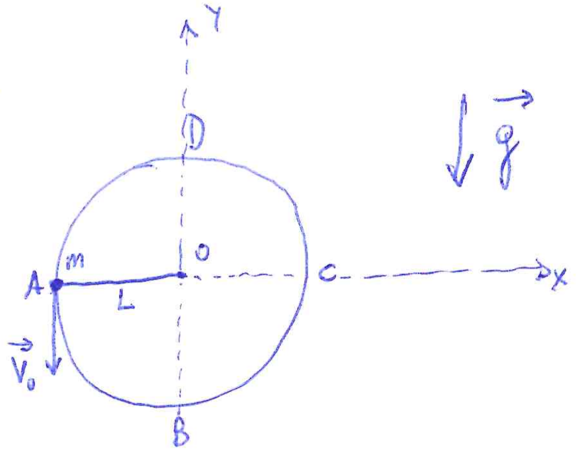
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

ESAME SCRITTO DI FISICA

PRIMO APPELLO ESTIVO A.A. 2022-23 11/06/2024

Problema n. 1

a)



Durante la rotazione dell'asticella rigida, le forze agenti sulla palla sono la forza peso della palla e la forza esercitata sulla palla dall'asticella nel punto in cui la palla e' attaccata all'asticella. Quest'ultima forza compie lavoro nullo in quanto la palla si muove lungo la circonferenza di raggio L, mentre la forza esercitata dall'asticella e' diretta lungo il raggio della traiettoria, per cui a ogni istante e' perpendicolare alla direzione della velocita' istantanea della palla.
Dunque, l'unica forza che compie lavoro sulla palla e' la forza peso; dato che la forza peso e' conservativa, ed essendo l'unica forza che compie lavoro, concludiamo che l'energia meccanica della palla si conserva durante tutto il moto della palla. Facciamo riferimento allo schema riportato sopra: all'istante in cui la palla si trova nel punto A, la sua quota verticale e' $y_A=0$, e la sua velocita' e' $\vec{V}_0$;

all'istante in cui la palla si trova nel punto D, la sua quota verticale e' $y_D = L$ (positiva) e la sua velocita' e' $\vec{V}_D = 0$ (ipotesi del problema, vedi testo).

Pertanto, imponiamo che l'energia meccanica della palla in A e in D sia la stessa.

$$E_{m,A} = E_{m,D} \Rightarrow K_A + U_A = K_D + U_D$$

Risulta:
$$K_A = \frac{1}{2} m |\vec{V}_A|^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad ; \quad U_A = 0$$

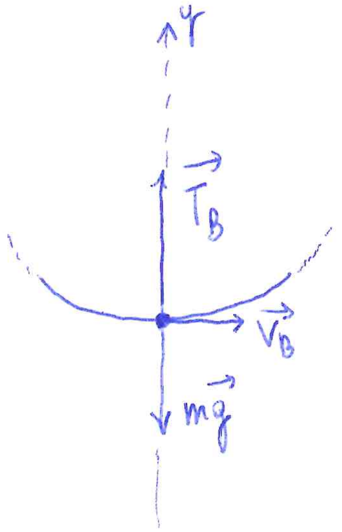
$$K_D = \frac{1}{2} m |\vec{V}_D|^2 = 0 \quad ; \quad U_D = mgL$$

Dunque, vale l'uguaglianza

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g L \Rightarrow v_0^2 = 2gL,$$

e quindi
$$\boxed{v_0 = \sqrt{2gL} = \sqrt{2 \cdot (9{,}81\ m\,s^{-2}) \cdot (0{,}5\ m)} \simeq 3{,}132\ m\,s^{-1}}$$

b) Nell'istante in cui la palla passa per il punto B, il diagramma delle forze agenti sulla palla e' il seguente:



Fissata la direzione positiva dell'asse y come nello schema a fianco, risulta:

$$(m\vec{g})_y = -mg \;;\; (\vec{T}_B)_y = |\vec{T}_B| \equiv T_B$$

$\vec{T}_B$ e' la forza esercitata sulla palla dall'asticella nel punto B.

Per la seconda legge della dinamica, risulta quindi:

$$m\vec{a}_B = m\vec{g} + \vec{T}_B \;,\; \text{cioè}$$

$$m(\vec{a}_B)_y = (m\vec{g})_y + (\vec{T}_B)_y \Rightarrow m\, a_{B,y} = -mg + T_B$$

Ma $a_{B,y}$ e' la componente radiale dell'accelerazione istantanea della palla nel punto B: questa accelerazione e' l'accelerazione centripeta della palla in quel punto. Allora:

$$a_{B,y} = \frac{|\vec{v}_B|^2}{L}$$

Per calcolare $|\vec{v}_B|^2$, sfruttiamo ancora la conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{m,B} = E_{m,A} \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A$$

Risulta: $K_B = \frac{1}{2} m |\vec{v}_B|^2$; $U_B = -mgL$ (se $y_A = 0$, allora risulta $y_B = -L$, vedi schema a pag. 1)

$$K_A + U_A = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{\cancel{2}} m \cdot \cancel{2} g L = mgL$$

Allora:

$$\frac{1}{2} m |\vec{v}_B|^2 - mgL = mgL \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{m} |\vec{v}_B|^2 = 2 \cancel{m} g L$$

$|\vec{v}_B|^2 = 4gL$. Allora: $a_{B,y} = \frac{|\vec{v}_B|^2}{L} = 4g$

Pertanto:

$$m a_{B,y} = -mg + T_B \Rightarrow m \cdot 4g = -mg + T_B,$$

e infine $\boxed{T_B = 5mg = 5 \cdot (0,02\ kg) \cdot (9,81\ m\,s^{-2}) \simeq 0,981\ N}$

c) In questa condizione risulta

$E_{m,A} = K_A + U_A = mgL$, in quanto le condizioni iniziali sono le stesse del punto a).

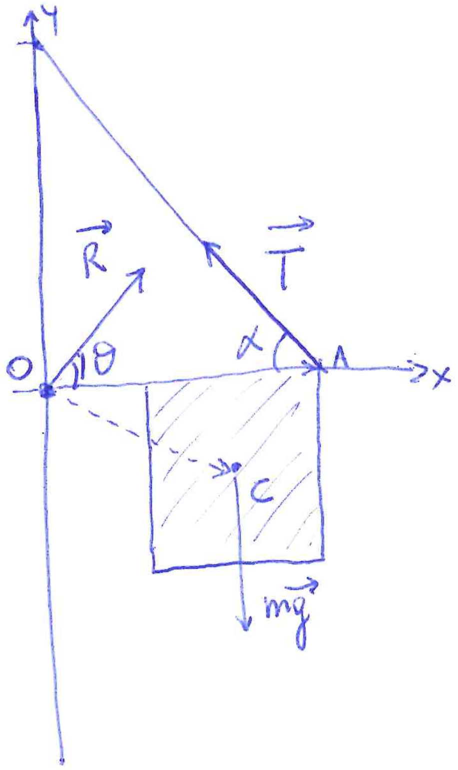
Risulta poi: $E_{m,C} = \frac{1}{2} m |\vec{v}_C|^2 + U_C$

Essendo $|\vec{v}_C| = 0$ (ipotesi del problema) e $y_C = 0$, otteniamo $E_{m,C} = 0$. Pertanto risulta

$$\boxed{\Delta E = E_{m,C} - E_{m,A} = 0 - mgL = -mgL = -(0,02\ kg)(9,81\ m s^{-2})(0,5\ m) = -0,0981\ J}$$

Problema n. 2

Per l'equilibrio statico del sistema devono essere verificate le seguenti due condizioni:
- equilibrio delle forze esterne agenti sul sistema;
- equilibrio dei momenti delle forze esterne agenti sul sistema, rispetto a un qualunque punto fisso scelto come polo per il calcolo dei momenti.



Qui a fianco è schematizzato il diagramma delle forze esterne applicate al sistema rigido costituito dall'insegna quadrata e dall'asta orizzontale.

Poniamo che la posizione della cerniera coincida con l'origine del sistema di assi cartesiani.

Equilibrio delle forze esterne: $m\vec{g} + \vec{R} + \vec{T} = 0$

Equilibrio dei momenti delle forze esterne rispetto al polo O:

$(\vec{OA} \times \vec{T})_0 + (\vec{OC} \times m\vec{g})_0 = 0$

Componenti delle forze lungo gli assi cartesiani:

$(m\vec{g})_x = 0$; $(m\vec{g})_y = -mg$; $(\vec{R})_x = R_x$; $(\vec{R})_y = R_y$

$(\vec{T})_x = T_x$; $(\vec{T})_y = T_y$

Allora: $m\vec{g} + \vec{R} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (m\vec{g})_x + (\vec{R})_x + (\vec{T})_x = 0 \\ (m\vec{g})_y + (\vec{R})_y + (\vec{T})_y = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 + R_x + T_x = 0 \\ -mg + R_y + T_y = 0 \end{cases}$$

I momenti delle due forze $m\vec{g}$ e $\vec{T}$ rispetto al polo O sono diretti perpendicolarmente al piano della figura, con

$$(\vec{OC} \times m\vec{g})_{0,z} < 0 \quad \text{e} \quad (\vec{OA} \times \vec{T})_{0,z} > 0$$

Il braccio di $m\vec{g}$ rispetto al polo O è ~~$\ell + \frac{d}{2}$~~ $d - \frac{\ell}{2}$

$$\Rightarrow (\vec{OC} \times m\vec{g})_{0,z} = \cancel{+mg\left(\ell + \frac{d}{2}\right)} \; -mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right)$$

Risulta poi

$$(\vec{OA} \times \vec{T})_{0,z} = d\,T_y$$

Allora: $(\vec{OA} \times \vec{T})_{0,z} + (\vec{OC} \times m\vec{g})_{0,z} = 0 \Rightarrow d\,T_y - mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right) = 0$

Dato che $\vec{T}$ è diretto lungo il cavetto fissato al muro, se indichiamo con α l'angolo tra il cavetto e l'asta orizzontale (vedi figura) risulta:

$$T_x = -|\vec{T}|\cos\alpha \; ; \quad T_y = |\vec{T}|\sin\alpha \Rightarrow |\vec{T}| = \frac{T_y}{\sin\alpha}$$

Dall'ultima equazione relativa all'equilibrio dei momenti otteniamo: $T_y = mg\left(1 - \frac{\ell}{2d}\right)$, da cui, essendo

$$\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{h/d}{\sqrt{1+(h/d)^2}} = \frac{h}{\sqrt{h^2+d^2}} :$$

$$\boxed{T = |\vec{T}| = mg\left(1-\frac{l}{2d}\right)\frac{1}{h}\sqrt{h^2+d^2} = mg\left(1-\frac{l}{2d}\right)\sqrt{1+\left(\frac{d}{h}\right)^2} = (50\ kg)(9{,}81\ m\ s^{-2})\left(1-\frac{2\ m}{2\cdot 3\ m}\right)\sqrt{1+\left(\frac{3\ m}{4\ m}\right)^2} \simeq 408{,}75\ N}$$

b) Dalle equazioni che esprimono l'equilibrio delle forze esterne, otteniamo:

$$R_x = -T_x = |\vec{T}|\cos\alpha = \frac{T_y}{\tan\alpha} = T_y\cdot\frac{d}{h} = mg\left(1-\frac{l}{2d}\right)\cdot\frac{d}{h}$$

$$\boxed{R_x = mg\frac{1}{h}\left(d-\frac{l}{2}\right) = (50\ kg)(9{,}81\ m\ s^{-2})\frac{1}{4\ m}\left(3m-\frac{1}{2}\cdot 2m\right) = 245{,}25\ N}$$

$$R_y = mg - T_y = mg\left[1-\left(1-\frac{l}{2d}\right)\right] = mg\left(\cancel{1}-\cancel{1}+\frac{l}{2d}\right)$$

$$\boxed{R_y = mg\frac{l}{2d} = (50\ kg)\cdot(9{,}81\ m\ s^{-2})\cdot\frac{2m}{2\cdot 3m} = 163{,}5\ N}$$

c) Risulta

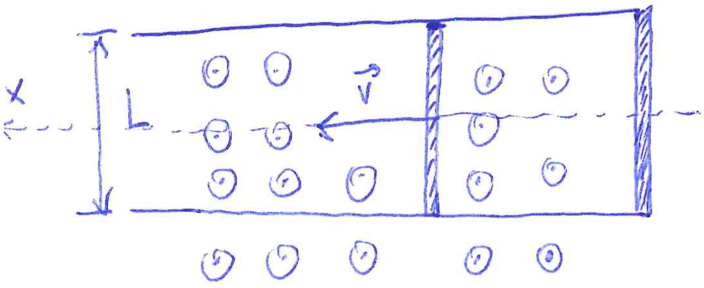
$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2+R_y^2} = \sqrt{(mg)^2\left[\left(\frac{d}{h}\right)^2\left(1-\frac{l}{2d}\right)^2+\left(\frac{l}{2d}\right)^2\right]} = mg\sqrt{\left(\frac{d}{h}\right)^2\left(1-\frac{l}{2d}\right)^2+\left(\frac{l}{2d}\right)^2} = \sqrt{(245{,}25\ N)^2+(163{,}5\ N)^2} \simeq 294{,}754\ N}$$

Infine, detto θ l'angolo tra il vettore $\vec{R}$ e l'asta, risulta

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\cancel{mg}\,\frac{l}{2d}}{\cancel{mg}\,\frac{1}{h}\left(d-\frac{l}{2}\right)} = \frac{l\,h}{2d\left(d-\frac{l}{2}\right)} = \frac{l\,h}{d(2d-l)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \arctan\left[\frac{l\,h}{d(2d-l)}\right] \simeq 0{,}588\ \text{rad} \simeq 33^\circ 41' 24''}$$

Problema n. 3



a) Scelto un asse cartesiano x come nello schema a fianco, osserviamo che nell'intervallo di tempo Δt il flusso magnetico concatenato dalle due rotaie e dalla sbarra varia della quantità

$\Delta \Phi_B = B \cdot \Delta S$, dove ΔS è la variazione dell'area racchiusa dalle due rotaie e dalla sbarra in tale intervallo di tempo;

risulta quindi

$$\Delta \Phi_B = B \cdot L v \, \Delta t \text{ , da cui } \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = BLv$$

Per la legge di Faraday - Neumann, quindi, mentre la sbarra si muove si genera una f.e.m. indotta nel circuito data da

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -BLv = -(0{,}350\ T)\cdot(0{,}25\ m)\cdot(0{,}55\ m\ s^{-1}) \simeq -0{,}048125\ V = -48{,}125\ mV}$$

Per la legge di Lenz, nella figura la corrente indotta deve circolare <u>in senso orario</u> per compensare l'aumento del flusso concatenato.

b) Se la resistenza delle sbarre è $R = 18\,\Omega$ e se le rotaie hanno resistenza trascurabile, la resistenza complessiva del circuito è R, per cui la corrente indotta nel circuito è

$$\boxed{I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{0{,}048125\ V}{18\,\Omega} \simeq 2{,}6736 \times 10^{-3} A = 2{,}6736\ mA}$$

c) La potenza elettrica dissipata nelle sbarre è quindi

$$\boxed{P_d = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(0{,}048125\,V)^2}{18\,\Omega} \simeq 1{,}286675 \times 10^{-4}\ W = 0{,}1287\ mW}$$