
Agregación de preferencias (I)

Presentación personal y profesional

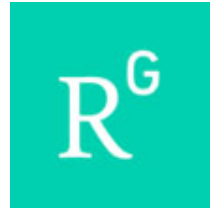
Professor

Jacinto González Pachón

Email: jacinto.gonzalez.pachon@upm.es



@jgpachon07



Ciencia de la web: Agregación de preferencia

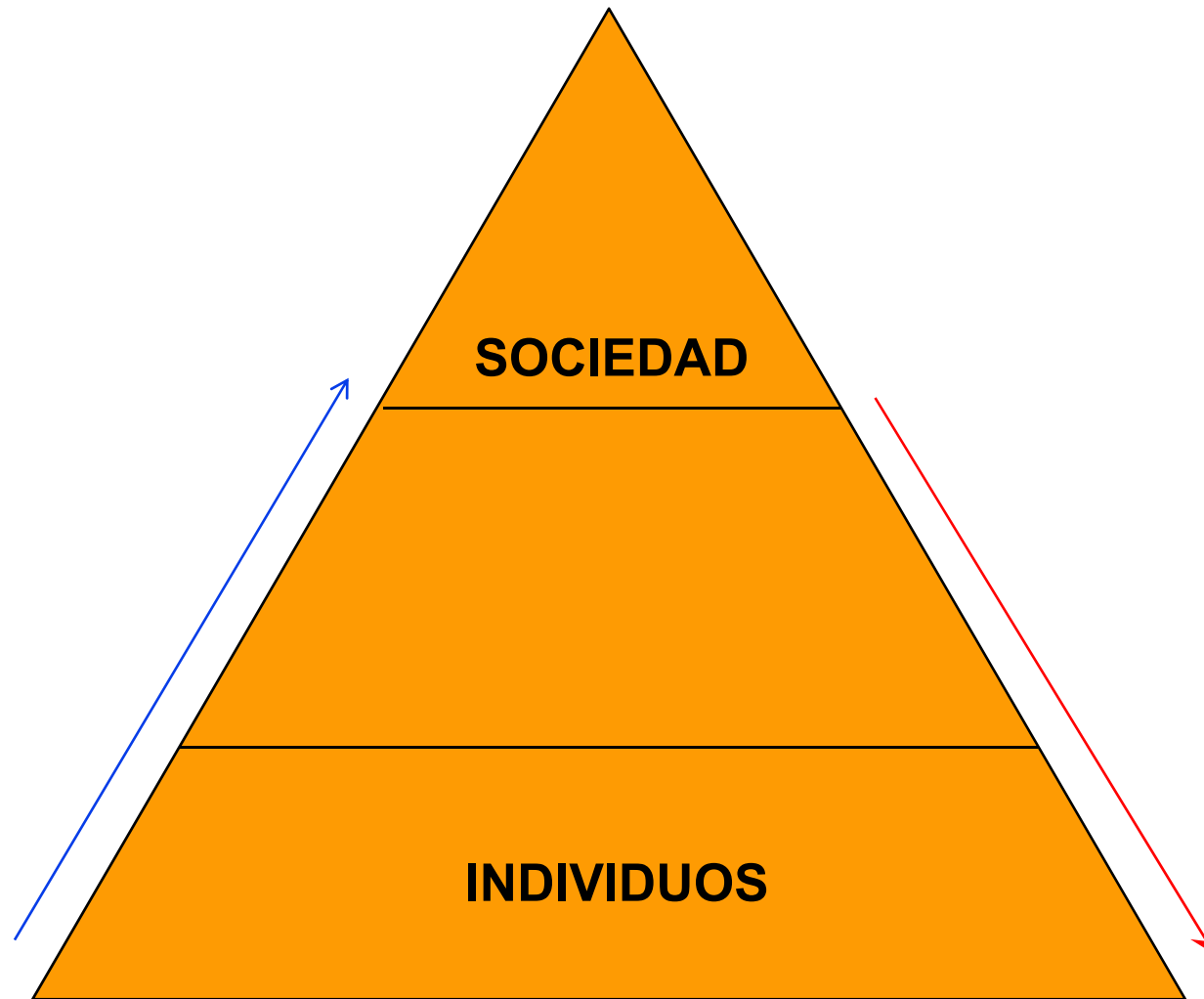
Esquema inicial

1. Contextualización del modulo en Ciencia de la Web
2. Decisión colectiva vs. Negociación
3. Agregación de preferencias ordinales (Elección Social, Votaciones)
3. Agregación de preferencias cardinales (Bienestar Social)

Esquema inicial

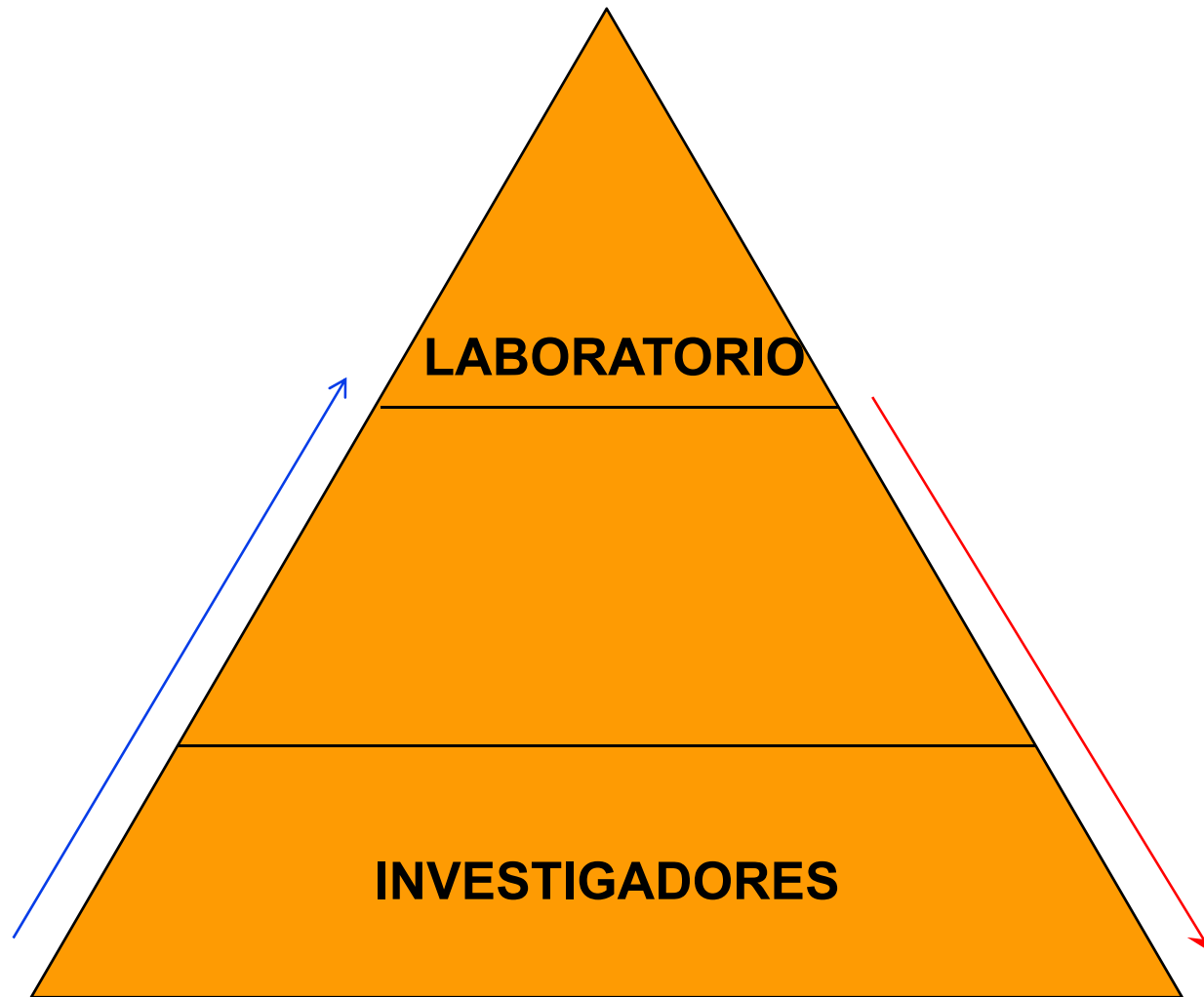
1. Contextualización del modulo en Ciencia de la Web

1. Introducción



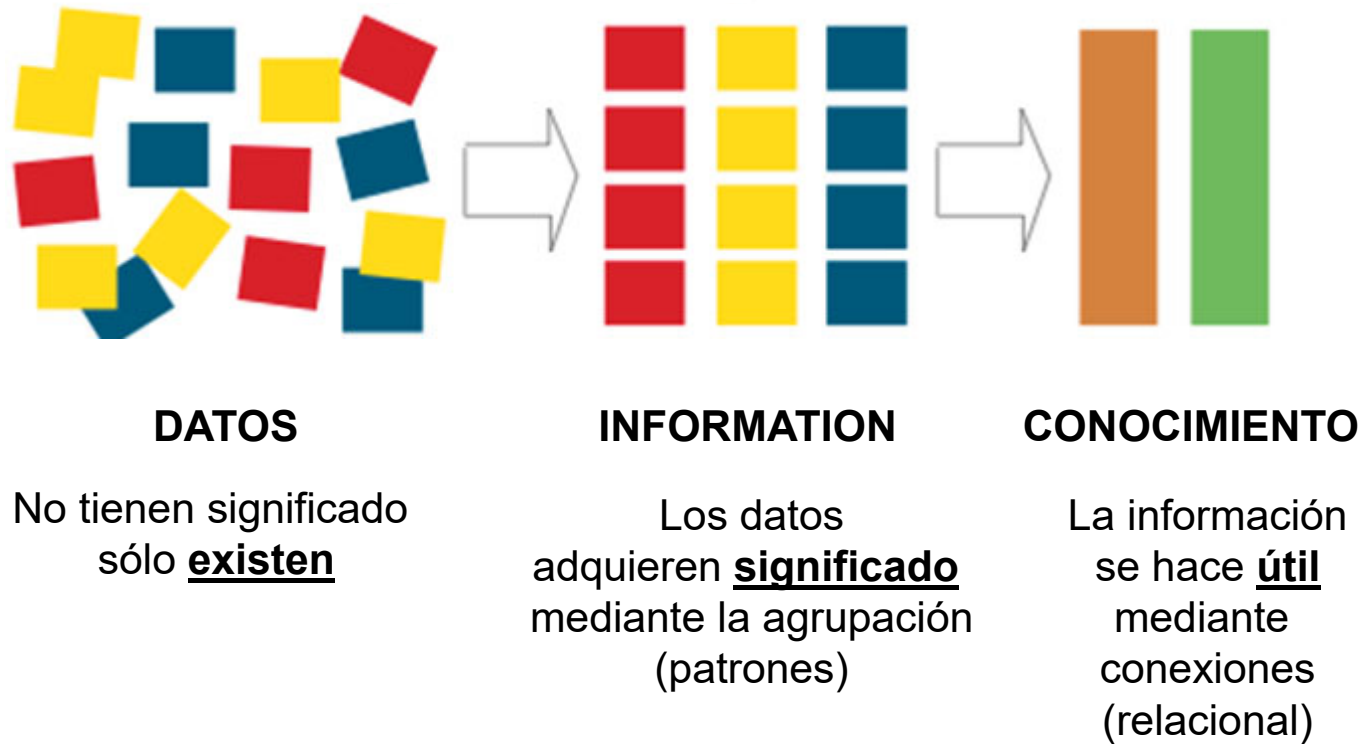
Ciencia de la web: Agregación de preferencia

1. Introducción

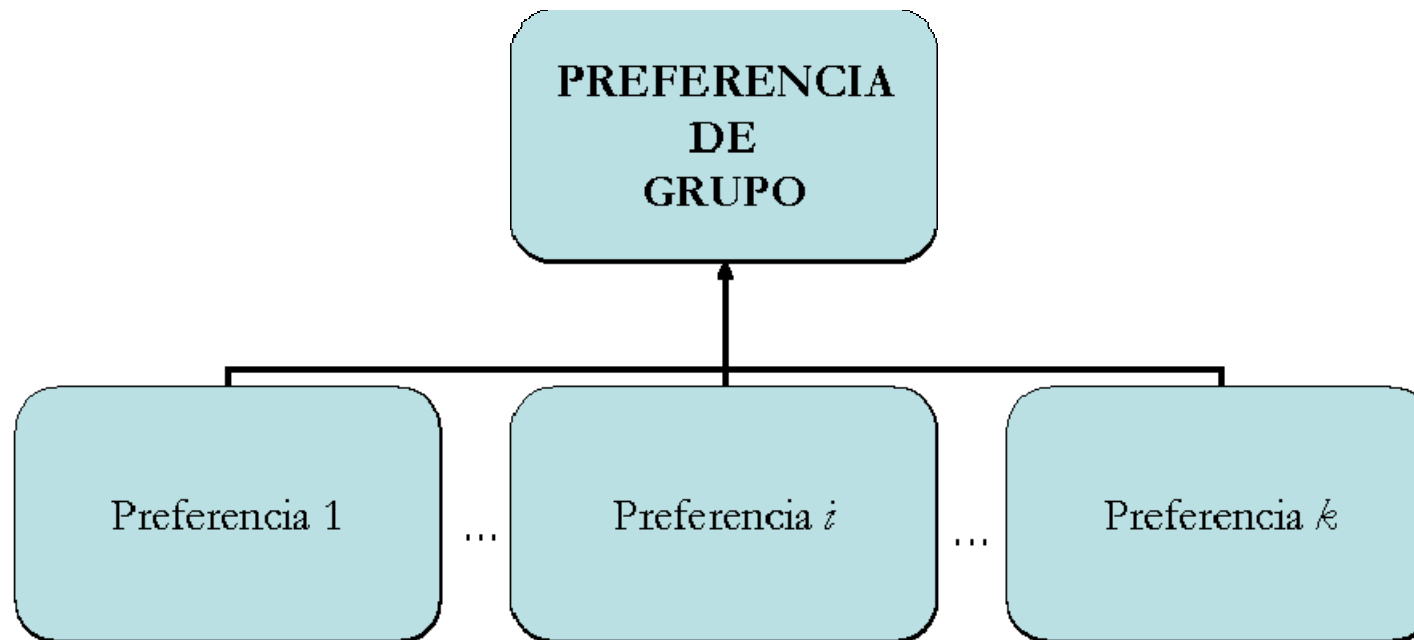


Ciencia de la web: Agregación de preferencia

1. Introducción



1. Introducción



1. Introducción

DILEMA

INDIVIDUO

SOCIEDAD

MINORÍA

MAYORÍA

RACIONALIDAD

**VALORES
SOCIALES**

DRAMA

Ciencia de la web: Agregación de preferencia

1. Introducción

INDIVIDUO

SOCIEDAD



Ciencia de la web: Agregación de preferencia

1. Introducción

DILEMA

LIBERTAD DE EXPRESIÓN

CORRECCIÓN POLÍTICA

DRAMA

Ciencia de la web: Agregación de preferencia

Esquema inicial

2. Decisión colectiva vs. Negociación

2. Decisión colectiva vs. Negociación

- **Decisión Colectiva**

Un grupo de decisores y/o expertos desean sintetizar sus preferencias individuales (ordinal / cardinal)

Decisión colectiva \longleftrightarrow Votación / AGREGACIÓN / Consenso

AGREGACIÓN DE PREFERENCIAS

- ordinales \longrightarrow Agregación de rankings
- cardinales \longrightarrow Agregación de funciones de utilidad

2. Decisión colectiva vs. Negociación

- **Negociación**

- Proceso de decisión en el que cada agente incorpora como estado de la naturaleza, las decisiones de los otros (Análisis de Decisiones)
- Proceso de decisión colectiva e interactiva en donde en cada paso modifica las condiciones del problema (Teoría de Juegos)

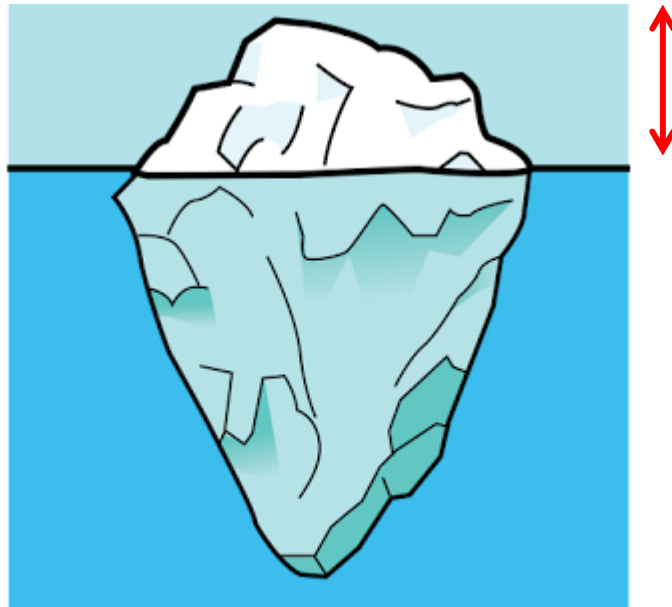
ANÁLISIS DE LA NEGOCIACIÓN

Teoría de Juegos \equiv + Análisis de Decisiones

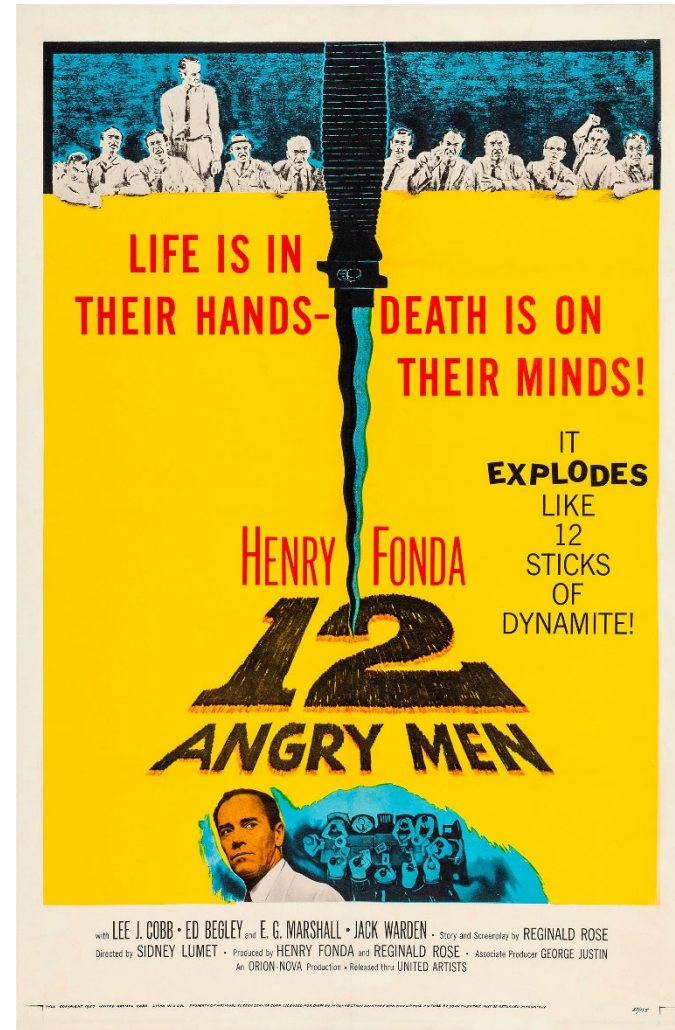
2. Decisión colectiva vs. Negociación

		Voters										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Candidates	1	a	a	a	b	b	b	b	c	c	c	d
	2	c	c	c	a	a	a	a	a	a	a	a
	3	d	d	d	c	c	c	c	d	d	d	c
	4	b	b	b	d	d	d	d	b	b	b	b

2. Decisión colectiva vs. Negociación



2. Decisión colectiva vs. Negociación



Ciencia de la web: Agregación de preferencia

2. Decisión colectiva vs. Negociación



Ciencia de la web: Agregación de preferencia

2. Decisión colectiva vs. Negociación

Elementos para un marco formal

- 1) Un conjunto de negociadores – decisores

$$N = \{N_1, N_2, \dots, N_m\}$$

$$\text{Dimension}_1 = \#N = m$$

2. Decisión colectiva vs. Negociación

Elementos para un marco formal

2) Un conjunto de ofertas factibles – alternativas

$$X \subset R^p \text{ (conjunto convexo)}$$

$$\text{Dimension}_2 = \text{Dimension}_2(X) = p$$

(aspectos a negociar - *atributos*)

Atributo: Característica evaluable

Coches \equiv (consumo, potencia) \equiv (x_1 , x_2)

2. Decisión colectiva vs. Negociación

3) Objectives for each negotiator

$$f_i: X \rightarrow Y_i \subset \mathbb{R}^{m_i} \text{ (concave)}$$

(aggregation operator)

$$\text{Dimension}_2 \leq p$$

OPTIMIZATION PARADIGM

Objective: Combination of attributes (optimization)

$$\text{Max } 0.4 x_1 + 0.6 x_2$$

SATISFICING PARADIGM

Goal: Combination of attributes to be satisfied (satisficing)

$$0.4 x_1 + 0.6 x_2 \geq k \quad \text{ASPIRATION LEVEL}$$

2. Decisión colectiva vs. Negociación

- 4) Utility function for each negotiator

$$u_i: Y_i \rightarrow U_i \subset \mathbb{R} \text{ (concave)}$$

(aggregation operator)

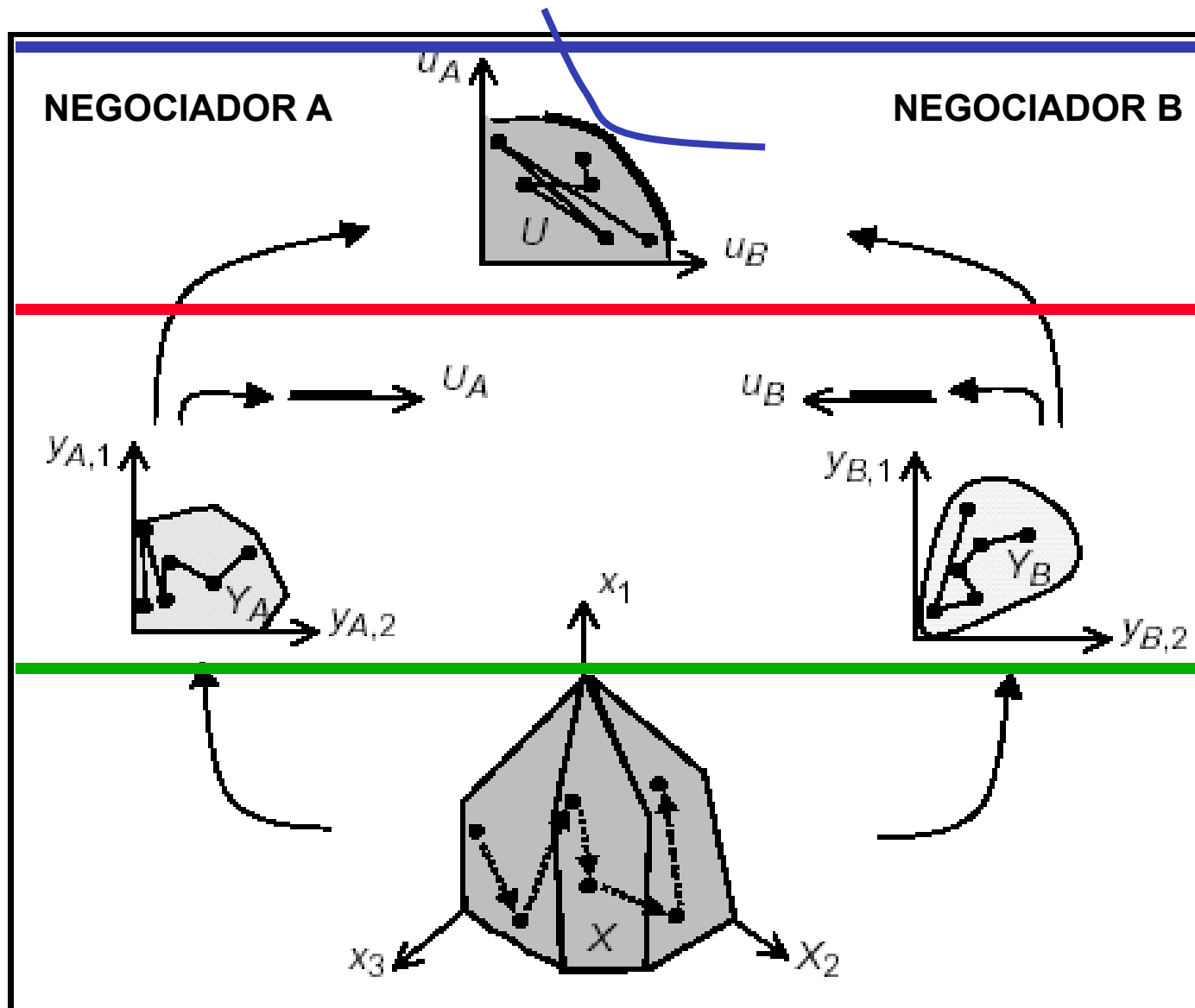
Dimension₂ = 1

- 5) Collective utility function for the group

$$\mathbf{u}: U \equiv (U_1, \dots, U_m) \rightarrow \mathbb{R} \text{ (concave)}$$

Dimension₁ = 1

2. Decisión colectiva vs. Negociación



Decisión
Colectiva

Teoría de
Juegos

Teoría
Cognitiva

2. Decisión colectiva vs. Negociación

Aspectos de interés en la agregación de preferencias

1. Definición y estructura del problema
2. Definición de unidades
3. Naturaleza de la información cuantitativa

Información cardinal	Escala nominal	x, y	$x \neq y$			
	Escala ordinal	x, y	$x \neq y$	$x < y$		
	Escala intervalar	x, y	$x \neq y$	$x < y$	$y - x$	
	Escala de razón	x, y	$x \neq y$	$x < y$	$y - x$	y/x

2. Decisión colectiva vs. Negociación

Aspectos de interés en la agregación de preferencias

4. Modelos paramétricos en lugar de “cajas negras” .
(interpretación preferencial)

5. Relato

Esquema inicial

3. Agregación de preferencias ordinales (Elección Social, Votaciones)

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELEMENTOS BÁSICOS

- X es un conjunto finite de *alternativas*
- Hay un número finite de m agentes $I=1, \dots, m$
- Cada agente i tiene preferencias \succeq_i sobre el conjunto X

3. “Votación” vs. “Elección Social”

VOTACIÓN

Una *regla de votación* es una función que asigna una alternativa

a^*

a cada lista

$(\succeq_1, \succeq_2, \dots, \succeq_m)$

Nonranked voting system

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL

Una *regla de elección social* es una función que asigna un ranking

$$\succeq^*$$

a cada lista

$$(\succeq_1, \succeq_2, \dots, \succeq_m)$$

Ranked / preferential voting system

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL (EJEMPLO)

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7
Canción C_1	1 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a
Canción C_2	2 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
Canción C_3	3 ^a	2 ^a	1 ^a	3 ^a	2 ^a	1 ^a	3 ^a
Canción C_4	4 ^a	3 ^a	2 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a	4 ^a

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL (EJEMPLO)

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	4	1	2	4	1	2	4	18
Canción C_2	3	4	1	3	4	1	3	19
Canción C_3	2	3	4	2	3	4	2	20
Canción C_4	1	2	3	1	2	3	1	13

$$R_1 = 2$$

$$R_2 = 3$$

$$R_3 = 4$$

$$R_4 = 1$$

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL (EJEMPLO)

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	4	1	2	4	1	2	4	18
Canción C_2	3	4	1	3	4	1	3	19
Canción C_3	2	3	4	2	3	4	2	20
Canción C_4	1	2	3	1	2	3	1	13

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL (EJEMPLO)

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	4	1	2	4	1	2	4	18
Canción C_2	3	4	1	3	4	1	3	19
Canción C_3	2	3	4	2	3	4	2	20

3. “Votación” vs. “Elección Social”

ELECCIÓN SOCIAL (EJEMPLO)

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	3	1	2	3	1	2	3	15
Canción C_2	2	3	1	2	3	1	2	14
Canción C_3	1	2	3	1	2	3	1	13

$$R_1 = 3$$

$$R_2 = 2$$

$$R_3 = 1$$

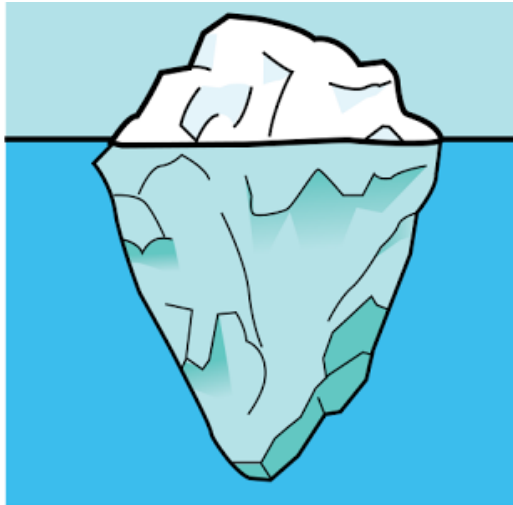
3. “Votación” vs. “Elección Social”

DIFERENCIAS

VOTACIÓN

a^*

Más
realista



ELECCIÓN SOCIAL

μ^*

Ideal,
Normativa

Esquema inicial

3. Agregación de preferencias ordinales (Elección Social, **Votaciones**)

3. Sistemas de votación

1. UN MIEMBRO ELECTO DE DOS CANDIDATOS

Elección por mayoría simple: cada votante puede votar por un candidato y el candidato con mayor número de votos gana la elección.

2. UN MIEMBRO ELECTO DE VARIOS CANDIDATOS

- The First-Past-The-Post Systems
- Sistemas de representación mayoritaria: Votaciones repetidas. Segunda vuelta.

3. ELECCIÓN DE DOS O MÁS MIEMBROS




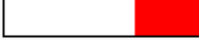

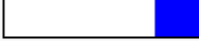


- Sistema de listas: Media más alta (Ley D'Hont) y Mayor resto
- Approval voting

3. Sistemas de votación

The First-Past-The-Post Systems

e • d

Summary of the 27 August 2011 Singaporean presidential election results^{[1][2]}

Candidate	Symbol & party		Results		
			Votes	Percentage (%)	
Tony Tan Keng Yam		Nonpartisan	745,693	35.20	
Tan Cheng Bock		Nonpartisan	738,311	34.85	
Tan Jee Say		Nonpartisan	530,441	25.04	
(Loses deposit) ^[3] Tan Kin Lian		Nonpartisan	104,095	4.91	
Valid votes			2,118,540	98.24	
Rejected votes			37,849	1.76	
Total vote cast			2,156,389	100.00	
Electorate / turnout rate			2,274,773	94.80	

3. Sistemas de votación

The First-Past-The-Post Systems

e · d Summary of the 5 May 2005 House of Commons of the United Kingdom election results
(parties with more than one seat; not incl. N. Ireland)

Seats		Seats %	Votes %	Votes
This table indicates those parties with over one seat, Great Britain only				
Labour Party	355	56.5	36.1	9,552,436
Conservative Party	198	31.5	33.2	8,782,192
Liberal Democrats	62	9.9	22.6	5,985,454
Scottish National Party	6	1.0	1.6	412,267
Plaid Cymru	3	0.5	0.7	174,838
Others	4	0.6	5.7	1,523,716
628				26,430,908

3. Sistemas de votación

Sistemas de representación mayoritaria: Votaciones repetidas. Segunda vuelta.

Elecciones presidenciales francesas, 2002

Prime vuelta

- Jacques Chirac 19.88%
- Jean-Marie Le Pen 16.86%
- Lionel Jospin 16.18%

Segunda vuelta

- Jacques Chirac 82.21%
- Jean-Marie Le Pen 17.79%

3. Sistemas de votación

Sistemas de lista: media más alta (I)

24.000 votantes, 4 listas and 5 escaños

Distribución de votos:

List A	8.700
List B	6.800
List C	5.200
List D	3.300

Primer escaño: Lista A

3. Sistemas de votación

Sistemas de lista: media más alta (II)

Lista	Total de votos	Divisor	Media
A	8.700	2	4.350
B	6.800	1	6.800
C	5.200	1	5.200
D	3.300	1	3.300

Segundo escaño: Lista B

3. Sistemas de votación

Sistemas de lista: media más alta (III)

Lista	Total de votos	Divisor	Media
A	8.700	2	4.350
B	6.800	2	3.400
C	5.200	1	5.200
D	3.300	1	3.300

Tercer escaño: Lista C

3. Sistemas de votación

Sistemas de lista: media más alta (IV)

Lista	Total de votos	Divisor	Media
A	8.700	2	4.350
B	6.800	2	3.400
C	5.200	2	2.600
D	3.300	1	3.300

Cuarto escaño: Lista A

3. Sistemas de votación

Sistemas de lista: media más alta (V)

Lista	Total de votos	Divisor	Media
A	8.700	3	2.900
B	6.800	2	3.400
C	5.200	2	2.600
D	3.300	1	3.300

Quinto escaño: Lista B

Lista A	Lista B	Lista C	Lista D
2	2	1	0

3. Sistemas de votación

Resto más grande

Lista	Votos		Divisor	Resto
A	8.700	4.800	1	3.900
B	6.800	4.800	1	2.000
C	5.200	4.800	1	400
D	3.300		0	3.300

Lista A

2

Lista B

1

Lista C

1

Lista D

1

3. Sistemas de votación

Votación de aprobación (approval voting)

Los votantes pueden votar por (aprobar) tantos candidatos como desee, pero no puede emitir más de un voto por cada candidato en una elección

Vote for any number
of options.

- ☐ Joe Smith
- ☒ John Citizen
- ☐ Jane Doe
- ☐ Fred Rubble
- ☒ Mary Hill

El ganador es el candidato con mayor número de votos.

Esquema inicial

3. Agregación de preferencias ordinales (**Elección Social**, Votaciones)

3. Elección Social

Regla de Condorcet

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7
Canción C_1	4	1	2	4	1	2	4
Canción C_2	3	4	1	3	4	1	3
Canción C_3	2	3	4	2	3	4	2
Canción C_4	1	2	3	1	2	3	1

3. Elección Social

Regla de Condorcet

	Canción C ₁	Canción C ₂	Canción C ₃	Canción C ₄	
Canción C ₁	-	5	3	3	11
Canción C ₂	2	-	5	5	12
Canción C ₃	4	2	-	7	13
Canción C ₄	4	2	0	-	6

$$C_3 \succ C_2 \succ C_1 \succ C_4$$

3. Elección Social

Regla de Borda

	Juez d ₁	Juez d ₂	Juez d ₃	Juez d ₄	Juez d ₅	Juez d ₆	Juez d ₇	TOTAL
Canción C ₁	4	1	2	4	1	2	4	18
Canción C ₂	3	4	1	3	4	1	3	19
Canción C ₃	2	3	4	2	3	4	2	20
Canción C ₄	1	2	3	1	2	3	1	13

$$C_3 \succ C_2 \succ C_1 \succ C_4$$

3. Elección Social

Método de Nanson

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	4	1	2	4	1	2	4	18
Canción C_2	3	4	1	3	4	1	3	19
Canción C_3	2	3	4	2	3	4	2	20
Canción C_4	1	2	3	1	2	3	1	13

3. Elección Social

Método de Nanson

	Juez d_1	Juez d_2	Juez d_3	Juez d_4	Juez d_5	Juez d_6	Juez d_7	TOTAL
Canción C_1	3	1	2	3	1	2	3	15
Canción C_2	2	3	1	2	3	1	2	14
Canción C_3	1	2	3	1	2	3	1	13

3. Elección Social

Método de Nanson

	Juez d ₁	Juez d ₂	Juez d ₃	Juez d ₄	Juez d ₅	Juez d ₆	Juez d ₇	TOTAL
Canción C ₁	1	1	2	2	1	2	2	11
Canción C ₂	2	2	1	1	2	1	1	10

$$C_1 \succ C_2 \succ C_3 \succ C_4$$

3. Elección Social

Método de Copelan

	Judge d_1	Judge d_2	Judge d_3	Judge d_4	Judge d_5	Judge d_6	Judge d_7
Song C_1	4	1	2	4	1	2	4
Song C_2	3	4	1	3	4	1	3
Song C_3	2	3	4	2	3	4	2
Song C_4	1	2	3	1	2	3	1

$$C_1 \succ C_2$$

$$C_3 \succ C_1$$

$$C_4 \succ C_1$$

$$C_2 \succ C_3$$

$$C_2 \succ C_4$$

$$C_3 \succ C_4$$

3. Elección Social

Método de Copeland

$$C_1 \succ C_2 \quad C_3 \succ C_1 \quad C_4 \succ C_1 \quad C_2 \succ C_3 \quad C_2 \succ C_4 \quad C_3 \succ C_4$$

$$f(C_1) = 1 - 2 = -1$$

$$f(C_2) = 2 - 1 = 1$$

$$f(C_3) = 2 - 1 = 1$$

$$f(C_4) = 1 - 2 = -1$$

$$C_2 \sim C_3 \succ C_1 \sim C_4$$

3. Elección Social

Método de Cook & Seiford

	Juez d ₁	Juez d ₂	Juez d ₃	Juez d ₄	Juez d ₅	Juez d ₆	Juez d ₇	Consenso
Canción C ₁	4	1	2	4	1	2	4	R ₁
Canción C ₂	3	4	1	3	4	1	3	R ₂
Canción C ₃	2	3	4	2	3	4	2	R ₃
Canción C ₄	1	2	3	1	2	3	1	R ₄

$$d_{C_1,1} = |4-1| + |1-1| + |2-1| + |4-1| + |1-1| + |2-1| + |4-1| = 11$$

3. Elección Social

Método de Cook & Seiford

$$d_{C_1,1} = |4-1| + |1-1| + |2-1| + |4-1| + |1-1| + |2-1| + |4-1| = 11$$

$$d_{C_1,2} = |4-2| + |1-2| + |2-2| + |4-2| + |1-2| + |2-2| + |4-2| = 8$$

$$d_{C_1,3} = |4-3| + |1-3| + |2-3| + |4-3| + |1-3| + |2-3| + |4-3| = 9$$

$$d_{C_1,4} = |4-4| + |1-4| + |2-4| + |4-4| + |1-4| + |2-4| + |4-4| = 10$$

3. Elección Social

Método de Cook & Seiford

	1	2	3	4
<hr/>				
Canción C ₁	11	8	9	10
Canción C ₂	14	9	6	9
Canción C ₃	13	6	5	8
Canción C ₄	6	5	8	15

Sustraer el número más pequeño de cada fila

	1	2	3	4
<hr/>				
Canción C ₁	3	0	1	2
Canción C ₂	8	3	0	3
Canción C ₃	8	1	0	3
Canción C ₄	1	0	3	10

Sustraer el número más pequeño de cada columna

3. Elección Social

Método de Cook & Seiford

	1	2	3	4
Canción C ₁	2	0	1	0
Canción C ₂	7	3	0	1
Canción C ₃	7	1	0	1
Canción C ₄	0	0	3	8

	1	2	3	4
Canción C ₁	2	0	1	0
Canción C ₂	7	3	0	1
Canción C ₃	7	1	0	1
Canción C ₄	0	0	3	8

POSIBLES ASIGNACIONES