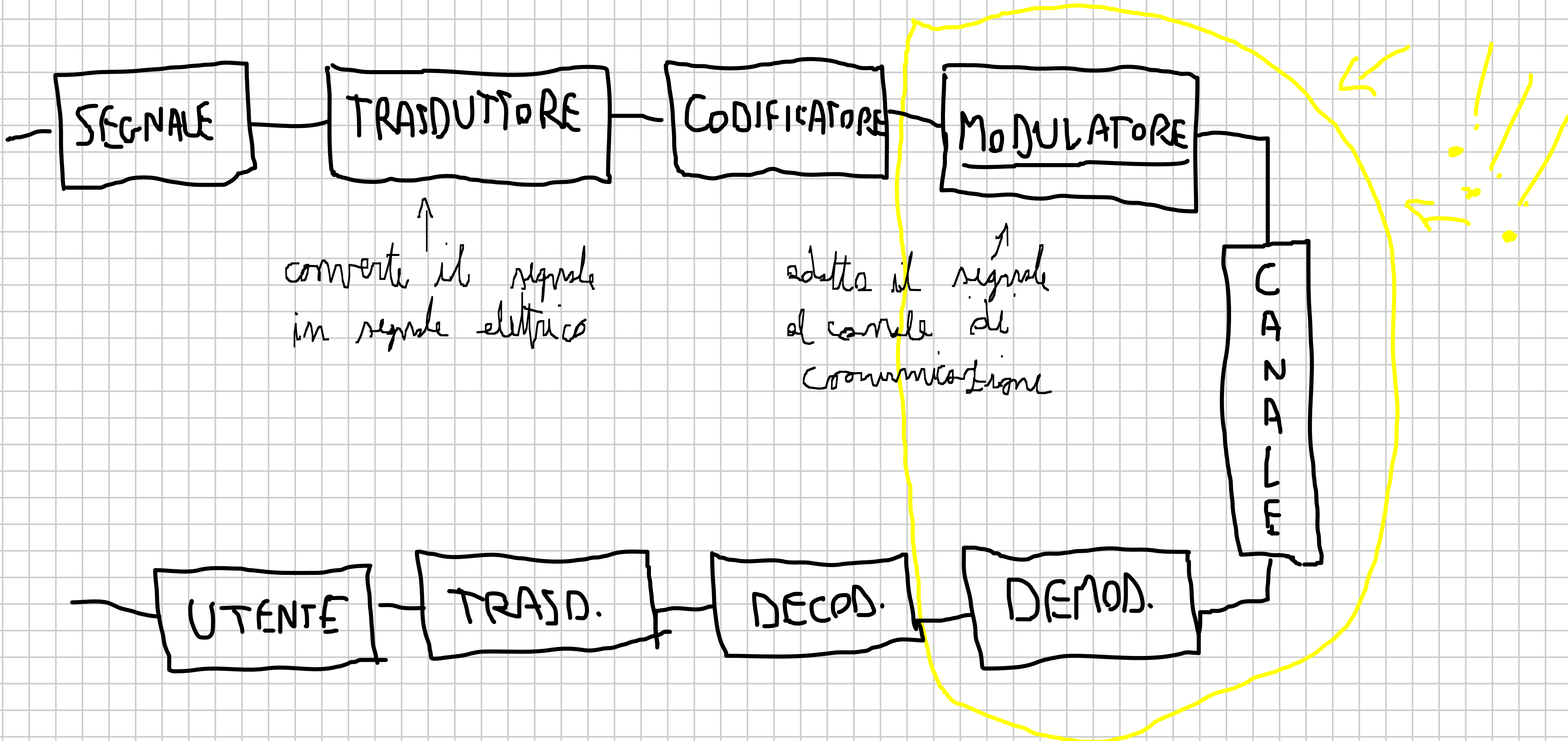
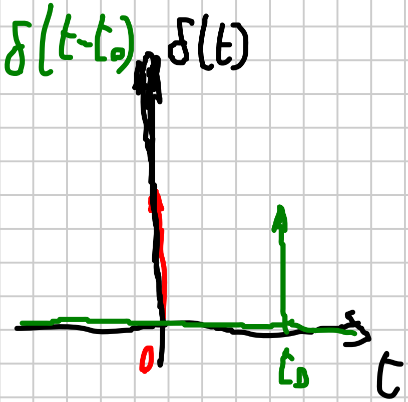
COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Titolo nota 19/11/2009



DELTA DI DIRAC

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t=0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$



* $s(t) \cdot \delta(t-t_0) = s(t_0)\,\delta(t-t_0)$ PROP. CAMPIONATRICE

* $s(t) \otimes \delta(t-t_0) = s(t-t_0)$ TRASLAZIONE

$$\delta(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} 1$$

$$1 \longleftrightarrow \delta(f)$$

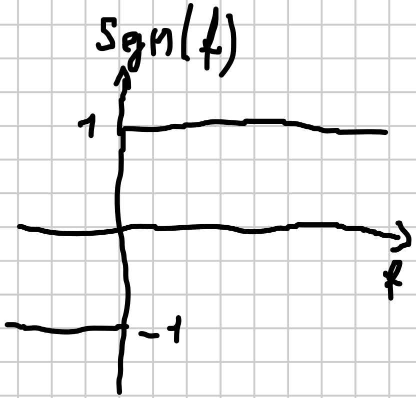
RAPPRESENTAZIONE IN BANDA BASE DEI SEGNALI

Si consideri un generico segnale $x(t)$:

TRASFORMATA DI HILBERT $\hat{x}(t)$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow \hat{x}(t)$$

$$\boxed{H(f) = -j\,\mathrm{sgn}(f)}$$



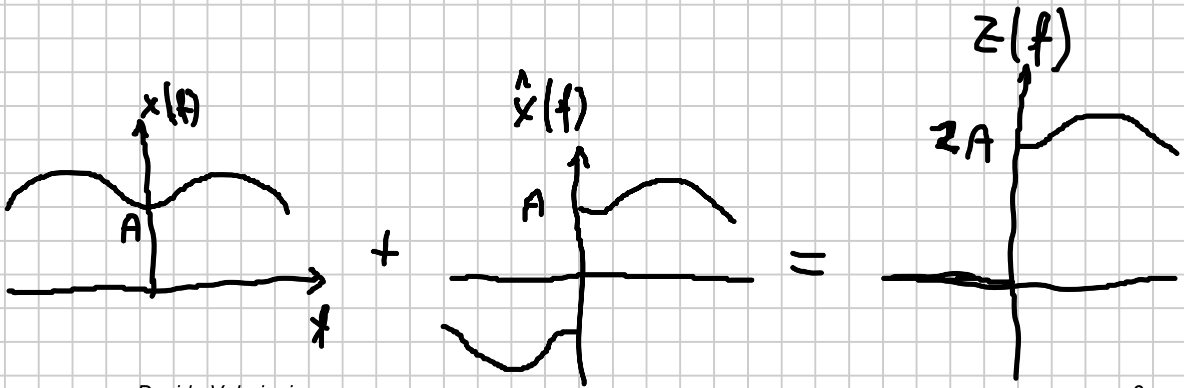
$|x(t)| = |\hat{x}(t)|$ ma $\angle x(t) \neq \angle \hat{x}(t)$; infatti:

$$|H(f)| = 1 \qquad \angle H(f) = \begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} & f > 0 \\ \dfrac{\pi}{2} & f < 0 \end{cases}$$

SEGNALE ANALITICO

$$\boxed{z(t) \triangleq x(t) + j\,\hat{x}(t)}$$

$$Z(f) \triangleq X(f) + j\,\hat{X}(f)$$

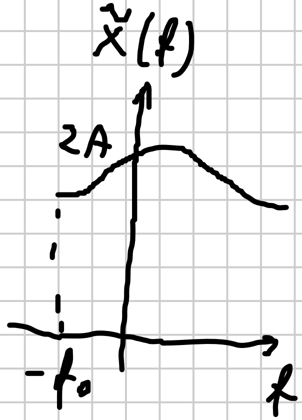


INVILUPPO COMPLESSO $\tilde{x}(t)$

Data una frequenza f_0 arbitraria,

$$\boxed{\tilde{x}(t) = z(t) \cdot e^{-j2\pi f_0 t}}$$

$$\tilde{X}(f) = Z(f + f_0)$$



$$x(t) = \mathrm{Re}\{z(t)\} = \mathrm{Re}\{\tilde{x}(t) \cdot e^{j2\pi f_0 t}\}$$

Essendo $\tilde{x}(t)$ complesso, si può scrivere come $a + jb$:

$$\tilde{x}(t) = \boxed{x_i(t)} + j \boxed{x_q(t)}$$

COMPONENTE IN FASE

COMPONENTE IN QUADRATURA

$$\boxed{x_{LP}(t) \triangleq \frac{1}{2} \tilde{x}(t)}$$

$$x(t) = \mathrm{Re}\{(x_i(t) + jx_q(t)) \cdot (\cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t))\}$$

$$\boxed{x(t) = x_i(t) \cos(2\pi f_0 t) - x_q \sin(2\pi f_0 t)}$$

Abbiamo visto che $\tilde{x}(t) = z(t)e^{-j2\pi f_0 t}$. Allora:

$$x_i(t) + jx_q(t) = \left[x(t) + j\hat{x}(t)\right]\left[\cos 2\pi f_0 t - j\sin 2\pi f_0 t\right]$$

Svolgendo i calcoli ed uguagliando parti reali e parti immaginarie, si ottiene:

$$\boxed{\begin{aligned} x_i(t) &= x(t)\cos 2\pi f_0 t + \hat{x}(t)\sin 2\pi f_0 t = 2\,\mathrm{Re}\left(x_{LP}(t)\right) \\ x_q(t) &= \hat{x}(t)\cos 2\pi f_0 t - x(t)\sin 2\pi f_0 t = 2\,\mathrm{Im}\left(x_{LP}(t)\right) \end{aligned}}$$

$$\tilde{x}(t) = x_i(t) + jx_q(t) = \rho(t)\cdot e^{j\phi(t)}$$

Si può dimostrare che:

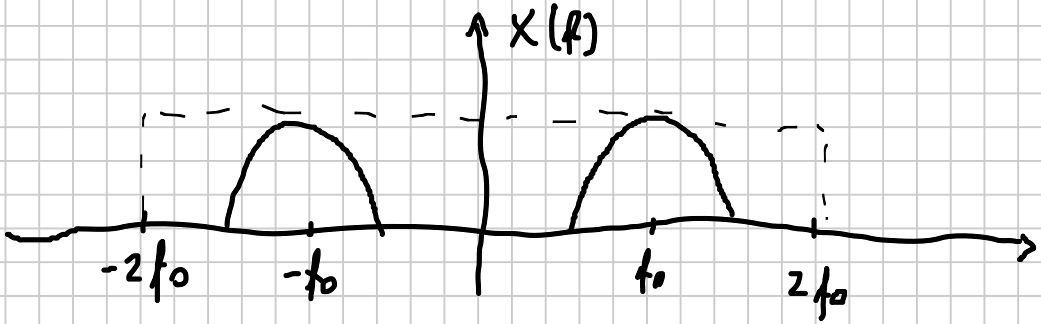
$$\rho(t) = |z(t)| \Rightarrow \text{indipendente dalla frequenza } f_0$$

$$\tilde{X}(f) = X_i(f) + jX_q(f) \qquad X_i(f) = \frac{\tilde{X}(f) + \tilde{X}^*(-f)}{2} \qquad X_q(f) = \frac{\tilde{X}(f) - \tilde{X}(-f)}{2j}$$

SEGNALI PASSA - BANDA

Si definisce segnale passa-banda intorno alla frequenza f_0 un segnale $x(t)$ il cui spettro $X(f)$ si estende al più tra $-2f_0$ e $2f_0$

$$X(f) \neq 0 \iff -2f_0 < f < 2f_0$$

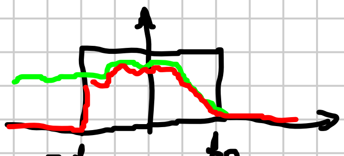


PROPRIETÀ

Se $x(t)$ passa banda $\Rightarrow \tilde{x}(t), x_q(t), x_i(t)$ passa basso di banda f_0

$\Rightarrow$ posso lavorare con loro, che sono gli EQUIVALENTI IN BANDA BASE.

Per ottenere $\tilde{X}(f) = 2X(f+f_0)u(t)$ mi basta filtrare con $H_p(f) = \Pi\left(\frac{f}{f_0}\right)$



$$\tilde{X}(f) = 2X(f+f_0) \cdot H_p(f)$$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t)$$

Se $x(t)$ e/o $h(t)$ passa-banda $\Longrightarrow$ $y(t)$ passa-banda

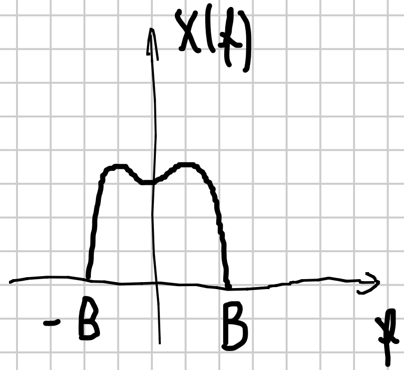
$$\tilde{Y}(f) = 2Y(f+f_0)\cdot H_p(f) = 2\left[\frac{1}{2}\cdot 2\, X(f+f_0)\, H(f+f_0)\, H_p(f)\, H_p(f)\right] = \frac{1}{2}\tilde{H}(f)\,\tilde{X}(f)$$

$$\boxed{Y_{LP}(f) = H_{LP}(f)\cdot X_{LP}(f)}$$

MODULAZIONE ANALOGICA

Si considera un segnale $x(t)$ passa-basso

- a media nulla $E(x)=0$
- $|x(t)| \leq 1 \Rightarrow P_x \leq 1$
- di banda B (si misura per $f>0$)



Una modulazione è sempre caratterizzata da:

- segnale MODULANTE $x(t)$
- segnale PORTANTE $p(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \vartheta_0)$

In generale, il segnale modulato sarà nella forma

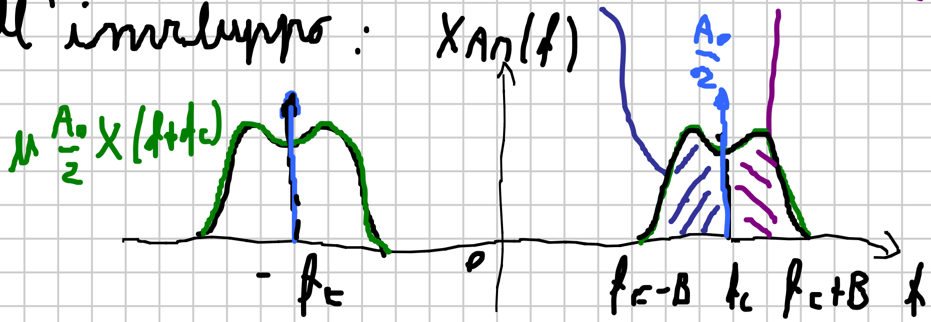
$$x(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \phi(t)]$$

Vediamo ora vari tipi di modulazione:

MODULAZIONE DI AMPIEZZA (AM)

l'informazione viene memorizzata nell'inviluppo:

$$x_{AM}(t) = A_0\left(1+\mu x(t)\right)\cos\omega_c t$$



dove μ è detto COEFFICIENTE DI MODULAZIONE e lo considero < 1.

$$x_{LP}(t) = \frac{A_0}{2}\left[1+\mu x(t)\right] \qquad \begin{cases} x_i(t) = A_0\left[1+\mu x(t)\right] \\ x_q(t) = 0 \end{cases}$$

Calcolando la potenza ottengo

$$S_T \triangleq \langle x_{AM}(t)\rangle = \underbrace{\frac{A_0^2}{2}}_{P_c} + \underbrace{\frac{A_0^2}{2}\mu^2 S_x}_{2P_{SB} = /// + ///}$$

POTENZA PORTANTE → non trasporta informazione

POTENZA BANDA LATERALE

Ho potenza dissipata. Infatti, la portante consuma potenza e mi basta una banda unilatera per ricostruire il segnale.

IDEA!! Non trasmetto la portante

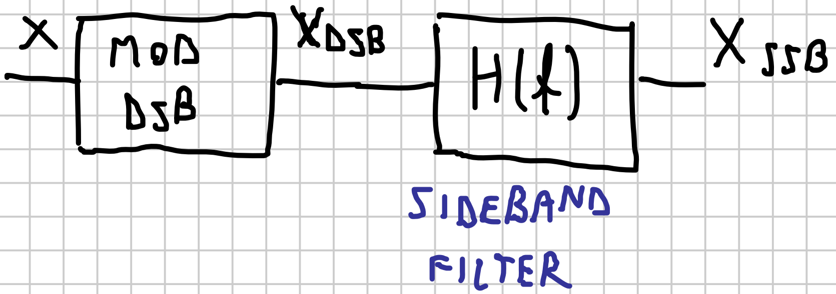
$$X_{DSB-SC} = A_0\, x(t) \cos(\omega_c t) \quad \text{considerando } \mu = 1$$

Parliamo di modulazione Double Side Band - Suppressed Carrier

In questo modo la potenza diventa

$$P_{DSB} = 2 P_{SB} = \frac{A_0^2 S_x}{2}$$ ma la banda rimane doppia $(2B)$

Non mi basta! So che $x(t) \in \mathbb{R} \Rightarrow X(f) = X^*(-f)$ SIMMETRIA HERMITIANA, pertanto nota una banda posso conoscere anche l'altra: posso quindi trasmettere una sola banda risparmiando frequenze.



$$P_{SSB} = P_{SB} = \frac{1}{2} P_{DSB} = \frac{A_0^2 \cdot S_x}{4} \quad (\mu = 1)$$

$$B_{SSB} = B$$

Occupo quindi meno banda, ma ho meno potenza.

SSB
- UB - Upper Band → mantengo BANDA SUPERIORE
- LB - Lower Band → mantengo la BANDA INFERIORE

Ricapitolando:

AM $\quad S_T = P_c + 2P_{SB} = \frac{A_0^2}{2} + \frac{A_0^2}{2}\mu^2 S_x$
- Banda 2B
- Spreco di energia

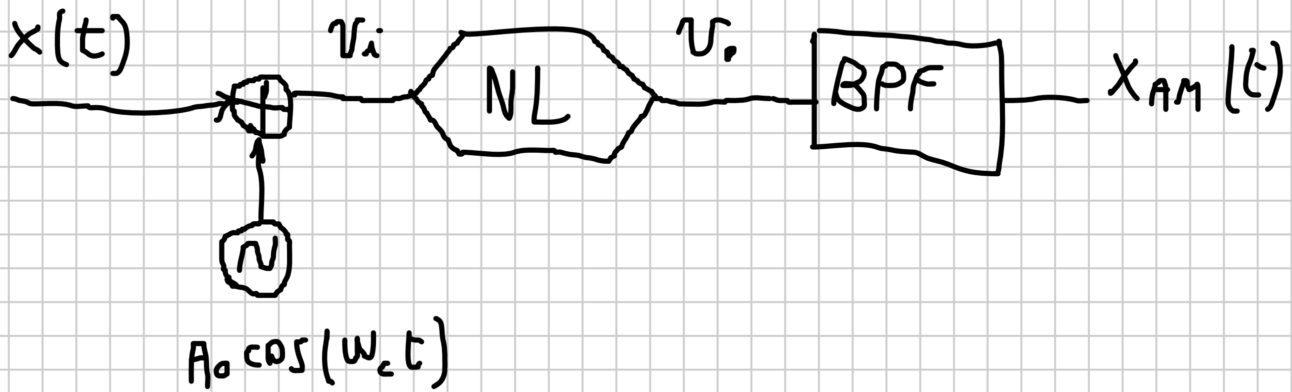
DSB $\quad S_T = 2P_{SB} = \frac{A_0^2}{2}\mu^2 S_x$
- Banda 2B

SSB $\quad S_T = P_{SB} = \frac{A_0^2}{4}\mu^2 S_x$
- Banda B
- Meno potenza

MODULATORE AM : MODULATORE A LEGGE QUADRATICA

So che, in generale, $x_{AM}(t) = A_0 [1 + \mu x(t)] \cdot \cos(\omega_c t)$.

Il problema è fare il prodotto ... Uso un filtro non lineare:

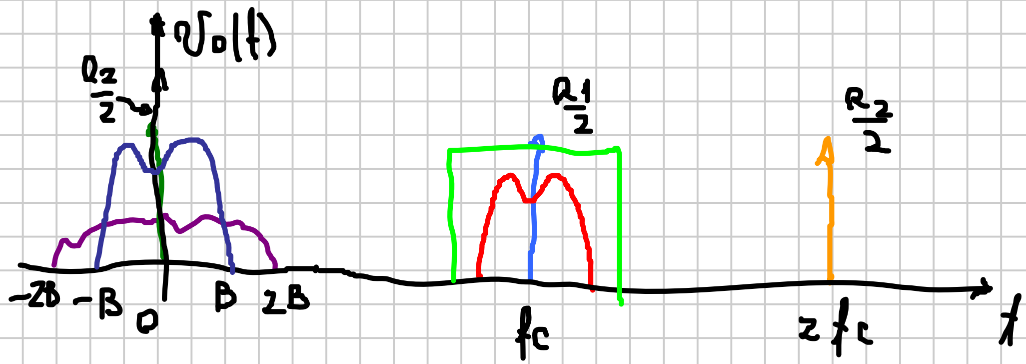


$v_i = x(t) + A_0 \cos(\omega_c t)$ 1 ipotizzo " A_0 = 1"

$v_o = a_1 v_i + a_2 v_i^2$

Ottengo $v_o(t) = a_1 x(t) + a_1 \cos\omega_c t + a_2 x^2(t) + 2a_2 x(t)\cos\omega_c t + a_2 \cos^2 \omega_c t$

$\overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow}$ $V_o(f) = a_1 X(f) + a_1 \cdot \delta(f - f_c) + a_2 X(f) \otimes X(f) + a_2 X(f - f_c) + \frac{a_2}{2}\delta(f) + \frac{a_2}{2}\delta(f - 2f_c)$



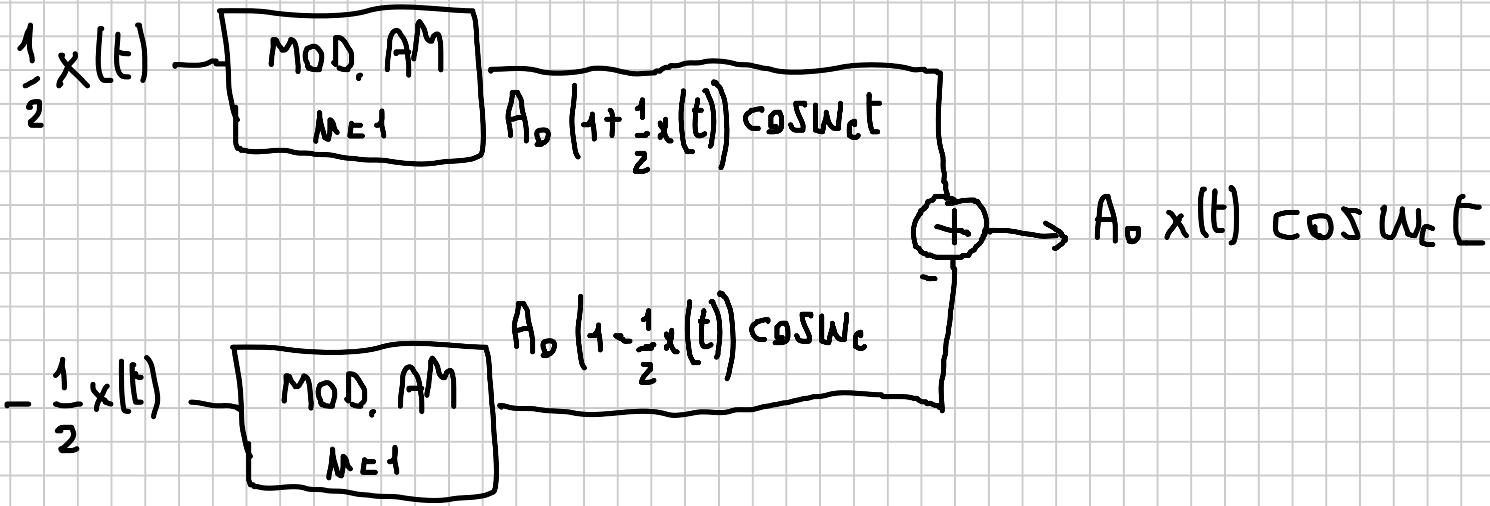
Mi interessa questo pertanto dimensiono il BPF in modo da eliminare il resto: $x_{AM}(t) = a_1\left(1+2\frac{a_2}{a_1}x(t)\right)\cos\omega_c t$.

Dimensionando $a_1 = A_0$ e $\mu = 2\frac{a_2}{a_1}$ ottengo $x_{AM}(t)$

Noto che, se $a_1=0$ ho una DSB. Questo però porterebbe ad essere

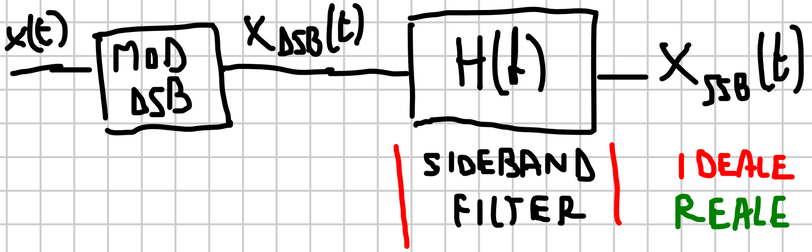
$V_{out}(t) = \cancel{a_1 V_{IN}(t)} + a_2 V_{IN}(t)^2$ che è difficile da realizzare.

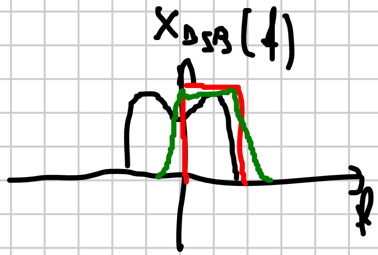
MODULATORE DSB: MODULATORE BILANCIATO



I modulatori AM devono essere identici. In realtà non lo sono mai → PROBLEMA!!

MODULATORE SSB





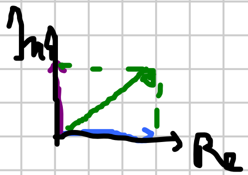
Al posto della porta potrei usare un gradino, essendo $B_x = B_{x_{SSB}}$ e ottengo

$$x_{cp}(t) = \frac{1}{4} A_0\, x(t) + \frac{j}{4} A_0\, \hat{x}(t)$$

Questa volta, $x_q \neq 0$. In particolare:

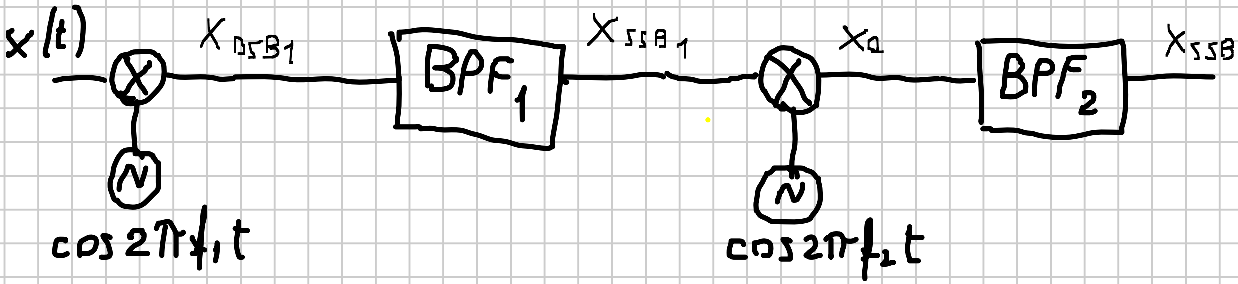
$$\begin{cases} x_i(t) = \dfrac{A_0}{2} x(t) \\ x_q(t) = \dfrac{A_0}{2} \hat{x}(t) \end{cases}$$

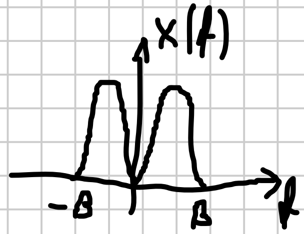
$$x_{SSB}(t) = \frac{A_0}{2}\left[x(t)\cos\omega_c t - \hat{x}(t)\sin\omega_c t\right]$$

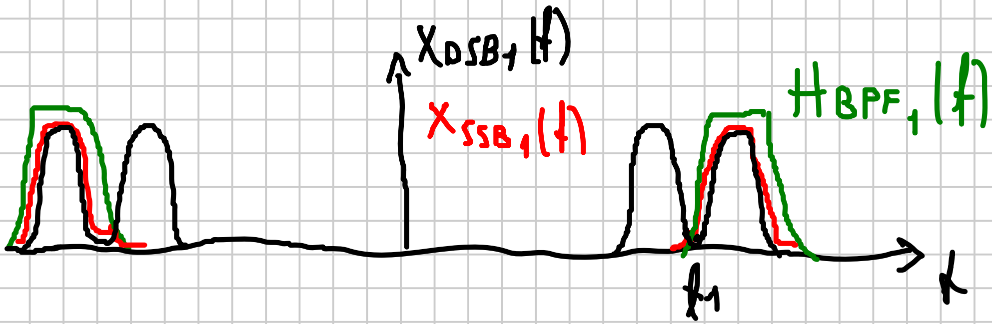


$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$$

Scomodo estrarre $x(t)$ dall'inviluppo $\Rightarrow$ lo estraggo dalla fase.





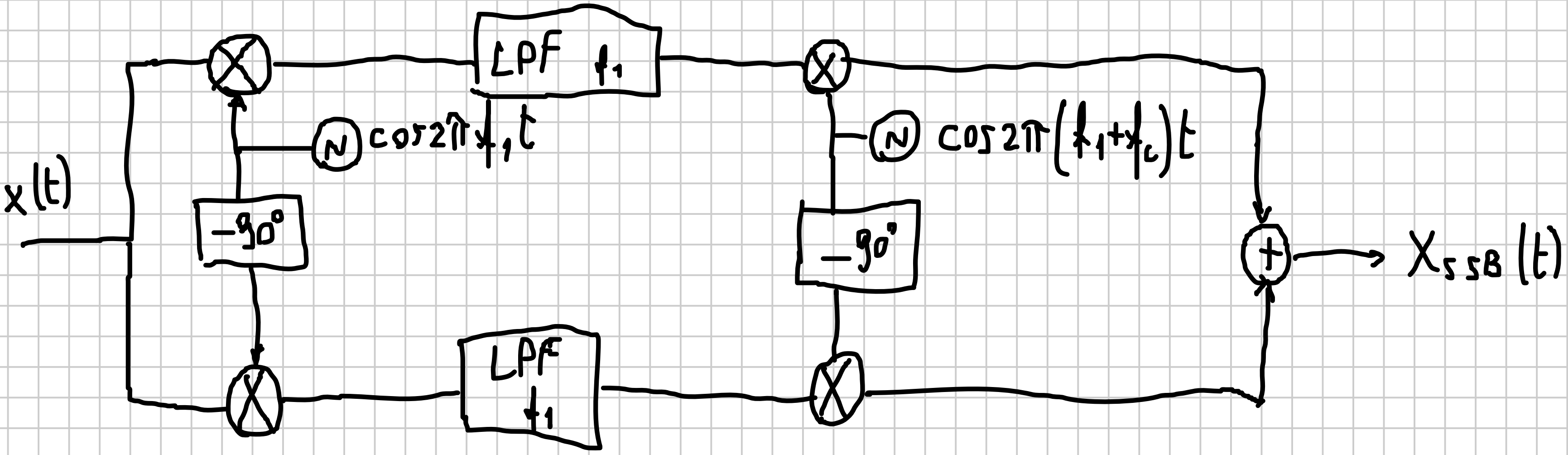


Ho più spazio per farci star dentro BPF_2 senza creare aliasing, ma ho bisogno di alte frequenze

Voglio abbassare le frequenze...

IDEA!! Posso sommare $x(t)$ con sé stesso ma con una banda sfasata di π.

MODULATORE DI WEAVER



La modulazione SSB è utile per trasmettere segnali dallo scarso contenuto alle basse frequenze, che voglio trasmettere in canali delle bande molto strette.

MODULATORE VSB (Vestigial Single Band)

$H_D(f) = -H^*(-f)$ filtro dispari.

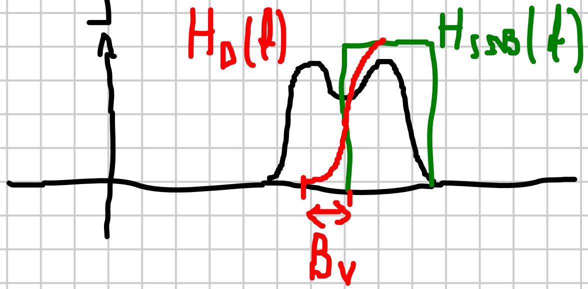
$$H_{LP}(f) = H_{SSB_{LP}}(f) + H_D(f) \qquad Y_{LP}(f) = \underbrace{X_{LP}(f)\cdot H_{SSB_{LP}}(f)}_{Y_{SSB}(f)} + \underbrace{X_{LP}(f)\cdot H_D(f)}_{G(f)}$$

$$G_x^*(-f) = X_{LP}^*(-f)\, H_D^*(-f) = -X_{LP}(f)\cdot H_D(f) = -G(f)$$ SIMMETRIA ANTIHERMITIANA

$\Rightarrow$ $g(t)$ è puramente immaginario, perciò influisce solo sulla parte in quadratura.

$$x_{VSB_{LP}}(t) = \frac{A_0}{4}\left[x(t) + j\,\hat{x}_q(t)\right]$$ ma $x_q(t) = \hat{x}(t) + g(t)$

La banda è $B_{VSB} = B + B_V$



Il problema è fare un filtro a simmetria esattamente dispari.

Quindi:

	$x_c(t)$	$x_{LP}(t)$	$A(t)$	S_T
AM	$A_0\left[1+\mu x(t)\right]\cos w_c t$	$\frac{A_0}{2}\left[1+\mu x(t)\right]$	$A_0\left[1+\mu x(t)\right]$	$P_c + 2P_{SB}$
DSB	$A_0\, x(t)\cos w_c t$	$\frac{A_0}{2}x(t)$	$A_0\, x(t)$	$2P_{SB}$
SSB	$\frac{A_0}{2}\left[x(t)\cos w_c t \mp \hat{x}(t)\sin w_c t\right]$	$\frac{A_0}{4}\left[x(t) \mp j\hat{x}(t)\right]$	$\frac{A_0}{2}\sqrt{x(t)^2+\hat{x}(t)^2}$	P_{SB}
VSB	$\frac{A_0}{2}\left[x(t)\cos w_c t \mp x_q(t)\sin w_c t\right]$	$\frac{A_0}{4}\left[x(t) \mp j x_q(t)\right]$	$\frac{A_0}{2}\sqrt{x(t)^2 + x_q(t)^2}$	$P_{SB} < S_T < 2P_{SB}$