Давидчук Артем, ІО-41, МКР2, Варіант №8

№1

№1 $A(-2;1)$, $B(2,3)$, $C(5,2)$

Для AM, AH можна знайти за формулою:

$$M\left(\frac{x_B+x_C}{2}, \frac{y_B+y_C}{2}\right) = \left(\frac{2+5}{2}, \frac{3+2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right) = (3,5; 2,5)$$

$$k_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{2,5-1}{3,5-(-2)} = \frac{3}{11}$$

$$y - y_A = k_{AM}(x - x_A) \rightarrow y - 1 = \frac{3}{11}(x+2)$$

$$y - 1 = \frac{3}{11}(x+2) \rightarrow y = \frac{3}{11}x + \frac{6}{11} + 1 = \frac{3}{11}x + \frac{17}{11}$$

$$11y = 3x + 17 \rightarrow 3x - 11y + 17 = 0$$

$$k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{2-3}{5-2} = -\frac{1}{3}$$

$$k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}} = -(-3) = 3$$

$$y - y_A = k_{AH}(x - x_A) \rightarrow y - 1 = 3(x+2);\ y = 3x + 7 \text{ або } 3x - y + 7 = 0$$

В: $AM = 3x - 11y + 17 = 0$, $AH = 3x - y + 7 = 0$

№2

Площина має вигляд: $Ax + By + Cz + D = 0$;

$A = 3, \quad B = 2, \quad C = 1, \quad D = -6$

Звідси

$$\bar{n} = (A, B, C) = (3, 2, 1)$$

$$|\bar{n}|^2 = A^2 + B^2 + C^2 = 3^2 + 2^2 + 1^2 = 9 + 4 + 1 = 14$$

а $\Delta = Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + (-6) = 12 + 6 + 2 - 6 = 14$

Звідси:

$$P' = P - 2\frac{\Delta}{|\bar{n}|^2}\vec{n} = \cancel{2\frac{14}{14}(3,2,1)}$$

$$= (4, 3, 2) - 2\frac{14}{14}(3, 2, 1) = (4, 3, 2) - 2 \cdot (3, 2, 1) =$$

$$= (4, 3, 2) - (6, 4, 2) = (4 - 6,\ 3 - 4,\ 2 - 2) = (-2; -1; 0)$$

тобто $P' = (-2; -1; 0)$

№3

3. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; кут $= 45^\circ$, відстань між фокусами $= 8$

Звідси асимптоти $y = \pm \frac{b}{a} x$, а також $tg(\alpha) = \frac{b}{a}$;

$2\alpha = 45^\circ$; $tg(\frac{1}{2} \cdot 45^\circ) = \sqrt{2} - 1$, тобто можна ~~зап~~ виразити:

$\frac{b}{a} = \sqrt{2} - 1 \to b = a(\sqrt{2} - 1)$

Фокуси для гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ розт. в точках $(\pm c, 0)$, де

$c^2 = a^2 + b^2$; $2c = 8 \to c = 4$. Тоді $c^2 = 16 \to a^2 + b^2 = 16$ звідси

$b = a(\sqrt{2} - 1)$; $b^2 = a^2(\sqrt{2} - 1)^2 = a^2(2 - 2\sqrt{2} + 1) = a^2(3 - 2\sqrt{2})$

$a^2 + b^2 = 16$ тому: $a^2 + a^2(3 - 2\sqrt{2}) = 16$; $a^2(1 + 3 - 2\sqrt{2}) = 16 =$

$= a^2(4 - 2\sqrt{2}) = 16 \to a^2 = \frac{16}{4 - 2\sqrt{2}}$ або $a^2 = 8 + 4\sqrt{2}$ тоді

$b^2 = a^2(\sqrt{2} - 1)^2 = (8 + 4\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 8 - 4\sqrt{2}$

Тому:

$$\frac{x^2}{8 + 4\sqrt{2}} - \frac{y^2}{8 - 4\sqrt{2}} = 1$$

та фокуси $(\pm 4, 0)$

№4

4. ① Вид кривої:

$e: 0 < \frac{1}{2} < 1$ – тобто це еліпс

② Координати фокусів:

$(\pm c, 0)$; $2c = 10$, $c = 5$

токими чином $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$

③ Стандартне рівняння еліпса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

де $c^2 = a^2 - b^2$, $e = \frac{c}{a}$; З умови $c = 5$, і

Оскільки $e = \frac{c}{a}$, то:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{a} \to a = 10$$

Тепер знайдемо b. $c^2 = a^2 - b^2$, тобто:

$$5^2 = 10^2 - b^2 \Rightarrow 25 = 100 - b^2;\ b^2 = 75;\ b = \sqrt{75} = 5\sqrt{}$$

Отже $a = 10$, $b = 5\sqrt{3}$

④ Рівняння еліпса:

$$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{(5\sqrt{3})^2} = 1 \to \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$$

⑤ Ексцентриситет:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$ – перевірка!

⑥ Рівняння директрис:

$x = \pm \frac{a}{e}$, тут $a = 10$, $e = \frac{1}{2}$

$$x = \pm \frac{10}{\frac{1}{2}} = \pm 20$$

⑦ Асимптот немає

Підсумок.

$e = \frac{1}{2} = 0{,}5$

- Фокуси: $F_1 = (-5, 0)$, $F_2 = (5, 0)$
- Півосі

$a = 10$

$b = 5\sqrt{3}$

- Рівняння:

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$$

- директриси: ~~$x = \pm 20$~~ $x = \pm 20$
- асимптоти: немає