

OPTIMIZACIJA MAKSIMALNE K-ZADOVOLJIVOSTI POPULACIONIM METAHEURISTIKAMA

David Dimić i Zorana Gajić

- ▶ Formula F u KNF obliku sa n promenljivih i m klauza
- ▶ Klauza $C_i = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_k)$
- ▶ Valuacija $\vec{v} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \{0,1\}^n$
- ▶ Max k-sat $\max_{\vec{v} \in \Omega} \{SC(\vec{v})\}$

Ulaz: Formula F u KNF-u, n , m

Izlaz: Najbolja procenjena valuacija i broj zadovoljenih klauza

Algoritam:

```
Inicijalizacija populacije;  
t = 0; // tekuća iteracija  
while nije zadovoljen uslov zaustavljanja do  
    t = t + 1;  
    Određivanje funkcije prilagođenosti svake jedinke;  
    Selekcija jedinki za primenu genetskih operatora;  
    Ukrštanje za izabrane parove jedinki;  
    Mutacija izabranih jedinki;  
end
```

- ▶ Hromozom ili genotip
- ▶ Fitnes funkcija - MAXSAT, SAW, REF
- ▶ Selekcija - ruletska i turnirska
- ▶ Ukrštanje - uniformno
- ▶ Mutacija - slučajna, slučajno-prilagodljiva, zasnovana na znanju, jednog bita, Lamarckian SEA-SAW
- ▶ Politika zamene generacija - stabilnog stanja $(\mu + \lambda)$, generacijski (μ, λ)
- ▶ Kriterijumi zaustavljanja - unapred zadat broj iteracija ili sve klauze zadovoljene

- ▶ **Stepenasto prilagođavanje težina:** $w_i = w_i + \Delta w$ $\Delta w = 1 - f(x^*, c_i)$
- ▶
$$f_{SAW}(i) = \sum_{k=1}^N w_k f(i, c_k)$$
- ▶ **Politika zamene generacije** $(1, \lambda^*)$ - populacija veličine 1
- ▶ **Selekcija nije moguća**
- ▶ **Ukrštanje nije moguće**
- ▶ **Mutacija jednog bita i Lamarckian SEA-SAW**
- ▶ **Ažuriranje težina klauza**

- ▶ **Stepenasto prilagođavanje težina:** $w_i = w_i + \Delta w$

- ▶ **Funkcije prerada** $f_{REF}(x) = f_{maxsat}(x) + \alpha r(x)$

$$r(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^N K(x_i) v_i}{1 + \sum_{i=1}^N |v_i|} \right) \quad v_i = v_i - K(x^*) \sum_{k \in U_i(x^*)} w_k$$

- ▶ **Populacija veličine 4**
- ▶ **Turnirska selekcija - veličine 2**
- ▶ **Mutacija zasnovana na znanju**
- ▶ **Politika zamene stabilnog stanja** sa eliminacijom najgore jedinke i duplikata

- ▶ Evolutivni algoritam unapređen lokalnom pretragom: hibridni
- ▶
$$f_{maxsat}(x) = \sum_{k=1}^N f(x, c_k)$$
- ▶ Populacija veličine 10
- ▶ Generacijska politika zamene sa strategijom elitizma (2 najbolje)
- ▶ Ruletska selekcija - biraju se 2 jedinke
- ▶ Uniformno ukrštanje - 0.5
- ▶ Uniformna mutacija - 0.9
- ▶ Lokalna pretraga

- ▶ Stohastička lokalna pretraga sa heuristikom okretanja bitova

Ulaz: Formula F u KNF-u, hromozom p , maxFlip

Izlaz: Novi hromozom

Algoritam:

```
improvement = 1;
numFlip = 0;
while improvement > 0 and numFlip < maxFlip do
    improvement = 0;
    for i = 0 to n do
        flip p[i];
        numFlip += 1;
        Izračunaj dobit: gain;
        if gain >= 0 then
            prihvati flip;
            improvement += gain;
        end
        else odbaci flip, vrati na staru vrednost p[i];
    end
end
end
```


- ▶ Unapređenje FlipGA

- ▶
$$f_{maxsat}(x) = \sum_{k=1}^N f(x, c_k)$$

- ▶ Populacija veličine 1

- ▶ Politika zamene generacije (1 + 1)

- ▶ Selekcija nije moguća

- ▶ Ukrštanje nije moguće

- ▶ Slučajno-prilagodljiva mutacija

- ▶ Lokalna pretraga sa korišćenjem tabu liste

- ▶ Unapređenje ASAP

- ▶
$$f_{SAW}(i) = \sum_{k=1}^N w_k f(i, c_k)$$

- ▶ Populacija veličine 1

- ▶ Politika zamene generacije (1 + 1)

- ▶ Selekcija nije moguća

- ▶ Ukrštanje nije moguće

- ▶ Lamarckian SEA-SAW

- ▶ Lokalna pretraga sa korišćenjem tabu liste

Ulaz: Otac c_0 , dete c , tabu lista T , lista zamrznutih gena

Izlaz: Lista zamrznutih gena

```
Odmrzni sve gene;
if fitness( $c_0$ ) > fitness( $c$ ) then
    //odbaci dete jer je roditelj bolji
     $c = c_0$ ;
end
else
    if fitness( $c$ ) > fitness( $c_0$ ) then
        isprazni  $T$ ;
        dodaj  $c$  u  $T$ ;
    end
    else //isti fitness
        dodaj  $c$  u  $T$ ;
        if  $T$  puna then
            izračunaj zamrznute gene;
            ažuriraj mutation_rate;
            izračunaj klase ekvivalencije;
            if broj Klasa  $\leq 2$  then
                RESTART;
            end
            isprazni  $T$ ;
        end
    end
end
```

- ▶ Jedinka = čestica, populacija = roj
- ▶ Najbolja pozicija čitavog roja
- ▶ Svaka čestica: pozicija \vec{x}_i , brzina \vec{v}_i , sećanje \vec{P}_i
- ▶ $\vec{v}_i^{t+1} = w \cdot \vec{v}_i^t + c_1 \cdot \vec{r}_1 \times (\vec{P}_i^t - \vec{x}_i^t) + c_2 \cdot \vec{r}_2 \times (\vec{P}_g^t - \vec{x}_i^t)$
 $\vec{x}_i^{t+1} = \vec{x}_i^t + \vec{v}_i^{t+1}$
- ▶ Sigmoidna transformacija $sigmoid(v_i^t) = \frac{1}{1 + e^{-v_i^t}}$
$$x_i^t = \begin{cases} 1, rand(0,1) < sigmoid(v_i^t) \\ 0, inace \end{cases}$$

Ulaz: Formula F u KNF-u, n, m

Izlaz: Najbolja procenjena valuacija i broj zadovoljenih klauza

Algoritam:

Inicijalizacija populacije: pozicije i brzine;

$t = 0$; \\ tekuća iteracija

while *nije zadovoljen uslov zaustavljanja* **do**

$t = t + 1$;

for $i=0$ **to** broj cestica u roju **do**

 Izračunaj fitness \vec{P}_i^t ;

 Sačuvaj individualni najbolji rezultat kao globalni \vec{P}_g ;

 Ažuriraj brzine na osnovu \vec{P}_i i \vec{P}_g ;

 Ažuriraj pozicije \vec{v}_i^t ;

 Ažuriraj individualni najbolji rezultat \vec{P}_i ;

 Ažuriraj globalni najbolji rezultat \vec{P}_g ;

end

end

- ▶ Sigmoidna transformacija
- ▶ Već navedene jednačine za ažuriranje brzina i pozicije čestice
- ▶
$$F_{SAW}(x) = \sum_{i=1}^m w_i c_i(x) \quad w_{i+1} = w_i + 1 - c_i(x^*)$$
- ▶ Sporija konvergencija do globalnog optimuma
- ▶ Pojedinačne iteracije se izvršavaju brže

- ▶ Bez ažuriranja brzina i pozicija
- ▶ Lokalna pretraga - flip heuristika

- ▶
$$f_{maxsat}(x) = \sum_{k=1}^N f(x, c_k)$$

- ▶ Bez težina klauza
- ▶ Teško izlaženje iz lokalnih optimuma

- ▶ Bez ažuriranja brzina i pozicija
- ▶ Flip heuristika

- ▶
$$F_{SAW}(x) = \sum_{i=1}^m w_i c_i(x)$$

$$w_{i+1} = w_i + 1 - c_i(x^*)$$

- ▶ Ažuriranje težina

- ▶ Benno Stein, A Study of Evolutionary Algorithms for the Satisfiability Problem, 2004
- ▶ Gottlieb J. and Voss N., Adaptive fitness functions for the satisfiability problem, 2000
- ▶ Claudio Rossi, Jens Gottlieb, Elena Marchiori, Evolutionary Algorithms for the Satisfiability Problem
- ▶ Predrag Janičič, Mladen Nikolić, Veštačka inteligencija, 2019