Segnali e Immagini

Segnali

Segnale: una qualsiasi grandezza (fisica o astratta) che varia in un dominio (spesso il tempo, ma anche lo spazio, altro) in maniera deterministica o aleatoria, che trasporta più o meno informazione.
Informazione: qualcosa che quando viene fornita dissipa un'incertezza
Rumore: Tutto ciò che è associato al segnale, ma non porta informazione. Disturba la ricezione del segnale e l'estrazione dell'informazione
Energia di un segnale: Attributo associato ad un segnale (segnale di energia), espresso in joule (potenza × tempo). In pratica, per trasmettere un segnale mi serve energia, Esistono segnali ad energia finita ed altri ad energia infinita (per esempio il 50Hz della rete elettrica)
Potenza: E' l'energia per unità di tempo, utile per trattare i segnali ad energia infinita
Signal-to-Noise Ratio (SNR): E' il rapporto tra la potenza del segnale e la potenza del rumore. Più grande (di 1) è, meglio si interagisce con il segnale
Sistema di elaborazione dei segnali: Può essere visto come un modello matematico che, ad un segnale d'ingresso, reagisce producendo un segnale di uscita. Può essere mono o multi variabile, Un sistema agisce su un segnale migliorando il rapporto segnale rumore,estraendo informazione dal segnale. Uno degli insegnamenti fondamentali del corso è che un segnale può essere visto attraverso il suo sviluppo temporale (spaziale), ma anche in un altro dominio, quello frequenziale, che in parole povere "conta" il numero di volte per unità di tempo in cui si ripete un particolare evento (oscillazione nella maggior parte dei casi) sviluppo temporale sviluppo frequenziale
Frequenza: alta ripetizione di un evento (oscillazione) tante volte per unità di tempo (secondo). La visualizzazione del contenuto frequenziale = spettro del segnale

ACQUISIZIONE/RICEZIONE DI UN SEGNALE : Un segnale esiste fisicamente o è un'entità astratta (una serie finanziaria) Nel primo caso, è essenziale essere in grado di acquisire/ricevere un segnale, ossia captare variazioni nel mezzo in cui esso appare/è trasmesso. Alcuni segnali sono facili da acquisire, dipende essenzialmente dalla loro frequenza più alta la frequenza, più costoso l'hardware di acquisizione/ricezione, più alta la frequenza, più difficile è avere le condizioni per realizzare l'acquisizione/ricezione
CATENA DI ACQUISIZIONE: Esiste una catena di acquisizione formata da vari elementi, di cui i principali protagonisti (ma non i soli!) sono sensore o trasduttore: sono dispositivi che acquisiscono in ingresso una grandezza fisica ed esprimono in uscita una grandezza elettrica il cui valore è funzione della grandezza di ingresso. – campionatore: trasforma un segnale da continuo a discreto. – digitalizzatore: discretizza/quantizza i valori assunti da un segnale
CAMPIONAMENTO: I segnali acquisiti dall'ambiente naturale ed alcuni trasmessi dall'uomo sono analogici (continui nello spazio/tempo e nei valori che essi trasportano) in qualsiasi punto della variabile indipendente (tempo/spazio) catturo un valore numerico preciso a piacere I campionamento trasforma un segnale continuo in uno discreto: Il segnale proveniente dal sensore viene osservato ad istanti discreti. Questo ne permette: 1) il controllo automatico 2) la visualizzazione 3)la memorizzazione 4) la

trasmissione. Un campionamento errato danneggia l'informazione contenuta nel segnale, principalmente a causa del problema di aliasing, Un campionamento corretto preserva totalmente l'informazione contenuta nel segnale. Esempi di segnali discreti ma continui nell'ampiezza (ossia segnali discreti): – PAM: Pulse Amplitude Modulation • i controllori per i led dimmerabili

QUANTIZZAZIONE: La quantizzazione associa i valori continui di un segnale (continuo o campionato=discreto) ad un intervallo di quantizzazione, scelto tra diversi intervalli. Contrariamente alla campionatura (che permette di mantenere invariate le informazioni associate ad un segnale), fa perdere sempre un po' di informazione (non più recuperabile), a causa dell'errore di quantizzazione, mentre l'aliasing crea nuovi segnali soprattutto a bassa frequenza, la quantizzazione affligge tutte le frequenze qualitativamente peggiore

Esempi di segnali continui, ma discreti nell'ampiezza (ossia segnali a pulsazione, i segnali in uscita da filtri «clockless» a soglia, commutatori capacitativi, servono per diminuire l'aliasing

DIGITALIZZAZIONE: campionamento + quantizzazione. La digitalizzazione di un segnale è essenziale per la trasmissione dello stesso

CODIFICA/DECODIFICA: La codifica del segnale segue alla quantizzazione. La codifica viene trattata da un modulo del sistema di elaborazione dei segnali chiamato livello fisico. In pratica, ad ogni valore in un intervallo di quantizzazione associo un codice – P.e. il codice può essere un numero espresso in binario, usando N bit codifica a N=8 bit = 2 8 = 256 valori rappresentabili • ampiezza di un segnale audio, intensità di un pixel • La codifica serve per impacchettare i segnali in modo che possano essere trasmessi, la decodifica fa l'inverso

COMPRESSIONE: • La compressione del segnale serve per ridurre i byte necessari alla memorizzazione del segnale

TRASMISSIONE: Un segnale può essere trasmesso o propagato da un mittente ad un destinatario attraverso un mezzo di trasmissione (o canale di comunicazione) • Durante la trasmissione, per spostarsi nel mezzo, il segnale consuma la propria energia perdendo potenza; maggiore è la distanza da percorrere e maggiore è l'attenuazione del segnale. • Due famiglie di trasmissioni, dipendenti dal mezzo 1) guidata: c'è una struttura fisica (es. cavo) che determina un cammino fisico lungo cui si propaga il segnale 2) in spazio libero: si usa un'antenna per propagare nel vuoto, aria, acqua • Il fenomeno fisico usato principalmente nelle comunicazioni è l'onda elettromagnetica (ma anche aria, acqua, etc).

Il mezzo di trasmissione è caratterizzato dall' Ampiezza di banda (o banda passante), si misura in Hz, è la frequenza massima e minima permessa dal mezzo di trasmissione

Velocità di trasmissione (baud rate) si misura in baud, il numero possibile di variazioni al secondo. Se si trasmettono segnali digitali si parla di bit per secondo o bit rate, bps (1Kbps = 1000bit/s, non 1024=128 byte). Attenuazione si misura in decibel, e determina la diminuzione in ampiezza che subisce un segnale che passa in un mezzo. Rumore sono segnali di origine aleatoria provenienti dall'interno del mezzo di trasmissione (p.e. rumore termico)

ANALISI IN TEMPO FREQUENZA: Dato un segnale definito nel tempo/spazio, l'analisi in tempo frequenza permette di rivelare il contenuto frequenziale di un segnale. L'analisi in frequenza è un modo alternativo per descrivere un segnale. Più importante, l'analisi in

frequenza permette di eseguire delle operazioni sul segnale in maniera più semplice rispetto all'analisi nel tempo. Operazione di base, è preliminare alla progettazione dei filtri
FILTRAGGIO: Il filtraggio rappresenta una famiglia di operazioni da applicarsi al segnale per i seguenti scopi
ENCHANTEMENT: L'enhancement (miglioramento, rinforzo) di un segnale ne migliora alcuni aspetti per aumentare l'informazione in esso. Corrisponde a scoprire qualcosa di nuovo nel segnale. E' soggettivo

RESTAURO: Il restauro mira a fare ritornare un segnale corrotto da vari tipi di rumore al segnale originale.Corrisponde a ritrovare una versione primitiva e non corrotta del segnale. E' oggettivo
SEPARAZIONE: Un segnale può essere visto come composizione di più segnali, in cui la funzione di composizione può essere arbitrariamente complessa. Per esempio, nell'audio i segnali si sommano, così come la luce nelle immagini. Esistono delle tecniche di fattorizzazione che permettono di isolare le varie componenti. independent component analysis, Non negative matrix factorization
ESTRAZIONE DI CARATTERISTICHE: L'operazione di estrazione di caratteristiche presuppone di isolare delle caratteristiche del segnale che ci interessano. Serve principalmente per fare classificazione del segnale, entrando così nel mondo della machine learning La machine learning, assieme ad altri argomenti avanzati (visione computazionale, riconoscimento dei segnali, interazione uomo macchina), In breve, la machine learning permette ad una macchina di imparare un concetto, di acquisire e usare l'informazione contenuta in un segnale: 1) apprendere la forma di un oggetto vedendolo con una telecamera 2) apprendere come un suono possa essere mappato in una stringa di testo. Per i segnali audio, il contenuto frequenziale è una riserva di misure ricchissima (centroide spettrale, pitch, armoniche, etc).Per le immagini, le caratteristiche principali sono edge e regioni. Edge = bordi, Gli edgepermettono di avere una rappresentazione alternativa di una
immagine, utile per vari scopi.
REGIONI : sono un concetto più difficile da definire. Esse variano di natura a seconda dell'applicazione che si prende in considerazione. In generale, una regione racchiude pixels o agglomerati di pixel più simili tra essi rispetto ai pixel al di fuori della regione
VISUALIZZAZIONE DEI SEGNALI: Un dato, per essere capito appieno, necessita di tecniche divisualizzazione. Soprattutto nel caso di dati ad alta dimensionalità (immagini iperspettrali per esempio, ma anche dati temporali) esiste una scienza chiamata data visualization che, tra le altre cose, mira a trovare una rappresentazione dei segnali che sia facilmente interpretabile. Mette assieme elementi di signal processing, grafica al calcolatore, matematica avanzata
SINTESI DEI SEGNALI: Un segnale si può sintetizzare, ovvero generare in maniera sintetica. Il termine viene usato per quei casi in cui un segnale, tradizionalmente presente in natura, viene creato al computer. La grafica al calcolatore è un esempio di sintesi di immagini. Anche i suoni possono essere sintetizzati.

Numeri Complessi: $\cos \theta + j \sin \theta = e^{J\theta}$ I numeri complessi possono essere visti geometricamente come punti su un piano (piano complesso) descritti da coordinate (R,I)

--> forma rettangolare di un numero complesso (c = Re + jIM), spesso è utile rappresentare i numeri complessi in coordinate polari (modulo, angolo), ottenendo così la forma polare di un numero complesso. $c = |c| \cos \theta + j \sin \theta = |c| e^{J\theta}$
Fasore: funzione (complessa) che modella la posizione di un punto che ruota attorno all'origine a raggio determinato |c| con velocità angolare costante θ(t). Mi permettono di passare dal dominio del tempo/spazio a quello dell'analisi frequenziale. Essenziale per la comprensione di un segnale, per la trasmissione, il filtraggio
Funzione pari: Una funzione f : R ->R è pari sse f(t) = f(-t)
Funzione dispari: Una funzione f : R ->R è pari sse f(t) = - f(-t)
Grazie alle proprietà delle funzioni pari e dispari ottengo formule di interesse per la funzione esponenziale complessa: a) $\cos \theta = (e^{J\theta} + e^{-J\theta}) / 2$ b) $\sin \theta = (e^{J\theta} - e^{-J\theta}) / 2j$
Segnale = Un segnale è una funzione generica f: D1 -> D2 che associa ad ogni elemento del dominio D1 uno e un solo elemento del codominio D2 (scalari, vettori, matrici)
TIpologie di segnale = 1) Dom(R) -> Cod(R) = continuo(o analogico), 2)Dom(R) -> Cod(Z) = quantizzato, 3) Dom(R) -> Cod(C) = continuo complesso, 4) Dom(Z) -> Cod(R) = discreto (campionato), 5) Dom(Z) -> Cod(Z) = digitale, 6) Dom(Z) -> Cod(C) = discreto complesso. I segnali possono rappresentare entità della natura, ma anche essere pure formalizzazioni di entità matematiche!
Segnali temporali continui = $D_1 \subseteq R$ dove la variabile D_1 è pensata come tempo. 1) D_1 = R(+inf, - inf) a tempo continuo, 2) D_1 = R(0, - inf) = causale continuo, 3) D_1 = R(t_start, t_end). Non è necessario specificare il codominio D2 = R[Val_min, Val_max] = segnale limitato(per le entità naturali).
Segnali frequenziali continui = Segnali continui che spiegano alcune proprietà dei segnali temporali o spaziali (sono duali ad essi) • $D_1 \subseteq R$, e la variabile in D1 è la frequenza (μ), dii solito μ indica Hz (1 Hz = 1/sec.=). In generale, μ indica quanti cicli di un segnale che si ripete accadono rispetto all'unità di cui sono duali. • $D_2 \subseteq C$ complesso,con 2 segnali ampiezza e fase.Le proprietà dei segnali temporali o sequenziali espresse attraverso i segnali frequenziali sono ottenute attraverso l'analisi di Fourier.
Segnali spaziali continui = • $D_1 \subseteq R^2$ e le variabili in D 1 sono pensate come coordinate (t,z metri, millimetri). D1 = R(t_start, t_end) x R(z_start, z_end) a supporto limitato continuo. Esempi sono: un'immagine vista al museo con i vostri occhi è una funzione f(t,z), immagini multispettrali, dipinti astratti.
Segnali frequenziali continui nello spazio = In genere, sono $D_1 = R^2$, $D_2 = R$ (esprimendo solo magnitudo) oppure $D_1 = R^2$, $D_2 = C$ (ampiezza e fase). la formulazione finale di questo segnale è $D_1 = R^2 = (\mu_t , \mu_z)$ rappresenta la frequenza spaziale in direzione riga, colonna. Risulta quindi comodo organizzare il segnale come una immagine (a sua volta) che esibisca tutti i valori del codominio $D_2 = R^2 = F(\mu_t , \mu_z)$
Segnali Discreti = Segnali il cui dominio (di qualunque natura) viene campionato da un insieme discreto di punti D_1 contenuto in Z.Sono segnali discreti una stringa di caratteri, una stringa di DNA, un segnale audio preso ad istanti prefissati, un'immagine rappresentata tramite pixel. i pixel sono indicizzati spazialmente ad intervalli fissi. Quando i segnali discreti derivano da una decimazione del dominio della variabile indipendente si parla di campionatura, o segnale campionato. Anche i segnali discreti possono essere analizzati in frequenza

Segnali Periodici = Un segnale f è periodico di periodo T o T-periodico se ∃ T∈R : f(t+T) = f(t), ∀ T ∈ D_1, e T è il minor numero per cui la condizione di ripetizione si verifica Dato un periodo T si usa indicare con μ_0 la "frequenza fondamentale" μ 0 =1/T.
Segnali Digitali = Sono segnali discreti che hanno le ampiezze quantizzate ad esempio un canzone in mp3 o un'immagine nel computer. Anche i segnali digitali possono essere analizzati attraverso analisi di Fourier
Segnali Periodici Trigonomentrci = Fissato T>0 i segnali trigonometrici di minimo periodo T sono: 1) $f(t) = \cos 2\pi\mu_0 t$ e 2) $f(t) = \sin 2\pi\mu_0 t$ dove dove μ_0 è una frequenza, $\mu_0 = 1/T$ frequenza fondamentale. Aggiungendo La fase θ essa permette di eseguire una operazione di shift a questi segnali.
Energia di un Segnale = Un segnale si dice ad energia finita (o di energia) se l'integrale che ne rappresenta l'energia converge: condizione sufficiente all'esistenza della sua trasformata di Fourier. Le funz. trigonometriche non sono di energia ma hanno TdF. Condizione necessaria per essere segnale ad energia finita: all'infinito (+,-), l'ampiezza va a 0. Esempi di segnali di energia mpulsi rettangolar,oscillazioni smorzate (sinc)
• Esempi di segnali non di energia : sin, cos • Essendo un'energia, si misura in joule
Potenza media di un Segnale = Un segnale si dice a potenza finita (o di potenza) se l'integrale che ne rappresenta la potenza converge • per un segnale ad energia finita la potenza tende a zero (per cui un segnale non può appartenere ad entrambe le categorie) • esistono segnali che non sono ne' a energia ne' a potenza finita ad esempio e^{at}
Operazioni fondamenti con i segnali = 1) Somma = h(t) = f(t) + g(t) La somma di due segnali è particolarmente facile quando essi non interferiscono (non sono contemporaneamente. 2) Prodotto = h(t) = f(t)* g(t) 3) Amplificazione = h(t) = lamda*f(t) tutti e 3 ∀t ∈ D_1, 4) Shift ∀f(t): D_1 ∈ R f(t - τ) shift a dx mentre (t + τ) shift a sx 5) Rescaling o scalatura t: ∀f(t): D_1 ∈ R, ω diversa da 0, f(ωt) con 0 <ω < 1 ritardo il segnale mentre con
ω > 1 lo accelero
Cross-correlazione = rappresenta la misura di similitudine di due segnali come funzione di uno spostamento o traslazione temporale applicata ad uno di essi.
Convoluzione =La convoluzione è un'operazione tra due funzioni di una variabile che consiste nell'integrare il prodotto tra la prima e la seconda traslata di un certo valore. Ha una forte somiglianza con la correlazione incrociata. La convoluzione è alla base della teoria del filtraggio nello spazio ed in frequenza – esistono innumerevoli tipologie di filtri – con l'avvento della machine learning e del deep learning, esiste una nuova tipologia di filtri, ovvero i filtri deep autoaddestranti • in pratica, esiste un algoritmo che crea autonomamente il filtro più adatto per una operazione

Analisi di Fourier = L'analisi di Fourier formalizza matematicamente come passare dai segnali temporali (o spaziali) a quelli frequenziali e viceversa, è una somma di infiniti termini, ogni termine vede la moltiplicazione tra un numero complesso ed un fasore, che produce
un altro fasore
Proprietà della Serie di Fourier = • Lo spettro di ampiezza e di fase sono funzioni nel dominio delle frequenze che formano lo spettro di Fourier • Lo spettro di Fourier per i segnali periodici gode delle seguenti proprietà: 1) Lo spettro di ampiezza è simmetrico rispetto all'asse y. 2)Lo spettro di fase è antisimmetrico rispetto all'asse y 3)Se i

coefficienti c_n sono reali, non esiste lo spettro di fase 4)Entrambe gli spettri sono funzioni a pettine, definite su frequenze multiple rispetto a quella fondamentale $(2\pi n)/T = f_0 * n = f_n$

Trasformata di Fourier = Sia f(t) segnale reale continuo f: R ->R anche non periodico, si chiama trasformata di Fourier (TdF) F (f(t)) = F(μ) il segnale F : R ->C. L'unità frequenziale μ è l'analogo di n/T della serie di Fourier • La TdF esiste se f(t) è segnale di energia (condizione sufficiente, altri segnali ammettono TdF)
Inversa= In pratica, la TdF restituisce, per una data frequenza μ, un coefficiente di "presenza" F(μ) • La F-1 permette di ricostruire f a partire da F
Se f(t) è reale, la sua trasformata in generale è complessa – Se t rappresenta il tempo (sec.), μ rappresenta Hertz
(cicli/sec.) – Se t rappresenta lo spazio (m), μ rappresenta freq. spaziale (cicli/m)
• Nella serie di Fourier si hanno coefficienti c n C
complessi (cfr. Eq. analisi), qui abbiamo funzioni di codominio complesso
Gli spettri di ampiezza e fase nella serie di Fourier erano funzioni a pettine, qui sono generalmente continue (per quanto riguarda lo spettro di ampiezza) o continue a tratti
Proprietà della Trasformata di Fourier = 1) Linearità $a_1f_1(t) = a_2f_2(t)$ => $a_1F_1(\mu) = a_2F_2(\mu)$
2)Scalatura temporale z(t) = f(at) => Z(μ) = 1/a *[F(μ/a)],   a = -1 z(t) = f(-t) => Z(μ) = F(-μ)
3) Dualità f(t) => F(μ) e F(t) => f(-μ), fondamentale per eseguire trasformate con pochissimi passaggi, Se mi sono fatto i conti per una trasformata, ne ho una gratis
Trasformata di una box = è la sinc, più è larga la box, più è frequente la funzione sinc , - la box è limitata, la sinc è infinita a dx e sx, anche se il termine la denominatore attenua il valore della funzione
Trasformata di Fourier della convoluzione = La TdF di un prodotto di due funzioni continue reali è la convoluzione delle trasformate di Fourier • La TdF di una convoluzione tra due funzioni continue reali è il prodotto delle TdF delle singole funzioni • RISULTATO FONDAMENTALE: Per eseguire il filtraggio di segnali o immagini, anziché eseguire la convoluzione del kernel con il segnale • prendo il segnale, ne faccio la trasformata di Fourier • prendo il kernel, ne faccio la trasformata di Fourier • moltiplico i due spettri • antitrasformo • ottengo il risultato del filtraggio

Campionamento = Sia f(t) segnale reale continuo f:]-∞,+∞[∈ R ->R
(attenzione al dominio non limitato), anche non periodico per essere elaborato al computer deve essere innanzitutto campionato ad intervalli discreti ovvero campionare un segnale significa moltiplicarlo per un treno di impulsi
Campionamento Teorema del Campionamento = Un segnale reale continuo f(t), limitato in banda, può essere ricostruito senza errori completamente da un set di suoi campioni se essi sono acquisiti con un tempo di campionamento ΔT tale per cui $1/\Delta T = \mu_s > 2\mu_{max}$ ovverto se nel tempio adotto una frequenza di campionamento 1/ΔT almeno doppia rispetto alla frequenza massima del segnale μ_{max}. In pratica il teorema del campionamento mi dice che tutte le proprietà di un segnale possono essere espresse usando dei campioni. • Posso dimenticarmi di porzioni del segnale (quelle che stanno tra coppie di campioni) e non sto perdendo nulla! • E' un risultato teorico, non posso ancora vederlo nel PC • 1/ΔT viene detta frequenza di Nyquist. Per frequenze minori, ho aliasing.
Come avviene la ricostruzione del segnale originale? – Ho il segnale campionato, ne calcolo la trasformata di Fourier – La Trasformata di Fourier di una funzione campionata è

una funzione periodica, dove ogni periodo riporta una copia dello spettro della funzione continua – Isolo un periodo della funzione periodica, lo antitrasformo con Fourier

Trasformata di Fourier Discreta= (DTFT)La trasformata di Fourier di un segnale reale continuo f(t) di dominio illimitato e non periodico, campionato nel tempo con periodo di campionamento ΔT , è una funzione continua, periodica (di periodo 1/ΔT) anch'essa di dominio illimitato. Abbiamo 2 formulazioni la prima con l'esponenziale è costruttiva, bottom-up, perché mi permette di costruire una rappresentazione spettrale a partire dai campioni della funzione originale f(t) mentre la seconda con le frequenze e il 1/ΔT è più chiara per farmi capire che la trasformata di Fourier di una funzione campionata mi genera delle repliche dello spettro originale F(μ)

Immagini

Elaborazione delle immagini = • L'elaborazione delle immagini consiste nel prendere come input un'immagine (un segnale) e restituirne un'altra (un altro segnale) come output • Per semplificare la trattazione del problema lavoreremo solo su immagini a livello di grigio. in particolare, su valori naturali da 0 a 255 Le medesime operazioni descritte per tali immagini si estendono alle immagini a colori mediante opportune modifiche, spesso minimali (es. l'equalizzazione dell'istogramma)
Rinforzo (enhancement) di immagini = • E' un tipo di elaborazione delle immagini • Esso mira ad elaborare una immagine in modo che il risultato sia più adatto al compito in esame • Tecniche euristiche progettate per manipolare l'immagine e renderla di "qualità migliore" • la definizione è problem-oriented – Per esempio, per visualizzare propriamente lo spettro di ampiezza di un'immagine, è necessario fare un'operazione di rinforzo (log-transformation) – Per migliorare la visibilità dei dettagli di un'immagine, si effettua un'altra operazione di rinforzo (sharpening).
Qualità di un'immagine = • Non esiste una ricetta univoca per determinare quando un'immagine sia di qualità • Un definizione formale dice che la qualità di un'immagine è la combinazione pesata di tutti gli attributi significativi di un'immagine 1 • Problema: gli attributi sono tanti, per esempio – percettivamente verosimile: un'immagine che riproduce fedelmente quanto percepito ad occhio nudo – dettagliata: quando permette di distinguere dei dettagli in un'immagine. Possiamo dire più facilmente quando, sicuramente, un'immagine NON è di qualità • In generale, un'immagine NON è di qualità quando non viene interpretata facilmente da un operatore umano
Rinforzo VS Restauro di Immagini = Il rinforzo di immagini è diverso dal restauro (restoration), che è un processo di ricostruzione dell'immagine a partire da un modello di degradazione noto. Si formula un criterio di ottimalità che il risultato deve soddisfare. Il restauro mira a far ritornare la foto di sinistra com'era quando era stata scattata (assumendo di conoscere tutti i parametri di acquisizione della camera usata) . Il risultato sulla dx avviene dopo una operazione di restauro.
Strumenti per l'elaborazione delle immagini ISTOGRAMMA = I pixel di una immagine sono una "popolazione" sulla quale possiamo calcolare tutte le quantità statistiche

descrittive che si usano normalmente: media, mediana, varianza, deviazione standard, quartili, percentili. Particolarmente importante è la conoscenza della distribuzione delle frequenze dei toni di grigio: l'istogramma, Strumento fondamentale per l'elaborazione delle immagini. Può essere visto come una funzione continua o discreta H. Per ogni livello di grigio, riporta il numero di pixel di quel colore.Per una immagine I[M,N] (M,N= #n di pixel per righe, colonne) si ha H(r)= numero di pixel di valore r $0 \le r \le L - 1$ con $r, L \in$ N
dove Sommatoria da r = 0 a L-1 di H(r) = M * N.
L'istogramma è utile a comprendere in maniera immediata le caratteristiche dell'immagine
Un istogramma può anche essere visto come una distribuzione di probabilità.
$p_h(r) = H(r) / M*N$
Immagini diverse potrebbero avere istogrammi simili, L'istogramma non tiene conto della distribuzione spaziale dei pixel! E' chiaro che SOLO dall'istogramma NON posso ricostruire un'immagine!
Un attributo di fondamentale importanza quando per l'elaborazione delle immagini è il CONTRASTO = rapporto o differenza tra il valore più alto (punto più luminoso) e il valore più basso (punto più scuro) della luminosità (= livello di grigio per immagini a livelli di grigio). Il contrasto si nota subito attraverso l'istogramma.
Immagine chiara/sovraesposta: istogramma con valori più alti a destra. chiara: caratteristica dell'immagine, sovraesposta: caratteristica di come è stata acquisita l'immagine. Immagine scura/sottoesposta: istogramma con valori più alti a sinistra scura: caratteristica dell'immagine, sottoesposta: caratteristica di come è stata acquisita l'immagine
Domini = L'elaborazione delle immagini possono avvenire – nel dominio spaziale – nel dominio frequenziale (dopo avere applicato la Trasformata di Fourier Discreta 2D)
Nel dominio spaziale, l'elaborazione delle immagini può essere espressa come: g(x,y) = T[f(x,y)], essendo f l'immagine di ingresso alla elaborazione, g quella di uscita e T un operatore su f definito in un intorno di (x,y). Si identificano tre principali tipi di elaborazione dell'immagine, dipendente dall'intorno [f(x,y)] che si prende in considerazione: 1)Puntuale: [f(x,y)] = f(x,y), l'intorno coincide con il pixel stesso. 2)Locale: [f(x,y)] rappresenta una regione (per esempio quadrata) attorno al pixel di locazione (x,y). 3)Globale: [f(x,y)] rappresenta l'intera immagine f
Operazioni puntuali = Si dice operatore puntuale, un operatore che preso in input il valore di un pixel ne restituisce uno cambiato che dipende esclusivamente dal valore del pixel in ingresso. Tipiche operazioni puntuali: aggiunta o sottrazione di una costante a tutti i pixel (per compensare sotto o sovraesposizioni); inversione della scala dei grigi (negativo); espansione del contrasto; modifica (equalizzazione o specifica) dell'istogramma.
Le operazioni puntuali servono principalmente per variare il contrasto Aumentare o diminuire il contrasto, significa rendere più o meno evidenti le differenze strutturali dell'oggetto rappresentato Si ottiene andando a cambiare il valore di un pixel con un altro che sia più scuro o più chiaro Le operazioni di variazione di contrasto si ottengono combinando assieme diverse sotto operazioni lla cui scelta risulta più semplice analizzando ì l'istogramma o la cui natura appare evidente attraverso look-up table (LUT).
Un operatore puntuale può essere rappresentato da una funzione che preso in input un valore r lo modifica in un valore s=T(r) con s,r appartenenti allo stesso campo di

definizione (es. entrambi tra 0 e 255). In generale, $T:[0:L-1] \subset R \rightarrow [0:L-1] \subset R$ • Un operatore puntuale dipende solo dal valore del pixel. A volte può essere editata direttamente su interfaccia. 1) Operazione: Identità = La più semplice delle operazioni (non fa nulla!) s = r
2) Operazione: Negativo = La più semplice delle (vere) operazioni s = L - r - 1, Nel caso dei livelli di grigi s = 255 - r; Viene utilizzata quando si hanno dettagli grigi immersi in zone nere che si vogliono evidenziare). Ha radici nella teoria della percezione, che dice che l'essere umano percepisce meglio dettagli scuri su regioni chiare
3) Operazione: Clamping = Limita le intensità ad un range definito [a,b], T[r] = sistema[a se r < a; r se a <= r <= b; b se r > b] Serve nel caso in cui ci siano dei pixel di rumore molto chiari o molto scuri che voglio mascherare (sostituendovi un altro valore) come nel caso di rumore impulsivo (che vedremo) 4) Operazione: Stretching / Shrinking = stira/comprime le intensità di un range [r_{min}; r_{max}] ad un range definito [a.b] : s = [(r - r_{max}) /(r_{min} - r_{max})] [b-a] + a dove r_{min}/r_{max} sono il più grande/piccolo ldg del range che voglio trattare, b e a sono il massimo e il minimo stretchati. L'operazione e' seguita da rounding nel caso di dominio di valori nei naturali (come in 0-255). Attenzione! Lo stretching NON risolve il problema del rumore impulsivo, nemmeno se mascherato con il clamping
5) Operazione: Trasformazione Logaritmica = La forma generale è s = c * log(1+r) con c costante di normalizzazione, l' aggiunta di 1 permette di evitare il calcolo di quantità [0,1[che generano valori <0 ed in particolare il calcolo di log (0) = -infinito. La c costante = L/(log (1+L)) mi assicura la mappatura in [0,L]. Viene usata quando si vogliono mappare fasce strette di valori dell'immagine originale in fasce più ampie, aumentandone così il range del contrasto, rendendo inoltre l'interpretazione umana più informativa. La trasformazione logaritmica inversa fa l'opposto: permette di aumentare il range di una fascia determinata di ldg chiari. 6) Operazione: Trasformata di potenza = $s = cr^{y}$ dove c,y >0. La costante c è scelta in dipendenza da γ in modo da normalizzare i valori di s nell'intervallo [0, 255]. Per γ < 1 la trasformazione ha effetti analoghi alla trasformazione logaritmica (espansione della dinamica per bassi valori di r, compressione della dinamica per alti valori di r), per γ > 1 la trasformazione ha gli effetti opposti. In pratica, il termine di normalizzazione c è complicato da definire analiticamente; è preferibile quindi definire due versioni di s, una non normalizzata(s(tilde) =r^{y}) e una normalizzata(s = cr^{y}), dalla versione non normalizzata si passa alla versione normalizzata grazie ad una operazione di stretching (vedi sopra per formula ma con le s). Applicazione diagramma alla resa dei monitor • Su un monitor CRT
(con γ= 2.5) si può applicare una correzione pre- processando l'input con la corrispondente funzione inversa. 7) Operazione: Binarizzazione = Produce una immagine che ha solo due livelli: nero e bianco. • Si ottiene scegliendo una soglia T e mettendo a nero tutti i pixel il cui valore è minore a T e a bianco tutti gli altri. La binarizzazione serve di solito per discriminare un oggetto dalla scena. Operazione molto usata nelle immagini biomedicali, e i videosorveglianza La difficoltà risiede nel saper scegliere la soglia T più ragionevole Binarizzazione attraverso il metodo di Otsu = Assume ci siano due regioni da scegliere (ipotesi superabile), cerca la soglia che minimizzi la varianza intra-classe.La formula da minimizzare su T è la seguente: $\boldsymbol{\sigma^2_w}(T) = W_0(t)\, \boldsymbol{\sigma^2_0}(T) + W_1(t)\, \boldsymbol{\sigma^2_1}(T)$ dove si considera la versione probabilistica dell'istogramma e W_0 e W_1 sono le probabilità che le due classi siano separate da T (in pratica, pesi sulla dimensione delle regioni) e i delta

sono le varianze ui valori di istogramma assunti dalle due classi. L'approccio cicla su tutti i possibili valori di T
e restituisce T(best) = arg min $\boldsymbol{\sigma}^2_w$(T)
8) Operazione: Equalizzazione = i parla di immagine equalizzata quando il contributo di ogni
differente tonalità di grigio è simile. Si parla anche di istogramma che tende ad essere uniforme o appiattito. L'equalizzazione si ottiene usando appositi algoritmi Attenzione: non sempre l'equalizzazione «migliora» l'immagine! L'idea è quella di vedere l'istogramma come una distribuzione, e di voler rendere la distribuzione il più possibile simile a quella uniforme. Una distribuzione uniforme è caratterizzata da entropia massima ovvero ogni valore indipendente della distribuzione è «massimamente significativo». In termini dell'immagine, ogni valore della distribuzione è un valore di grigio, quindi ogni valore di grigio diventa massimamente significativo – Oltre che un significato informatico, avere un istogramma piatto assicura a livello percettivo una risposta del cervello migliore (in termini di numero di dettagli che si riescono a riconoscere), per cui l'immagine diventa più «piacevole» da osservare. L'equalizzazione dell'istogramma serve molto per scopi estetici di fotoritocco.
Se r_k è il k-esimo livello di grigio, k=0,...,L-1 e H(r_k) il corrispondente conteggio dato dall'istogramma dell'immagine di dimensioni MxN, posso definire: p_r(r_k) = H(r_k) / MN.
L'equalizzazione dell'istogramma è la seguente funzione T, con s_k k-esimo valore di grigio in cui si mappa r_k = s_k = T(r_k) = (L-1) Sommatoria[Da j = 0 a K (p_r(r_k))].
Equalizzazione: algoritmo = 1) Calcolo delle L somme cumulativeSommatoria[Da j = 0 a K (p_r(r_k))]. dei valori dell'istogramma visto come distribuzione, k=0,...,L-1
2) Moltiplicazione dei valori al passo 2 per il valore massimo di ldg L-1
...3)Normalizzazione dei valori calcolati al passo 1 dividendo per il numero totale di pixel MN e arrotondamento 4. Applicazione del mapping T ottenuto

Operazioni Locali = Il valore d'uscita di ogni pixel dipende da un limitato intorno
del corrispondente punto in input. Sono usati per migliorare la qualità delle immagini o per estrarre delle informazioni dall'immagine. Si possono pensare come filtraggi spaziali dell'immagine. Un filtraggio è spesso ottenuto facendo la convoluzione tra l'immagine ed una matrice, chiamata maschera o kernel in tal caso si parla di filtraggi lineari. Molte caratteristiche interessanti delle immagini (edge) si trovano attraverso operazioni locali.
Il filtraggio spaziale è un'elaborazione T dell'immagine f dove un pixel di locazione (n,m), di intensità f(n,m) viene cambiato in g(n,m) da una funzione dei pixel in un intorno di (n,m), ossia g(n,m) = T([f(n,m)]) dove le parentesi quadre indicano l'intorno preso in considerazione. Il risultato dell'operazione, se applicato a tutti i pixel dell'immagine f, è una nuova immagine g. Gli intorni presi maggiormente in considerazione sono di grandezza KxK, con K dispari (per fare in modo di considerare uniformemente i pixel attorno al punto (n,m) di applicazione), per esempio 3x3,5x5,7x7. I pixel al di fuori dell'intorno non prendono parte alla funzione. Esempio: Filtraggio di Media = è un filtraggio che posso ottenere attraverso l'operazione di convoluzione: g(n,m) = T([f(n,m)]) = h * f(n,m) = Sommatoria (u=-k, +k)* Sommatoria((v=-k, +k)) di h(u,v) f(n -u m-v) con k = K-1/ 2 e h matrice di pixel

Filtraggi spaziali lineari VS non lineari = Le due principali categorie di operazioni locali, se T può essere visto come combinazione lineare dei valori di pixel nel vicinato --> **filtraggio lineare.** La convoluzione di una immagine con un kernel è una somma di fattori ognuno dei quali è una moltiplicazione di un valore dell'immagine per un coefficiente del filtro --> filtraggio lineare(vedi formula filtraggio media). Se T contiene operazioni non lineari sulle variabili indipendenti -> **filtraggio non lineare.** Esempi di operazioni lineari e non : convoluzioni LINEARE, media dei pixel nell'intorno LINEARE ,mediana dei pixel nell'intorno NON LINEARE ,max dei pixel nel vicinato NON LINEARE
Filtraggi lineari: problema ai bordi = Come visto nelle slide precedenti, non ci sono problemi ad applicare il filtraggio nel momento in cui l'intorno è definito all'interno dell'immagine (non cade fuori dall'immagine). Come visto nelle slide precedenti, non ci sono problemi ad applicare il filtraggio nel momento in cui l'intorno è definito all'interno dell'immagine (non cade fuori dall'immagine) 1)Cropping: filtro solo dove l'intorno cade all'interno dell'immagine non filtro tutta l'immagine 2)Padding (con 0) : creo degli artefatti a meno di non modificare le maschere di filtraggio p.e. media 3)Replicazione: creo artefatti, infatti ho un'immagine non realistica in input.

Rumore nelle immagini = E' un disturbo dell'img introdotto dal sistema di acquisizione o dal mezzo di propagazione che ne degrada la qualità.
Il rumore è tipicamente modellato come additivo e casuale: f~ (n,m) = f(n,m) + ε(n,m) dove f è l'immagine prova di rumore ed ε è un processo aleatorio che genera delle quantità che seguono una distribuzione particolare, indipendentemente da dove il processo è collocato nell'immagine (ossia indipendentemente da n,m). La quantità di rumore può essere stimata attraverso la misura di signal to noise ratio SNR, di cui esistono varie versioni di cui la versione mean square, SNR_{ms} è molto usata : SNR_{ms} = [Sommatoria (n = 1, N)*Sommatoria (m = 1, M) di f~ $(n,m)^2$] / [Sommatoria (n = 1, N)*Sommatoria (m = 1, M) di (f~ $(n,m) - f(n,m))^2$] . Una definizione alternativa di SNR può essere stimata con la varianza,$\boldsymbol{\sigma}^2_n$ o la deviazione standard $\boldsymbol{\sigma}_n$: $SNR_{ms} = \boldsymbol{\sigma}_s / \boldsymbol{\sigma}_n$ dove dove $\boldsymbol{\sigma}_s$ è la deviazione standard del segnale e $\boldsymbol{\sigma}_n$ è la deviazione standard dell'immagine affetta da rumore. Questo motiva anche l'utilizzo di immagine ad alto contrasto. $\boldsymbol{\sigma}_s$ risulta infatti maggiore!

Rumore Gaussiano additivo bianco = E' un processo stocastico (una variabile aleatoria che emette valori casuali nel tempo ε(t) o nello spazio ε(n,m)), che si somma al segnale pulito, che non è periodico nel tempo o nello spazio e ii cui valori vengono prodotti secondo la seguente probabilità: P(ε(n,m) = L) = 1 / [radq($2\pi\boldsymbol{\sigma}^2$)] * e^ [- $(L-0)^2$ / $2\boldsymbol{\sigma}^2$]. ossia seguono una distribuzione gaussiana di media = 0, ed una particolare varianza $\boldsymbol{\sigma}^2$ (o deviazione standard $\boldsymbol{\sigma}$) dove più è alta la varianza, più distanti da 0 saranno i numeri prodotti e sommati all'immagine pulita, più rumorosa l'immagine finale
Rumore Impulsivo = Anche chiamato rumore sale e pepe Causato da alterazioni brusche nel segnale, viene parametrizzato da un fattore D (una percentuale) che è la densità con cui esso si localizza su pixel dell'immagine maggiore il valore di densità D, maggiore sarà il numero di pixel affetti

Diverse tipologie di filtraggio = Esistono 3 tipologie principali di filtraggio:
1) smoothing: servono per aumentare il SNR, ossia a “levare” il rumore. Esempi: Filtro di media, mediano, gaussiano

2)sharpening: servono per aumentare il grado di dettaglio delle immagini. • Esempi: Filtro Laplaciano
3) estrazione di caratteristiche: servono per estrarre rappresentazioni alternative alle immagini di partenza, che ne evidenzino aspetti particolari (edge, microstrutture, oggetti!)
• Esempi: Filtro Prewitt, Sobel

Filtraggii di smoothing = 1) Filtro di media: Serve per levare rumore Gaussiano. E' un filtraggio T lineare, si attua attraverso la convoluzione dell'immagine con la maschera media la quale ha le seguenti caratteristiche: di dimensioni KxK con K dispari suoi coefficienti sono tutti uguali e pari a 1/K 2. Perché funziona? In pratica, dato un intorno di applicazione [(n,m)], esso calcola la media dei valori ivi compresi [f (n,m)], e la sostituisce al posto del valore f (n,m). g (n,m) = T[f~ (n,m)] = E[f~ (n,m)]. Dove E è l'operatore di media (perché T essenzialmente è l'operatore di media).si può osservare che la somma dei valori del kernel è 1.Questo significa che il filtraggio in una locazione (x,y) è una combinazione lineare CONVESSA. In pratica, la somma dei livelli di grigio dell'immagine originale f e di quella processata g sono uguali (a meno di padding!)Metafora dell'immagine come costruzione di mattoni. 'immagine di partenza può essere vista come due torri fatte da 200 e 10 mattoni. Nell'immagine di output dopo il filtraggio di media non si sono aggiunti o tolti mattoni ma solo risistemati (e alcuni di essi sono stati spezzati, vedi i decimali nella figura immediatamente qui sopra). La somma di materiale è preservata (entrambe le immagini sommano a 300). Percettivamente, l'immagine risultato non risulta più o meno scura (a meno dei bordi) ma solo più addolcita rispetto a bordi degli oggetti delle immagini. Questo perché al posto di un pixel ho sostituito una media calcolata sui vicini... strutture sottili e vicine vengono mischiate. Maggiore è l'ampiezza K della maschera, più severo sarà l'effetto della media sulla struttura dell'immagine
2) Filtro di mediano: Serve per levare rumore impulsivo. E' un filtraggio T non lineare, che si realizza attraverso un algoritmo:
3)Filtro Gaussiano: L'effetto del filtraggio Gaussiano è quello di rendere più smooth l'immagine, in un modo simile al filtraggio di media. La differenza è che il filtraggio Gaussiano è una media pesata, dove i pesi più vicini al centro della maschera hanno valori più alti . Così facendo, il filtraggio Gaussiano effettua uno smoothing più lieve, preservando i contorni meglio di quanto faccia il filtraggio media. Rispetto alla media, meno artefatti, preservo meglio la struttura, levo però meno rumore (=non posso applicare la formula di annullamento del rumore visto per il filtro media). La forza dello smoothing è determinata da un parametro, la deviazione standard σ: maggiore il valore, più forte lo smoothing un'istanza del parametro σ richiede però un'analisi della grandezza della maschera di filtraggio. Questo filtro può essere implementato in maniera efficiente in quanto la maschera è separabile, ovvero posso eseguirlo eseguendo un filtraggio prima su tutte le N righe dell'immagine come se fossero funzioni 1D, e poi su tutte le M colonne.

Filtraggi di sharpening = Servono per evidenziare i dettagli o come post processing dopo filtraggi di smoothing (questo perché i filtraggi di smoothing eliminano ii dettagli. Per lo stesso motivo, i filtraggi di sharpening possono incrementare il rumore (un'immagine di rumore è un'immagine ad alta frequenza). I filtri di sharpening sono detti anche filtri di derivata, poiché calcono numericamente nell'intorno in cui sono definiti la derivata locale (prima o seconda) dell'immagine. Ricordiamo che l'immagine può essere vista come una funzione f(x,y). Principi fondamentali: 1)un edge è una discontinuità 2)i filtri di sharpening esaltano queste discontinuità. Derivata misura la variazione di una funzione. In MATLAB y=diff(). Proprietà della derivata prima: nulla in regioni di intensità costante, non nulla in presenza di variazioni di intensità. Proprietà della derivata seconda: nulla in regioni di intensità costante, nulla in presenza di variazioni costanti di intensità (rampe), non nulla in presenza di variazioni non costanti (all'inizio e alla fine di rampe). 1) FIltro Laplaciano: è un importante filtro basato sulla derivata seconda, è un filtro isotropico, ovvero la risposta è invariante alla rotazione: $\nabla^2 = d^2 I^2 / dx^2 + d^2 I^2 / dy^2$

2) FIltro Basic highpass spatial filtering: Filtraggio lineare con il laplaciano, con la maschera H caratterizzata da coefficienti positivi vicino al centro e negativi nella periferia esterna. OSSERVAZIONI: La somma dei coefficienti è 0, a indicare che quando il filtro passa su regioni con livelli di grigio quasi stabili, l'output della maschera è 0 o molto piccolo. L'uscita è alta quando il valore centrale differisce dalla periferia. L'immagine di output non assomiglierà a quella originale. L'immagine di output mostra tutti i dettagli. Sono inclusi alcuni ridimensionamenti e / o clipping (per compensare eventuali livelli di grigio negativi dopo il filtraggio). 3) FIltro Sharpening con Laplaciano: Il comando h=fspecial('laplacian') può prendere in ingresso un parametro α il cui significato è legato all'importanza che si vuole dare agli edge verticali e orizzontali (α = 0), diagonali (α =1), tutti gli edge (α = 0.5). Filtraggio lineare, utilizza il Basic highpass spatial filtering per creare un'immagine realistica (simile a quella di partenza) con gli edge amplificati: g(n,m) = T([f(n,m)]) = f(n,m) + c x h * f(n,m). dove h (prodotto dalla funzione matlab sopra) è la maschera laplaciana, e c è una costante = 1 nel caso in cui il pixel centrale della maschera laplaciana sia positivo, -1 altrimenti. 4) FIltro High boost filtering: Immagine filtrata passa alto = Originale – Immagine filtrata con smoothing. A è un fattore di amplificazione degli edge High-boost = A · Originale + Immagine filtrata passa alto. Corrisponde al comando imsharpen di MATLAB. Dà maggiore libertà al progettista (il blur può avvenire attraverso na maschera di supporto arbitrariamente grande). Si capisce meglio attraverso l'analisi in frequenza

Da 1D a 2D = Posso intendere la DFT come la moltiplicazione del segnale per delle funzioni sinusoidali 1D Queste funzioni le definisco per M campioni, quindi esse sono dei frammenti di funzione, Eseguo un cambio di variabile, u diventa la variabile delle frequenze, x quella dello spazio, dove entrambe rappresentano una quantità campionata: F(μ) = Sommatoria(da n = 0 a M - 1) di f(x) per e alla -j2π(u/m)x

Alcune proprietà DFT 2D: Traslazione, Rotazione (la TdF di una immagine a cui è stata applicata una rotazione θ porterà ad una immagine di trasformata ruotata di un angolo θ)

Teorema di convoluzione = 1)*F(* f * h) = *F*(f) x *F*(h) 2) *F(* f x h) = *F*(f) **F*(h)

E' la base del filtraggio in frequenza. PIPELINE 1:a) progetto il filtro in frequenza H; b) calcolo la TDF dell'immagine F; c) F.*H; d) antitrasformo il prodotto • PIPELINE 2:a) ho un filtro dato nello spazio; b) eseguo operazione di zero-padding, lo trasformo in H; eseguo la PIPELINE 1

Filtri passa alto e passa basso = L'informazione a basse frequenze corrispondono a parti dell'immagine in cui abbiamo lente variazioni di intensità, come muri di una stanza, o nuvolosità nel cielo. Le informazioni ad alte frequenze corrispondono invece a parti in cui abbiamo variazioni repentine, come spigoli, angoli e rumore. Un filtro passa basso rimuove dall'immagine le informazioni ad alte frequenze e mantiene quelle a basse frequenze. Un filtro passa alto viceversa rimuove dall'immagine informazioni a basse frequenze e mantiene quelle ad alte frequenze. Filtri passa alto possono essere derivati da filtri passa basso (e viceversa) con $H_{PA} = 1 - H_{PB}$

Filtro passa basso “ideale”= H (u,v) = {1 se D(u,v) <= $D_{0,}$ 0 se D(u,v) > $D_{0,}$se Lo sfocamento o smoothing si ottiene attenuando le alte frequenze. Anche la riduzione del rumore passa attraverso l'attenuazione delle alte frequenze

Un filtro passa basso ideale ha una funzione di trasferimento (= la sua trasformata in frequenza) a box. Una transizione così netta in corrispondenza alla frequenza di taglio non è fisicamente realizzabile. Questo non sarebbe un problema, visto che i filtri che che ci interessano sono digitali, ma provoca un effetto visivo indesiderato, il ringing.

Ringing = Il ringing (o effetto di Gibbs) è dovuto al fatto che filtrare con un PB ideale (in frequenza) equivale a convoluire con un sinc (nello spazio). La risposta all'impulso del PB ideale è un sinc. a parità di sistemi di riferimento, aumentare l'ampiezza della box porta ad avere i lobi del sinc più vicini tra loro

Filtro passa basso di Butterworth = Filtro con attenuazione dolce in prossimità della frequenza di taglio. Proprietà caratterizzante: risposta molto ripida nella banda passante. Ordine n, frequenza di taglio $D_0 = \mu_c$ $H(u,v) = 1 / 1 + [D(u,v) / D_0]^{2n}$

Filtro passa basso Gaussiano = la TdF di una funzione Gaussiana è anch'essa Gaussiana (la

dimostrazione impleca l'uso di calcolo differenziale) H(u,v) = e^(-D^2(u,v) / 2D^2). D_0 può essere sostituita con σ, l'effettiva deviazione standard della distribuzione Gaussiana. In questo caso, la frequenza di taglio D 0 corrisponde alla deviazione standard σ. Quando D(u,v)= σ l'intensità di taglio è 0.607, ossia il filtraggio crea un attenamento di quella frequenza del 60.7%

Filtro per enfatizzare le alte frequenze = $H(u,v) = 1 + K\, H_{PA}(u,v)$

Riassunto dei filtri passa-basso • Ideale: brusca (= step) transizione in corrispondenza della frequenza di cut-off fenomeno di Gibbs o di ringing • Gaussiano: transizione di cut-off dolce. Il parametro determina la frequenza di cut-off. • Butterworth: di ripidità variabile, e transizione smooth. La ripidità viene modellata dall'ordine del filtro. La frequenza di cut-off viene selezionata indipendentemente dall'ordine del filtro

Filtri passa alto, PA = • Un filtro passa alto sopprime (blocca) le basse frequenze e lascia passare le alte frequenze. La costruzione di un filtro passa alto può essere eseguita come $H_{PA} = 1 - H_{PB}$

Filtri passa banda ed ferma banda = Vediamo ora una classe di filtri che agiscono su una banda di frequenze anziché discriminare solo tra frequenze alte e basse. Un filtro passa banda sopprime tutte le frequenze al di fuori di un intervallo di frequenze specificato. Un filtro ferma banda viceversa sopprime tutte le frequenze nell'intervallo specificato. In modo simile a quanto visto per i filtri passa basso e alto, si può derivare un filtro passa banda da un filtro ferma banda (e viceversa) nel seguente modo: $H_{PBn} = 1 - H_{EBn}$

Filtro passa-banda ideale 1D = Mantenimento inalterato delle componenti in frequenza compresi tra u_1 e u_2 , $u_1 < u_2$ .La funzione di trasferimento desiderata e` G(u) ={ 1 per $u_1 < |u| < u_2$, 0 altrove}. La corrispondente risposta all'impulso è: $g(t) = 2\Delta u\, [(\sin \pi t\Delta u) / (\pi t\Delta u)]$

$\cos(2\pi\mu_0\, t)$. Poiche` $\Delta u < \mu_0$, allora g(t) è un coseno modulato dal sinc. Se μ_0è costante e Δu -> 0 , allora si ottiene un coseno.

Filtro ideale ferma-banda = $G(u) = \{ 0$ per $u_1 < |u| < u_2$, 1 altrove$\}$