Lab 6

Monday, 4 November 2024 10:24

Scheme de probabilitate

① Schema binomială (a lui Bernoulli) (cu întoarcerea bilei)

$P(n; k; n-k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

n extrageri

k bile negre "succes"

n-k bile negre "eșecuri"

p - prob. de succes la o extragere

q - prob. de eșec la o extragere

n extrageri cu revenire

$p+q=1$

② Schema cu bila revenită cu r culori

n extrageri cu revenire

$p_1+p_2+\ldots+p_r=1$

$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_r) = \frac{n!}{n_1! \, n_2! \ldots n_r!} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_r^{n_r}$

③ Schema hipergeometrică (fără bilă revenită)

extrag n bile fără revenire

$N = N_1 + N_2$

$$P(n; k; n-k) = \frac{C_{N_1}^k \cdot C_{N_2}^{n-k}}{C_N^n}$$

④ Schema cu bila nerevenită cu r culori

n extrageri fără revenire

$$P(n; n_1, n_2, \ldots, n_r) = \frac{C_{N_1}^{n_1} \cdot C_{N_2}^{n_2} \cdot \ldots \cdot C_{N_r}^{n_r}}{C_N^n}$$

⑤ Schema lui Pascal (geometrică)

? cu revenire

$P(\text{"}k\text{"}) = p \cdot q^{k-1}$

Care e prob. ca prima dată la a k-a aruncare să dea succes?

⑥ Schema lui Poisson

$V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad \ldots \quad V_n$

urne cu configurații diferite $(p_1/q_1, \ldots, p_n/q_n)$

$P(n; k, n-k)$ coef lui t^k din polinomul $Q(t) = \prod_{i=1}^{n} (p_i \cdot t + q_i)$

Scheme clasice de probabilitate

1 $\boxed{T=30 \\ S=5}$ $\boxed{T=30 \\ S=10}$ $\boxed{T=30 \\ S=4}$

a) $p_1 = \frac{5}{30}$; $q_1 = \frac{25}{30}$

$p_2 = \frac{10}{30}$; $q_2 = \frac{20}{30}$

$p_3 = \frac{4}{30}$; $q_3 = \frac{26}{30}$

$P(3; 0, 3) = q_1 q_2 q_3$

nici defecte (pt că deja le-am exprimat prin $p_i = q_i$)

$Q(t) = (p_1 \cdot t + q_1)(p_2 \cdot t + q_2)(p_3 t + q_3)$

coef. lui t^0 (termenul liber)

b) $P(3; 1, 2) = p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + p_3 q_1 q_2$

c) (adunăm prob. pt că evenimentele se exclud reciproc, adică sunt incompatibile)

$P_c = P(3; 0; 3) + P(3; 1, 2) + P(3; 2, 1)$

$p_1 p_2 q_3 + p_1 p_3 q_2 + p_2 p_3 q_1$

? CRED

d) $P(d) = P(c)$

2. $p = \frac{2}{10}$, $q = \frac{8}{10}$

a) $P(8; 4, 4) = C_8^4 \cdot \left(\frac{2}{10}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^4$

b) $P(8; 5, 3) = C_8^5 \cdot \left(\frac{2}{10}\right)^5 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^3$

c) $P(C) = \sum_{k=6}^{8} P(8; k, 8-k)$

d) x - "cel puțin 3 să ..."

3 4 5 6 | 7 8

Y – "minimum 2 nu vor cumpăra"

$$P(X|Y) = \frac{P(X\cap Y)}{P(Y)} = \frac{\sum_{k=3}^{6} P(8;k,8-k)}{\sum_{k=0}^{6} P(8;k,8-k)}$$

e) M – "să cumpere mai puțin de 4 pers"

N – "2 au cumpărat"

$$P(E) = P(M|N) = \frac{P(M\cap N)}{P(N)} = \frac{P(N)}{P(N)} = 1$$

6. $N=49,\ N_1=6,\ N_2=43;\ n=6$

$$P(6;4,2) = \frac{C_6^4 \cdot C_{43}^2}{C_{49}^6}$$

11. $P(a) = P(\text{"7"}) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6$

$P(b) = P(\text{"1"}) + \ldots + P(\text{"6"}) = \sum_{k=1}^{6} \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$P(c) = \sum_{k=1}^{5} P(\text{"k"}) = \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$P(d) = \sum_{k=6}^{\infty} P(\text{"k"})$