Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №1

на тему «Синтез перемикальних функцій в різних алгебрах»

з дисципліни “Комп’ютерна логіка. Частина 1”

Виконав:
Давидчук А. М.
Факультет ФІОТ
Група ІО-41
Номер варіанту № 4108

Перевірив
Верба О.А.

Київ-2024

Тема: Синтез перемикальних функцій в різних алгебрах.

Мета: Вивчити методи синтезу комбінаційних систем в заданому елементному базисі, визначення складності й дослідження швидкодії комбінаційних схем.

Теоретичні відомості:

Логічний елемент – це електронна схема, що реалізує певну перемикальну функцію.

Сукупність логічних елементів, призначена для перетворення двійкових змінних, називається *логічною схемою*.

Логічні схеми поділяються на послідовні й комбінаційні.

Комбінаційною називається логічна схема, в якої значення вихідних сигналів цілком визначаються значеннями вхідних сигналів, що діють в цей момент часу і не залежать від значень вхідних сигналів, що діяли в попередні моменти часу.

Вважають, що така схема має один стан. Поведінка комбінаційної схеми може бути описана системою перемикальних функцій.

Розрізняють задачі аналізу і синтезу комбінаційних схем.

Задача аналізу комбінаційної схеми зводиться до знаходження системи функцій, що відбивають логіку роботи цієї схеми.

Задача синтезу зворотна задачі аналізу, тобто припускає побудову схеми, використовуючи заданий базис логічних елементів.

Синтез комбінаційної схеми з одним виходом можна розбити на три етапи.

На першому етапі виконують мінімізацію перемикальної функції.

На другому етапі функцію записують у так званій операторній формі, тобто у вигляді суперпозиції операторів заданих логічних елементів.

Оператором логічного елемента називають функцію, що реалізує цей елемент. Якщо число входів у елементів досить, то одержання операторного запису функції зводиться до її представлення в одній з нормальних форм.

В базисі елементів І, АБО, НЕ, І-НЕ, АБО-НЕ таких форм вісім.

На прикладі функції $F(X, Y, Z) = \overline{X} \cdot Y \vee X \cdot \overline{Y} \vee \overline{Y} \cdot Z$ і її заперечення $\overline{F(X, Y, Z)} = X \cdot Y \vee \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$, покажемо одержання всіх нормальних форм.

Позначати нормальні форми будемо з використанням внутрішньої й зовнішньої функцій. Наприклад, у диз'юнктивної нормальної форми (ДНФ) внутрішньою є функція І, а зовнішньою – АБО, тобто ДНФ – форма типу І/АБО.

Взявши подвійне заперечення заданої функції й застосувавши кілька разів правило де Моргана, послідовно одержимо такі нормальні форми:

$F(X, Y, Z) = \overline{X} \cdot Y \vee X \cdot \overline{Y} \vee \overline{Y} \cdot Z =$ (форма І/АБО-НЕ);

$= \overline{\overline{\overline{X} \cdot Y \vee X \cdot \overline{Y} \vee \overline{Y} \cdot Z}} =$

$= \overline{\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}} \cdot \overline{\overline{Y} \cdot Z}} =$ (форма І-НЕ/І-НЕ);

$= \overline{(X \vee \overline{Y}) \cdot (\overline{X} \vee Y) \cdot (Y \vee \overline{Z})} =$ (форма АБО/І-НЕ);

$= \overline{(X \vee \overline{Y})} \vee \overline{(\overline{X} \vee Y)} \vee \overline{(Y \vee \overline{Z})}.$ (форма АБО-НЕ/АБО).

Виходячи з заперечення заданої функції, запишемо ще чотири нормальні форми:

$$F(X,\ Y,\ Z) \ = \ \overline{X \cdot Y \vee \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}} = \qquad \text{(форма І/АБО-НЕ);}$$

$$= \overline{X \cdot Y} \cdot \overline{\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}} = \qquad \text{(форма І-НЕ/І);}$$

$$= (\bar{X} \vee \bar{Y}) \cdot (X \vee Y \vee Z) = \qquad \text{(форма АБО/І);}$$

$$= \overline{\overline{(\bar{X} \vee \bar{Y}) \cdot (X \vee Y \vee Z)}} =$$

$$= \overline{\overline{(\bar{X} \vee \bar{Y})} \vee \overline{(X \vee Y \vee Z)}} = \qquad \text{(форма АБО-НЕ/АБО-НЕ).}$$

Нормальні форми дозволяють одержати комбінаційну схему з двома рівнями (каскадами) логічних елементів, якщо елементи мають необхідне число входів, а аргументи представлені прямими та інверсними значеннями.

Якщо число входів p елементів менше, ніж потрібно для реалізації нормальної форми, то для одержання операторної форми змінні поєднують у групи, що містять не більше p елементів, і використовують співвідношення виду:

$$X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_m = (X_1 \cdot \ldots \cdot X_g) \cdot \ldots \cdot (X_s \cdot \ldots \cdot X_m);$$

$$X_1 \vee X_2 \vee \ldots \vee X_m = (X_1 \vee \ldots \vee X_g) \vee \ldots \vee (X_s \vee \ldots \vee X_m);$$

$$\overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_m} = \overline{\overline{\overline{(X_1 \cdot \ldots \cdot X_g)}} \cdot \ldots \cdot \overline{\overline{(X_s \cdot \ldots \cdot X_m)}}};$$

$$\overline{X_1 \vee X_2 \vee \ldots \vee X_m} = \overline{\overline{\overline{(X_1 \vee \ldots \vee X_g)}} \vee \ldots \vee \overline{\overline{(X_s \vee \ldots \vee X_m)}}},$$

де $g \le p$ і $m - s + 1 \le p$.

Число груп змінних також не повинне перевищувати р. В протилежному випадку зазначені перетворення виконують стосовно груп змінних. Такі перетворення дозволяють представити задану функцію в операторній формі з урахуванням числа входів елементів. Схема, отримана по операторній формі, може містити понад два рівні.

На третьому етапі по операторних представленнях функцій складають комбінаційну схему. Задана система елементів може дозволити реалізувати кілька операторних представлень функції. Наприклад, при наявності елементів І, АБО та І-НЕ можна використовувати в якості вихідної одну з п'яти нормальних форм (І/АБО, І-НЕ/І-НЕ, АБО/І-НЕ, І-НЕ/І, АБО/І) для одержання відповідних операторних представлень з урахуванням числа входів елементів. Щоб вибрати одну схему з декількох можливих, необхідно порівнювати їх по заданих параметрах (найбільш часто – по складності та швидкодії).

Існує кілька способів оцінки складності схем. Часто використовують оцінку по Квайну (К), яка визначається як сумарне число входів усіх логічних елементів. Складність можна також оцінити серед логічних елементів (М) чи серед умовних корпусів мікросхем, що визначається по формулі

$$N \ = \ \sum_{i=1}^{r} \frac{m_i \cdot n_i}{g},$$

де r – число типів мікросхем; m_i, n_i – кількість відповідно мікросхем i-го типу і виводів такої мікросхеми, g – число виводів умовного корпуса.

Параметри К і М доцільно використовувати при проєктуванні інтегральних схем, тому що їх складність залежить від площі кристала, яка пропорційна числу логічних елементів і числу їхніх входів.
Оцінка N зручна порівнюючи складності пристроїв, побудованих на мікросхемах.

Швидкодія комбінаційних схем залежить від часових параметрів логічних елементів t_{01} і t_{10}, що характеризують затримку сигналів (час переходу вихідного сигналу від одного логічного рівня до іншого). На практиці використовують звичайно усереднене значення часу затримки $t = (t_{01} + t_{10})/2$ чи максимальне – $t^* = max(t_{01}, t_{10})$.

Для комбінаційних схем на однотипних елементах середній час затримки сигналів, $T = Lt$ де L – рівень схеми, дорівнює числу елементів, що входять в максимальний по довжині ланцюжок елементів. Якщо використовуються елементи з різною затримкою, то в схемі визначається шлях, який вимагає максимального часу поширення сигналів.

З декількох можливих вибирають комбінаційну схему, що краще інших задовольняє заданим параметрам. Наприклад, при наявності елементів 2І-НЕ та 2АБО-НЕ розглянуту функцію можна представити в операторних формах І-НЕ/І-НЕ та АБО-НЕ/АБО-НЕ таким чином:

$$F(X,Y,Z) = \overline{\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}} \cdot \overline{\overline{Y} \cdot Z}} = \overline{\overline{\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}}} \cdot \overline{\overline{Y} \cdot Z}};$$

$$F(X,Y,Z) = \overline{\overline{(\overline{X} \vee \overline{Y})} \vee \overline{(X \vee Y \vee Z)}} = \overline{\overline{(\overline{X} \vee \overline{Y})} \vee \overline{(\overline{\overline{X \vee Y}} \vee Z)}}.$$

Якщо елементи І-НЕ мають менший час затримки сигналів, ніж елементи АБО-НЕ, то схема №1,а більш швидкодійна, але вона програє другій схемі по складності (для першої схеми К=12, а для другої К=10).

Виконання роботи (звіт)

1. Мій варіант це 4108, що в бінарному представленні буде: 0001 0000 0000 1100, де $h_6 = 0$, $h_5 = 0$, $h_4 = 1$, $h_3 = 1$, $h_2 = 0$, $h_1 = 0$.
2. Згідно з варіантом, мій варіант функції вийде (підставляю значення h):

h_3 (1)	h_2 (0)	h_1 (0)	Характеристики елементів: Тип	Характеристики елементів: t
0	0	0	3І-НЕ 3І	10 14
0	0	1	4І-НЕ 2АБО	10 12
0	1	0	4І 2АБО	14 12
0	1	1	3І 2АБО	14 12
1	0	0	2АБО-НЕ 4І	12 14
1	0	1	2І-НЕ 2АБО	10 12
1	1	0	2АБО-НЕ 3І	10 14
1	1	1	2І-НЕ 2АБО-НЕ	10 12

x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

ДДНФ цієї функції:
$$F_{ДДНФ} = \overline{x_3}x_2x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_3x_2x_1$$
Заперчення ДДНФ:
$$F_{\overline{ДДНФ}} = (x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})$$
Знаходжу ДКНФ:
$$F_{ДКНФ} = (x_3 \vee x_2 \vee x_1)(x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1})(x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1)(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)$$

Тепер виводжу 8 нормальних форм:

форма І/АБО (ДДНФ):

$$\overline{x_3}x_2x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_3x_2x_1 =$$

$$= \overline{\overline{\overline{x_3}x_2x_1 \vee x_3\overline{x_2}x_1 \vee x_3x_2x_1}}$$

форма І-НЕ/І-НЕ:

$$\overline{\overline{(\overline{x_3}x_2x_1)} \cdot \overline{(x_3\overline{x_2}x_1)} \cdot \overline{(x_3x_2x_1)}} =$$

форма АБО/І-НЕ:

$$= \overline{(x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \cdot (\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})} =$$

форма АБО-НЕ/АБО:

$$= \overline{(x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1})}.$$

форма АБО/І (ДКНФ):

$$(x_3 \vee x_2 \vee x_1)(x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1})(x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1)(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1) =$$

$$= \overline{\overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)(x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1})(x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)(\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1)(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)}} =$$

форма АБО-НЕ/АБО-НЕ:

$$= \overline{\overline{(x_3 \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1})} \vee \overline{(x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_1)} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_1)} \vee \overline{(\overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee x_1)}} =$$

форма І/АБО-НЕ:

$$= \overline{(\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}) \vee (\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1) \vee (\overline{x_3}\,x_2\,\overline{x_1}) \vee (x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}) \vee (x_3x_2\overline{x_1})} =$$

форма І-НЕ/І:

$$= \overline{(\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1})} \cdot \overline{(\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1)} \cdot \overline{(\overline{x_3}\,x_2\,\overline{x_1})} \cdot \overline{(x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1})} \cdot \overline{(x_3x_2\overline{x_1})}.$$

Мій елементний базис за таблицею складає 2АБО-НЕ та 4І, звідси я можу застосувати 2 нормальні форми: АБО-НЕ/АБО-НЕ та І/АБО-НЕ. Створимо тепер операторне представлення заданих форм:

$$Y_{\text{АБО-НЕ/АБО-НЕ}} =$$

$$= \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{(x_3 \vee x_2)} \vee x_1} \vee \overline{\overline{(x_3 \vee x_2)} \vee \overline{x_1}}} \vee \overline{\overline{\overline{(x_3 \vee \overline{x_2})} \vee x_1} \vee \overline{\overline{(\overline{x_3} \vee x_2)} \vee x_1}}} \vee \overline{\overline{(\overline{x_3} \vee \overline{x_2})} \vee x_1}}$$

$$Y_{\text{І/АБО-НЕ}} = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}} \vee \overline{\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1}} \vee \overline{\overline{\overline{x_3}\,x_2\,\overline{x_1}} \vee \overline{x_3\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}}}}} \vee x_3x_2\overline{x_1}}$$

Схема операторної форми 2АБО-НЕ/2АБО-НЕ:

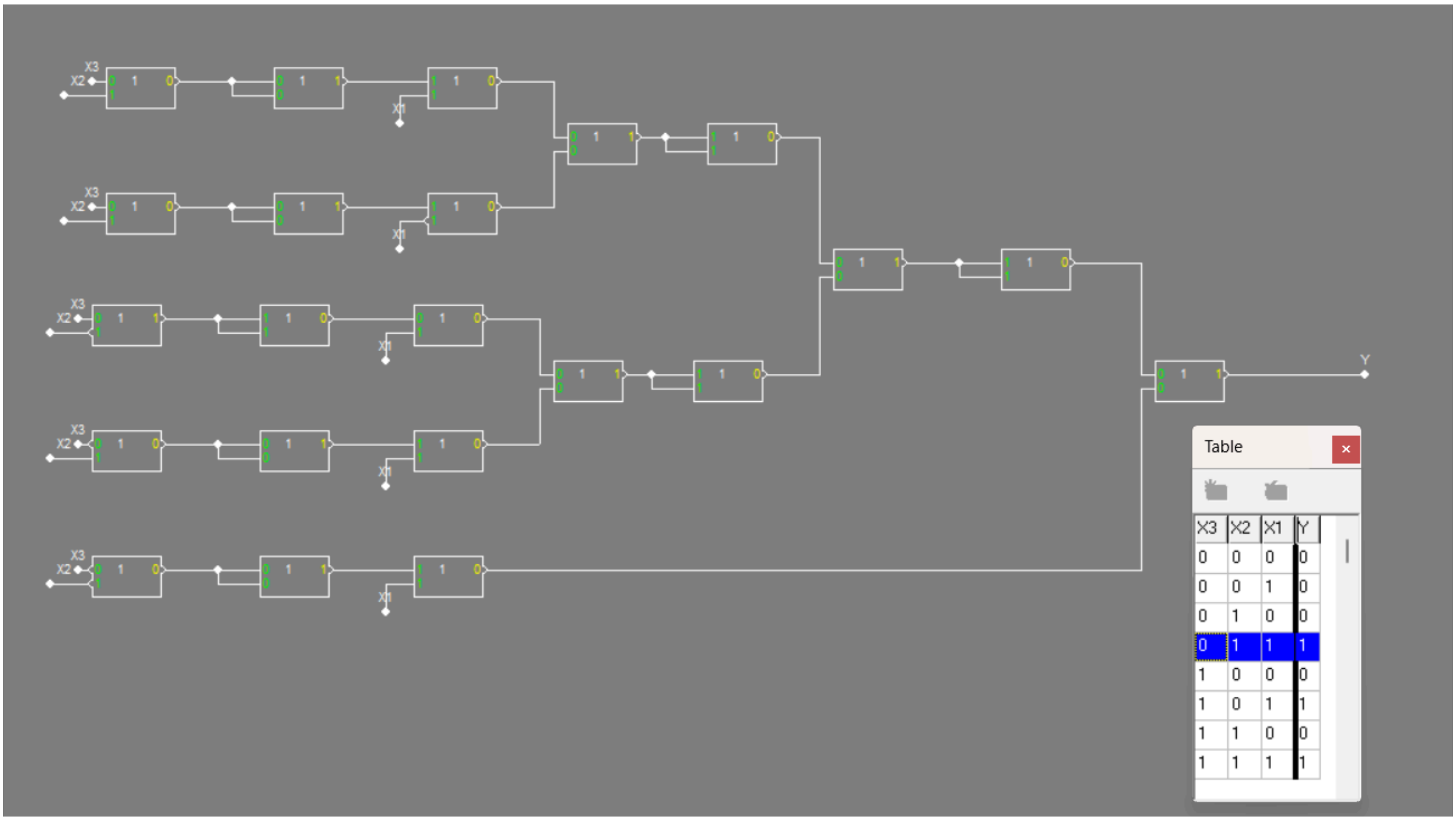
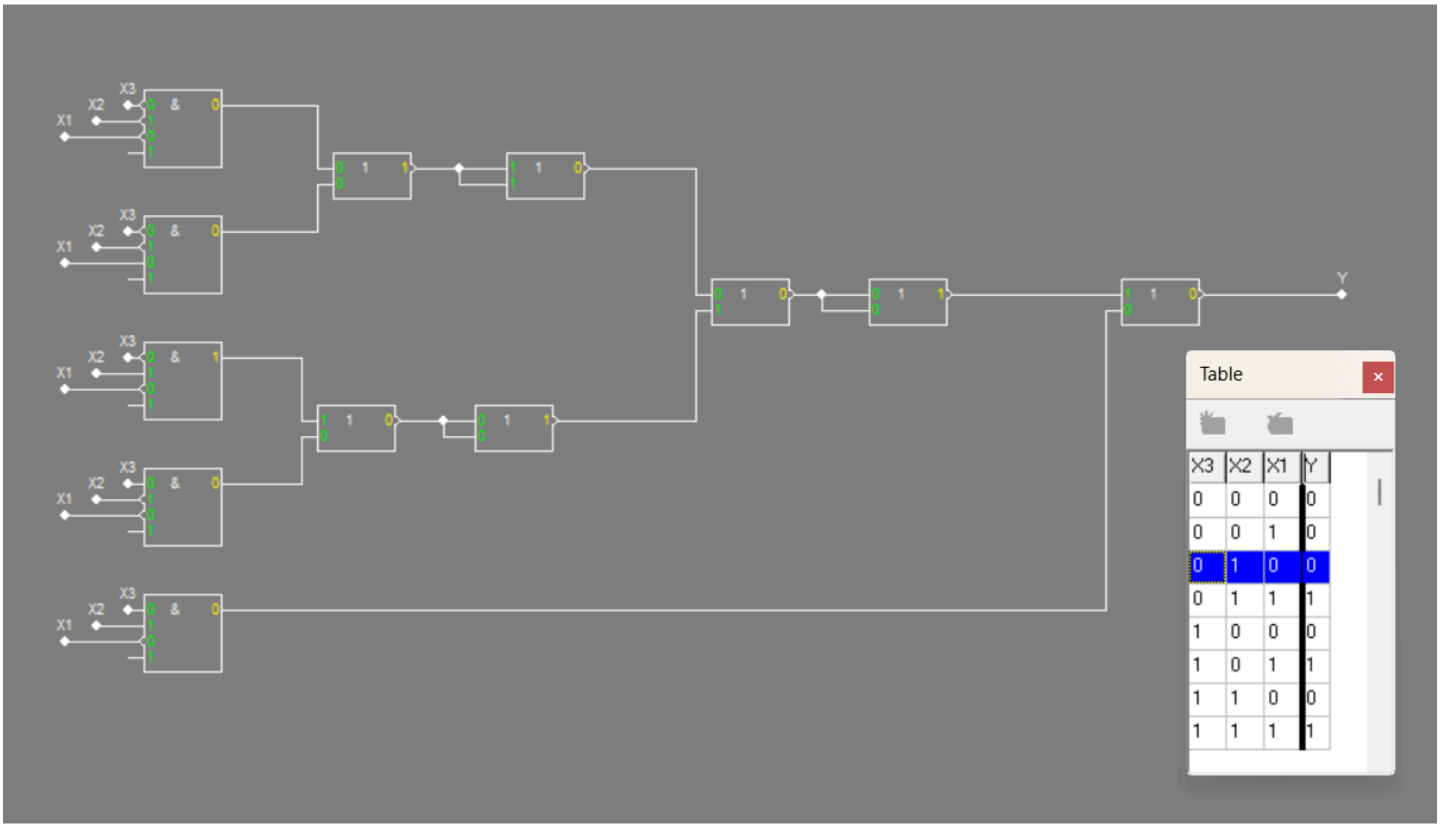


Схема 4І/2АБО-НЕ:



Тепер оцінюємо структурні параметри (по Квайну) та часові параметри цих схем

$K_{2АБО-НЕ/2АБО-НЕ} = 22 \times 2 = 44$

$K_{4І/2АБО-НЕ} = 5 \times 4 + 7 \times 2 = 20 + 14 = 34$

$T_{2АБО-НЕ/2АБО-НЕ} = 8 \times 12 = 96$

$T_{4І/2АБО-НЕ} = 1 \times 14 + 5 \times 2 = 14 + 10 = 24$

З огляду на це, найпростіша та найшвидша схема вийшла 4І/2АБО-НЕ, що свідчить про її ефективність.

Висновок:

Я зумів знайти 8 нормальних форм заданої мені перемикальної функції, знайшов ті, що підходили під мій елементний базис, вивів їх операторну форму з огляду на кількість входів кожного логічного елемента, побудував логічні схеми, які реалізують операторні функції. Набув навичок проєктування логічних схем, та продемонстрував правильність побудованої схеми шляхом зіставлення табличних значень перемикальної функції з табличними значеннями схеми. Знайшов структурні та часові параметри кожної зі схем та знайшов найефективнішу схему операторної функції.