

Práctica de ordenador 1.

Movimiento de cargas en campos electromagnéticos

En esta práctica de ordenador vamos a estudiar mediante el uso de programas, en lenguaje python, el movimiento de cargas en campos electromagnéticos. Para ello resolveremos las ecuaciones de movimiento mediante el uso de algoritmos. Analizaremos distintos instrumentos basados en la acción de campos electromagnéticos sobre partículas cargadas como el espectrómetro de masas, el selector de velocidades o el ciclotrón.

Tanto los cálculos analíticos que realicemos, como las gráficas y los cálculos de comparación se deberán presentar en un informe mediante tablas y gráficas. Además, se entregarán los scripts de código utilizados, añadiendo un enlace de descarga en el informe correspondiente. Los permisos de descarga de los scripts deben de estar activados para el personal de la UA.

La primera parte de la práctica la dedicaremos a la obtención de las ecuaciones de movimiento de una partícula cargada en un campo electromagnético. En la segunda parte resolveremos las ecuaciones de movimiento y analizaremos los resultados numéricos obtenidos para cada caso.

i. Espectrómetro de masas

Iones procedentes de una fuente que suponemos inicialmente en reposo son acelerados mediante un campo eléctrico E y entran en una región con un campo magnético B perpendicular que los desvía. Obtén mediante simulación numérica las posiciones en las que inciden los isótopos de cada uno de los apartados.

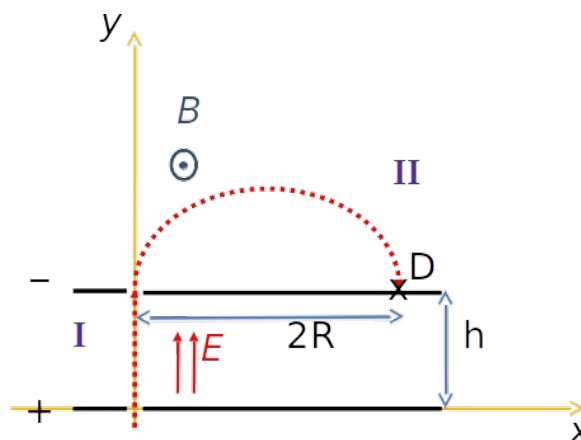


Fig 1. Esquema del fundamento físico de un espectrómetro de masas.

Debemos comprobar, mediante las expresiones vistas en clase, que los resultados numéricos coinciden con lo esperado.

Una vez comprobado que el programa funciona debemos elegir una muestra real de tres iones. Las muestras de iones propuestas son los siguientes isótopos.

a) Isótopos del carbono: $^{12}\text{C}^+$, $^{13}\text{C}^+$, $^{14}\text{C}^+$.

b) Isótopos del azufre: $^{32}\text{S}^+$, $^{33}\text{S}^+$, $^{34}\text{S}^+$.

c) Isótopos del cloro: $^{35}\text{Cl}^+$, $^{36}\text{Cl}^+$, $^{37}\text{Cl}^+$.

d) Isótopos del calcio: $^{39}\text{Ca}^+$, $^{40}\text{Ca}^+$, $^{43}\text{Ca}^+$.

Los valores del potencial V de aceleración y del campo magnético B se generaran automáticamente y aleatoriamente dentro del intervalo indicado mediante la función *random* cuya semilla será el DNI del alumno.

Comprobaremos mediante cálculos analíticos que el tamaño requerido para el espectrómetro sea razonable, en torno al decímetro y así podamos separar los iones de la muestra. En el caso en que no ocurra esto podremos cambiar las dimensiones. Debemos también evaluar el tiempo de integración requerido. Estos cálculos se deben realizar previamente mediante el cálculo analítico a partir de expresiones estudiadas en la asignatura y se deben presentar en un informe. Una vez realizado el programa y obtenido los resultados (puntos de incidencia de los iones) debemos comprobar que el resultado obtenido con el programa corresponde a lo predicho mediante los cálculos analíticos. En el informe deberán figurar los valores de los campos, dimensiones del espectrómetro, los cálculos analíticos de la posición a donde llegarán los iones en el espectrómetro y el cálculo de los valores numéricos para los iones. Se puede tomar como ejemplo la Tabla 1.

Tabla 1. Datos de tiempo y posición de impacto para los isótopos de C obtenidos analítica y numéricamente.

| Elemento | Cálculo analítico | | Cálculo numérico | |
|-------------------|-------------------|-----------|------------------|-----------|
| | t_a (s) | D_a (m) | t_n (s) | D_n (m) |
| $^{12}\text{C}^+$ | | | | |
| $^{13}\text{C}^+$ | | | | |
| $^{14}\text{C}^+$ | | | | |

Además, se presentará un gráfico con la trayectoria de los tres iones con los parámetros elegidos. Explicar las diferencias entre los resultados obtenidos para un grupo de isótopos de un elemento y entre grupos.

<https://drive.google.com/file/d/1IGWf1olCgrNPz17cf7mYTrXWWDIPQZNm/view?usp=sharing>

ii. Relatividad

Se pide también estudiar el movimiento de partículas relativistas en campos magnéticos, es decir, teniendo en cuenta el efecto que la teoría de la relatividad especial tiene sobre el movimiento. Este efecto se traduce en que aparece el factor de Lorentz y en la ecuación de movimiento de una carga en un campo magnético. La ecuación de movimiento pasa a ser:

$$m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

donde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

siendo v el módulo de la velocidad y c la velocidad de la luz.

En esta parte, utilizaremos el programa para estudiar cómo varía la frecuencia de giro de una partícula que se mueve en un campo magnético homogéneo en función de la velocidad.

Utilizando electrones, positrones y protones con la velocidad generada y el campo magnético generados aleatoriamente con la función *random*, rellena la Tabla 3 y 4. Además, representa en una gráfica la frecuencia en función de la velocidad, así como la energía cinética. Deducir teóricamente estas expresiones, y hacer una gráfica en la que se comparen los resultados del programa con lo teórico. Todos estos cálculos deben presentarse en el informe así como las gráficas.

Tabla 3. Resultados analítico y numérico no relativistas para las partículas e^- , e^+ y p^+ .

| | Analítico | | Numérico | |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | $f_a ()$ | $R_a ()$ | $f_n ()$ | $R_n ()$ |
| $v_{x0} = \underline{\hspace{1cm}}$ $B = \underline{\hspace{1cm}}$ | | | | |
| e^- | | | | |
| e^+ | | | | |
| p^+ | | | | |

Tabla 4. Resultados analítico y numérico relativistas para las partículas e^- , e^+ y p^+ .

| $v_{x0} = \underline{\hspace{1cm}}$ $B = \underline{\hspace{1cm}}$ | γ | Analítico | | Numérico | |
|---|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | $f_a ()$ | $R_a ()$ | $f_n ()$ | $R_n ()$ |
| e^- | | | | | |
| e^+ | | | | | |
| p^+ | | | | | |

https://colab.research.google.com/drive/1B4_0aHBy2eJYGmbUdfoDULeEkNFU7rSV?usp=sharing

iii. Ciclotrón

Una partícula cargada (inicialmente en reposo en el origen) es acelerada mediante la acción de un campo eléctrico en la región comprendida entre dos regiones en forma de D . En estas regiones en forma de D hay un campo magnético perpendicular que les produce un movimiento circular, cuyo radio R depende de la velocidad de la partícula. El campo eléctrico debe variar de manera periódica con el fin de que en cada paso por la región entre D s se produzca una ganancia de velocidad. Eligiendo un valor para la carga q y masa del ion m , así como de la distancia entre las D s h , campo eléctrico E y campo magnético B , se hace variar la frecuencia ω a fin de que las partículas se aceleren.

Analizar lo que ocurre si esta frecuencia ω la hacemos variar alrededor del valor teórico. Estudiar el caso de una señal cuadrada. Estudiar el caso de la aceleración de protones, núcleos de deuterio, tritio o partículas α hasta energías del orden del MeV. Ver Tabla 5 de ejemplo.

Usar campos magnéticos del orden del Tesla, voltaje entre las D s generado aleatoriamente y con un radio de cada D en torno a los 25 cm. Hacer representaciones en las que se muestre la ganancia de energía e interpretar los resultados. Estudiar cómo afecta la separación entre las D s al resultado.

De acuerdo a lo que has visto de la frecuencia de ciclotrón de una partícula relativista. ¿Cómo crees que afectará al funcionamiento del ciclotrón el hecho de que los iones alcancen velocidades relativistas? ¿Cómo se podría solucionar?

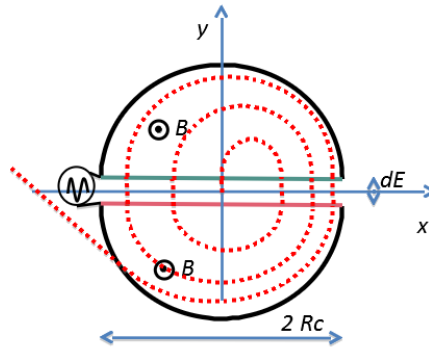


Fig. 3. Esquem del ciclotrón.

El informe debe contener el cálculo teórico de la trayectoria y energía cinética de los iones, así como una comparación con los valores obtenidos de la simulación. También se debe presentar una gráfica de la trayectoria del ion en el ciclotrón así como de la variación de la energía cinética en el tiempo. Se presentarán las mismas gráficas pero con la frecuencia del voltaje alterno un 50% mayor y un 50 % menor del valor óptimo. Comentar los inconvenientes que hayan surgido para conseguir que la simulación funcione correctamente y como crees que afectará el movimiento de partículas relativistas.

https://colab.research.google.com/drive/13O1yA614LxEAwPngx5W4O_OWvFKx-Pm?usp=sharing