechodovej funkcie δ, konfiguráciu stroja M a reláciu prechodu $\vdash_M$ medzi konfiguráciami.

3. 2. priebežný test 2018

   Zostrojte a formálne zapíšte deterministický Turingov stroj M o najviac 4 stavoch a 4 prechodoch tak, aby platilo $(q_0, \Delta a^i \Delta^w, 0) \vdash^*{}_M (q_f, \Delta b^i \Delta^w, n)$, kde i,n $\geq$ 0.

7 Diagonalizácia

1. 1. opravný termín skúšky 2017

   Pomocou techniky diagonalizácie dokážte, že existuje jazyk, ktorý nie je rekurzívne vyčísliteľný.

2. Riadny termín skúšky 2016

   Dokážte, že existuje totálna funkcia $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, ktorá nie je primitívne rekurzívna.

8 Redukcie, rekurzívne a rekurzívne vyčísliteľné jazyky

1. Riadny termín skúšky 2017

   Formálne definujte pojem redukcie jazyka L_1 na jazyk L_2 a zapíšte príslušné tvrdenia (implikácie) pre určovanie rozhodnuteľnosti resp. nerozhodnuteľnosti jazykov.

2. Riadny termín skúšky 2017

   Rozhodnete a dokážte, či sú rekurzívne vyčísliteľné jazyky uzavreného vzhľadom k operácii pozitívna iterácia $+$.

3. Riadny termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či existuje rekurzívne vyčísliteľný jazyk L_1 a rekurzívny jazyk L_2, pre ktoré platí $L_2 \leq L_2$ (tj. L_1 sa redukuje na L_2).

4. 1. opravný termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či existuje jazyk L, ktorý nie je rekurzívny, ale je rekurzívne vyčísliteľný, a jeho doplnok $\overline{L}$ je tiež rekurzívne vyčísliteľný.

5. Riadny termín skúšky 2016

   Rozhodnite a dokážte, či jazyk:

   $L_1 = \{\langle M \rangle \mid \exists w \in \Sigma^*$ také, že M zastaví na $w\}$ je rekurzívny $L_2 = \{\langle M \rangle \mid \exists w \in \Sigma^*$ také, že M nezastaví na w behom 17 krokov$\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

   $\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja so vstupnou abecedou Σ

6. Riadny termín skúšky 2017

   Pre abecedu $\Sigma = \{a, b\}$ rozhodnite a dokážte, či:

   $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj taký, že $|L(M) \cap \{a, b\}| = 1\}$ je rekurzívny

   $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj taký, že $|L(M) \cap \{a, b\}| \geq 1\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

   $L_3 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj, pre ktorý platí, že existuje $w \in \{a, b\}^{42}$ také, že M zastaví na w do $|w|$ krokov$\}$ je rekurzívny

   Poznámka: $\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja M.

7. 1. opravný termín skúšky 2017

   $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj taký, že $L(M)$ je bezkontextový jazyk$\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

   $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj taký, že $|L(M)| \geq 3\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

   Poznámka: $\langle M \rangle$ označuje kód Turingovho stroja M.

8. Riadny termín skúšky 2018

   Definujte triedu rekurzívnych a rekurzívne vyčísliteľných jazykov. Ďalej pre každú triedu uveďte jazyk, ktorý do danej triedy patrí, a jazyk, ktorý do triedy nepatrí.

9. Riadny termín skúšky 2018

   Definujte jazyk L_{HP}, ktorý špecifikuje problém zastavenia. Ďalej rozhodnite a dokážte, či existuje rekurzívny jazyk L, pre ktorý platí, že $L \leq L_{HP}$ (tj. L sa redukuje na L_{HP}).

10. Riadny termín skúšky 2018

    Pre abecedu $\Sigma = \{a, b\}$ rozhodnite a dokážte, či:

    $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj taký, že $|L(M)| > |\Sigma|\}$ je rekurzívny

    $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M$ je Turingov stroj, pre ktorý platí, že $\exists w \in L(M) : |w| > |\langle M \rangle|\}$ je rekurzívne vyčísliteľný

    Poznámka: $\langle M \rangle$ označuje reťazec, ktorý kóduje Turingov stroj M. V dôkazoch stačí uviesť hlavnú myšlienku redukcie či konštrukcie požadovaného Turingovho stroja.

9 Zložitosť

1. Riadny termín skúšky 2017

   Definujte formálne časovú zložitosť Turingových strojov a triedu jazykov $DTIME[n^5]$.

2. Riadny termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či platí:

   $n^3 \in \mathcal{O}(10n^2 + 100)$

   $10n^2 + 100 \in \mathcal{O}(n^3)$

3. Riadny termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či platí:

   $L_1, L_2 \in DTIME[n^3] \Rightarrow \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\} \in NTIME[n^3]$

4. 1. opravný termín skúšky 2017

   Definujte formálne:

- pre funkciu $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ množinu $\mathcal{O}(f(n))$
- priestorovú zložitosť nedeterministických Turingových strojov

5. 1. opravný termín termín skúšky 2017

   Rozhodnite a dokážte, či platí:

   $L \in DTIME[n^4] \Rightarrow \{u_1, u_2 \dots u_k \mid k \geq 1, \forall 1 \leq i \leq k : u_i \in L\} \in NTIME[n^4]$

6. Riadny termín skúšky 2018

   Formálne definujte:

   - priestorovú zložitosť nedeterministických Turingových strojov, ktorý prijíma jazyk L
   - asymptotické horné obmedzenie funkcie $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ (tj. $\mathcal{O}(f(n))$
   - triedu jazykov $NSPACE[2^n]$

7. Riadny termín skúšky 2018

   Pre $\Sigma = \{a, b, c\}$ rozhodnite a dokážte, či platí:

   $L \in DTIME[n^5] \Rightarrow \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in L$ také, že w' je podslovo slova $w\} \in DTIME[n^7]$

10 NP problémy, polynomiálna redukcia

1. Riadny termín skúšky 2017

   Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný a dokážte, že nasledujúci jazyk je NP-úplný:

   $L = \{(\phi_1, \phi_2) \mid \phi_1, \phi_2$ sú výrokové formule v konjunktívnej normálnej forme, pre ktoré existujú dve rôzne valuácie premenných v_1 a v_2 také, že $\phi_1(v_1) \neq \phi_2(v_1) \wedge \phi_1(v_2) \neq \phi_2(v_2)\}$

   Poznámka: $\phi_i(v_i) \in \{true, false\}$ označuje, či je formula ϕ_i pravdivá pri valuácií premenných v_i.

2. 1. opravný termín skúšky 2017

   Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný a dokážte, že nasledujúci jazyk je NP-úplný:

   $L = \{(\phi, n) \mid \phi$ je výroková formula nad premennými $x_1, \dots, x_k$ v konjunktívnej normálnej forme, $n \in \mathbb{N}_{\not{0}}$ a naviac platí, že existuje valuácia v premenných $x_1, \dots, x_k$, ktorá splňuje ϕ, a pre ktorú platí $E(v) \geq n\}$,

   kde $E(v) \in \mathbb{N}$ značí číslo, ktorého binárny zápis $n_1, \dots, n_k$ je definovaný nasledovným spôsobom:

   $$n_i = \begin{cases} 0 & \text{ak } v(x_i) = true \\ 1 & \text{ak } v(x_i) = false \end{cases}$$

3. Riadny termín skúšky 2018

   Definujte formálne, kedy je jazyk NP-úplný. Ďalej uveďte hlavnú myšlienku dôkazu, že jazyk L definovaný nižšie je NP-úplný:

   $L = \{(\phi_1, \phi_2) \mid \phi_1, \phi_2$ sú výrokové formule v konjunktívnej normálnej forme, pre ktoré existuje valuácia premenných $\vec{v}$ taká, že $\phi_1(\vec{v}) \neq \phi_2(\vec{v})\}$

   Poznámka: $\phi_i(\vec{v}) \in \{true, false\}$ označuje, či je formula ϕ_i pravdivá pri valuácií premenných $\vec{v}$.

11 Vyčíslitelné funkcie

1. 1. opravný termín skúšky 2017

   Pomocou počiatočných funkcií a operátorov kombinácie, kompozície a primitívnej rekurzie vyjadrite funkciu:

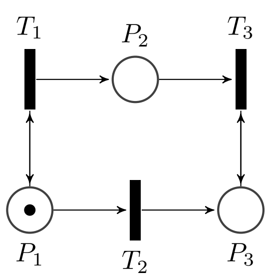
   $tplus(x, y) = x + 3y$

   Nepoužívajte žiadne ďalšie funkcie zavedené na prednáškach mimo počiatočných funkcií. Nepoužívajte zjednodušenú syntax zápisu funkcií - dodržujte presne definičný tvar operátorov kombinácie, kompozície a primitívne rekurzie.

12 Petriho siete

1. Riadny termín skúšky 2017

   Definujte formálne P/T Petriho siete. V zhode s touto definíciou popíšte sieť na obrázku (všetky miesta majú neobmedzenú kapacitu). Ďalej popíšte množinu výpočtových postupností tejto Petriho siete ako jazyk nad množinou jej prechodov.

2. 1. opravný termín skúšky 2017

   Pre P/T Petriho sieť $N = (P, T, F, W, K, M_0)$ definujte formálne:

   - predpis pre výpočet nasledujúceho značenia M' zo značenia M pri prevediteľnom prechode t (tj. platí $M[t\rangle M'$)
   - množinu $[M_0\rangle$ dosiahnuteľných značení siete N
   - (obecnú) prechodovú funkciu $\delta : [M_0\rangle \times T^* \to [M_0\rangle$

3. Riadny termín skúšky 2018

   Definujte formálne P/T Petriho siete. V zhode s touto definíciou popíšte sieť na obrázku (všetky miesta majú neobmedzenú kapacitu). Ďalej zapíšte prevediteľnú postupnosť prechodov a odpovedajúcich značení, v ktorej sa vyskytujú všetky prechody (použite zavedenú notáciu $M[t\rangle M'$).