

	RK4	Verlet	Heun	Euler	1. Comportamiento frente a perturbaciones en r0
h=1	11069.50311	11069.51058	11069.50311	11072.3929	La ecuación contiene singularidades en r=0 y r=S, donde los terminos $1/r^2$ y $1/(S-r)^2$ se disparan. Sin embargo, estas singularidades se encuentran fuera del dominio fisico relevante para el problema, ya que la trayectoria se desarrolla en el intervalo [R,req]. Por ello, aunque matematicamente exista una sensibilidad teorica cerca de r=0, en la practica las perturbaciones pequenas de r0 solo introducen variaciones cuantitativas menores y no alteran cualitativamente el resultado.
h=5	11069.50311	11069.58525	11069.55538	11083.9971	
h=10	11069.50311	11069.8242	11069.71966	11098.5732	
h=100	11069.62259	11101.21664	11091.42704	11376.5426	
Errores				11072.3	
RK4	Verlet	Heun	Euler		
0.000252602	0.000251928	0.000252602	8.39455E-06		
0.000252602	0.000245184	0.000247882	0.001056429		
0.000252602	0.000223603	0.000233045	0.002372879		
0.000241812	0.00261162	0.001727467	0.027477818		
Complejidad Temporal				Maximo de pasos	2. Alta sensibilidad a perturbaciones en v0
RK4	Verlet	Heun	Euler		
O(n)	O(n)	O(n)	O(n)		
Backward Analysis					
	RK4	Verlet	Heun	Euler	
h=10	1.465	1.465	-2.441	2.441	La extrema sensibilidad ante cambios mínimos en v0 puede explicarse mediante un cambio de variable que transforma la ecuación original en: $dv/dr = GmE/r^2 + GMm/(S-r)^2$
					Al despejar $dv/dr = F(r)/v$, se observa que cuando $v \rightarrow 0$ la derivada se hace muy grande, lo que indica una alta sensibilidad numerica en regiones de velocidad cercana a 0. En la trayectoria que se alcanza el punto de equilibrio, es decir, donde la aceleracion neta es 0, las orbitas con v0 ligeramente por debajo del valor critico regresan a la Tierra, mientras que aquellas con v0 ligeramente por arriba alcanzan la Luna. Este comportamiento se observa mejor en la proxima seccion, en las isoclinas
Backward Analysis					
	RK4	Verlet	Heun	Euler	
h=5,10	4	2	2.003	1.009	
Orden de Convergencia					
RK4	Verlet	Heun	Euler		
2.506	1.726	1.728	1.007		

Forward Analysis					Conclusiones
r0, h=1	RK4	Verlet	Heun	Euler	
6371000	11069.5	11069.51	11072.39	11072.39	Para r0 = R, la condición inicial dada originalmente, Euler y Heun producen un error sistemático de aproximadamente +2.89 de diferencia respecto a los demás, mientras que para radios mayores, las diferencias absolutas entre los métodos disminuyen, aunque Euler mantiene pequeñas discrepancias consistentes. En general, el error es más dependiente del método que de la magnitud de r0 y la perturbación de la posición inicial no afecta demasiado la estabilidad del sistema.
6571000	10896.14	10896.14	10896.14	10898.85	
6771000	10730.44	10730.44	10730.44	10733	
7171000	10419.95	10419.96	10419.95	10422.23	
7371000	10274.21	10274.21	10274.21	10276.36	
v0, h=1					Euler propaga el error cerca del umbral crítico, cambiando la predicción cualitativa, sin embargo, el resto mantiene coherencia, siendo estables numéricamente en el punto crítico. Runge-Kutta, Verlet, y Heun son consistentes frente a las perturbaciones de datos
11000	No	No	No	No	
11070	Si	Si	Si	No	
11072	Si	Si	Si	No	
7371000	Si	Si	Si	Si	