

Seminar 1

3. A - primul student câștigat
B - al doilea student câștigat
numărul
a) nu, din moment ce nu câștigă niciunul
b)



4. $\Omega_1 = \{ \text{head, tail} \}^H$ o aruncare
↓ multiple aruncări
 $\Omega_2 = \{HH, HT, TH, TT\}$ 2 aruncări.

5. 10 cercuri concentrice de raze r_k (ac. centru)
 $r_k < r_{k+1}$

A_k - e înmărmărită în jurul (within the range)

- a) $A = \bigcup_{k=1}^6 A_k \Leftrightarrow$ ținta cuprinde aria reunite a unuia sau mai multor cercuri din cele primelor 6 cercuri
cu raze de la r_1 la r_6 , ceea ce e exprimat că poate fi extinsă de oarece
ținta e cuprinsă între arce r_l și r_m unde $1 \leq r_l < r_m \leq 6$ (ideea de reuniune pt a avea "specific")
- b) $B = \bigcap_{k=5}^{10} A_k \Leftrightarrow$ aria cuprinsă între r_5 și r_{10} (ideea de intersecție pt a avea mai puțin "specific")
 \Rightarrow ținta e înmărmărită între r_5 și r_{10}

- c) $C = \bigcup_{k=5}^8 A_k \Leftrightarrow$ ținta e "undeva" (specific) între r_5 și r_8 putând fi extinsă de oarece, între r_l și r_m unde $5 \leq r_l < r_m \leq 8$

- d) $D = \bigcap_{k=5}^8 A_k \Leftrightarrow$ ținta e cuprinsă între r_5 și r_8

- e) $E = \bigcup_{k=1}^{10} A_k \Leftrightarrow$ ținta nu a răsit din limitele razei r_{10} (exterior),
e "undeva", între r_l și r_m unde $1 \leq r_l < r_m \leq 10$

- f) $F = \bigcap_{k=1}^{10} A_k \Leftrightarrow$ ținta nu a răsit din limitele razei r_{10} (exterior),
e cuprinsă între r_1 și r_{10}

Seminar 2

1. zar - 7 ori

A - val. 2 apare - cel puțin o dată

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{5}{6}\right)^7 \Leftrightarrow P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,72$$

2. 2 zaruri
ai doilea arată un rezultat mai mic decât primul
 $\frac{1+2+3+4+5}{6 \cdot 6} = \frac{15}{36}$

3. $z_1 + z_2 = 5 \parallel z_1 + z_2 = 8$

$$\begin{array}{cc|l} 1+4 & 2+6 & \\ 4+1 & 6+2 & \\ 2+3 & 3+5 & \\ 3+2 & 5+3 & \\ & 4+4 & \\ \hline \frac{4}{9} & & \end{array} \rightarrow 9 \text{ cazuri posibile}$$

4. cel puțin o dublă ^{negativ} $\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$
 iar $P(\bar{A}) = \left(\frac{35}{36}\right)^n$
 $\Rightarrow P(A) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$

$$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{35}{36}\right)^n \leq \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{35}{36}} \left(\frac{35}{36}\right)^n \geq \log_{\frac{35}{36}} \frac{1}{2}$$

$$n \geq \log_{\frac{35}{36}} 2$$

5. ? se form. cuplurile în maniera numerată, se elimină m. care se repetă (11, 22, ...) și optăm să form. cupluri (12, 21, ...)

6. 12 pers - oricare din cele 12 lunc $\rightarrow 12^{12}$

$$\frac{12!}{12^{12}}$$

7. ! o dată defecată din cele 365 de "date"

m pers. (Obs. dacă $n > 365$, 3 persoane 2 pers. nascute la ac. dată)

365^n - cazuri posibile

de moduri pe data primei pers ... etc.

$365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - m)$ pt $m < 365$

$$\frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - m)}{365^n} \leq 0,5$$

$$\frac{365!}{(365 - m)! \cdot 365^n} \leq 0,5$$

8. ?

9. 6 pers. în 2 grupuri $\rightarrow C_{12}^6$ (cavari
 (condiționat de gen) (posibile)

Grupul 1 Grupul 2
 n femei n femei

2 · n = 6 nr. total femei
 n = 3 femei per grup

$$\frac{(C_6^3)^2}{C_{12}^6}$$

10. A, B, C, D, E
 $P_5 = 5!$

1) $d(A, B) = 1$
 $5 - 2 = 3$

? A _ B _ _ SAU B _ A _ _ SAU _ A _ B _ SAU ... \rightarrow cazuri de
 3 pers $(3-1)! = 2!$ plată Ana și
 Bianca

$$\frac{6 \cdot 3 \cdot 2!}{5!}$$

2) $d(A, B) = 2$

A _ _ B _ _ SAU ... \rightarrow 4 moduri

? C_3^2

13. $14 \rightarrow 3$ pers - 14 repuneri in suma
 7 cols. fiecare pers. poate ocupa o singura
 dintr-o cella 3 boteliuare $\rightarrow 3!$

$$\frac{3! \cdot C_{14}^3}{14^3}$$

14. $\frac{C_3^2}{C_n^2}$ este nr; $\frac{C_3^2}{C_n^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\frac{3}{\frac{n!}{(n-2)!2!}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6(n-2)!}{n!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{n(n-1)} = \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$12 = n(n-1)$$

$$n^2 - n - 12 = 0$$

$$(n+3)(n-4) = 0$$

$$n_1 = -3 \text{ SAU } n_2 = 4$$

15. 100 probleme
 90 subprobleme
 5 esamen

a) $\frac{C_{90}^5}{C_{100}^5}$ b) $\frac{C_{80}^4 \cdot C_{20}^1}{C_{100}^5}$ c) $\frac{C_{20}^5}{C_{100}^5}$ d) $\frac{C_{80}^2 \cdot C_{20}^3}{C_{100}^5}$

16. pachet 52 cărți \leftarrow 4 simboluri (13 cărți de ac. simbol $\spadesuit, \heartsuit, \clubsuit, \diamondsuit$)
 5 cărți (mână/extragere) \leftarrow 13 rank-uri (2,3,4,5,6,7,8,9, Ace, Jack, Queen, King)
 \downarrow 4 cărți de ac. rank

- a) de ac. fel + număr \Leftrightarrow din ac. rank și cu un anumit simbol
 $C_{52}^{13} \cdot 4 \leftarrow$ simboluri posibile de ales

b) o pereche \rightarrow $\frac{C_{52}^2}{C_{52}^5}$
 alt rank \rightarrow $\frac{C_{12}^1 \cdot C_4^1}{C_{52}^5}$
 ac. rank \rightarrow $\frac{C_{13}^1 \cdot C_4^2}{C_{52}^5}$
 2 cărți din
 totalul de
 4 care există
 de ac. rank

c) 2 perechi \rightarrow $\frac{C_{13}^2 \cdot C_4^2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_4^1}{C_{52}^5}$
 au mai rămas 10 cărți

d) triplet \rightarrow $\frac{C_{13}^1 \cdot C_4^3 \cdot C_{12}^2 \cdot C_4^1}{C_{52}^5}$
 3 cărți cu cel
 4 simboluri de ac. rank
 restul

e) ceadruplu \rightarrow $\frac{C_{13}^1 \cdot C_4^4 \cdot C_{12}^1 \cdot C_4^1}{C_{52}^5}$

f) Black Jack (Ace + Queen/King/Jack/10)
 $\frac{C_4^1 \cdot C_{4 \cdot 4}^1 \cdot C_{52-16-4}^3}{C_{52}^5}$
 Ace (4 la nr.)
 restul
 4 cărți din fiecare (Queen/King/Jack/10)

g) $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

17. a) $\frac{C_4^2}{C_{52}^2}$ b) $\frac{C_4^2 \cdot C_{13}^1}{C_{52}^2}$ c) cărți mici: $2 \leq 9$
 $9-2+1 = 8$ rank-uri
 $\frac{C_{8 \cdot 4}^2}{C_{52}^2}$

d) $C_1 > C_2$
 $C_1 = 2 \rightarrow C_2 \in \emptyset$
 $C_1 = 3 \rightarrow C_2 \in \{2\}$
 $C_1 = 4 \rightarrow C_2 \in \{2, 3\}$
 $C_1 = 5 \rightarrow C_2 \in \{2, 3, 4\}$
 \vdots
 $C_1 = 10 \rightarrow C_2 = \{2, 3, \dots, 9\}$
 $C_1 = \text{Jack} \rightarrow C_2 = \{2, \dots, 10\}$
 $C_1 = \text{Queen} \rightarrow C_2 = \{2, \dots, 10, \text{Jack}\}$
 $C_1 = \text{King} \rightarrow C_2 = \{2, \dots, 10, \text{Jack, Queen}\}$
 $C_1 = \text{Ace} \rightarrow C_2 = \{2, \dots, 10, \text{Jack, Queen, King}\}$

Gauss
 $\Rightarrow 0+1+\dots+12 =$
 $\frac{12(12+1)}{2}$
 $= 78$

18. 2 culori (negru, roșu)
se extrag 13 cărți
a) $\frac{C_4^1 \cdot C_{52-2}^{11}}{C_{52}^{13}}$

b) 4 cărți de ac. rank pt. cel puțin
un rank
 $\frac{C_{13}^1 \cdot C_{52-4}^{13-4}}{C_{52}^{13}}$

19. $\frac{(C_{13}^1)^4 \cdot C_{52-4}^1}{C_{52}^5}$
4 simboluri
are 13 rank-uri posibile
restul (se extrag 5 cărți)

20. a) cărți de val. dif (rank) b) simboluri dif
 $\frac{C_{13}^5 \cdot (C_4^1)^5}{C_{52}^5}$
rank-uri dif.
4 simboluri
centrul lui Perichlet:
5 cărți, 4 simboluri
 $\Rightarrow \exists$ cel puțin 2 cărți de
ac. simbol

21. ?

22. full-house
3 cărți ac. simbol
2 cărți ac. rank
 $\frac{C_4^3 \cdot C_{13}^3 \cdot C_{12}^2 \cdot C_4^2}{C_{52}^5}$
napăsat
simbol rank
napăsat rank-uri dif.

23. juc. 1 $\rightarrow 52 \xrightarrow{13} 39$
juc. 2 $\rightarrow 39 \xrightarrow{13} 26$
juc. 3 $\rightarrow 26 \xrightarrow{13} 13$
...
cărți totale
 $\rightarrow C_{52}^{13} \cdot C_{39}^{13} \cdot C_{26}^{13} \cdot C_{13}^{13}$

$$\frac{78 \cdot (?)}{C_{52}^2}$$

$$\text{juc} - 4 \rightarrow 13 \text{ } \frac{0}{13} \quad |$$

a) 13 cărți de mână pt jucător

→ 1 mod de a alege cărțile se împart la ceilalți
(ca să se cum din raționalul de nes înlocuire
din produs C_{52}^{13} cu 1)

$$\frac{1 \cdot C_{29}^{13} \cdot C_{26}^{13} \cdot C_{13}^{13}}{C_{52}^{13} \cdot C_{39}^{13} \cdot C_{26}^{13} \cdot C_{13}^{13}}$$

atenție: nu se
înmulțesc cu
4 (de la nr. juc.)

b) am ar pt. fiecare jucător

s-a împărțit deja o carte din cele 13 (Ace)

$$\frac{C_4^1 \cdot C_{52-4}^{12} \cdot C_{52-4-12}^{12} \cdot C_{52-4-2 \cdot 12}^{12} \cdot C_{52-4-3 \cdot 12}^{12}}{C_{52}^{13} \cdot C_{39}^{13} \cdot C_{26}^{13} \cdot C_{13}^{13}}$$