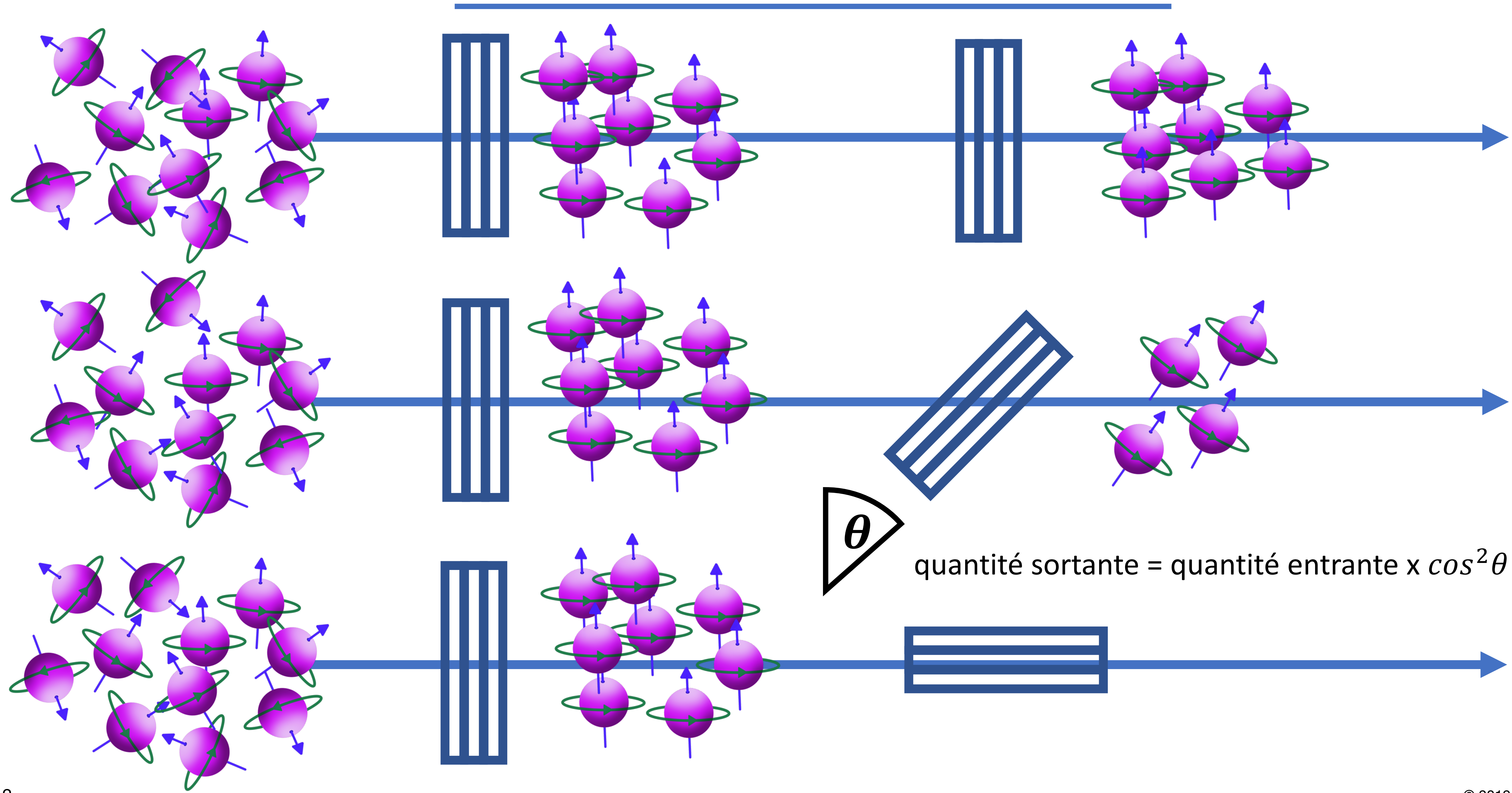
Qu'est-ce qu'un qubit ?

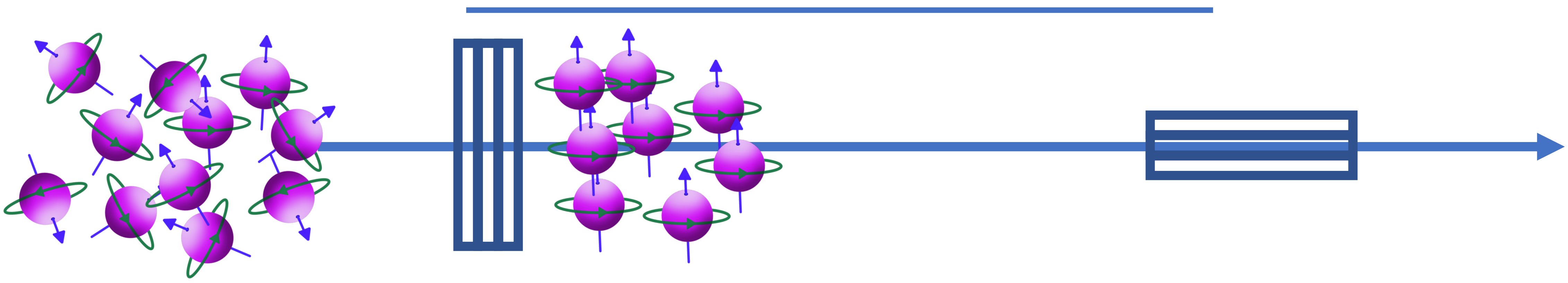
IBM Client Center Montpellier

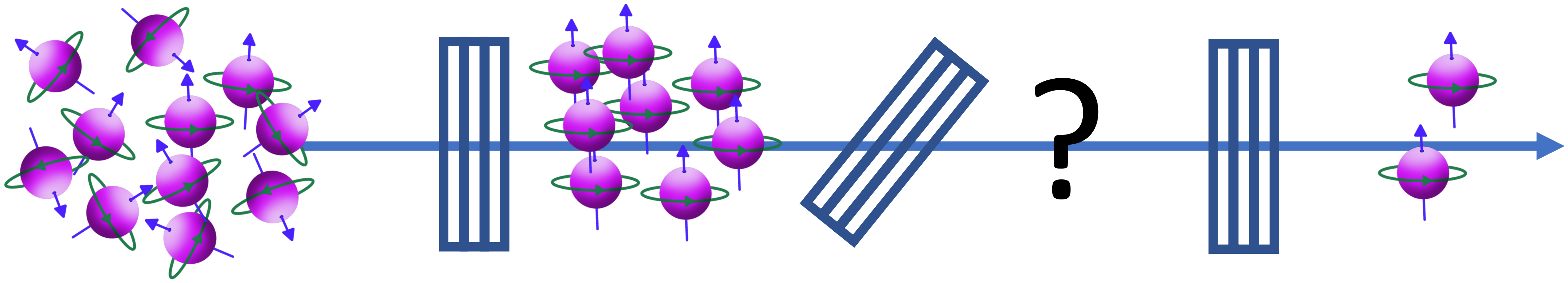
JM Torres | torresjm@fr.ibm.com | 2-4 décembre 2019

Photons polarisés (A)

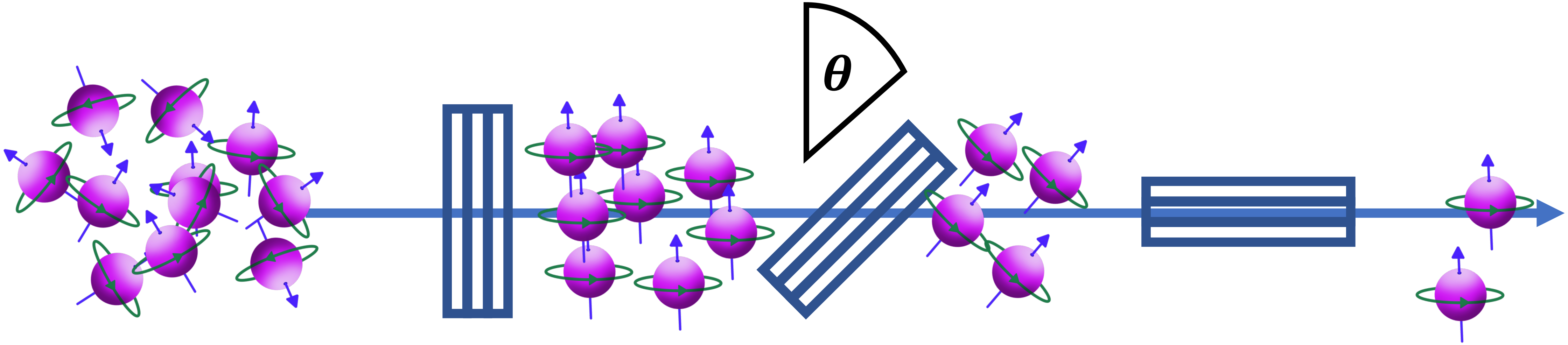


Photons polarisés (B)



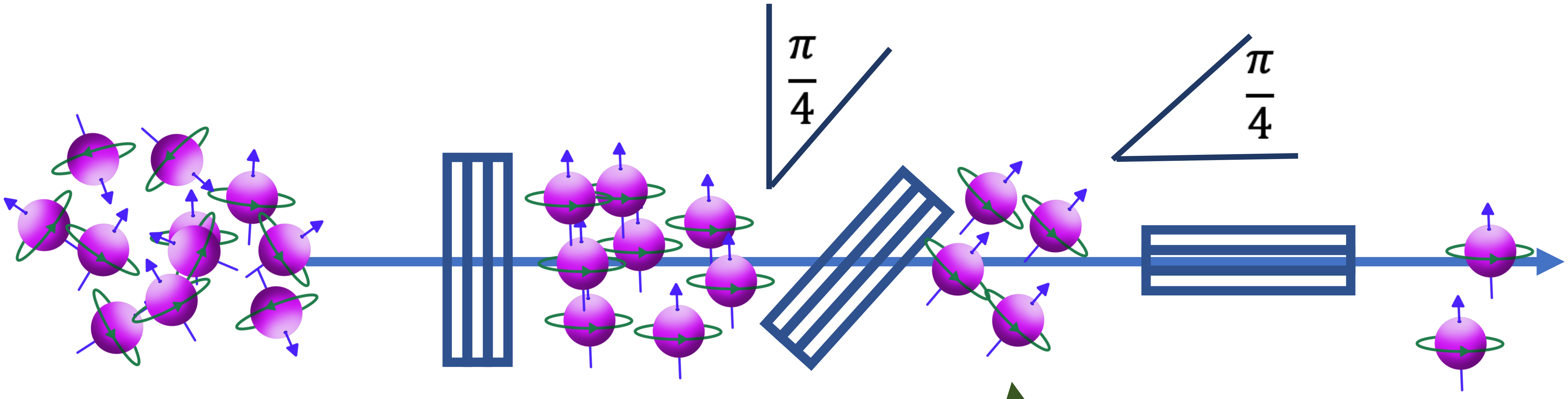


Photons polarisés (B)



θ quantité sortante = quantité entrante × $cos^2\theta$

Photons polarisés (B)

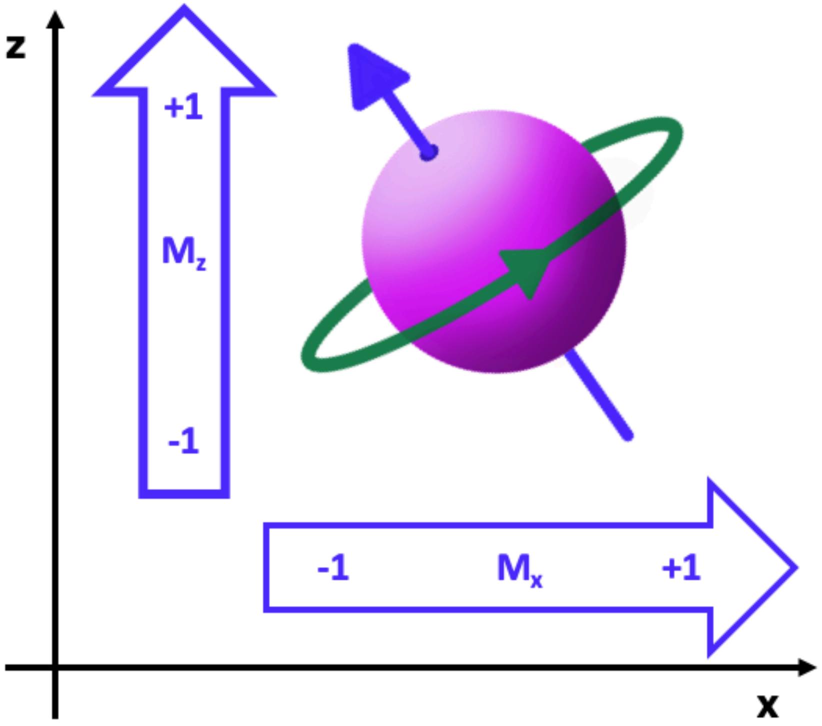


$$cos^2 \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

100 ➔ 50 ➔ 25

Une expérience de pensée (1/2)

Prenons l'exemple du spin comme un moment magnétique que l'on peut imaginer comme une rotation de la particule sur elle-même (ce n'est qu'une image).



Considérons les deux propositions suivantes :

- A: la mesure de la composante du spin selon l'axe z est +1
- B: la mesure de la composante du spin selon l'axe x est +1

Je m'intéresse à la valeur : (AvB == 1)?

En mécanique classique deux possibilités similaires:

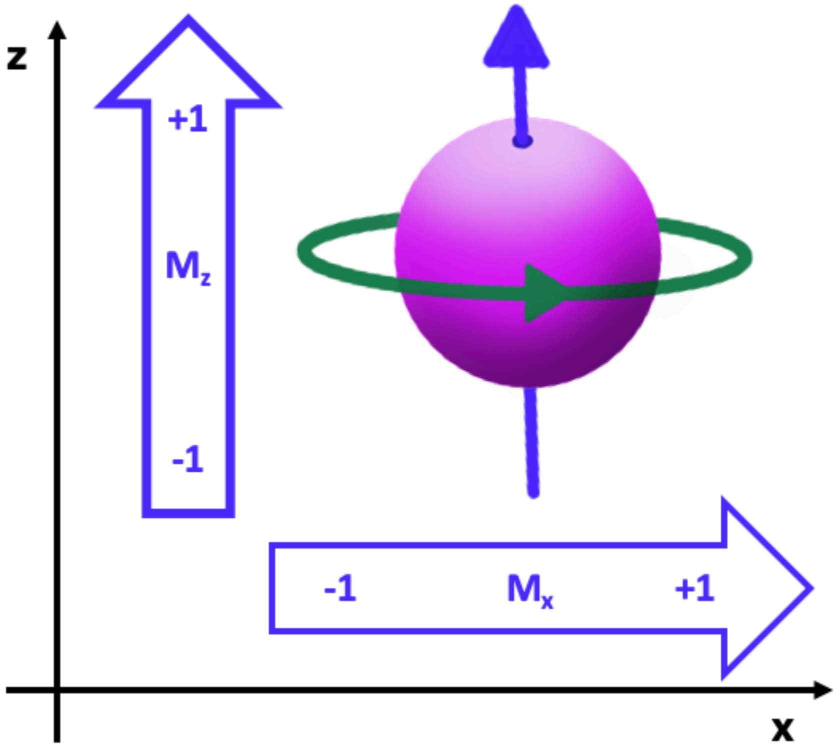
1. je mesure sur z, si le résultat est +1, c'est terminé, AvB=1.
   - sinon, je mesure sur x, si je trouve +1, c'est terminé AvB=1
   - sinon AvB = 0
2. je mesure sur x, si le résultat est +1, c'est terminé, BvA=1.
   - sinon, je mesure sur z, si je trouve +1, c'est terminé BvA=1
   - sinon BvA = 0

RAS

Une expérience de pensée (2/2)

Avec les phénomènes de la mécanique quantique:
Imaginons que l'on ait préparé le spin aligné sur z à +1.

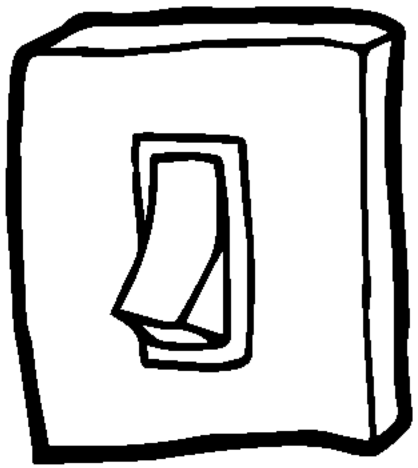
1. je mesure sur z, le résultat sera +1, c'est terminé, (AvB==1)? est vraie dans 100% des cas.
2. Faisons, dans les mêmes conditions l'expérience (BvA==1)?
   - je mesure sur x, le résultat vaudra aléatoirement +1 ou -1 avec une probabilité ½ pour chaque résultat.
     - si on a trouvé +1 c'est terminé : BvA = 1 (50% des cas)
     - si on a trouvé –1, il faut maintenant faire la mesure sur z, mais la mesure précédente a aligné le spin sur l'axe x, on a donc 1 chance sur deux de trouver +1. BvA si nonB vaut 1 dans 50% des cas,
   - au total BvA=1 dans 75% des cas.

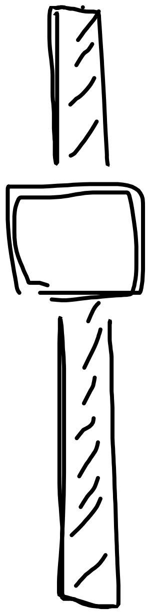


Une interprétation est que en mécanique quantique, si une interaction est assez forte pour mesurer un aspect du système, alors elle est nécessairement suffisante pour modifier un aspect du système. En d'autres termes : on ne peut rien apprendre d'un système quantique sans y changer quelque chose.

bits et qubits

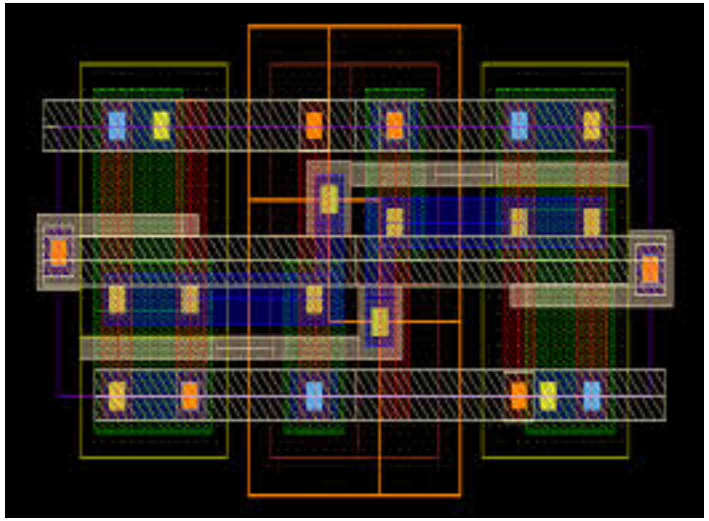
0 **0**

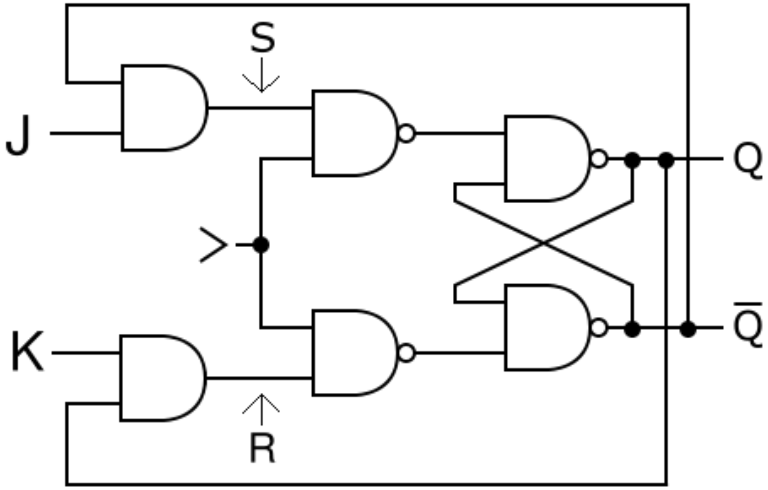




1 **1**

Propriétés des bits « classiques »





- son état est bien défini, 0 ou 1, aucune autre valeur n'est premise.
- la lecture de sa valeur ne change pas son état.
- son information est totalement locale.

Les ordinateurs « classiques » utilisent les bits « classiques »

« bits » : (BInary digiTS) : smallest piece of information :

True /False, Yes/No, Vcc/0

Usually represented with the values 0 or 1.

Single bits operations : Identity, Not, Set, Unset:

a	¬a	Iden(a)	Set(a)	Unset(a)
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

2 bits operations « Boolean Logic » :

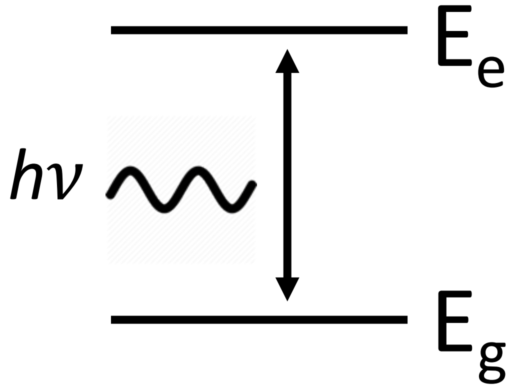
a	b	a∧0	a∧b [AND]	a∧¬b	a	¬a∧b	b	(a∨b)∧¬(a∧b) [a⊕b] [XOR]	¬(a∨b)	¬a∧¬b	¬a∧¬b∨(a∧b)	¬b	a∨(¬a∧¬b)	¬a	a∨b	¬(a∧b) [NAND]	a∨1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Quantum bit : qubit

Similar to a bit, a qubit is the basic unit of information in quantum computing, and can be in one of those two states :

$$|1\rangle$$

$$|0\rangle$$

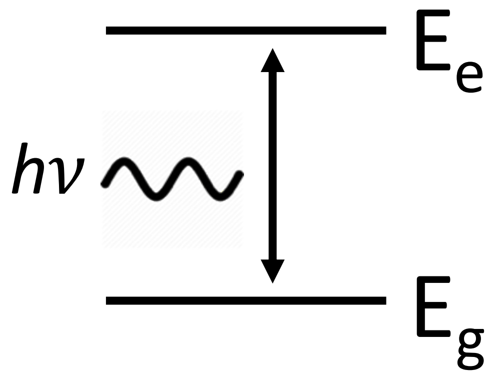


The qubit, however, can also be in a ***superposition state :***
a linear combination of the basic states $|0\rangle$ and $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Quantum bit : qubit

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



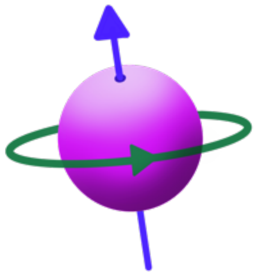
+

- Can be controlled to a chosen state
- State can be read (sort of)

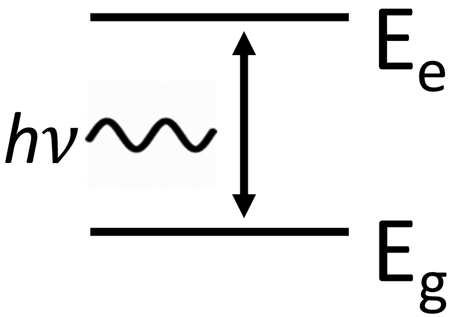
-

- $h\nu$ is typically a very small quantity of energy
- Goes back to it’s ground state after a specific time

Quantum bit : 3 rules



$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



1. For any possible state: the measurement can only result in

   $|0\rangle$ **or** $|1\rangle$

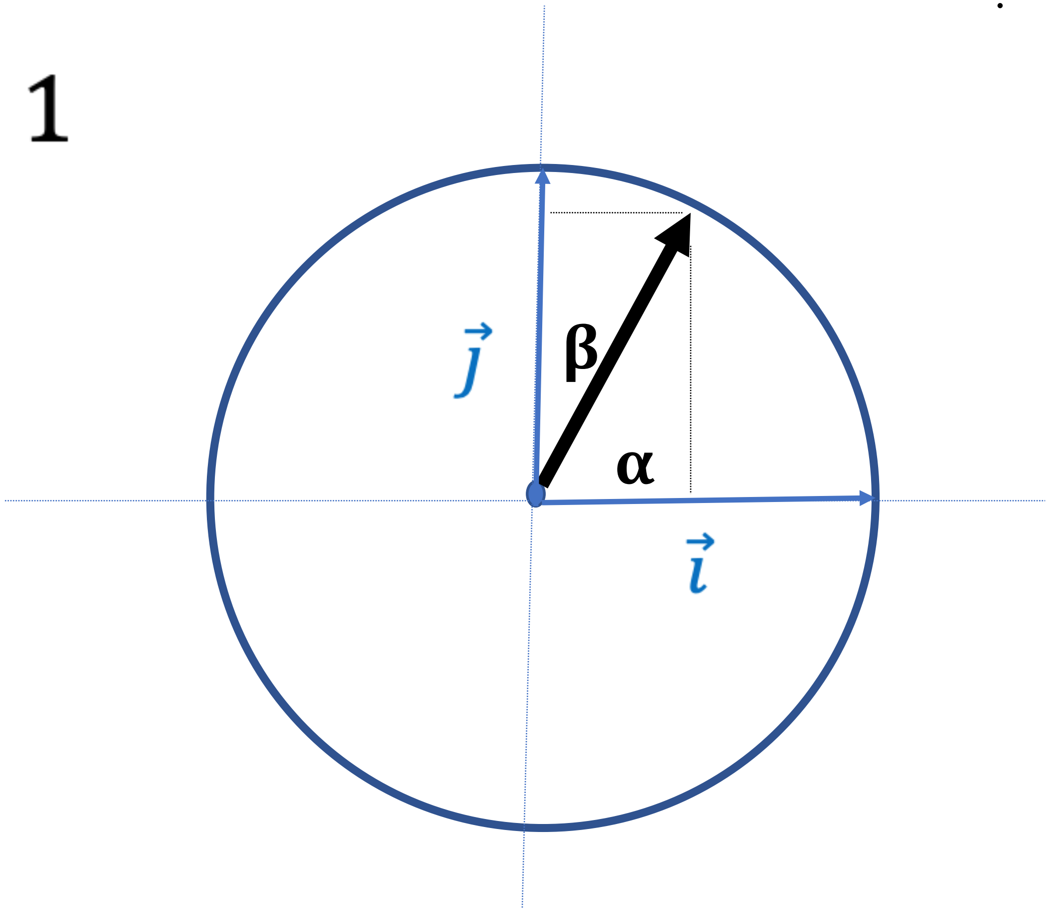
2. Probability of measuring $|0\rangle$ is α^2, probability of measuring $|1\rangle$ is β^2. *(1)*

3. When the measure is done, the superposition is lost.

(1) α and β are complex numbers the probabilities are $|\alpha|^2 = \alpha\alpha^*$ and $|\beta|^2 = \beta\beta^*$

Quantum bits properties

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

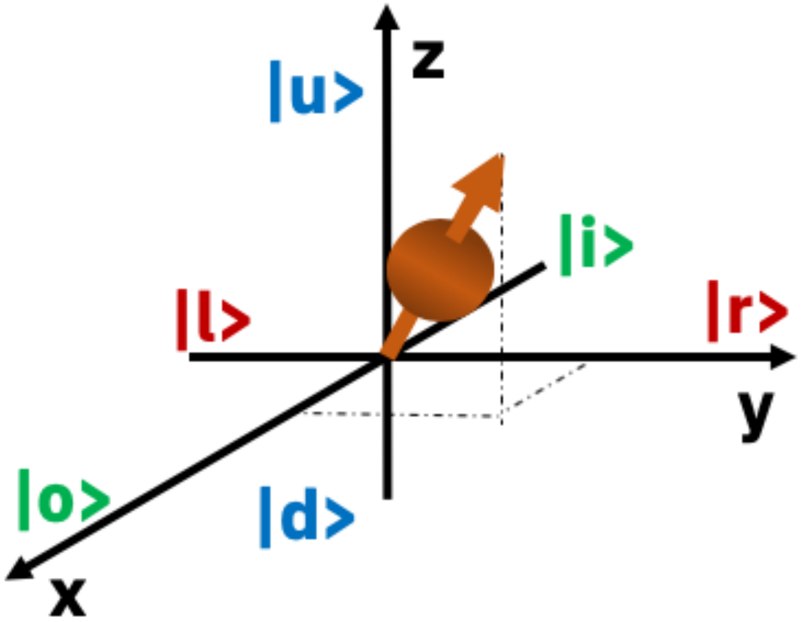


Le modèle précédent ne suffit pas.

Prenons l'exemple du spin comme un moment magnétique que l'on peut imaginer comme une rotation de la particule sur elle-même (ce n'est qu'une image).

Avec un appareil de mesure que l'on peut positionner selon 3 axes (x,y,z), notons les états possibles:

$|up\rangle$, $|down\rangle$, $|left\rangle$, $|right\rangle$, $|in\rangle$, $|out\rangle$, ou en abrégé : $|u\rangle$, $|d\rangle$, $|l\rangle$, $|r\rangle$, $|i\rangle$, $|o\rangle$,



Le modèle précédent ne suffit pas.

« vu de » l'axe z, l'état général est : $|\boldsymbol{\psi}\rangle = \boldsymbol{\alpha}|u\rangle + \boldsymbol{\beta}|d\rangle$

Alors on peut écrire les états $|r\rangle$ de cette manière :
$|r\rangle = \boldsymbol{\alpha}_r|u\rangle + \boldsymbol{\beta}_r|d\rangle$, et toujours $\boldsymbol{\alpha}_r^2 + \boldsymbol{\beta}_r^2 = 1$, et on admet ici (l'expérience le montre) que $\boldsymbol{\alpha}_r^2 = \boldsymbol{\beta}_r^2 = ½$

De même :
$|l\rangle = \boldsymbol{\alpha}_l|u\rangle + \boldsymbol{\beta}_l|d\rangle$, $\boldsymbol{\alpha}_l^2 = \boldsymbol{\beta}_l^2 = ½$

Et comme $|l\rangle$ et $|r\rangle$ sont orthogonaux : $\langle r|l\rangle = 0$: $\boldsymbol{\alpha}_r \boldsymbol{\alpha}_l^* + \boldsymbol{\beta}_r \boldsymbol{\beta}_l^* = 0$

Cette solution est valide:

$$|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|d\rangle$$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|d\rangle$$

Quantum bit:

Alors, pour $|i\rangle$ et $|o\rangle$ on a :

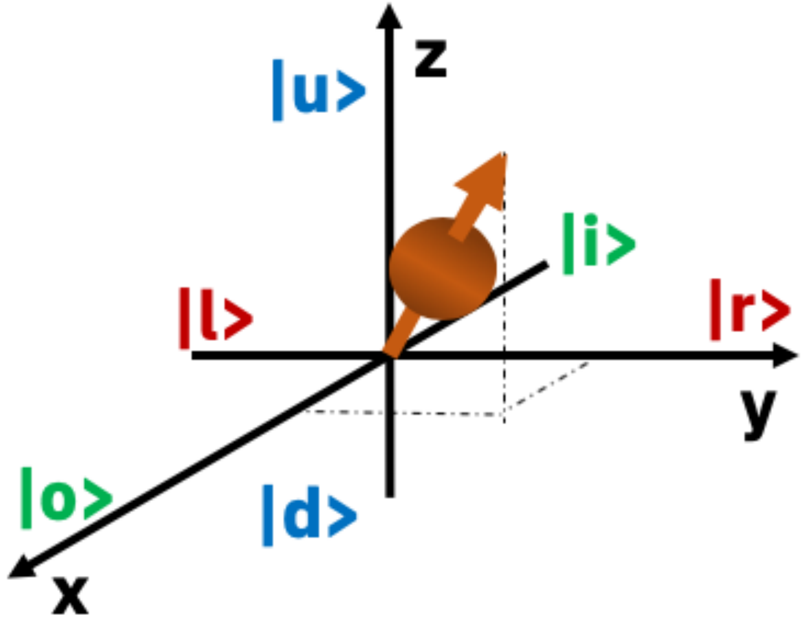
$|i\rangle = \boldsymbol{\alpha}_i|u\rangle + \boldsymbol{\beta}_i|d\rangle$, et de même $\boldsymbol{\alpha}_i^2 = \boldsymbol{\beta}_i^2 = ½$

ainsi que :

$|o\rangle = \boldsymbol{\alpha}_o|u\rangle + \boldsymbol{\beta}_o|d\rangle$, $\boldsymbol{\alpha}_o^2 = \boldsymbol{\beta}_o^2 = ½$

avec $\langle o|i\rangle = \langle i|o\rangle = 0 : \boldsymbol{\alpha}_i\,\boldsymbol{\alpha}_o^* + \boldsymbol{\beta}_i\,\boldsymbol{\beta}_o^* = \boldsymbol{\alpha}_o\,\boldsymbol{\alpha}_i^* + \boldsymbol{\beta}_o\,\boldsymbol{\beta}_i^* = 0$

et aussi $\langle o|r\rangle = \langle o|l\rangle = \langle i|r\rangle = \langle i|l\rangle = ½$,



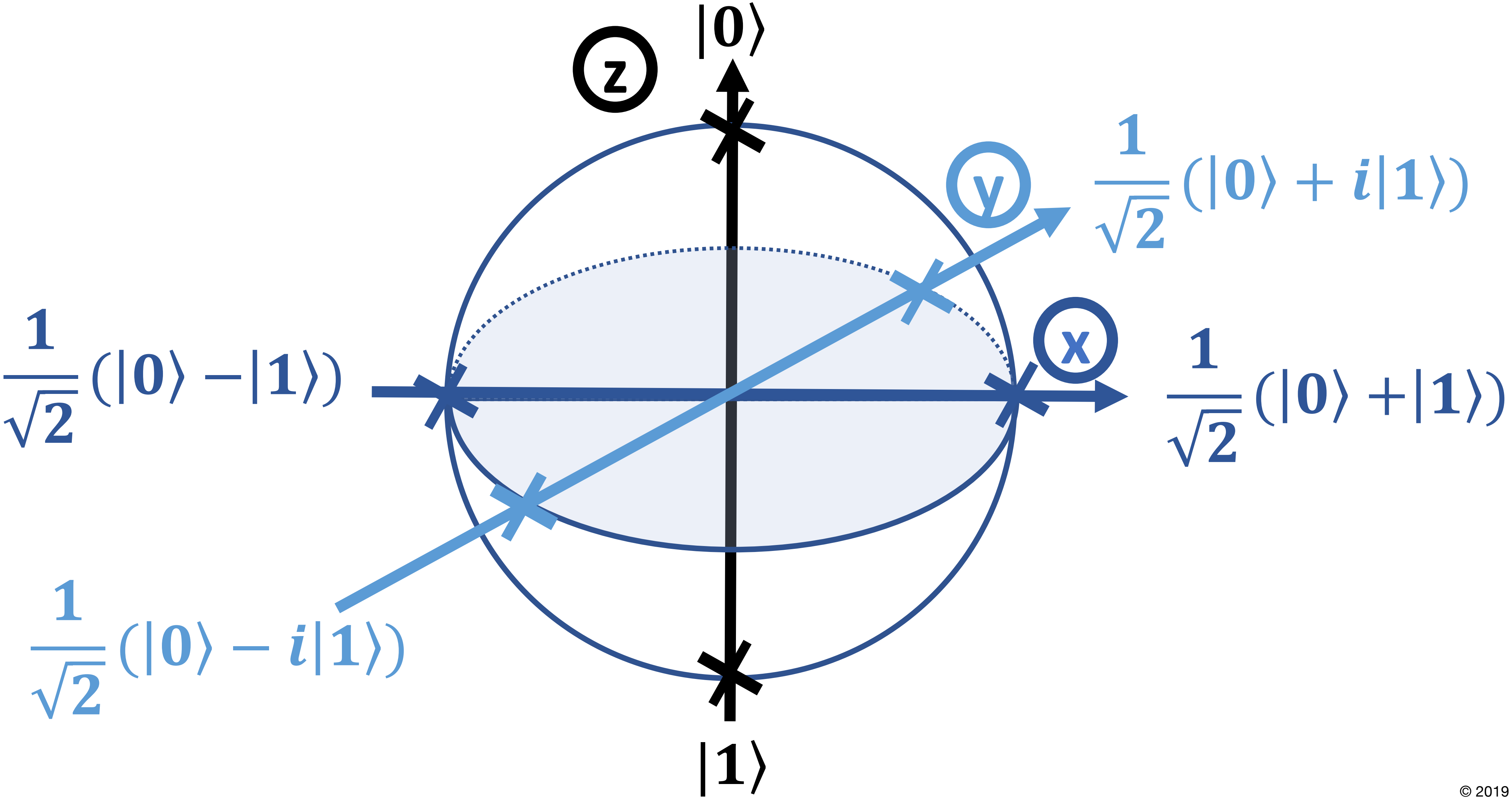
Cette solution fonctionne:

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle$$

$$|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle$$

On obtient un modèle utile pour décrire les phénomènes observés.

Et l'on peut représenter nos états de la manière suivante:



Quantum bit : qubit

A **qubit** is a 2 dimensionnal vector space, with a basis $|0\rangle$ and $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \qquad (\equiv \overrightarrow{OM} = a\vec{\imath} + b\vec{\jmath}\ )$$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \qquad |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\ ;\ |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\ ;\ |\psi\rangle = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

et :

$$\langle\psi| = (\alpha^* \quad \beta^*)$$

d'où:

$$\langle\psi|\psi\rangle = |\psi|^2 = \alpha\alpha^* + \beta\beta^*$$

Merci pour votre attention