# TEORIA DI BASE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

# EQUAZIONI DEL PRIMO ORDINE

## Problema non autonomo

$$\dot{y}(t) := \frac{d}{dt}y(t) = f(t, y(t)) \in \mathbb{R}^n$$

## Problema autonomo

$$\dot{y}(t) = f(y(t)) \in \mathbb{R}^n$$

# TRASFORMARE AL PRIMO ORDINE

$$\ddot{y}(t) = f(y(t)) \in \mathbb{R} \implies \begin{cases} \dot{y}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = f(y(t)) \end{cases}$$

$$z(t) = [y(t), v(t)]$$

$$\implies \dot{z}(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ f(y(t)) \end{bmatrix} = g(z(t))$$

# TRASFORMARE IN AUTONOMO

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t))$$

Possiamo vedere $t = t(s)$

$$\begin{cases} \dot{t} = 1 \\ \dot{x}(t) = f(\bar{x}(t)) \end{cases}$$

$$\bar{x}(s) = [t(s), x(t(s))] = \bar{x}(t) = [t, x(t)]$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = g(\bar{x}(t)) = [1, f(\bar{x}(t))].$$

# ESISTENZA E UNICITÁ

**TEOREMA**

$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

$$\|f(x) - f(y)\| \leq L\|x - y\|,\ L > 0$$

Allora se per ogni $t_0$ esiste $\varepsilon > 0$ tale che l'equazione ammette un'unica soluzione per $t \in (t_0 - \varepsilon, t_0 + \varepsilon)$

# FLUSSO DEL SISTEMA

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \in \mathbb{R}^n$$

$$\Phi^t : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,$$
$$\frac{d}{dt}\Phi^t(x_0) = f(\Phi^t(x_0)),\ \Phi^0(x_0) = x_0$$

$$\Phi^t \circ \Phi^s = \Phi^s \circ \Phi^t = \Phi^{t+s}$$

# MODELLO SIR

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = -\beta S I$$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta S I - \gamma I$$

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \gamma I$$