MAIS UM CURSO DE JAVA E PROGRAMAÇÃO ORIENTADA A OBJETOS QUE NINGUÉM PEDIU

COM INTRODUÇÃO À ENGINE DE JOGOS JSGE E EXERCÍCIOS CRIATIVOS

ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO COMPARATIVOS

PROF. DR. DAVID BUZATTO

PRINCIPAIS ALGORITMOS DE ORDENAÇÃO COMPARATIVOS

- Selection Sort
- Insertion Sort

Bubble Sort

Elementares

Shell Sort

- Merge Sort
- Quick Sort

Heap Sort

Não Elementares

- Ordenação por Seleção (Selection Sort)
 - Divisão dos dados em duas sequências:
 - Ordenada e não-ordenada.



- Iteração: procurar pelo menor elemento da sequência não-ordenada e concatená-lo na sequência ordenada;
- Os valores dos dados não interferem na execução do algoritmo.

- In-place? Sim
- Estável? Não
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n^2)$
 - Caso médio: $O(n^2)$
 - Melhor caso: $O(n^2)$

```
public static void sort( int[] array ) {
    int length = array.length;
    for ( int i = 0; i < length; i++ ) {
        int min = i;
        for ( int j = i + 1; j < length; j++ ) {
            if ( array[j] < array[min] ) {</pre>
                min = j;
        swap( array, i, min );
```

índice da sequência ordenada

índice da sequência não-ordenada

min

índice do menor elemento na sequência não-ordenada

```
public static void swap( int[] array, int p1, int p2 ) {
   int temp = array[p1];
   array[p1] = array[p2];
   array[p2] = temp;
}
```

SELECTION SORT ESTABILIDADE

i	min	0	1	2
0	2	Bı	B ₂	Α
1	1	А	B ₂	Bı
2	2	А	B ₂	B_1
		Α	B ₂	Bı

ESTABILIDADE

• Aplicação típica: primeiro ordenar por nome, depois ordenar por seção.

selectionSort(a, porNome)

Andrews	3	Α	664-480-0023	097 Little
Battle	4	С	874-088-1212	121 Whitman
Chen	3	Α	991-878-4944	308 Blair
Fox	3	Α	884-232-5341	11 Dickinson
Furia	1	Α	766-093-9873	101 Brown
Gazsi	4	В	766-093-9873	101 Brown
Kanaga	3	В	898-122-9643	22 Brown
Rohde	2	Α	232-343-5555	343 Forbes

selectionSort(a, porSeção)

Furia	1	Α	766-093-9873	101 Brown
Rohde	2	Α	232-343-5555	343 Forbes
Chen	3	Α	991-878-4944	308 Blair
Fox	3	Α	884-232-5341	11 Dickinson
Andrews	3	Α	664-480-0023	097 Little
Kanaga	3	В	898-122-9643	22 Brown
Gazsi	4	В	766-093-9873	101 Brown
Battle	4	С	874-088-1212	121 Whitman

• Alunos da seção 3 não estão mais ordenados por nome!

ESTABILIDADE

• Uma ordenação estável, preserva a ordem relativa dos itens com mesma chave.

- Ordenação por Inserção (Insertion Sort)
 - Divisão dos dados em duas sequências:
 - Ordenada e não-ordenada.



- Iteração: inserir o primeiro elemento da sequência não-ordenada na sequência ordenada;
- Os valores dos dados interferem na execução do algoritmo.

- In-place? Sim
- Estável? Sim
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n^2)$
 - Caso médio: $O(n^2)$
 - Melhor caso: O(n)

```
public static void sort( int[] array ) {
    int length = array.length;
    for ( int i = 1; i < length; i++ ) {
        int j = i;
        while ( j > 0 && array[j-1] > array[j] ) {
            swap( array, j-1, j );
            j--;
        }
    }
}
```

índice da sequência ordenada

índice da sequência não-ordenada

INSERTION SORT ESTABILIDADE

i	j	0	1	2	3	4
0	0	Bı	Αı	A_2	A_3	B ₂
1	0	A_1	Bı	\mathbb{A}_2	A_3	B ₂
2	1	A_1	A ₂	Bı	A_3	B ₂
3	2	A_1	A_2	A_3	B_1	B ₂
4	4	A_1	A ₂	A ₃	Bı	B ₂
		Aı	A ₂	A ₃	Bı	B ₂

- Ordenação por "Flutuação" (Bubble Sort)
 - Aplicação sucessiva de comparações entre vizinhos (na prática também separa a sequência em duas partes: ordenada e não-ordenada).



- Iteração: percorrer toda a sequência não-ordenada comparando todos os vizinhos e trocando de posição quando necessário. No final, o menor elemento poderá ser concatenado na sequência ordenada;
- Os valores dos dados interferem na execução do algoritmo.

- In-place? Sim
- Estável? Sim
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n^2)$
 - Caso médio: $O(n^2)$
 - Melhor caso: O(n)

```
public static void sort( int[] array ) {
    int length = array.length;
    int i = 0;
    boolean swapped;
    do {
        swapped = false;
        for ( int j = length - 1; j > i; j-- ) {
            if ( array[j-1] > array[j] ) {
                swap( array, j-1, j );
                swapped = true;
        i++;
    } while ( swapped && i < length );</pre>
```

i

índice da sequência ordenada

i

índice da sequência não-ordenada

swapped

indica se houve ou não troca

- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).





- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



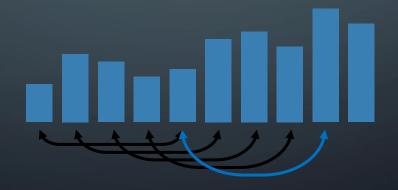
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



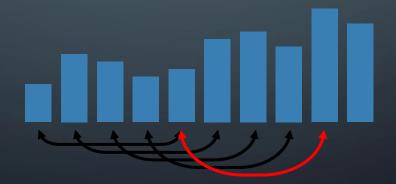
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



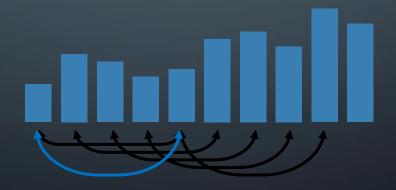
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



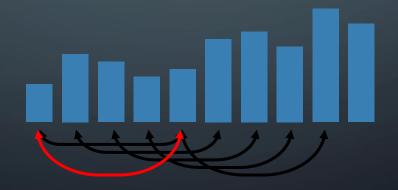
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



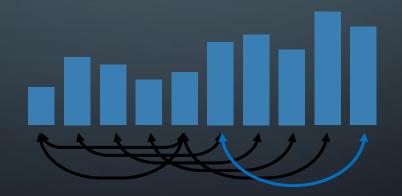
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



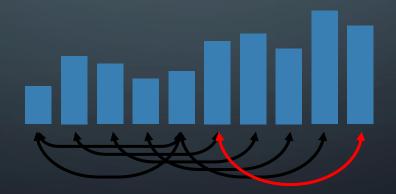
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



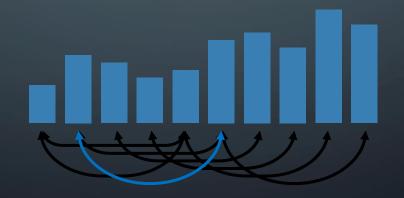
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



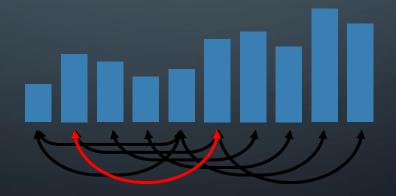
- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Ordenação Shell (Shell Sort):
 - ullet Percorrer a sequência e mover os elementos mais de uma posição por comparação (h-sorting);
 - ullet Decrementar o valor de h e repetir o processo;
 - Inventado por Donald Shell (1959).



- Os valores dos dados interferem na execução do algoritmo;
- A sequência de espaçamento interfere na execução do algoritmo;
- In-place? Sim
- Estável? Não
- Complexidade:

 - Caso médio: ?

 depende da sequência!
 - Melhor caso: O(n)

SHELL SORT

```
public static void sort( int[] array ) {
    int h = 1;
    int length = array.length;
    while ( h < length / 3 ) {</pre>
        h = 3 * h + 1; // 1, 4, 13, 40...
    while ( h >= 1 ) {
        for ( int i = h; i < length; i++ ){</pre>
            int j = i;
            while ( j >= h && array[j-h] > array[j] ) {
                swap( array, j-h, j );
                j = j - h;
        h = h / 3;
```

controla a iteração dentro de um espaçamento

controla a iteração dentro de uma seq. de comparação

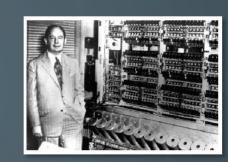
controla o espaçamento das sequências de comparações

SHELL SORT ESTABILIDADE

h	0	1	2	3	4
	Bı	B ₂	Вз	B4	Aı
4	A_1	B ₂	B ₃	B ₄	Bı
1	A_1	B_2	B_3	B ₄	B_1
	A_1	B ₂	Вз	B ₄	Bı

- Ordenação por intercalação (Merge Sort):
 - Dividir para conquistar;
 - Divisão da sequência em partes menores para facilitar a ordenação;
 - União de sequências menores já ordenadas, gerando sequências maiores ordenadas;
 - Inventado por John von Neumann em 1959 (EDVAC).

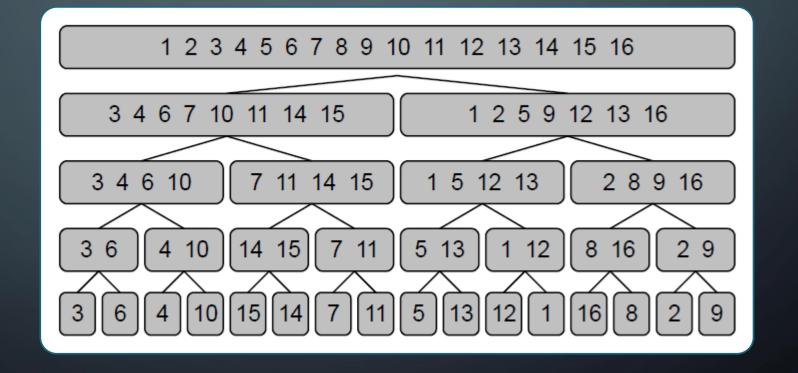






- Os valores dos dados não-interferem na execução do algoritmo;
- In-place? Não usa memória auxiliar!
- Estável? Sim
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n \lg n)$
 - Caso médio: $O(n \lg n)$
 - Melhor caso: $O(n \lg n)$

Árvore de divisão (árvore merge)



- Duas abordagens:
 - Top-Down (Recursiva);
 - Bottom-Up (Iterativa).

```
public static void sort( int[] array ) {
    int length = array.length;
    int[] tempMS = new int[length];
    topDown( array, 0, length - 1, tempMS );
}
private static void topDown( int[] array, int start, int end, int[] tempMS ) {
    int middle;
    if ( start < end ) {</pre>
        middle = ( start + end ) / 2;
        topDown( array, start, middle, tempMS ); // esquerda
        topDown( array, middle + 1, end, tempMS ); // direita
        merge( array, start, middle, end, tempMS ); // intercalação
```

start

início do intervalo que será ordenado

end

fim do intervalo que será ordenado

middle

meio do intervalo que será ordenado

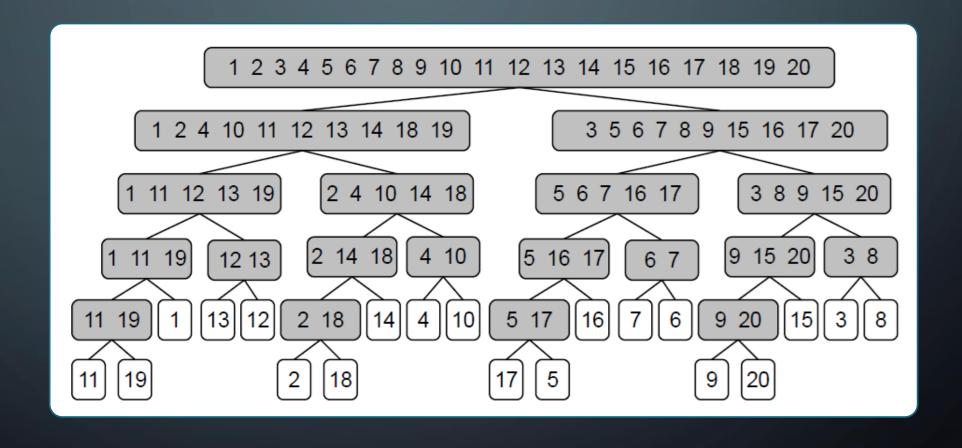
MERGE SORT INTERCALAÇÃO

```
private static void merge( int[] array, int start, int middle, int end, int[] tempMS ) {
    int i = start;
    int j = middle + 1;
    for ( int k = start; k <= end; k++ ) {
        tempMS[k] = array[k];
    for ( int k = start; k <= end; k++ ) {</pre>
        if ( i > middle ) {
            array[k] = tempMS[j++];
        } else if ( j > end ) {
            array[k] = tempMS[i++];
        } else if ( tempMS[j] < tempMS[i] ) {</pre>
            array[k] = tempMS[j++];
        } else {
            array[k] = tempMS[i++];
```

marca o início do intervalo que será intercalado

marca o limite do intervalo que será intercalado

usado para iterar entre o início e o fim



MERGE SORT BOTTOM-UP

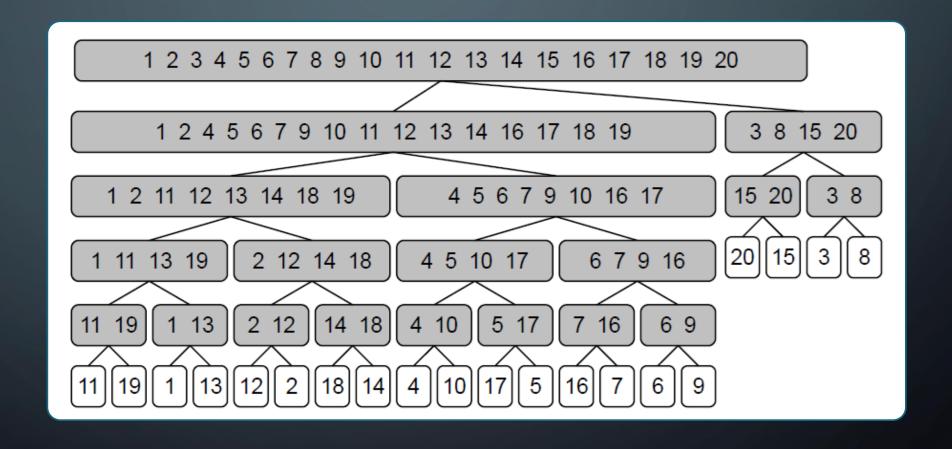
```
penúltimo...
public static void sort( int[] array ) {
    int length = array.length;
    int[] tempMS = new int[length];
    bottomUp( array, 0, length - 1, tempMS );
private static void bottomUp( int[] array, int start, int end, int[] tempMS ) {
   for ( int m = 1; m <= end; m *= 2 ) {
       for ( int i = start; i <= end - m; i += 2*m ) {</pre>
           merge( array, i, i+m-1, Math.min( i+2*m-1, end ), tempMS );
```

r

controla o espaçamento que é proporcional ao nível atual da árvore, ou seja, 1 para o último nível, 2 para o penúltimo, 4 para o antepenúltimo...

controla o início do intervalo que será ordenado

MERGE SORT BOTTOM-UP



MERGE SORT ESTABILIDADE

• A operação de intercalação (merge) é estável.

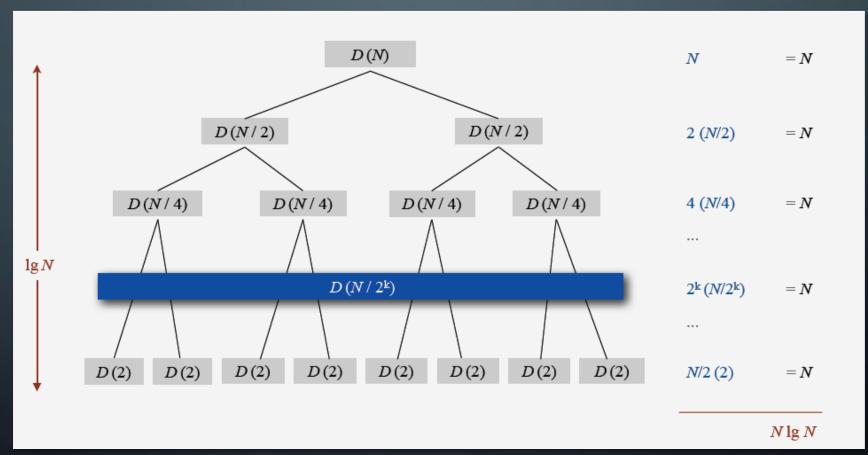
 0
 1
 2
 3
 4

 A1
 A2
 A3
 B
 D

 5
 6
 7
 8
 9
 10

 A4
 A5
 C
 E
 F
 G

MERGE SORT COMPLEXIDADE



k: nível da árvore

- Ordenação "Rápida" (Quick Sort):
 - Escolha de um elemento pivô;
 - Separação da sequência em duas partes:
 - Elementos menores que o pivô;
 - Elementos maiores que o pivô;
 - Pivô não precisa mais ser movido!
 - Inventado por Sir Charles A. R. Hoare
 - 1960 (estudante)
 - Turing Award de 1980



- In-place? Sim
- Estável? Não
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n^2)$ \leftarrow !!!
 - Caso médio: $O(n \lg n)$
 - Melhor caso: $O(n \lg n)$

```
public static void sort( int[] array ) {
    quickSort( array, 0, array.length - 1 );
private static void quickSort( int[] array, int start, int end ) {
    if ( start < end ) {</pre>
        // particionamento, calcula posição do meio
        int middle = partition( array, start, end );
        quickSort( array, start, middle - 1 ); // esquerda
        quickSort( array, middle + 1, end );  // direita
```

middle

marca o meio (relativo ao pivô)

esquerda

elementos menores que o pivô

direita

elementos maiores que o pivô

PARTICIONAMENTO

```
private static int partition( int[] array, int start, int end ) {
    int i = start;
    int j = end + 1;
    while ( true ) {
        while ( array[++i] < array[start] ) {</pre>
            if ( i == end ) {
                break;
        while ( array[--j] > array[start] ) {
            if ( j == start ) {
                break;
        if ( i >= j ) {
            break;
        swap( array, i, j );
    swap( array, start, j );
    return j;
```

start

posição do pivô ("primeiro" elemento)

iteração entre os elementos menores que o pivô

iteração entre os elementos maiores que o pivô

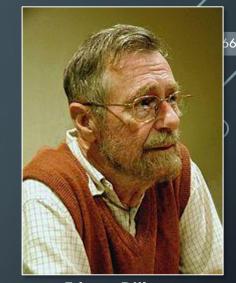
QUICK SORT ESTABILIDADE

i	j	0	1	2	3	
		Вı	Cı	C2	Aı	
1	3	Bı	C_1	C_2	A_1	
1	3	B_1	A_1	C_2	C_1	
0	1	A_1	B_1	C_2	C_1	

- Problemas:
 - Pior caso: $O(n^2) \leftarrow \parallel \parallel$
 - Solução? Melhorar a escolha do pivô!
 - Embaralhar o array antes de ordenar;
 - Mediana de uma amostra;
 - Posição randômica;
 - Chaves duplicadas? (bug encontrado na década de 1990)
 - Solução: Dijkstra 3-way partitioning

QUICK SORT 3-WAY

- Resolve o problema das chaves duplicadas, dividindo o array em três faixas:
 - menores iguais maiores
- Solução do "Dutch National Flag Problem" proposto por Edsger Dijkstra.



Edsger Dijkstra
Turing Award de 1972



>٧

>٧

max

antes V

durante <

depois

start

start

<V

min

QUICK SORT 3-WAY

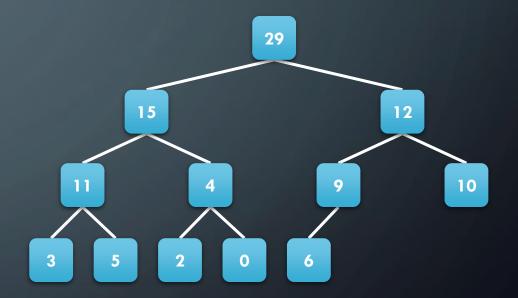
```
public static void sort( int[] array ) {
    quickSort3( array, 0, array.length - 1 );
public static void quickSort3( int[] array, int start, int end ) {
    if ( start < end ) {</pre>
        int min = start;
        int max = end;
        int i = start + 1;
        int v = array[start];
        while ( i <= max ) {</pre>
            if ( array[i] < v ) {</pre>
                swap( array, min++, i++ );
            } else if ( array[i] > v ) {
                swap( array, i, max-- );
            } else {
                i++;
        quickSort3( array, start, min - 1 );
        quickSort3( array, max + 1, end );
```

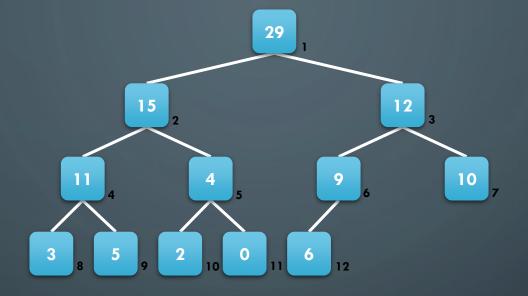
- Ordenação usando um Heap Binário (Heap Sort):
 - Critério de ordenação:
 - Max-Heap: Elemento pai sempre maior ou igual aos filhos;
 - Min-Heap: Elemento pai sempre menor ou igual aos filhos;
 - Chaves armazenadas nos nós;
 - Utilizaremos apenas:
 - Árvores binárias (até dois filhos);
 - Completa: elementos sem filhos apenas no último nível (e anterior, quando o último nível não está completo);
 - Max-heap;
 - Inventado por Robert W. Floyd e J. W. J. Williams em 1964;
 - Robert Floyd: Turing Award de 1978.

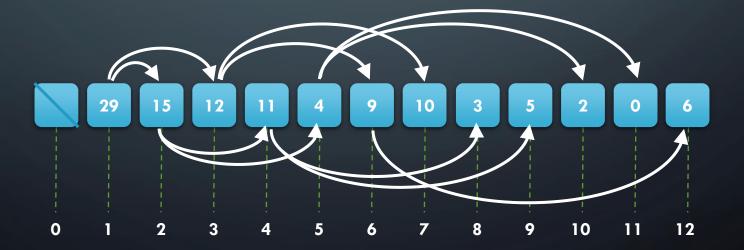




- Heap (monte) binário (árvore binária completa):
 - Armazenamento direto em array:
 - Raiz na posição 1;
 - Último elemento na posição tamanho 1;
 - Manipulação dos índices:
 - Pai: posição do filho / 2;
 - Filho da esquerda: posição do pai * 2;
 - Filho direita: posição do pai * 2 + 1.





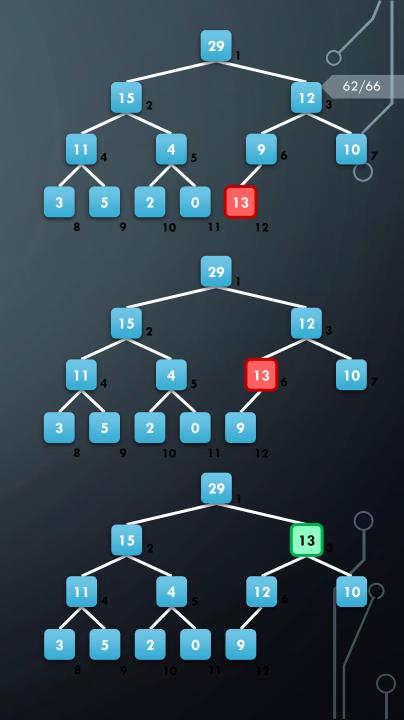


- Heap Binário Máximo (Max-Heap)
 - Invariante: chave do nó pai é sempre maior ou igual às chaves dos nós filhos;
- Elemento violando a invariante:
 - Chave do filho maior que a chave do pai:
 - O elemento precisa "subir" na árvore;
 - Bottom-up reheapify (swim → flutuar);
 - Chave do pai menor que a chave dos filhos (um ou dois):
 - O elemento precisa "descer" na árvore;
 - Top-down reheapify (sink → afundar).

HEAP SORT BOTTOM-UP REHEAPIFY

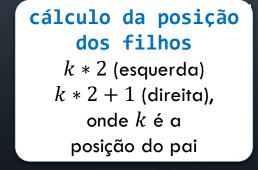
```
private static void swim( int[] array, int k ) {
    while ( k > 1 && array[k/2] < array[k] ) {
        swap( array, k/2, k );
        k = k / 2;
    }
}</pre>
```

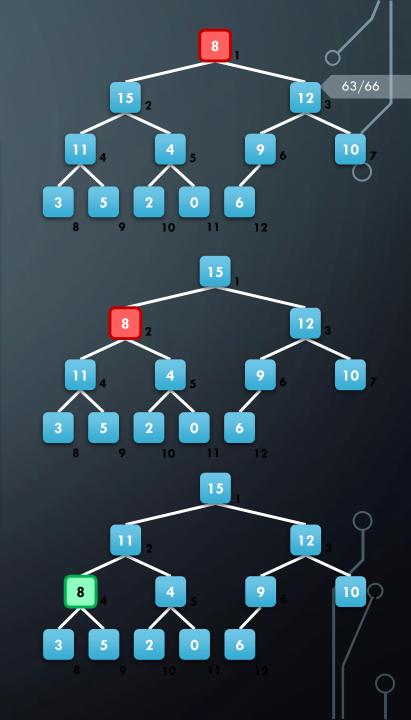
cálculo da posição do pai k/2, onde k é a posição do filho



HEAP SORT TOP-DOWN REHEAPIFY

```
private static void sink( int[] array, int k, int n ) {
    while ( 2*k <= n ) {
        int j = 2*k;
        if ( j < n && array[j] < array[j+1] ) {</pre>
            j++;
        if ( array[k] >= array[j] ) {
            break;
        swap( array, k, j );
        k = j;
```





- Ordenação utilizando a estrutura Heap;
- Duas etapas:
 - Construção da estrutura max-heap;
 - Ordenação pela concatenação dos valores máximos obtidos:
 - Iteração: removendo um elemento (maior) por vez do heap;
- Abordagem 1: da esquerda para a direita, adicionar um elemento por vez no heap à esquerda, utilizando o bottom-up;
- Abordagem 2 (mais eficiente): da direta para a esquerda, construir subárvores e unir cada uma delas, utilizando o top-down.

- In-place? Sim
- Estável? Não
- Complexidade:
 - Pior caso: $O(n \lg n)$
 - Caso médio: $O(n \lg n)$
 - Melhor caso: $O(n \lg n)$

HEAP SORT ABORDAGEM 2

```
public static void sort( int[] array ) {
    int n = array.length - 1;
    for ( int k = n/2; k >= 1; k-- ) {
        sink( array, k, n );
    }
    while ( n > 1 ) {
        swap( array, 1, n-- );
        sink( array, 1, n );
    }
}
```

