Formulario Fisica

1 Cinetica e Moti

Moto Rettilineo Uniforme

Velocità costante

- **Legge Oraria** : $x_f(t) = x_i \cdot V_x(t)$
- Velocità media $V_{x,med}$ uguale a velocità instantanea costante

Moto Accellerato

- **Velocità Istantanea** istante t_i : $V_x(t_i) = V_{x,i}$
- **Accelerazione Media** : $a_{x,med} = \frac{V_{xf} - V_{xi}}{t_f - t_i}$
- **Accelerazione Istantanea** : $a_x(t_i) = [V_x(t)]' = [x(t)]''$

Moto Rettilineo Uniformemente Accellerato

- **Accelerazione media = accelerazione istantanea** $a_{x,med} = a_x$
- **Velocità** : $V_x(t) = V_{x0} + a_x t$
- **Legge oraria** : $x(t) = x_0 + V_{x0} + \frac{1}{2}a_x t^2$
- **Gravità** : $g = 9.81\frac{m}{s^2}$, se corpo sale $a_x = -g$, altrimenti $a_x = g$

Vettori

- **Modulo Vettore** : $\left|\vec{V}\right|$
- **Vettore** : $\vec{V}$
- **Direzione, Verso** : Retta lungo la quale giace il vettore, orientamento del vettore
- **Componenti Vettore** : $\vec{V}_x, \vec{V}_y$
  - $V_x = V\cos(\theta), V_y = \sin(\theta)$
- **Fase del vettore** : Angolo $\theta \implies \arctan(\frac{V_y}{V_x}), V_x > 0; \arctan(\frac{V_y}{V_x}) + \pi, V_x < 0$

Moto Bidimensionale

Accelerazione costante

- **Vettore spostamento del corpo** : $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$
- **Velocità media** : $\Delta\vec{V}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
- **Velocità istantanea** : $\vec{V} = [\vec{r}(t)]'$
  - Comp x : $V_x(t) = V_{x0} + a_x t$
  - Comp y : $V_y(t) = V_{y0} + a_y t$
- **Accelerazione media** : $\vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$
- **Accelerazione istantanea** : $\vec{a} = [\vec{r}(t)]''$
- **Legge oraria** : $\vec{r(t)} = \vec{r_0} + \vec{V_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
  - Comp x : $x(t) = x_0 + V_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$
  - Comp y : $y(t) = y_0 + V_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

Moto Proiettile

$\vec{a} = \vec{g}$ verso il basso costante; istante $t = 0$ il corpo si trova in pos $(0, 0)$ con velocità $\vec{V_0}$ che forma angolo θ_0 con semiasse

- **Accelerazione** : $\vec{a} = -\vec{g} * \hat{j}$
- **Componenti vettore velocità** : $\begin{cases} V_{x0} = V_0\cos(\theta_0) \\ V_{y0} = V_0\sin(\theta_0) \end{cases}$
- **Componenti vettore velocità istantanea** : $\begin{cases} V_x(t) = V_0\cos(\theta_0)(costante) \\ V_y(t) = V_0\sin(\theta_0) - gt \end{cases}$
- **Componenti vettore posizione in funzione di t** : $\begin{cases} x(t) = V_0\cos(\theta_0)t \\ y(t) = V_0\sin(\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

- **Gittata** : Distanza orizzontale tra la pos di partenza e l'istante in cui il corpo ritorna $y = 0$; formula : $D = \frac{V_0^2}{2g}\sin(2\theta_0)$, assume val max quando $\theta_0 = 45^\circ$, oppure $D = x(\tilde{t}) = V_{x0}\tilde{t}$
- **Formula che lega velocità e posizione** : $(V_x(t))^2 = V_{x0}^2 + 2a_x(x(t) - x_0)$, vale anche per $y(t)$

Moto circolare uniforme

Traiettoria circolare

- **Modulo velocità istantanea costante** : $\left|\vec{V}(t)\right| = V_0$
- $\vec{a}$ e $\vec{V}$ direzioni perpendicolari
- **Angolo** : $\Delta\theta$ tra $\vec{r_1}, \vec{r_2} = \vec{V_1}, \vec{V_2}$
- **Variazione vettore velocità** : $\left|\Delta\vec{V}\right| = 2V_0\sin(\frac{\Delta\theta}{2})$
- **Accelerazione vettoriale media** : $\vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$
- **Accelerazione vettoriale istantanea** : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$
  - Usando il raggio vale $a = \left|\vec{a}\right| = \frac{V_0^2}{R}, R =$raggio
  - $\vec{a}$ diretta verso il centro ad ogni istante t, quindi si chiama **acc. centripeta**
- **Periodo** : Istante necessario a completare un giro completo, $T = \frac{2\pi r}{V_0}$
- **Frequenza** : Numero di giri in un secondo, $f = \frac{1}{T} = \frac{V}{2\pi r}$, misura "Hertz"
- **Velocità angolare** : Angolo per unità di tempo, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, miusra rad/s
- **Legame tra** V_0, ω : $V_0 = \omega^2 R$
- **Componenti acc. vettoriale istantanea** :
$$\begin{cases} \vec{a}_r = \text{componente radiale} = \text{acc. radiale} \implies \vec{a}_r = \frac{V^2}{R}, R = \text{Raggio della circonferenza osculatrice} \\ \vec{a}_t = \text{componente tangenziale} = \text{acc. tangenziale} \implies \vec{a}_r = \left|\frac{\Delta\left|\vec{V}\right|}{\Delta t}\right| \end{cases}$$

2 Dinamica

Leggi del moto

Ricorda, la proiezione di una forza su asse x è $F\cos(\theta)$ e proiezione forza su asse y è $F\sin(\theta)$, occhio ai segni. Se si tratta di piano inclinato la situazione si ribalta.
Se velocità costante, allora accelerazione nulla

- **Forza risultante** : Somma delle forze agenti sul corpo, si miusura in $N(Newton)$
  - **Prima legge della dinamica** : Se la forza risultante su un corpo è nulla $\implies$ il corpo ha Accelerazione nulla
  - **Seconda legge dinamica** : $m\vec{a} = \sum_{k=1}^{n}\vec{F}_k, \vec{F}_k =$ forze agenti sul corpo
- **Forza gravitazionale** : $\vec{F}g$ peso, risulta $\vec{F}g = m\vec{g}$
  - **Terza legge dinamica** : Dati 2 corpi A e B tra loro interaggenti, la forza esercitata da A su B è uguale alla forza esercitata da B su A, con stessa direzione ma verso opposto, $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$
- **Corpo fermo su piano orizzontale** : La forza peso mg e la reazione vincolare N si annullano a vicenda, per la 2 legge din vale $\vec{N} + m\vec{g} = 0 \implies \vec{N} = m\vec{g}$
- **Situazione di equilibrio** : La somma delle forze agenti deve essere nulla (vale anche per attrito)
- Se chiede modulo max forza tale che corpo rimane attaccato a sup.piana, deve valere che la reazione vincolare ≥ 0, quindi prima fai calcoli per trovare N e poi metti condizione ≥ 0

Applicazioni leggi del moto

Forza attrito statico/dinamico sono forze che si oppongono al moto

- **Forza attrito dinamico** : Resistenza al moto, vale $F_d = \mu_d N$, con $\mu_d =$ coeff. di attrito dinamico
  - **Lavoro forza attrito dinamico** : $F_d * \Delta\vec{s}, \Delta\vec{s} =$ spostamento del corpo
- **Forza attrito statico** : Resistenza al moto quando corpo rimane fermo, risulta $F_s \leq \mu_s N$, con $\mu_s =$ coeff. di attrito statico
- Per trovare modulo max di F_d = derivata di F_d trovata durante i calcoli, posta ≥ 0, da li esce $\tan(\theta) \leq$ qualcosa e poi $\theta \leq \arctan(\theta)$, poi sostituisci in F_d il $\theta_1 = \arctan(\theta)$
- Per calcolare μ_s minimo basta svolgere i calcoli e risolvere l'eq. $F_S \leq \mu_s N$, con F_s ottenuta tramite calcoli

Dinamica del moto circolare uniforma

Velocità $\vec{V}$ e acc. centripeta $\vec{a_c}$ costanti e $\vec{a_c} \perp \vec{V}$ Perpendicolari

- **Tensione cavo** : $T = m\left|\vec{a_c}\right| = m\frac{V^2}{l}$

Moto viscoso

Il mezzo in cui si muove il corpo si oppone al moto del corpo, esercitando forza frenante

- **Forza frenante con modulo proporzionale alla velocità del corpo** : $\vec{F_r} = -b\vec{V}$
  - **Velocità con cond. iniz.** $V_x(0) = 0$: $V_x(t)' = g - \frac{b}{m}V_x(t)$, con $a_x(t) = V_x(t)'$
  - **Velocità limite** : $V_l = \frac{mg}{b}$, quindi
  - $V_x(t) = \frac{mg}{b}(1 - e^{-\frac{bt}{m}}) = V_l(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- **Forza frenante con modulo proporzionale al quadrato della velocità del corpo** : $\vec{F_r} = \frac{1}{2}D\rho AV^2$, con $D =$ coeff. di attrito viscoso, $\rho =$ densità aria, $A =$ sez. trasversale perpendicolare alla velocità
  - **Velocità con cond. iniz.** $V_x(0) = 0$: $V_x(t)' = g - \frac{D\rho A}{2m}(V_x(t))^2$, con $a_x(t) = V_x(t)'$
  - **Velocità limite** : $V_l = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}}$

Energia e Lavoro

- **Lavoro di una forza *costante*** : $W = \left|\vec{F}\right|\cos(\theta)\left|\Delta\vec{r}\right|$, con $\left|\Delta\vec{r}\right|$ = spostamento del corpo $(x_f - x_i)$
  - **Misura** : $10^{-7}J(Joule)$
  - **Lavoro forza peso** : $W_p = -mg(y_f - y_i) = mgy_i - mgy_f$
- **Una forza applicata al corpo non compie lavoro se** :
  - Corpo fermo
  - Se $\left|\Delta\vec{r}\right|$ perpendicolare a $\vec{F}$ (es. se un corpo si sposta su una sup, la reazione vincolare $\vec{N}$ risulta perpendicolare al vettore ist. del corpo velocità ad ogni istante, quindi $\vec{N}$ non compie lavoro)
- **Lavoro di una forza *variabile*** : $W(\vec{r_0} \to \vec{r_1}) = \int_{t_0}^{t_1}[\vec{F}(t)\vec{V}(t)]\,dt$, indica lavoro svolto da forza agente sul corpo affinchè si sposti da pos. $r_0(ist.\ t_0)$ a $r_1(ist.\ t_1)$

Legge di Hooke e Forza elastica

Corpo poggiato su piano orizz. con attrito trascurabile. Il corpo è attaccato a un'estremità di una mollta, l'altra estremità della molla att. a parete

- **Legge di Hooke** : $F_x = -k(x - l)$, con $l =$ lunghezza a riposo della molla, $k =$ costante elastica misura $\frac{N}{m}$
- La forza elastica è **forza di richiamo**
- Nei calcoli si mette l'origine dell'asse x dove la molla sta a riposo, cosi vale $F_x = -kx$
- **Lavoro forza elastica** : $W_{el} = (x_i \to x_f) = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$

Energia Cinetica e TH Energia Cinetica

- **Energia cinetica** : $K = \frac{1}{2}m|V|^2$ misura in $J(Joule)$
- **TH energia cinetica** : Il lavoro della risultante delle forze agenti sul corpo è uguale alla variazione di en. cinetica, $W_{tot} = K_f - K_i$

Potenza

ΔW lavoro costante da una forza nell'intervallo Δt

- **Potenza media** : $\mathbb{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$
- **Potenza istantanea** : $\mathbb{P}(t) = \vec{F}(t)\vec{V}(t)$, misura in $W(Watt)$
- **Energia potenziale gravitazionale** : $U_p(y) = mgy$, quindi $W_p = -\Delta U_p$
- **Energia meccanica con forza peso** : $E_m = \frac{1}{2}m\left|\vec{V}\right|^2 + mgy = K + U_p$
  - Sotto l'azione della sola forza peso, **l'energia meccanica si conserva**
- **Energia potenziale elastica** : $U_{el} = -\frac{1}{2}kx^2$
- **Energia meccanica con forza elastica** : $E_m = \frac{1}{2}m\left|\vec{V}\right|^2 + \frac{1}{2}kx^2 = K + U_{el}$
  - Sotto l'azione della sola forza elastica, **l'energia meccanica si conserva**
- **Forze conservative** : Forza peso, Forza Elastica
- **Equilibrio stabile sotto forza cons.** : punto di *minimo relativo* per la funzione di energia potenziale

- **Equilibrio stabile sotto forza non cons.** : punto di *massimo relativo* per la funzione di energia potenziale
- **Equilibrio indifferente** : Funzione energia potenziale costante per un certo tratto

3 Quantità di moto

- **Quantità di moto** : $\vec{\rho}(t) = m\vec{V}(t)$
- **La somma delle quantità di moto di un sistema isolato si conserva**
- **Espressioe generale della 2 legge dinamica** : $\vec{F}_{ris} = (\vec{\rho}(t))'$
- **Legge di conservazione della quantità di moto** : $\vec{\rho_{tot}}(t) = \vec{\rho}_1(t) + \vec{\rho}_2(t)$ costante
  - A N corpi arbitrari vale : $\sum_{i=1}^{N} \vec{\rho}_i(t)$
- **Conservazione quantità di moto** : $\rho_{tot,f,x} = \rho_{tot,i,x}$ implica che c.d.m si muove di moto rettilineo unif.

Impulsi e quantità di moto

- **Variazione della quantità di moto di un corpo sottoposto alla forza** $\vec{F}_{ris}$: $\Delta\vec{\rho}(t_i \to t_f) = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{ris}(t)\,dt$
- **Impulso** : Quantità $\vec{I} = \Delta\vec{\rho}(t_i \to t_f)$ oppure $I = \vec{\rho}_f - \vec{\rho}_i$
- **Forza media** : $\vec{F}_{med} = \frac{\Delta\vec{\rho}}{\Delta t}$

Urti unidimensionali

- **Urto** : Interazione tra due corpi che avviene in un intervallo breve di tempo
  - **Se il sistema è isolato, la quantità di moto totale si conserva**
  - **Urto anelastico** : Quando *energia cinetica totale* non si conserva
    - **totalmente anelastico** quando i due corpi rimangono attaccati
  - **Urto elastico** : Quando *energia cinetica totale* si conserva
- **Velocità finale urti totalmente anelastici** : $V_{fx} = (m_1V_{1,i,x} + m_2V_{2,i,x})/(m_1+m_2)$
- **Velocità finale urti elastici** : $\begin{cases} V_{1,f,x} = (\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})V_{1,i,x} + (\frac{2m_2}{m_1+m_2})V_{2,i,x} \\ V_{2,f,x} = (\frac{2m_1}{m_1+m_2})V_{1,i,x} + (\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2})V_{2,i,x} \end{cases}$
  - **Casi generali**
    - $m_1 = m_2$, vale $\begin{cases} V_{1,f,x} = V_{2,i,x} \\ V_{2,f,x} = V_{1,i,x} \end{cases}$
    - $V_{2,i,x} = 0$ vale $\begin{cases} V_{1,f,x} = (\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})V_{1,i,x} \\ V_{2,f,x} = (\frac{2m_1}{m_1+m_2})V_{1,i,x} \end{cases}$

Urti bidimensionali

- **Legge di conservazione della quantità di moto** : $\vec{\rho}_{1f} + \vec{\rho}_{2f} = \vec{\rho}_{1i} + \vec{\rho}_{2i}$
- **Caso in cui corpo 1 urta corpo 2, inizialmente fermo** : $\begin{cases} \rho_{1,f,x} + \rho_{2,f,x} = \rho_{1,i,x} \\ \rho_{1,f,y} + \rho_{2,f,y} = \rho_{1,i,y} \end{cases}$
  - $\begin{cases} \vec{V}_{1f} = V_{1f}\cos(\theta)\tilde{i} + V_{1f}\sin(\theta)\tilde{j} \\ \vec{V}_{2f} = V_{2f}\cos(\phi)\tilde{i} + V_{2f}\sin(\phi)\tilde{j} \end{cases}$
- **Legge di conservazione della quantità di moto** : $\begin{cases} m_1V_{1f}\cos(\theta) + m_2V_{2f}\cos(\phi) = m_1V_{1,i} \\ m_1V_{1f}\sin(\theta) + m_2V_{2f}\sin(\phi) = 0 \end{cases}$
  - Se l'urto è elastico bisogna aggiungere la cond. $E_{tot,f} = E_{tot,i}$

Centro di massa di un sistema

- **Velocità centro di massa** : $\vec{V}_{cm}(t) = \frac{\vec{P}_{tot}(t)}{M_{tot}}$, con $\vec{P}_{tot}$ = quantità di moto tot. , M_{tot} = massa totale
  - Andamento temporale velocità c.d.m = $V_{cm}(t) = V_0 + a_xt$
- Se il sistema è isolato o la risultante è nulla, risulta $\vec{P}_{tot}$ = costante e quindi $\vec{V}_{cm}(t) =$ costante
- **Accelerazione centro di massa** : $\vec{a}_{cm}(t) = \frac{1}{M_{tot}}\vec{F}_{e,tot}(t)$, con $\vec{F}_{e,tot}$ = F. agente esterna totale
  - Si **può trovare anche** usando la velocità angolare, così $a_{cm} = \omega^2 \cdot r$, con $r =$ distanza tra perno e centro di massa, nella sbarra $r = \frac{L}{2}$
    - Uguale ad acc. centripeta nel moto circolare e rotatorio
- **Prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi di punti materiali** : $(\vec{P}_{tot}(t))' = \vec{F}_{e,tot}$, e quindi $m\vec{a_{cm}} = \vec{F}_{e,tot}$

Determinazione centro di massa

- **Posizione centro di massa di filo omogeneo** : $x_{cm} = \frac{L}{2}$, con $L =$ lunghezza

Energia pot. gravitazionale di un sistema di punti mat.

- **Energia potenziale gravitazionale** : $U_p = gM_{tot}z_{cm}$
- **Corpo solido vincolato** : la pos. di equilibrio stabile uguale a posizione in cui l'energia pot. risulta minima, quindi quando z_{cm} minimo

Energia cinetica e lavoro per sistema di punti mat.

- **Velocità relativa istantanea** : $\vec{V}_r(t) = \vec{V}_1(t) - \vec{V}_2(t)$
- **Energia cinetica totale** : $K_{tot} = \frac{1}{2}M_{tot}\left|\vec{V}_{cm}(t)\right|^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{M_{tot}}\left|\vec{V}_r(t)\right|^2$
- **massa ridotta** : $\mu = \frac{m_1m_2}{M_{tot}}$

Moto rotazionale

- conversione radianti gradi : $\theta(rad) = \frac{\pi}{180}\theta$ ed esce gradi
- **Spostamento angolare** : $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ variazione di posizione angolare di un punto tra t_i e t_f
- **Velocità angolare media** : $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- **Velocità angolare istantanea** : $\omega(t) = (\theta(t))'$
  - Se $\theta(t)$ cresce allora $\omega(t) > 0 \implies$ rotazione senso antiorario
  - Se $\theta(t)$ decresce allora $\omega(t) < 0 \implies$ rotazione senso orario
  - Andamento temporale velocità angolare = $\omega_{cm}(t) = \omega_0 + a_xt$
- **Accelerazione angolare media** : $\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
- **Accelerazione angolare istantanea** : $\alpha(t) = (\omega(t))' = (\theta(t))''$
  - **Per trovare acc angolare usare calcolo dei momenti rispetto al polo**, così risulta $I_z\alpha(t) = \tau_{tot}$

Moto circolare e rotatorio con acc. costante

$\alpha(t) = \alpha$ costante

- **Velocità angolare** = $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$
- **Legge oraria** : $\theta(t) + \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- **Relazione che lega velocià e acc.** : $(\omega(t))^2 = \omega_0^2 + 2\alpha[\theta(t) - \theta_0]$
- **Quantità vettoriali nel moto circolatorio**
  - **Velocità tangenziale** : $V_t(t) = r\omega(t)$, con r = raggio circonferenza
  - **Acc. centripeta** : $\vec{a}_c = \frac{(V_t(t))^2}{r}$
  - **Acc. tangenziale** : $\vec{a}_t = (V_t(t))'$

Energia cinetica rotazionale di un sistema rigido

- **Energia cinetica del punto i-esimo** : $K_i = \frac{1}{2}m_i\left|\vec{V}_i\right|^2 = \frac{1}{2}m_i(r_i\omega)^2 = \frac{1}{2}m_ir_i^2\omega^2$
- **Momento di inerzia** : $I_z = \sum_{i=1}^{N}(m_ir_i)^2$
- **Energia cinetica di sistema rigido** : $K = \frac{1}{2}I_z\omega^2$
- **Momenti inerzia canonici**
  - Anello o guscio cilindrico molto sottile : $I_z = MR^2$, $R =$ raggio
  - Corona circolare o guscio cilindrico non sottile : $I_z = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
  - Cilindro pieno o disco : $I_z = \frac{1}{2}MR^2$, se asse di rotazione passa per c.d.m
  - Sfera piena : $I_z = \frac{2}{5}MR^2$, asse di rotazione passante per centro della sfera
  - Guscio sferico sottile : $I_z = \frac{2}{3}MR^2$
  - Sbarra sottile, con asse di rotazione passante per perno fisso $I_z = \frac{1}{3}ML^2$

Momento di una forza

- **Momento di una forza $\vec{F}$ rispetto al polo O** : $\vec{\tau} = \vec{R} \times \vec{F}$, con $\vec{R}$ vettore posizione, si misura in Nm
- **Modulo momento di una forza $\vec{F}$** : $|\vec{\tau}| = \left|\vec{R} \times \vec{F}\right| = RF\sin(\phi)$
  - $|\vec{\tau}| = R(F\sin(\phi)) = RF_t$

- $|\vec{\tau}| = F(R\sin(\phi)) = Fd$, con d = *braccio* della forza $\vec{F}$

Dinamica di un corpo rigido

Il momento totale delle forze applicate a un sistema rigido costituito da 2 punti mat. è uguale al momento risultante delle sole forze esterne agenti sui due punti materiali, rispetto al polo scelto

- **Momento totale** : $\tau_{z,tot} = I_z\alpha$, con α costante

Equilibrio di un corpo solido

- **Condizioni necessarie per l'equilibrio**
  - $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{ie} = 0 \implies \vec{V_{cm}}$ = costante, quindi se il sistema è inizialmente fermo vale $\vec{V}_{cm} = 0$
  - $\sum_{i=1}^{N} \vec{\tau_{ie}} = 0$ momento rispetto a un polo qualsiasi nullo

Lavoro e potenza nel moto rotazionale

- **Lavoro di corpo rigido che ruota attorno asse z** : $W_{tot} = \frac{1}{2}I_z\omega_f^2 - \frac{1}{2}I_z\omega_i^2$
- **Lavoro totale di sistema con N corpi** : $\Delta W_{tot} = \tau_{tot,z}(t)\omega(t)\Delta t$
- **Potenza istantanea** : $\mathbb{P} = \tau_{tot,z}(t)\omega(t)$

Momento angolare

- **Momento angolare/Momento della quantità di moto** : $\vec{L}(t) = \vec{R}(t) \times \vec{\rho}(t)$, misura in kgm^2s^{-1}
- **Seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi di N punti materiali** : $[\vec{L}(t)]' = \vec{\tau}_{e,tot}(t)$, con $\vec{\tau}_{e,tot}(t)$ = momento delle forze esterne agenti sul sistema
- **Corpo rigido con polo sull'asse di rotazione** : $L_{tot,z} = I_z\omega \implies [L_{tot,z}]' = I_z(\omega)' = I_z\alpha$
- **Teoremi di Konig**
  1. Momento angolare totale di un sistema di N punti : $\vec{L}_{tot}(t) = \vec{R}_{cm}(t) \times \vec{P}_{cm}(t) + \vec{L}'_{tot}(t)$
     - $\vec{L}_{tot}(t)'$ momento angolare totale rispetto al c.d.m
  2. Energia cinetica totale di un sistema di N punti materiali $K_{tot} = \frac{1}{2}M_{tot}\left|\vec{V}_{cm}\right|^2 + K'_{tot}$
     - $K'_{tot} = \frac{1}{2}I_{z',cm}\omega'^2$, con $I_{z',cm}$ = mom. di inerzia rispetto ad asse pass. per c.d.m
- **Conservazione momento angolare** : $L_{tot,z,f} = L_{tot,z,i}$

Conservazione del momento angolare

La seconda equazione cardinale implica che se $\vec{\tau}_{e,tot}(t) = 0$ allora il momento angolare totale del sistema resta costante, quindi si conserva
In sistema isolato si conservano la quantità di moto totale e il momento angolare totale

- Sistema isolato rigido in rotazione attorno asse z : $L_{tot,z} = I_z\omega$ = costante
- Sistema isolato non rigido in rotazione attorno asse z : $L_{tot,z}(t) = I_z(t)\omega(t)$ = costante

Moto di puro rotolamento di corpo rigido

Corpo rigido sferico che rotola senza strisciare su superficie piana
La condizione affinchè il corpo rigido rotoli senza strisciare è che la velocità istantanea del punto di contatto P tra il corpo e il piano sia nulla

- **Condizione di pure rotolamento** : $V_{cm}(t) = \omega(t)R$
- **Acc. nel moto** : $a_{cm} = \alpha(t)R \implies \alpha(t) = \frac{a_{cm}(t)}{R}$
- **Energia cinetica in questione (usando 2 TH Konig)** : $K(t) = \frac{1}{2}\left(M + \frac{I'_z}{R^2}\right)\left|\vec{V}_{cm}(t)\right|^2$, con I'_z = mom. di inerzia del corpo rigido

Moto oscillatorio e onde

Consideriamo moto sotto l'effetto della forza elastica

- **Moto armonico semplice** : $[x(t)]'' = -\frac{k}{m}x(t)$
  - posto $\omega^2 = \frac{k}{m}$ si ottiene $[x(t)]'' + \omega^2 x(t) = 0$, la cui soluzione è

        - $x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$, con
            - A = **ampiezza**, valore massimo di $|x(t)|$
            - ω = **pulsazione/frequenza angolare** (nel caso di F. elastica $= \sqrt{\frac{k}{m}}$)
            - ϕ_0 = **costante di fase/fase iniziale**
            - $\phi(t) = \omega t + \phi_0$ = **fase del moto**
    - Nel caso di moto armonico sotto l'eff. di forza elastica vale :
        - **Periodo** : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
        - **Frequenza** : $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- **Velocità istantanea** : $V_x(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi_0)$
- **Acc. istantanea** : $a_x(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi_0)$
- **Condizioni iniziali del moto** : $x_0 = x(t=0), V_{x0} = V_x(t=0)$
    - $x_0 = A\cos(\phi_0)$
    - $V_{x0} = -\omega A\sin(\phi_0)$
        - $V_x(t) = \omega A\cos(\omega t + \phi_0 + \frac{\pi}{2})$
        - $a_x(t) = \omega^2 A\cos(\omega t + \phi_0 + \pi)$
- **Pendolo Semplice** :
    - Verso positivo dell'asse tangenziale è in senso antiorario
    - Verso positivo dell'asse radiale è verso il centro della traiettoria circolare
    - **Equazione del moto** : $[\theta(t)]'' = \frac{g}{L}\sin([\theta(t)]) = 0\ (**)$
    - **Energia potenziale** : $U(\theta) = -mgL\sin(\theta)$
- **Piccole oscillazioni** : piccolo intervallo $\Delta\theta(t)$ attorno al punto di equilibrio stabile, $sen[\theta(t)] \approx \theta(t)$
    - $(**)$ diventa $\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi_0) \implies \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$
    - **Periodo piccole oscillazioni** : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
- **Pendolo Fisico**
    - **Velocità angolare nelle piccole oscillazioni** : $\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I_z}}$
    - **Periodo angolare nelle piccole oscillazioni** : $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{Mgd}}$

4 Elettricità e Forza Elettrica

Cariche elettriche con lo stesso segno si respingono, con segno diverso si attraggono

- **Principio di conservazione della carica elettrica** : In un sistema isolato, la carica elettrica totale si conserva

Isolanti e Conduttori

- **Conduzione elettrica** : Una carica elettrica può muoversi all'internon di un corpo
- **Conduttori** : In questi materiali alcuni elettroni sono liberi di muoversi nel corpo
- **Isolanti** : In questi materiali tutti gli elettroni sono legati agli atomi e non possono muoversi liberamente

Legge di Coulomb

- **Legge di Coulomb** : $\left|\vec{F}_e\right| = F_e = K_e\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$
    - F_e = Forza elettrica
    - $|q_i|$ valore assoluto carica elettrica i-esima
    - r distanza tra due cariche
    - K_e = **costante di Coulomb**, si misura $C(Coulomb)$ e vale $8.9876 \cdot 10^9\frac{Nm^2}{C^2}$
        - Vale anche $K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, con ε_0 = **costante dielettrica del vuoto**
            - vale $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$
- **Carica elettrica dell'elettrone** : $q_e = -e = -1.60218 \cdot 10^{-19}C$
- **Osservazione** : Per dire se una forza elettrica è repulsiva/attrattiva, basta vedere il segno delle cariche elettriche. Se hanno segno uguale allora repulsiva, altrimenti attrattiva
- Se la forza elettrica è l'unica forza agente, **l'energia meccanica si conserva**, quindi $E_{mf} = E_{mi}$

Campi Elettrici

- **Campo elettrico (vettore)** : $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$, si misura in N/C, con q_0 = carica di prova
- Con campo elettrico noto, si scrive $F_e = q\vec{E}$
- **Campo elettrico (vettore) per cariche puntiformi** : $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = K_e \frac{q}{r^2}$
  - se $q > 0$ il campo elettrico è diretto verso q con verso uscente (verso dx)
  - se $q < 0$ il campo elettrico è diretto verso q con verso entrante (verso sx)
- **Campo elettrico (vettore) per cariche puntiformi nel punto P** : $\vec{E}_P = K_e \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2}$
- il campo elettrico non è definito nella posizione in cui si trova la sorgente puntiforme

Campo Elettrico generato da distribuzione continua di carica

- **Distribuzione continua** : quando la distanza tra due cariche sorgente di una distribuzione di carica è molto piccola
  - La distribuzione viene divisa in intervalli Δq, e il campo elettrico è $\vec{E} = K_e \frac{\Delta q_i}{r_i^2}$
- **Densità di carica** : quando la carica è distribuita lungo linea, superficie o volume
  - $\lambda = \frac{Q}{l}$, se carica Q è distribuita uniformemente lungo tratto di lunghezza l (**densità lineare**)
  - $\sigma = \frac{Q}{A}$, se carica Q è distribuita uniformemente lungo superficie di area A (**densità superficiale**)
  - $\rho = \frac{Q}{V}$, se carica Q è distribuita uniformemente in volume V (**densità di volume**)

Moto di particelle cariche in campo elettrico uniforma

- se $q\vec{E}$ è la risultante delle forze agenti sulle particelle, vale $m\vec{a} = q\vec{E}$, quindi
- **Accelerazione** : $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$
  - Se $\vec{E}$ costante anche $\vec{a}$ è costante

Flusso elettrico

- **Flusso elettrico** :
  - Se il campo attraversa perpendicolarmente una superficie A, vale $|\Phi_E| = \left|\vec{E}\right| A$
  - Se la superficie A *non* è perpendicolare al campo, vale $|\Phi_E| = \left|\vec{E}\right| A \cos(\theta)$
    - θ è l'angolo tra il campo e la direzione normale, se $\theta = 90^\circ$ allora il flusso è nullo
  - Se la superficie è curva, vale $\Phi_E = \int_{\text{superficie}} \vec{E}\, d\vec{A}$
  - Se la superficie è chiusa vale $\Phi_E = \oint \vec{E}\, d\vec{A} = \oint E_n dA$

Teorema di Gauss

Carica puntiforme positiva q al centro di una sfera di raggio r genera campo elettrico con linee radiali e verso uscente
Il flusso elettrico è $\Phi_E = \left|\vec{E}\right| A_{\text{superficie}}$

- **Flusso elettrico dentro la sfera** : $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$
  - Il flusso elettrico totale attraverso la superficie chiusa che non circonda una carica elettrina netta è nullo
- **Teorema di Guass** : Il flusso totale del campo attraverso una qualunque superficie chiusa è espresso dalla legge : $\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$, con q_{in} = carica totale interna alla superficie chiusa

Applicazioni th gauss

- A. Sfera solida con raggio a, densità ρ e carica tot. Q
  - **Campo elettrico in un punto esterno a sfera** : $\left|\vec{E}\right| = K_e \frac{Q}{r^2}$
  - **Campo elettrico in un punto interno a sfera** : $|\vec{E}| = K_e \frac{Q}{a^3} r$
- B. Campo elettrico a distanza r da filo di lunghezza inf. e carica λ costante
  - **Campo elettrico** : $|\vec{E}| = 2K_e \frac{\lambda}{r}$
- C. campo elettrico generato da piano con densità σ
  - **Campo elettrico** : $|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Conduttori in equilibrio elettrostatico

- **Equilibrio elettrostatico** : Non c'è moto di cariche nel conduttore
- 4 condizioni
  - Campo elettrico interno nullo

- Eventuali cariche aggiunte vanno a localizzarsi su superficie esterna
- Campo elet. esterno diretto perpendicolarmente alla superficie del condensatore
- Densità di carica maggiore nei punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minore

Potenziale elettrico

La forza elettrica è conservativa

- **Potenziale elettrico** : $V = \frac{U}{q}$
- **Differenza di potenziale** : $V_f - V_i = -q\int_{t_i}^{t_f}[\vec{E}(t)\vec{V}(t)]dt$
  - Unità di misura diff. di potenziale e potenziale elet. $V(Volt) = \frac{J}{C}$
  - **Elettronvolt** : $eV = 1.602 \cdot 10^{-19}J$

Diff. di potenziale in campo elettrico uniforme

- **Variazione differenza di potenziale** : $\Delta V = V_B - V_A = -Ed$, con d = distanza tra i punti A e B
- **Variazione energia potenziale** : $\Delta U = q\Delta V = -qEd$
- 2 osservazioni
  - la forza elettrica compie lavoro positivo su carica positiva quando questa si muove nel verso del campo elettrico
  - la forza elettrica compie lavoro positivo su carica negativa quando la carica si muove nel verso opposto rispetto a quello del campo elettrico

Potenziale elettrico ed ener. poten. elettrica di cariche puntiformi

- **Energia potenziale coppia di particelle con cariche** q, q_0 : $U(r) = K_e\frac{qq_0}{r} + costante$, con r = posizione di q
  - Energia potenziale negativa se le cariche hanno segno negativo, altrimenti è positiva
- **Potenziale elettrico associato a una carica puntiforme** q : $V(r) = K_e\frac{q}{r} + costante$, con r = distanza tra q e q_0, quindi $(q_0 - q)$
- **Potenziale elettrico totale in un dato punto** P : $V = K_e\sum\limits_i \frac{q_i}{r_i}$, con r_i distanza tra q_i e P
- **Energia potenziale di sistema con due cariche** : $U_{12} = K_e\frac{q_1q_2}{r_{12}}$, con $r_{12} = |\vec{r_1} - \vec{r_2}|$
- **Condizione di annullamento di un campo elettrico** : Energia potenziale prima carica+energia potenziale seconda carica=0

Capacità

- **Condensatore** : sistema di 2 conduttori in cui una carica positiva Q è stata trasferita da uno all'altro
  - **Quando corrente a regime, il ramo del condesatore si comporta come ramo aperto, quindi non passa corrente**
- **Capacità** : $\frac{Q}{V}$, indica quanta carica può essere accumulata nel condensatore quando viene applicata una diff. di potenziale V, unitò di misura $F(Farad) = 1\frac{C}{V}$
  - Condensatore sferico isolato : $\frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$
- 2 tipi di condensatori
  - **Condensatore piano** : 2 piastre conduttrici parallele aventi stessa area A a distanza d tra loro
    - Densità : $|\sigma| = \frac{Q}{A}$
    - Campo elettrico : $|\vec{E}| = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$
    - Diff di pot. : $V = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$
    - **Capacità** $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$
  - **Condensatore cilindrico** : raggio a
    - Diff di pot. : $V = \frac{2K_eQ}{l}\log(\frac{b}{a})$
    - Capacità : $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\log(\frac{b}{a})}$
- 2 tipi di collegamento
  - A. **Condensatori in parallelo**
    - **Diff. di potenziale (tensione)** : Potenziale polo positivo
    - **Carica elettrica totale** : $Q_{tot} = V(C_1 + C_2)$
    - Con un solo condensatore vale $C_{eq} = C_1 + C_2$
  - B. **Condensatori in serie**
    - **Tensione** : $V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$
    - Con un solo condensatore $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Energia accumulata in un condensatore carico

- **Energia accumulata** : $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$
  - Con condensatore pieno vale $C = \varepsilon_0^{A/d}$, quindi l'energia diventa $U = \frac{1}{2}\varepsilon_0(Ad)E^2$

Corrente elettrica e circuiti

- **Corrente elettrica** : Rapidità con cui la carica elettrica fluisce attraverso la superficie considerata
- **Corrente media** : $I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
- **Corrente istantanea** : $I(t) = [Q(t)]'$, con
  - $Q(t)$ = quantità di carica elettrica che ha attraversato la superficie tra un istante fissato e istante t
  - Unità di misura corrente $A(Ampere) = 1C/s$
  - Il verso positivo della corrente è quello in cui fluisce la carica positiva, a prescindere dal segno delle cariche che sono in moto
- **Portatori di carica** : Costituenti mobili che contribuiscono alla corrente elettrica
- **Velocità di deriva** : V_d = velocità media con cui i portat. di carica si muovono lungo direzione parallela all'asta del cono cilindrico
- **Corrente media nuovo** : $I_{med} = nqAV_d$, con
  - n = numero di port. di carica
  - q = carica per unità di volume
  - A sezione trasversale
- **Densità di corrente** : $J = \frac{I}{A} = nqV_d$, misura in A/m^2
  - $V_d = \frac{I}{Anq}$

Legge di Ohm

- **Legge di Ohm** : $\Delta V = RI$, unità di misura 1Ω con R resistenza
- **Resistenza di un filo conduttore ohmico con lunghezza l e sezione A** : $R = \rho\frac{l}{A}$, con ρ = resistività

Energia e potenza nei circuiti

- **Potenza** : $P(t) = I(t)\Delta V$
  - Nel caso di resistore, la potenza è $P = I^2R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$
- **Sorgenti di f.e.m** : Dispositivo che mantiene una diff. di potenziale costante tra due punti
  - simbolo $\mathcal{E} = \varepsilon(grande)$ misura in $V(Volt)$
    - ai capi della batteria vale $\mathcal{E} = rI = \Delta V$
    - in assenza di collegamento esterno, ovvero in assenza del ramo con il resistore R vale $\mathcal{E} = \Delta V$
  - **Per misurare diff. di potenziale ai capi dei resistori basta fare così**
    - scegli un nodo, es. P, poi vedi se resistore in parallelo o serie
      - se resistore è in serie calcoli $V_p = \text{sorgente f.e.m} - rI$, con $r =$ resistore e I=corrente passante per resistore
        - Da qui ti puoi calcolare la corrente, basta fare formula inversa
      - se il resistore che vedi è in parallelo allora sarà $V_p = rI$
        - Stessa cosa, formula inversa per corrente
- **Resistenza di carico** : $RI = \mathcal{E} - rI$
  - $(R + r)I = \mathcal{E}$
    - $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$
- **Ampiezza oscillazioni f.e.m** = $E = |\mathcal{E}|_{max}$

Resistori in serie e parallelo

- Serie
  - Differenza di potenziale = $\Delta V = I(R_1 + R_2)$
- Parallelo
  - $I = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})\Delta V$

Leggi di Kirchhoff

- **Ramo** : Tratto singolo di un circuito che contiene almeno un nodo

- **Nodo** : Punto di circuito in cui confluiscono più rami
- **Maglia** : Percorso chiuso in circuto
- **Prima legge (regola dei nodi)** : In ogni nodo del circuito, la somma algebrica delle correnti deve essere nulla
- **Seconda legge (regola delle maglie)** : La somma algebrica delle diff. di potenziale ai capi di ciascun elemento della maglia deve essere nulla

Circuiti RC

- **Circuito RC** : Contiene almeno un collegamento in serie di un resistore e di un condensatore
- **Carica di un condensatore** :
    - Corrente $I(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}$
    - Carica : $Q_{max} = C\mathcal{E}$
    - $q(t) = C\mathcal{E}[1 - e^{-(t/RC)}]$
    - $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-(t/RC)}$
- **Scarica di un condensatore**
    - $q(t) = Qe^{-(t/RC)}$
    - $I(t) = -\frac{Q}{RC}e^{-(t/RC)}$

5 Campo Magnetico

- **Campo magnetico** : Vettore $\vec{B}$
- **Forza magnetica** : $\vec{F}_b$ agente su particella, vale $\vec{F}_b = q\vec{V} \times \vec{B}$ si misura in $T(Tesla)$
    - modulo : $F_b = |q|VB\sin(\theta)$

Moto particella carica in campo magnetico uniforme

- **raggio traiettoria** : $r = \frac{mV}{|q|B}$
- **Velocità angolare ciclotrone** : $\omega = \frac{|q|B}{m}$
- **Periodo** : $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

Applicazioni moto particelle

- **Forza di Lorentz** : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}$

Forza magnetica su conduttore percorso da corrente

- **Forza magnetica eser. su tratta di filo rett. in campo magnetico** : $\vec{F}_b = I\vec{L} \times \vec{B}$
- La forza magnetica totale agente su generico circuito chiuso percorso da corrente e posto in campo magnetico unif. è nulla

Momento delle forze agenti su spira in campo magnetico

- **Momento forza magnetica** : $\tau_z^* = IAB$, con $A = ab$
    - Se $\vec{B}$ è perpendicolare ai lati verticali, vale $\tau_z = IAB\sin(\theta)$
- **Momento di dipolo magnetico** : $\vec{\mu} = I\vec{A}$
- **Energia potenziale di dipolo magnetico** : $U = -\vec{\mu}\vec{B}$

Legge di Biot-Savart

- **Legge di Biot-Savart** : $\Delta\vec{B} = K_m I(\frac{\Delta\vec{s} \times \hat{r}}{r^2})$
    - $K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$
        - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, misura in $\frac{Tm}{A}$
    - Se filo è rettilineo e molto lungo vale $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Teorema di Ampere

- **TH Ampere** : $\oint \vec{B}d\vec{s} = \mu_0 I$

Legge di Faraday-Neumann

sbarra metallica in circuito che scende raggiungerà vel. limite quando la forza magnetica in seguito a passaggio di corrente equilibrerà la forza peso del corpo

- **Flusso magnetico(attraverso superficie nello spazio)** : $\Phi_B = \oint \vec{B} d\vec{A}$ misura in $Wb(Weben)$
  - Se superficie è spira allora $\vec{A} = \pi r^2$
- **Legge di Gauss per campo magnetico(flusso attraverso superficie chiusa)** : $\oint \vec{B} d\vec{A} = 0$
- **Legge di Faraday-Neumann per circ. semplice** : $\mathcal{E} = -[\Phi_B(t)]'$
  - Serve per f.e.m indotta
- **Legge di Faraday-Neumann per circ. bobina con N spine** : $\mathcal{E} = -N[\Phi_B(t)]'$
  - Anche questo per f.e.m indotta

Forza elettromotrice dinamica

- **f.e.m** : Forza indotta in un condensatore che si sta muovendo in campo $\vec{B}$
- $\Delta V = Blv$
- **Equazione flusso magnetico concatenato a circuito** : $\mathcal{E} = -[\Phi_B(t)]' = -Blv \implies I = \frac{Blv}{R}$

Generatore di corrente alternata

- $\mathcal{E} = -N[\Phi_B(t)]' = NBA\omega \sin(\omega t)$

Legge di Lentz

- **Enunciato semplice** : La f.e.m indotta ha un segno tale da produrre un flusso magnetico indotto tale da opporsi alla variazione di flusso magnetico che l'ha provocato
  - La direzione del campo mangetico te la dice il prof.
  - **Campo magnetico uscente** dal piano (verso di te):
    - Se il flusso uscente **aumenta**, la corrente indotta circola in **senso orario** per opporsi a questo aumento (creando un campo opposto, verso il piano).
    - Se il flusso uscente **diminuisce**, la corrente indotta circola in **senso antiorario** per "sostenere" il flusso uscente.
  - **Campo magnetico entrante** nel piano (verso il foglio):
    - Se il flusso entrante **aumenta**, la corrente indotta circola in **senso antiorario** per opporsi a questo aumento (creando un campo opposto, uscente).
    - Se il flusso entrante **diminuisce**, la corrente indotta circola in **senso orario** per mantenere il flusso entrante.
  - Se si tratta di sbarra che scorre senza attrito in guida metallica verticale vale
    - Se sbarra verso il basso, **verso della corrente antiorario**
    - Se sbarra verso l'alto, **verso della corrente orario**