TEORIA DEI SEGNALI B

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica, Ingegneria Informatica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova scritta del 24/11/2001

1 Si calcoli quanto vale la seguente espressione:

$$\int_{-\infty}^{\infty}(t-1)\mathrm{u}(t-2)\delta(t-3)\,dt\,.$$

2 Si dia la definizione di segnale pari e si trovino i valori di ϕ per cui il seguente segnale soddisfa tale definizione:

$$x(t) = V\cos(2\pi f_0 t + \phi)\,.$$

3 Sapendo che per ogni $\alpha \neq 0$ è: $\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\cos(\alpha x)\,dx = 0$, si calcoli la potenza (normalizzata) del segnale (con $f_1 \neq f_2$):

$$x(t) = V_1\cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + V_2\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$$

4 Un sistema è definito dalla seguente relazione in cui $x(t)$ e $y(t)$ sono generici segnali di ingresso e di uscita, rispettivamente:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)\,d\tau\,.$$

Si determini se il sistema è: (a) con o senza memoria; (b) tempo invariante; (c) lineare; (d) causale.

5 Un sistema L.T.I. ha la risposta all'impulso unitario $h(t)$ come in Fig. 1.

(a) Si scriva un'espressione analitica di $h(t)$.

(b) Si trovi l'uscita di tale sistema quando l'ingresso $x(t)$ è come in Fig. 2.

(c) Sfruttando le proprietà dei sistemi L.T.I. e senza calcolare convoluzioni, si trovi quindi l'uscita del sistema quando l'ingresso $x(t)$ è come in Fig. 3.

6. Nell'ipotesi che un sistema LTI abbia la risposta in frequenza:

$$H(f) = \frac{j2f}{12-f^2}$$

Si dica se $h(t)$ è reale o no e si traccino i diagrammi di ampiezza e di fase di $H(f)$.

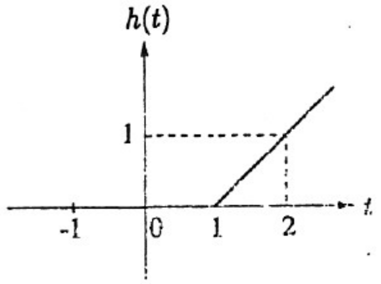


Figura 1

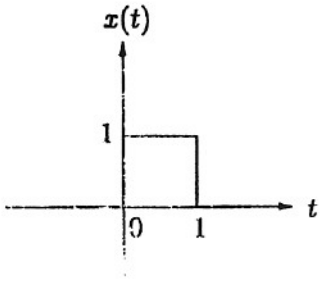


Figura 2

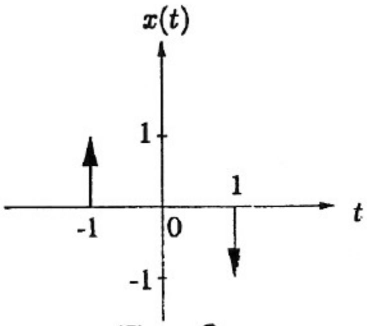


Figura 3

Teoria dei segnali B
(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)
Prima prova parziale - 22 novembre 2003
COMPITO B

1) Sia dato un sistema descritto dalla relazione ingresso-uscita

$$y(t) = \frac{1}{T} e^{+t/T} \int_{-\infty}^{t} e^{-\tau/T} x(\tau) d\tau$$

1a) si stabilisca se il sistema è lineare e se è stazionario (tempo-invariante).
1b) Nel caso il sistema risulti lineare e stazionario, si determini la risposta impulsiva e se ne tracci il grafico
In caso contrario, si determini il segnale di uscita (e se ne tracci il grafico) quando l'ingresso è $x(t) = u(t)$.
1c) In ogni caso, si stabilisca se il sistema è causale e se è stabile (B.I.B.O.).

2) Sia dato il seguente segnale periodico:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} - 2n\right)$$

2a) Si tracci con accuratezza il grafico del segnale, determinandone il periodo T_0.
2b) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier di $x(t)$, tracciando i grafici degli spettri (a righe) di ampiezza e di fase dei coefficienti di Fourier X_k.

3) Dato il segnale:

$$x(t) = 2A \sin(10\pi F t) + A \sin(6\pi F t)$$

3a) si verifichi, aiutandosi con i grafici delle due sinusoidi, che $x(t)$ è periodico e se ne determini il periodo.
3b) si traccino gli spettri di ampiezza e di fase (a righe) di $x(t)$.
Il segnale $x(t)$ transita in un sistema lineare e stazionario (LS) [o lineare e tempo-invariante (LTI)], con risposta in frequenza

$$H(f) = \left\{2\Pi\left(\frac{f}{3F} - 1\right) + 2\Pi\left(\frac{f}{3F} + 1\right)\right\} e^{-j\frac{\pi f}{6F}}$$

3c) si traccino i grafici della risposta in ampiezza e della risposta in fase del sistema.
3d) si determini il segnale di uscita $y(t)$, riportandone sia l'espressione analitica che il grafico.

Teoria dei segnali B

(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)

Prima prova parziale - 18 novembre 2005

COMPITO A

1) Si verifichi che il sistema descritto dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = x(t + t_1) - x(t - t_1)$$

è lineare e invariante nel tempo (stazionario). Si determini inoltre se il sistema è causale e se è stabile in senso B.I.B.O. Dette $X(f)$ e $Y(f)$ le trasformate di Fourier di un generico segnale d'ingresso e della relativa uscita del sistema sopra descritto, si determini l'espressione analitica della risposta in frequenza $H(f)$ del sistema.

2) Il segnale periodico

$$x(t) = -\frac{1}{2} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{t - nT}{T/2}\right)$$

transita in un sistema (filtro) la cui risposta in frequenza è $H(f) = \Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$. Senza calcolare esplicitamente i coefficienti di Fourier del segnale $x(t)$, si determini:

a) per quale intervallo di valori di T l'uscita del filtro è nulla.

b) per quale intervallo di valori di T l'uscita del filtro è un segnale sinusoidale.

3) Sia dato il segnale $s(t) = \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\cos\left(\frac{200\pi t}{T}\right)$. Tracciare, almeno approssimativamente, il grafico del segnale e calcolarne la trasformata di Fourier, tracciando, almeno approssimativamente, i grafici degli spettri di ampiezza e di fase.
(Si ricordi che $\Lambda(t) = (1 - |t|)\Pi\left(\frac{t}{2}\right)$)

Teoria dei segnali B

(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)

Prima prova parziale - 18 novembre 2005

COMPITO B

1) Si verifichi che il sistema descritto dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = x(t + t_1) + x(t - t_1)$$

è lineare e invariante nel tempo (stazionario). Si determini inoltre se il sistema è causale e se è stabile in senso B.I.B.O. Dette $X(f)$ e $Y(f)$ le trasformate di Fourier di un generico segnale d'ingresso e della relativa uscita del sistema sopra descritto, si determini l'espressione analitica della risposta in frequenza $H(f)$ del sistema.

2) Il segnale periodico

$$x(t) = \frac{1}{2} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{t+nT}{T/2}\right)$$

transita in un sistema (filtro) la cui risposta in frequenza è $H(f) = \Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$. Senza calcolare esplicitamente i coefficienti di Fourier del segnale $x(t)$, si determini:

a) per quale intervallo di valori di T l'uscita del filtro è nulla.

b) per quale intervallo di valori di T l'uscita del filtro è un segnale sinusoidale.

3) Sia dato il segnale $s(t) = \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)\sin\left(\frac{200\pi t}{T}\right)$. Tracciare, almeno approssimativamente, il grafico del segnale e calcolarne la trasformata di Fourier, tracciando, almeno approssimativamente, i grafici degli spettri di ampiezza e di fase.
(Si ricordi che $\Lambda(t) = (1 - |t|)\Pi\left(\frac{t}{2}\right)$)

Teoria dei segnali B

(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)

Prima prova parziale - 20 novembre 2006

COMPITO B

1) Un sistema lineare è caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\,(1 - u(t-\tau))\,d\tau$$

Si determini se il sistema è stazionario (tempo-invariante) o meno.
- In caso affermativo, si trovi la risposta impulsiva del sistema e in base a questa si stabilisca se il sistema è causale e se è stabile in senso B.I.B.O..
- In caso contrario si trovi la risposta del sistema al segnale $x(t) = t \cdot u(t)$.

2) Il segnale

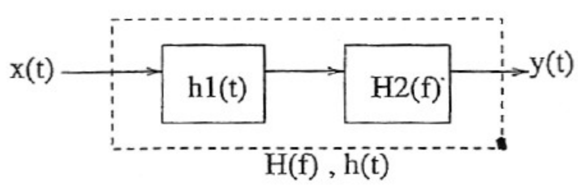
$$x(t) = \sqrt{2} + 2\cos\left(\frac{t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$$

transita in un filtro (sistema lineare e invariante nel tempo) caratterizzato dalla risposta impulsiva $h(t) = \frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}u(t)$. Valutare l'espressione analitica del segnale di uscita $y(t)$, tracciandone il grafico.

3) Un sistema lineare e stazionario (tempo-invariante) è costituito dalla cascata di due sistemi lineari e stazionarii (tempo-invarianti) come in figura, dove la risposta impulsiva $h_1(t)$ del primo e la risposta in frequenza $H_2(f)$ del secondo sono rispettivamente

$$h_1(t) = 2e^{-t}u(t) \quad , \quad H_2(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f}$$

Si trovi la risposta in frequenza $H(f)$ del sistema complessivo e se ne traccino i diagrammi di ampiezza e fase. Si trovi anche la risposta impulsiva $h(t)$ del sistema senza antitrasformare $H(f)$.



Teoria dei segnali B

(C. L. Ing. Elettronica-Informatica-Telecomunicazioni)

Prima prova parziale - 19 novembre 2007

1) Un sistema lineare e stazionario (tempo-invariante) è caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$y(t) = -\int_{t}^{t+T} x(\tau)d\tau \qquad (1)$$

con T costante positiva assegnata.
a) Si determini la risposta impulsiva del sistema e, in base a questa, si stabilisca se il sistema è causale e se è stabile in senso B.I.B.O..
b) Ipotizzando che il segnale di ingresso sia $x(t) = 2\delta(t-T) - \delta(t-2T)$, si trovi il segnale di uscita $y(t)$ (espressione analitica e grafico), *senza effettuare convoluzioni né usare la (1)*, ma sfruttando la linearità e la stazionarietà (tempo-invarianza) del sistema e la conoscenza di $h(t)$.

2) Il segnale periodico $x(t)$, di frequenza fondamentale f_0, è caratterizzato dai seguenti coefficienti di Fourier:

$$X_k = \frac{jk}{k^2 - 2}$$

a) Tracciare gli spettri a righe di ampiezza e di fase, evidenziandone i valori almeno fino a $|k| \leq 4$.
b) Il segnale transita in un filtro (sistema lineare e invariante nel tempo) caratterizzato dalla risposta in frequenza $H(f)$ come in Figura, dove $B = 4000$ Hz:
b1) Determinare il minimo valore di f_0 tale per cui il segnale di uscita è una sinusoide.
b2) Con tale scelta di f_0 [Hz], valutare l'espressione analitica del segnale di uscita $y(t)$, tracciandone il grafico.

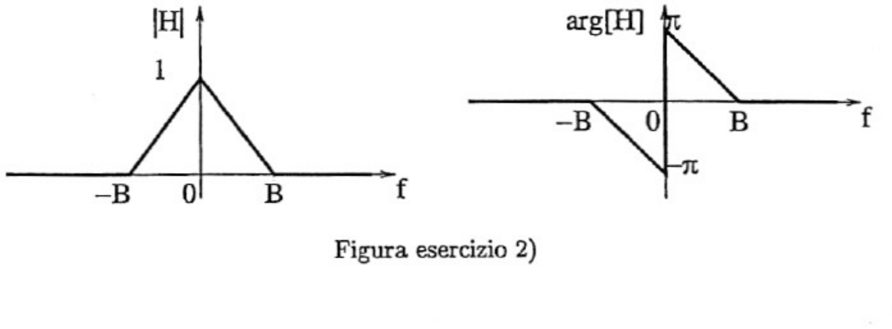


Figura esercizio 2)

$\frac{\cancel{2}f_0}{\cancel{2}} = \frac{B}{2}$