

Решение задачи №3
Зависуха А.М. 10-41
Задача №3.5

Умова: Тасушка рухаецца уздовж аі x за законам $x = \alpha t^2 - \beta t^3$, дзе α і β — пазітыўныя пастаянныя. У момант $t=0$ існа, іх дзе на тасушку, дзейнічае F_0 . Зі

Знайсці: значэння іх F_x ў гэты момант, калі тасушка, зноў спыніцца ў момант $x=0$.

Розв'язок:

Запісавшы 2-і закон Ньютана: $\vec{F} = m\vec{w}$. Так рух за гравітацыйнага аднамернага, значэння выраз можна запісаць: $F_x(t) = mw(t)$; дзе $w(t) = \frac{dx}{dt}$; $\frac{dx}{dt} = (\alpha t^2 - \beta t^3)' = 2\alpha t - 3\beta t^2$, $\frac{d^2x}{dt^2} = 2\alpha - 6\beta t$

Можемо запісаць F_0 : $F_x(0) = m \cdot (2\alpha - 6\beta \cdot 0) = 2m\alpha$

А момант знайсці час t , за які $x(t)=0$: $\alpha t^2 - \beta t^3 = 0$; $t^2(\alpha - \beta t) = 0$; Значыць $t_1=0$ або $t_2 = \frac{\alpha}{\beta}$; Іх улічым у $F_x(t_2) = m \cdot (2\alpha - 6\beta \cdot \frac{\alpha}{\beta}) = -4\alpha m$ або $-2F_0$;

Вывод: $F_x(t_2) = -4\alpha m$ або $-2F_0$, дзе $t_2 = \frac{\alpha}{\beta}$

Задача № 3.6

Умова: брусок, маса якого m , тягнуть уздовж горизонтальної поверхні з силою F , яка діє під кутом α до горизонту. При цьому брусок за час t змінив свою швидкість від v_0 до v , рухаючись без відриву до поверхні.

Знайти: коефіцієнт тертя μ бруска об поверхню

Розв'язок:

Замінемо 2-й закон Ньютона: $\vec{F} = m\vec{w}$, що рівносильно:
 $\vec{F}_r = \vec{F}_{\text{тер}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}$; якщо брусок тягнуть уздовж горизонтальної поверхні, при цьому він рухається без відриву до поверхні, ми можемо зробити висновок, що брусок переміщується тільки по цій площині, ~~звідси $\vec{N} + m\vec{g} = 0$~~ .

Спроектуємо на Ox, Oy :

$$Ox: F \cos \alpha - F_{\text{тер}} = mw$$

$$Oy: N + F \sin \alpha - mg = 0$$

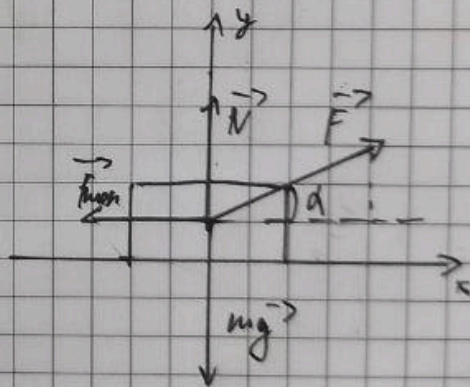
$$\text{але } F_{\text{тер}} = \mu N$$

$$Ox: \mu N = F \cos \alpha - mw$$

$$Oy: N = mg - F \sin \alpha$$

$$\text{Звідси } \mu = \frac{F \cos \alpha - mw}{mg - F \sin \alpha}, \text{ де } w = \frac{v - v_0}{t}, \text{ тоді } \mu = \frac{F \cos \alpha - m \frac{v - v_0}{t}}{mg - F \sin \alpha}$$

$$\text{Відповідь: } \mu = \frac{F \cos \alpha - m \frac{v - v_0}{t}}{mg - F \sin \alpha}$$



Задача № 3.7

Умова: через річку завширшки $d = 100$ м перекинутий округлий міст у формі дуги кола. Верхня точка моста піднімається над берегами на висоту $h = 10$ м. Міст може витримати максимальну силу тиску $F_{\max} = 44,1$ кН.

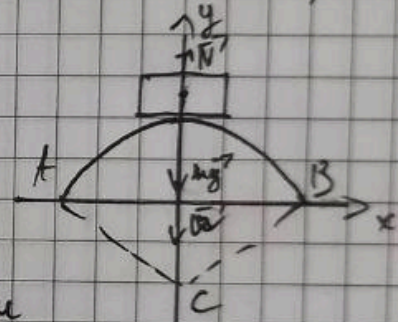
Знайти: мінімальна швидкість v_{\min} , при якій вантажівка масою m може перейти через міст.

Розв'язок:

Застосуємо 2-й закон Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$ на рівнодійну ш:

$$\vec{F}_n = \vec{N} + m\vec{g}. \text{ Міст міст "не прогинається"}$$

у його максимальній поглибленій частині, сила тиску N , з якою вантажівка діє на опору, не повинно перевищувати критичне значення $F_{\max} = 44,1$ кН. По верхній дугі (прогнутій) \vec{F}_n на автомобіль спрямована вниз (до центру) кола і дорівнює: $m \frac{v^2}{R} = mg - N$; тобто $v = \frac{v^2}{R}$.



Отже $N = mg - m \frac{v^2}{R}$; З умови $N \leq F_{\max}$ приходимо до $mg - m \frac{v^2}{R} \leq F_{\max}$;

$$\Rightarrow mg - F_{\max} \leq m \frac{v^2}{R}; \text{ Звідси } v^2 \geq \frac{R(mg - F_{\max})}{m} \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{R(mg - F_{\max})}{m}};$$

Оскільки міст описує коло з підняттями $h = 10$ м над прольотом $d = 100$ м, то розглядаючи відрізок хорди довжиною d та висоту сегмента h , користуємося формулою для "крили підняття" кола: $h = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$

$$\Rightarrow 10 = R - \sqrt{R^2 - 50^2}; \text{ або } R = 130 \text{ м, тоді } v \geq \sqrt{\frac{130(5000 \cdot 9,8 - 44100)}{4000}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v \geq \sqrt{127,4} \approx 11,3 \text{ м/с}; \text{ Тобто } v_{\min} \approx 11,3 \text{ м/с}$$

Відповідь: $v_{\min} = 11,3$ м/с

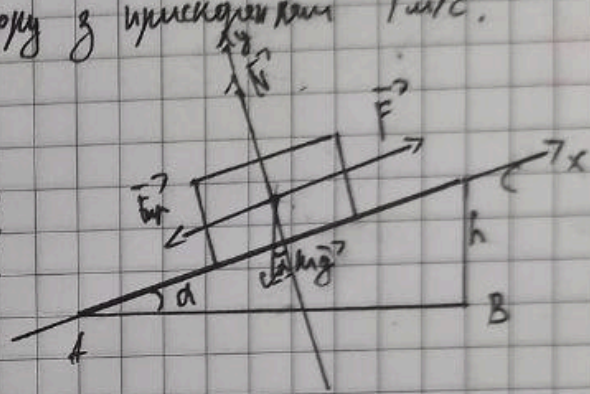
Завдання №3.6

Умова: на похилій площині довжиною 5 м і збільшенні 3 м з'являються
 бачках масою 50 кг. ~~Ефект~~ Коеф. тертя бачка по площині $= 0.2$

Знайти:

- Линя F_1 , щоб масу бачка рівномірно вору
- Линя F_2 , щоб масу бачка вору з прискоренням 1 м/с^2 .

Розв'язок:



Розв'язок: 2-й закон Ньютона: $\vec{F} = m\vec{w}$,
 на рівнодійну всіх сил: $\vec{F}_r = \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g}$

З проекцією по осі:

$$OX: F - F_{тр} - mg \sin \alpha = m w,$$

$$OY: N - mg \cos \alpha = 0$$

$$\text{З урахуванням } F_{тр} = \mu N; \quad OX: F = m w + mg \sin \alpha + \mu N; \quad OY: N = mg \cos \alpha$$

$$\text{Тоді: } F = m w + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha; \quad \text{І тут помітимо, що можна}$$

використати "Евклидовський трикутник" ($\triangle ABC$), побудовану дорівнює

$$3; 4; 5 \text{ сторін. (за теор. Піфагора)} \quad \text{Тоді } \cos \alpha = \frac{4}{5} = 0.8; \quad \sin \alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$a. \quad w_1 = 0, \text{ тоді } F_1 = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 50 \cdot 9.8 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 50 \cdot 9.8 \cdot 0.8 \approx 372.4 \text{ Н}$$

$$b. \quad w_2 = 1 \text{ м/с}^2; \quad F_2 = m + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 50 + 50 \cdot 1 + 50 \cdot 9.8 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 50 \cdot 9.8 \cdot 0.8 \approx 422.4 \text{ Н}$$

$$\text{Відповідь: } F_1 \approx 372 \text{ Н}, \quad F_2 \approx 422 \text{ Н}$$