

# OPTIMIZACIJA MAKSIMALNE K-ZADOVOLJIVOSTI POPULACIONIM METAHEURISTIKAMA

---

David Dimić | Zorana Gajić

# FORMULACIJA PROBLEMA I REPREZENTACIJA REŠENJA

---

- ▶ Formula  $F$  u KNF obliku sa  $n$  promenljivih i  $m$  klauza
- ▶ Klauza  $C_i = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_k)$
- ▶ Valuacija  $\overrightarrow{v} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \{0,1\}^n$
- ▶ Binarna reprezentacija

# EVOLUCIONI ALGORITMI (EA)

---

- ▶ Hromozom ili genotip
- ▶ Fitnes funkcija - klasična, SAW, RFEA
- ▶ Selekcija - ruletska i turnirska
- ▶ Ukrštanje - uniformno
- ▶ Mutacija - slučajna, slučajna-prilagodljiva, zasnovana na znanju, jednog bita, Lamarckian SEA-SAW
- ▶ Politika zamene generacija - stabilnog stanja, generacijski,  $(\mu, \lambda)$  i  $(\mu + \lambda)$
- ▶ Kriterijumi zaustavljanja - unapred zadat broj iteracija

# PSEUDOKOD EA

---

Ulaz: Formula F u KNF-u, n, m

Izlaz: Najbolja procenjena valuacija i broj zadovoljenih klauza

Algoritam:

```
Inicijalizacija populacije;  
t = 0; // tekuća iteracija  
while nije zadovoljen uslov zaustavljanja do  
    t = t + 1;  
    Selekcija jedinki za primenu genetskih operatora;  
    Ukrštanje za izabrane parove jedinki;  
    Mutacija izabranih jedinki;  
    Određivanje funkcije prilagođenosti populacije;  
end
```

- ▶ Stepenasto prilagođavanje težina:  $w_i = w_i + \Delta w$
- ▶  $f_{SAW}(i) = \sum_{k=1}^N w_k f(i, c_k) \quad \Delta w = 1 - f(x^*, c_i)$
- ▶ Politika zamene generacije  $(1, \lambda^*)$  - populacija veličine 1
- ▶ Selekcija nije moguća
- ▶ Mutacija jednog bita ili Lamarckian SEA-SAW
- ▶ Ukrštanje nije moguće
- ▶ Ažuriranje težina klauza

- ▶ Stepenasto prilagođavanje težina:  $w_i = w_i + \Delta w$
- ▶ Funkcije prerada  $f_{REF}(x) = f_{maxsat}(x) + \alpha r(x)$
- ▶ Populacija veličine 4
- ▶ Turnirska selekcija - veličine 2
- ▶ Politika zamene stabilnog stanja sa eliminacijom najgore jedinke
- ▶ Mutacija zasnovana na znanju
- ▶ Eliminacija duplikata
- ▶ Ažuriranje težina klauza

# LOKALNA PRETRAGA

---

- ▶ Stohastička lokalna pretraga sa heuristikom okretanja bitova

Ulaz: Formula  $F$  u KNF-u,  $n$ ,  $m$

Izlaz: Najbolja procenjena valuacija i broj zadovoljenih klauza

Algoritam:

```
improvement = 1;
numFlip = 0;
while improvement > 0 and numFlip < maxFlip do
    improvement = 0;
    for i = 0 to n do
        flip p[i];
        numFlip += 1;
        Izračunaj dobit: gain;
        if gain >= 0 then
            prihvati flip;
            improvement += gain;
        end
        else odbaci flip, vrati na staru vrednost p[i];
    end
end
end
```

- ▶ Klasični evolutivni algoritam unapređen lokalnom pretragom

- ▶ 
$$f_{maxsat}(x) = \sum_{k=1}^N f(x, c_k)$$

- ▶ Populacija veličine 10
- ▶ Ruletska selekcija - biraju se 2 jedinke
- ▶ Generacijska politika zamene sa strategijom elitizma
- ▶ Uniformno ukrštanje
- ▶ Klasičan operator mutacije



- ▶ Nastao je od FlipGA

- ▶ 
$$f_{maxsat}(x) = \sum_{k=1}^N f(x, c_k)$$

- ▶ Populacija veličine 1
- ▶ Selekcija nije moguća
- ▶ Politika zamene generacije (1 + 1) - populacija veličine 1
- ▶ Ukrštanje nije moguće
- ▶ Slučajno-prilagodljiva mutacija - dobija se jedno dete
- ▶ Lokalna pretraga sa korišćenjem tabu listi

# OPTIMIZACIJA ROJEM ČESTICA

---

► Jedinke, roj, čestice

► Najbolja pozicija čitavog roja

► Svaka čestica: pozicija  $\vec{x}_i$ , brzina  $\vec{v}_i$ , sećanje  $\vec{P}_i$

►  $\vec{v}_i^{t+1} = w \cdot \vec{v}_i^t + c_1 \cdot \vec{r}_1 \times (\vec{P}_i^t - \vec{x}_i^t) + c_2 \cdot \vec{r}_2 \times (\vec{P}_g^t - \vec{x}_i^t)$

$$\vec{x}_i^{t+1} = \vec{x}_i^t + \vec{v}_i^{t+1}$$

► Sigmoidna transformacija  $\text{sigmoid}(v_i^t) = \frac{1}{1 + e^{-v_i^t}}$

$$x_i^t = \begin{cases} 1, \text{rand}(0,1) < \text{sigmoid}(v_i^t) \\ 0, \text{inace} \end{cases}$$

# PSEUDOKOD PSO

---

Ulaz: Formula F u KNF-u, n, m

Izlaz: Najbolja procenjena valuacija i broj zadovoljenih klauza

Algoritam:

Inicijalizacija populacije: pozicije i brzine;

$t = 0$ ; \\ tekuća iteracija

**while** nije zadovoljen uslov zaustavljanja **do**

$t = t + 1$ ;

**for**  $i=0$  **to** broj cestica u roju **do**

        Izračunaj fitness  $\vec{P}_i^t$ ;

        Sačuvaj individualni najbolji rezultat kao globalni  $\vec{P}_g$ ;

        Ažuriraj brzine na osnovu  $\vec{P}_i$  i  $\vec{P}_g$ ;

        Ažuriraj pozicije  $\vec{v}_i^t$ ;

        Ažuriraj individualni najbolji rezultat  $\vec{P}_i$ ;

        Ažuriraj globalni najbolji rezultat  $\vec{P}_g$ ;

**end**

**end**

- ▶ Sigmoidna transformacija
- ▶ Već navedene jednačine za ažuriranje brzina i pozicije čestice
- ▶  $F_{SAW}(x) = \sum_{i=1}^m W_i C_i(x) \quad W_{i+1} = W_i + 1 - C_i(x^*)$
- ▶ Sporija konvergencija do globalnog optimuma
- ▶ Pojedinačne iteracije se izvršavaju brže

- ▶ Lokalna pretraga
- ▶ Klasična fitnes funkcija - broj zadovoljenih klauza
- ▶ Teško izlaženje iz lokalnih optimuma

- ▶ Flip heuristika

- ▶  $F_{SAW}(x) = \sum_{i=1}^m W_i C_i(x) \quad W_{i+1} = W_i + 1 - C_i(x^*)$

# LITERATURA

---

- ▶ Benno Stein, A Study of Evolutionary Algorithms for the Satisfiability Problem, 2004
- ▶ Gottlieb J. and Voss N., Adaptive fitness functions for the satisfiability problem, 2000
- ▶ Claudio Rossi, Jens Gottlieb, Elena Marchiori, Evolutionary Algorithms for the Satisfiability Problem
- ▶ Predrag Janičič, Mladen Nikolić, Veštačka inteligencija, 2019