Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2

на тему «Мінімізація перемикальних функцій»

з дисципліни “Комп’ютерна логіка. Частина 1”

Виконав:
Давидчук А. М.
Факультет ФІОТ
Група ІО-41
Номер варіанту № 4108

Перевірив
Верба О.А.

Київ-2024

Тема: «Мінімізація перемикальних функцій».

Мета: вивчення методів мінімізації перемикальних функцій, знаходження операторних форм перемикальних функцій, побудова та дослідження параметрів логічних схем.

Виконання роботи

Мій варіант 4108, що у двійковому коді 0001 0000 0000 1100, тому h_9= 0, h_8= 0, h_7= 0, h_6= 0, h_5= 0, h_4= 1, h_3= 1, h_2= 0, h_1= 0. Тому мій варіант таблиці істинності для 4 функцій буде:

x_4	x_3	x_2	x_1	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	1

Часова затримка логічних елементів:
3І-НЕ – 10, 3АБО-НЕ – 12

Мінімізація за методом Квайна (f_1):

Знаходжу СДНФ з ДДНФ:

$$f_1 = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_4 x_3 \bar{x}_2 x_1 =$$
$$= \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1.$$

Будую таблицю покриття, задля знаходження форм ТДНФ (жовте – ядро):

	$\bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1$	$\bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	$\bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2 x_1$	$x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$	$x_4 x_3 \bar{x}_2 x_1$
$\bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1$	✓		✓			
$\bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2$			✓	✓		
$x_3 \bar{x}_2 x_1$				✓		✓
$\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1$		✓				
$x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$					✓	

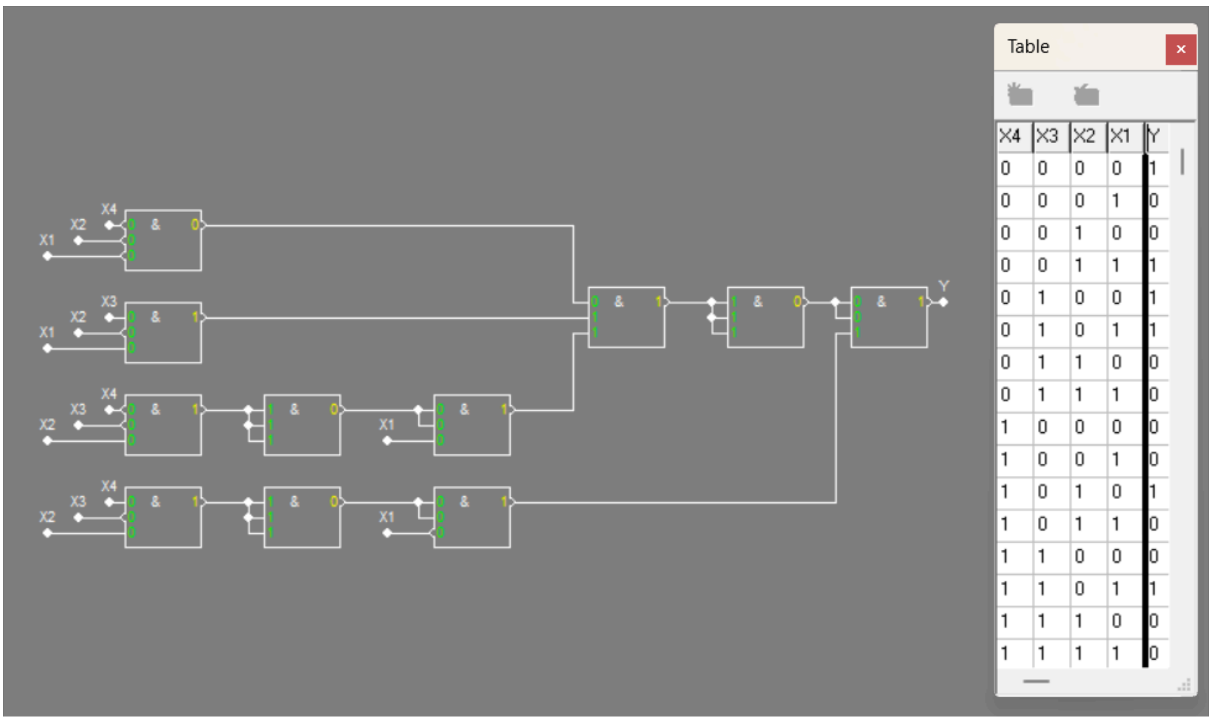
Звідси МДНФ:

$$f_1 = \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1.$$

Операторна форма цієї МДНФ при елементному базисі 3І-НЕ:

$$Y = \overline{\overline{\overline{\left(\overline{\bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1} \wedge \overline{x_3 \bar{x}_2 x_1} \wedge \left(\overline{\overline{\overline{\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2}} \wedge x_1}\right)\right)}} \wedge \left(\overline{\overline{\overline{x_4 x_3 x_2}} \wedge x_1}\right)}.$$

Комбінаційна схема мінімізованої функції f_1 в операторній формі 3І-НЕ:



Складність за Квайном даної таблиці: $K = 11 \times 3 = 33$,

Часова складність: $T = 6 \times 10 = 60$.

Мінімізація за методом Квайна – Мак-Класкі (f_2):

Одержую СДНФ:

$$K^0 = \begin{cases} 0000 \\ 0100 \\ 0101 \\ 0110 \\ 1011 \\ 1110 \end{cases} \qquad K^1 = \begin{cases} 0X00 \\ 01X0 \\ 010X \\ X110 \end{cases} \qquad Z = \begin{cases} 0X00 \\ 01X0 \\ 010X \\ X110 \\ 1011 \end{cases}$$

Будуємо таблицю покриття задля знаходження всіх ТДНФ (жовте – ядро):

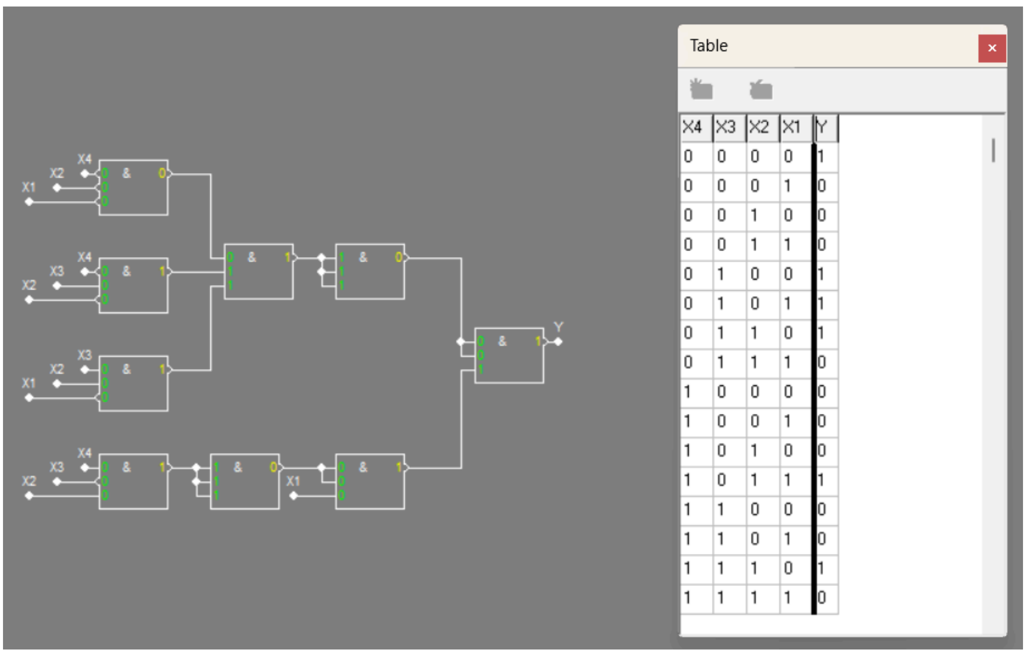
	0000	0100	0101	0110	1011	1110
$0X00$	✓	✓				
$01X0$		✓		✓		
$010X$		✓	✓			
$X110$				✓		✓
1011					✓	

$f_2 = 0X00 \vee 010X \vee X110 \vee 1011.$

Операторна форма цієї МДНФ при елементному базисі 3І-НЕ:

$$Y = \overline{\overline{\overline{\overline{(\overline{\overline{x}_4 \overline{x}_2 \overline{x}_1} \wedge \overline{\overline{x}_4 x_3 \overline{x}_2} \wedge \overline{x_3 x_2 \overline{x}_1})}}} \wedge \overline{\overline{\overline{(x_4 \overline{x}_3 x_2)}} \wedge x_1}}.$$

Комбінаційна схема мінімізованої функції f_2 в операторній формі 3І-НЕ:



Складність за Квайном даної таблиці: $K = 9 \times 3 = 27$,

Часова складність: $T = 4 \times 10 = 40$.

Мінімізація за методом невизначених коефіцієнтів (f_3):

Будую таблицю невизначених коефіцієнтів:

x_4	x_3	x_2	x_1	k_4	k_3	k_2	k_1	k_{43}	k_{42}	k_{41}	k_{32}	k_{31}	k_{21}	k_{432}	k_{431}	k_{321}	k_{421}	k_{4321}	y
0	0	0	0	0	0	0	0	00	00	00	00	00	00	000	000	000	000	0000	0
0	0	0	1	0	0	0	1	00	00	01	00	01	01	000	001	001	001	0001	0
0	0	1	0	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~00~~	~~01~~	~~00~~	~~01~~	~~00~~	~~10~~	~~001~~	~~000~~	~~010~~	~~010~~	~~0010~~	1
0	0	1	1	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~00~~	~~01~~	~~01~~	~~01~~	~~01~~	~~11~~	~~001~~	~~001~~	~~011~~	~~011~~	~~0011~~	1
0	1	0	0	~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~01~~	~~00~~	~~00~~	~~10~~	~~10~~	~~00~~	~~010~~	~~010~~	~~100~~	~~000~~	~~0100~~	1
0	1	0	1	0	1	0	1	01	00	01	10	11	01	010	011	101	001	0101	0
0	1	1	0	0	1	1	0	01	01	00	11	10	10	011	010	110	010	0110	0
0	1	1	1	0	1	1	1	01	01	01	11	11	11	011	011	111	011	0111	0
1	0	0	0	1	0	0	0	10	10	10	00	00	00	100	100	000	100	1000	0
1	0	0	1	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~10~~	~~10~~	~~11~~	~~00~~	~~01~~	~~01~~	~~100~~	~~101~~	~~001~~	~~101~~	~~1001~~	1
1	0	1	0	1	0	1	0	10	11	10	01	00	10	101	100	010	110	1010	0
1	0	1	1	1	0	1	1	10	11	11	01	01	11	101	101	011	111	1011	0
1	1	0	0	1	1	0	0	11	10	10	10	10	00	110	110	100	100	1100	0
1	1	0	1	1	1	0	1	11	10	11	10	11	01	110	111	101	101	1101	0
1	1	1	0	1	1	1	0	11	11	10	11	10	10	111	110	110	110	1110	0
1	1	1	1	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	~~11~~	~~111~~	~~111~~	~~111~~	~~111~~	~~1111~~	1

Де сірим відмічено одиничні коефіцієнти, а блакитним – поглинені. Ті, що не виділені – є ТКНФ.

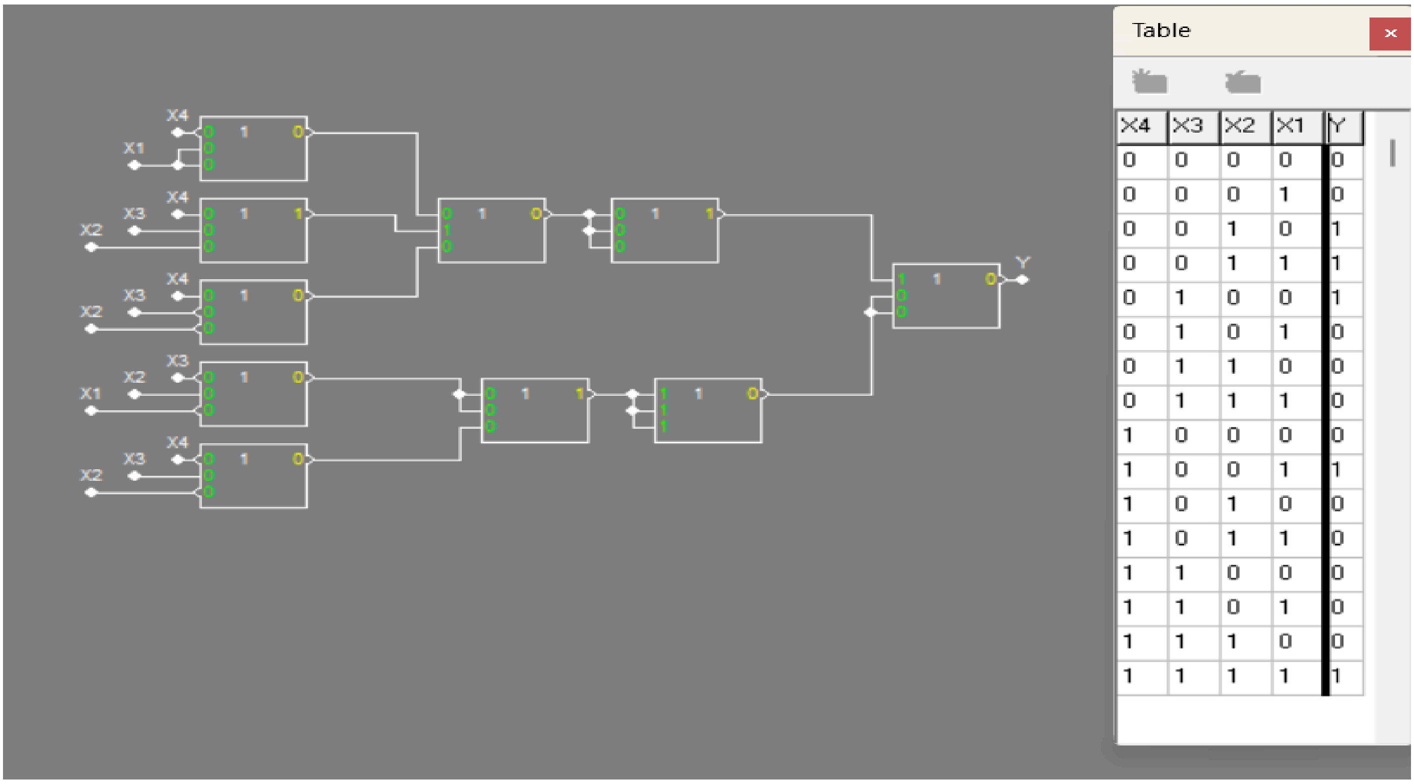
Звідси я обираю одну з варіантів МКНФ:

$$f_3 = (\overline{x_4} \vee x_1)(x_4 \vee x_3 \vee x_2)(x_4 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_2})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2})$$

Операторна форма цієї МКНФ при елементному базисі ЗАБО-НЕ:

$$Y = \overline{\overline{(\overline{(\overline{x_4} \vee x_1)} \vee \overline{(x_4 \vee x_3 \vee x_2)} \vee \overline{(x_4 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_2})})} \vee \overline{(\overline{(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})} \vee \overline{(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2})})}}$$

Комбінаційна схема мінімізованої функції f_3 в операторній формі 3АБО-НЕ:

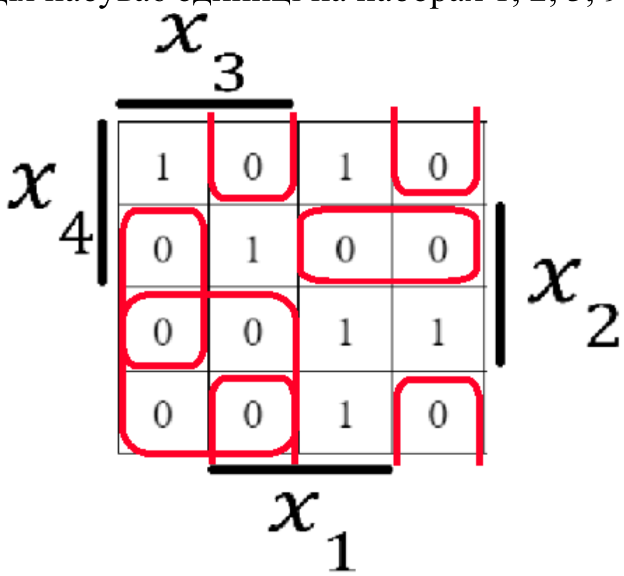


X4	X3	X2	X1	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Складність за Квайном даної таблиці: $K = 10 \times 3 = 30$,
Часова складність: $T = 4 \times 12 = 48$.

Мінімізація за методом діаграм Вейча (f_4):

Функція набуває одиниці на наборах 1, 2, 3, 9, 12, 15. Будую діаграму Вейча:



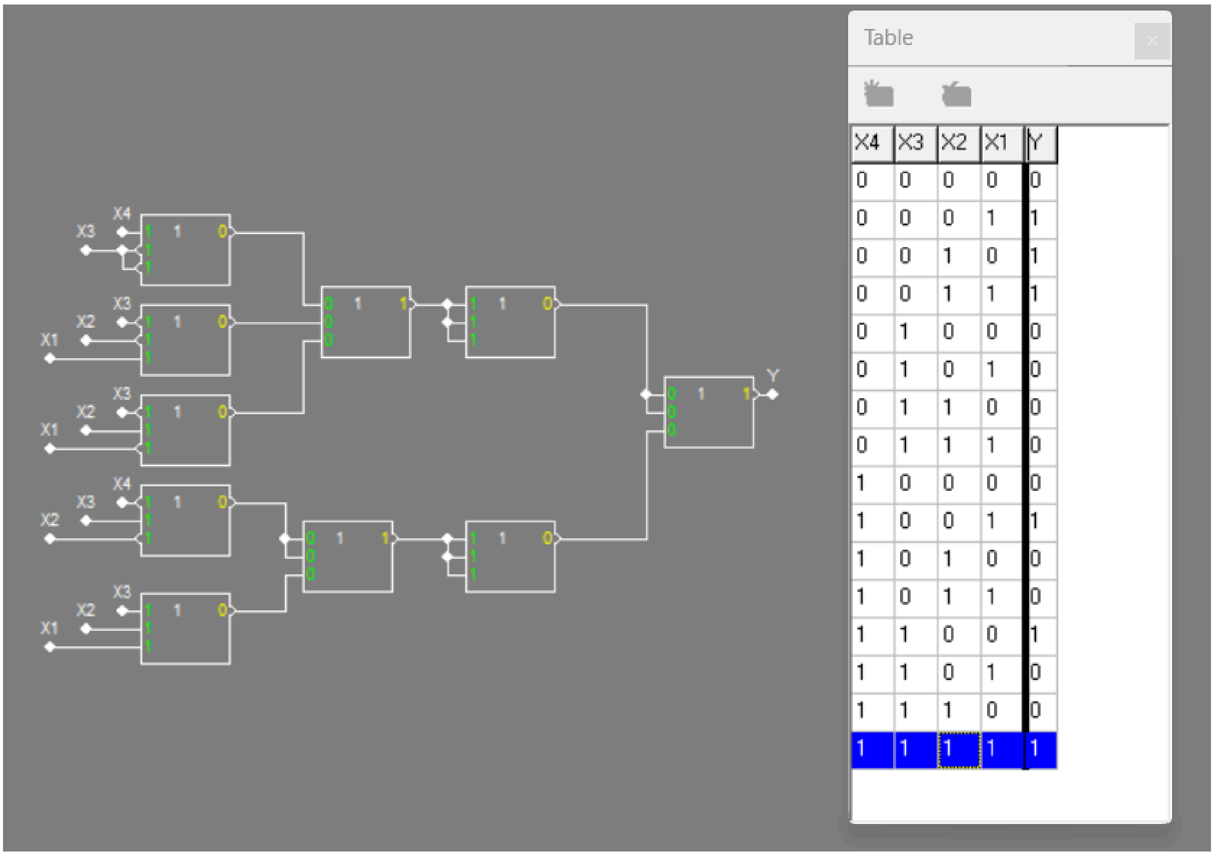
Звідси МКНФ:

$$f_4 = (x_4 \vee \overline{x_3})(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2})(x_3 \vee x_2 \vee x_1)$$

Операторна форма цієї МКНФ при елементному базисі 3АБО-НЕ:

$$Y = \overline{\overline{\overline{\overline{(x_4 \vee \overline{x_3})} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})}}} \vee \overline{\overline{\overline{(\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2})} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)}}}}$$

Комбінаційна схема мінімізованої функції f_4 в операторній формі 3АБО-НЕ:



X4	X3	X2	X1	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Складність за Квайном даної таблиці: $K = 10 \times 3 = 30$,

Часова складність: $T = 4 \times 12 = 48.$

Висновок:
Я розглянув та застосував майже всі методи мінімізації перемикальних функцій, знаходив СДНФ, ТДНФ та звісно МДНФ цих функцій, хоч і мінімізація не відбулась настільки видовищно ефективно, але на мою думку, максимально можливо. Побудував до кожної МДНФ функцій їх операторні форми та побудував комбінаційну схему, яка демонструє вірність виконання мінімізації та операторних форм.

Контрольні запитання

1. Перемикальна функція – функція, яка приймає довільну кількість аргументів, значення кожного може бути або 0 або 1. Значення функції також може набувати значення 0 або 1 (не враховуючи невизначеність функції при певному наборі, коли ми ставимо прочерк)
   Конституенти – набори функцій, при якому ця функція набуває значення (0 або 1) на цьому наборі. Конституенти можуть бути 1 або 0. Конституента 0 – це такий набір аргументів, при якому ця функція приймає значення 0
   Імпліканта – певна функція, яка набуває одиниці на переважно на всіх наборах, на яких звичайна функція приймає значення 1.
   Проста імпліканта – імпліканта, яка не містить в собі інших імплікант.
2. ДДНФ – сукупність всіх конституент одиниці певної функції
   СДНФ – сукупність простих імлпікант певної функції, яка може містити дубляжі
   ТДНФ – СДНФ без дубляжів
   МДНФ – ТДНФ з мінімальною ціною
3. Функціонально повна система функцій – певний набір таких логічних функцій, за допомогою яких можна побудувати будь-яку логічну функцію.
4. Сутність проблеми мінімізації перемикальної функції знайти таку функцію G, яка еквівалентна до функції F і яка має меншу ціну, аніж початкова функція
5. Метод Квайна:
   Сформувати ДДНФ
   Формулами склеювання та поглинаннями сформувати СДНФ
   Побудувати таблицю покриття та визначити всі форми ТДНФ
   З усіх форм ТДНФ знайти з найменшою ціною – знайти МДНФ
   Метод Квайна – Мак-Класкі:
   Сформувати K^0-куб (конституенти в цифровому вигляді). Далі методом склеювання ми одержуємо на місці змінної X (змінна, яка набуває 1 і 0), тим самими формуючи K^1-куб, і повторюємо алгоритм формуючи максимально можливий куб
   Далі методом поглинання викреслити ті конституенти чи імпліканти, які були склеєні та сформувати систему Z (вона містить всі імпліканти з останнього куба та всі імпліканти та конституенти, які не були поглинені)
   Сформувати таблицю покриття (все в цифровому вигляді). Покриття працює так: 01X покриває 011 та 010.
   Вивести ТДНФ та обрати МДНФ
6. Ми дописуємо дві риски (“не”) і законами де Моргана застосовуємо покроково, перевіряючи логічні з’єднання. Також враховуємо кількість входів певного елементного базису операторної форми функції і підлаштовуємо її.
7. Найпростіше – Квайна – Мак-Класкі, найшвидше – діаграмами Вейча до 4 аргументів,

   Невизначених коефіцієнтів – найнадійніший, як на мене, а Блейка – Порецького – найшвидший для багатьох аргументів.