1 Testataufgaben

1.1 Maschinengenauigkeit **(2 Punkte)**

Schreiben Sie ein Programm, welches mithilfe von `do-while`-Schleifen jeweils die Maschinengenauigkeit $\varepsilon > 0$ der Gleitkommazahlen im `float` oder `double`-Format bestimmt[1]. Ein mögliches Vorgehen ist solange für ε kleiner werdende Zweierpotenzen auszuprobieren, bis $1 + (\varepsilon/2) > 1$ nicht mehr gilt, also $\varepsilon/2$ nicht mehr im Signifikaten von 1 gespeichert werden kann.
Gilt für diese Maschinengenauigkeit auch $2+\varepsilon \geq 2$? Was sagt dies über ε aus? Wie viele binäre oder dezimale Nachkommastellen können die Datentypen `float` und `double` darstellen?

1.2 Eulersche Zahl **(2 Punkte)**

Schreiben Sie ein Programm, welches eine Maschinengenaue `double`-Approximation der Eulerschen Zahl e bestimmt:

$$e = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} = 2,71828182845904523536028747135266249775724709369995\ldots$$

Stellen Sie zu jedem Schritt i die Zwischenergebnisse der Reihenentwicklung übersichtlich in einer Tabelle auf dem Bildschirm dar. Wie viele Schritte werden benötigt?

1.3 Größter gemeinsamer Teiler **(6 Punkte)**

Schreiben Sie ein Programm, welches für zwei gegebene nicht-negative ganze Zahlen a und b den größten gemeinsamen Teiler (ggT) bestimmt und auf dem Bildschirm ausgibt.

a) Implementieren Sie dafür den klassischen Euklidischen Algorithmus:

   1. Berechnen Sie die absolute Differenz $|a - b|$ der beiden gegebenen Zahlen.
   2. Ersetzen Sie die größere der Zahlen a, b durch die in Schritt 1. berechnete Differenz.
   3. Wiederholen Sie Schritt 1. und 2. solange, bis eine der Zahlen gleich Null ist. Die von Null verschiedene Zahl ist der ggT.

b) Implementieren Sie den effizienteren, modifizierten Euklidischen Algorithmus:

   1. Bestimmen Sie den Rest bei der Integer-Division von a und b,
   2. Ersetzen Sie a durch b und b durch den in 1. berechneten Rest,
   3. Wiederholen Sie die Schritte 1. und 2. solange b ungleich Null ist.

   Zur Berechnung des Restes der Integer-Division kann der Modulo-Operator `%` verwendet werden, z.B. `13 % 4 = 1`.

c) Nicht alle Architekturen und Programmiersprachen unterstützen die Modulo-Operation. Wie kann unter Ausnutzung der Integer-Division der Divisionrest trotzdem noch effizient berechnet werden? Wie verändert sich das Programm aus b)?

[1] `http://openbook.rheinwerk-verlag.de/c_von_a_bis_z/005_c_basisdatentypen_008.htm` (Kapitel 5.8 und 5.17)

2 Präsenzaufgaben

1. Schreiben Sie ein Programm, das alle durch 3 teilbaren Zahlen zwischen 1 und 100 auf dem Bildschirm ausgibt. Zur Prüfung der Teilbarkeit darf der Modulo-Operator `%` verwendet werden.

2. Schreiben Sie ein Programm, das mithilfe der `do-while`-Schleife die Fakultät einer vorgegebenen natürlichen Zahl berechnet und auf dem Bildschirm ausgibt. Beachten Sie, dass $0! = 1! = 1$ gilt.

3. Schreiben Sie ein Programm, welches das große Einmaleins $(1 \dots 20)$ in tabellarischer Form auf dem Bildschirm ausgibt, z.B.

```
   |  1  2 ...
---+----------
 1 |  1  2
 2 |  2  4 ...
```

4. Schreiben Sie ein Programm, welches die Zahlen 1, 12, 123 bis 123456789 mit der Zahl 8 multipliziert, anschließend die Zahl 9 hinzuaddiert und das Ergebnis auf dem Bildschirm ausgibt.

5. Schreiben Sie ein Programm, welches die Zahlen 1, 12, 123 bis 123456789 mit der Zahl 9 multipliziert, anschließend die Zahl, die um eins größer ist als die letzte Ziffer in der aktuellen Ziffernfolge, hinzuaddiert und das Ergebnis auf dem Bildschirm ausgibt.

   Beispiel: $1 \cdot 9 + 2 = 11$, $12 \cdot 9 + 3 = 111$.

6. Schreiben Sie ein Programm, welches die Zahlen 9, 98, 987 bis 98765432 mit der Zahl 9 multipliziert, anschließend die Zahl, die um zwei kleiner als die letzte Ziffer in der aktuellen Ziffernfolge ist, hinzuaddiert und das Ergebnis auf dem Bildschirm ausgibt.

   Beispiel: $9 \cdot 9 + 7 = 88$, $98 \cdot 9 + 6 = 888$.

7. Bestimmen Sie die Dezimalzahl, die durch folgende Binärdarstellung im IEEE-754 Standard angegeben ist. Erklären Sie den Rechenweg.

   Vorzeichenbit:

1

   Exponent: (mit dem Shift $B = 127$)

1	0	0	0	0	0	1	1

   Signifikant: (ohne impliziter Eins)

0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

   Dezimalzahl : ______________________