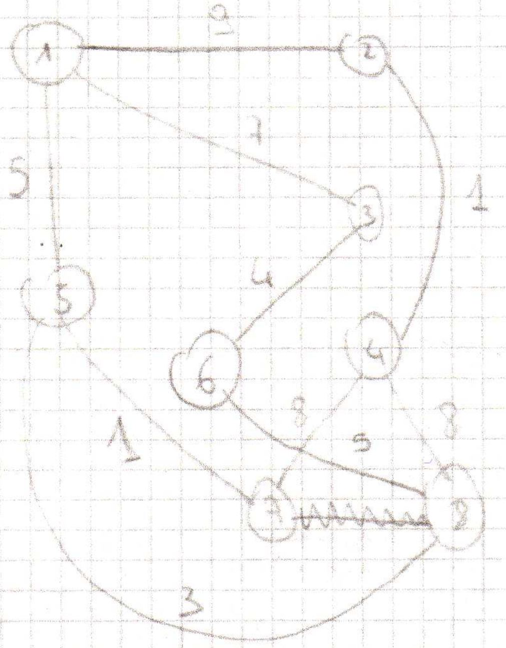
Ricerca Operativa

Esercizio 1 Compito 1



V (1, 2, 3, 5, 6, 8

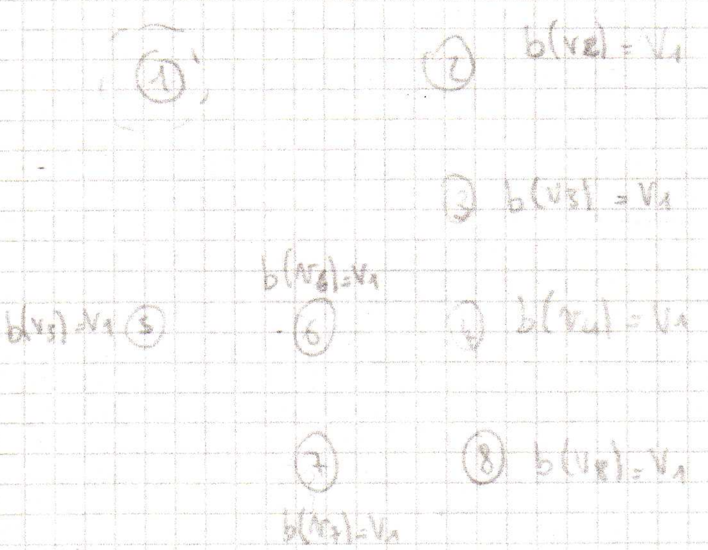
(2, 1), (3, 1), (5, 1),
9 7 5

(6, 3), (8, 6), (4, 8)
4 8 8

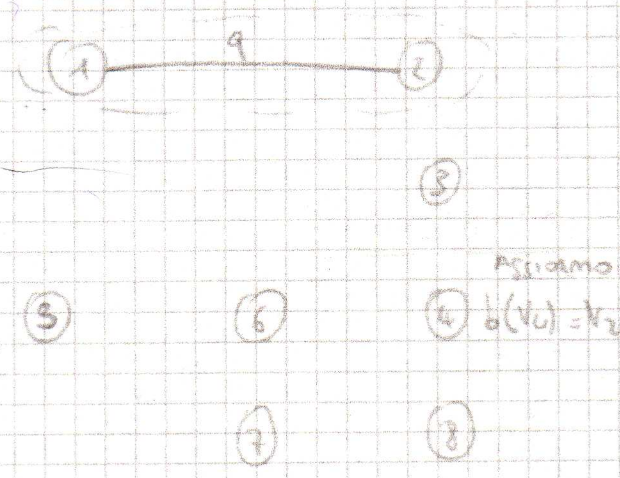
(7, 4)
8

Costo = 49

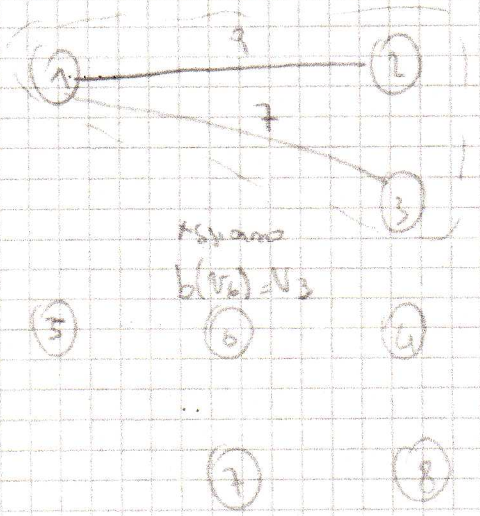
1° Iterazione



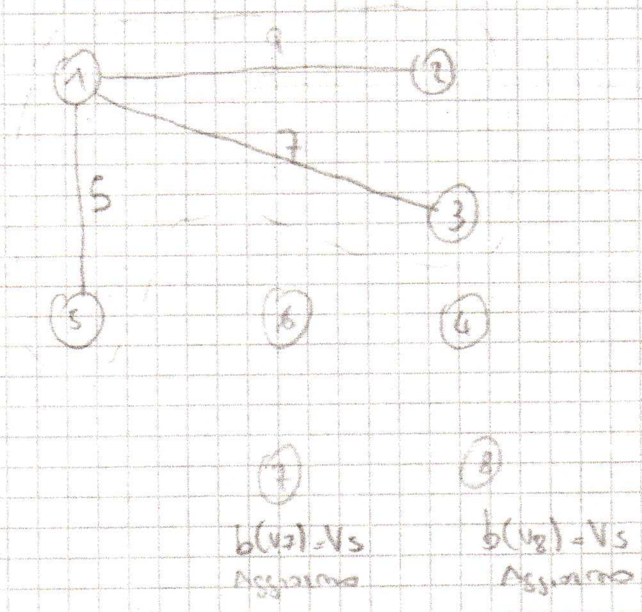
2° Iterazione



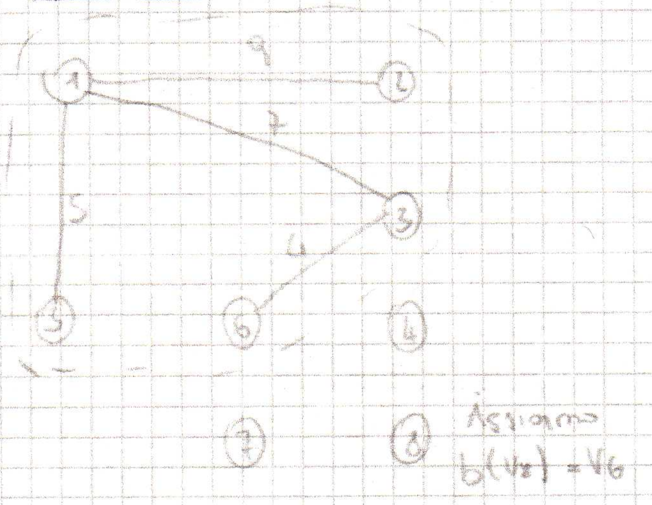
3° Iterazione



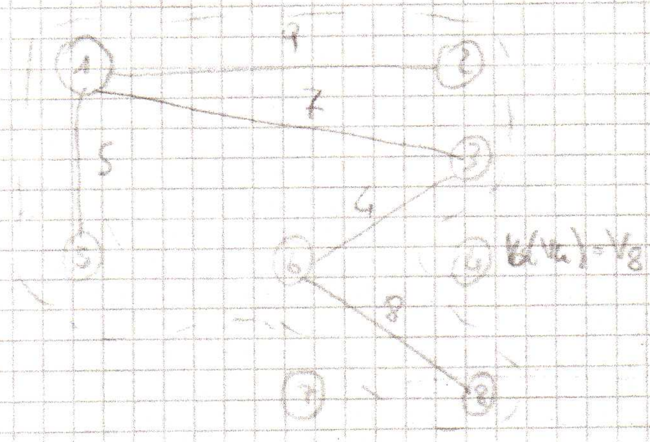
4° Iterazione



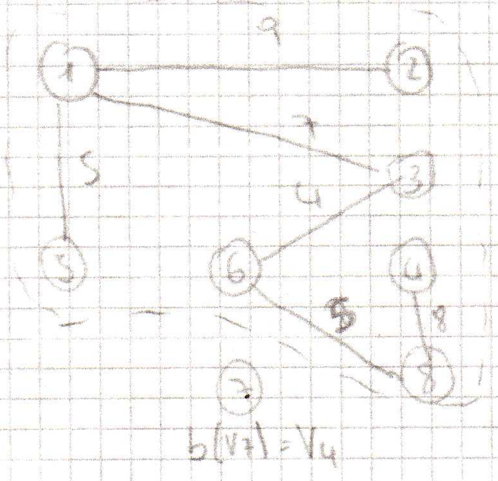
5° Iterazione



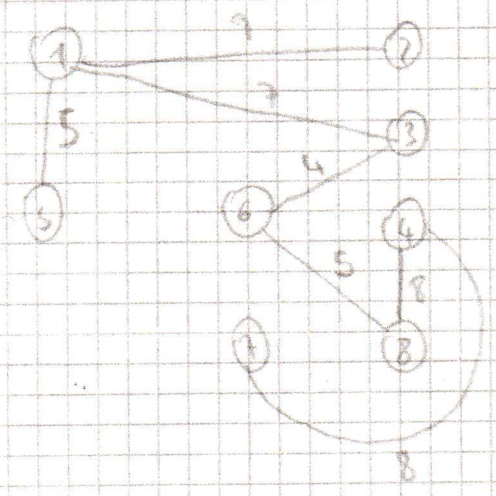
6° Iterazione



7° Iterazione



8° Iterazione



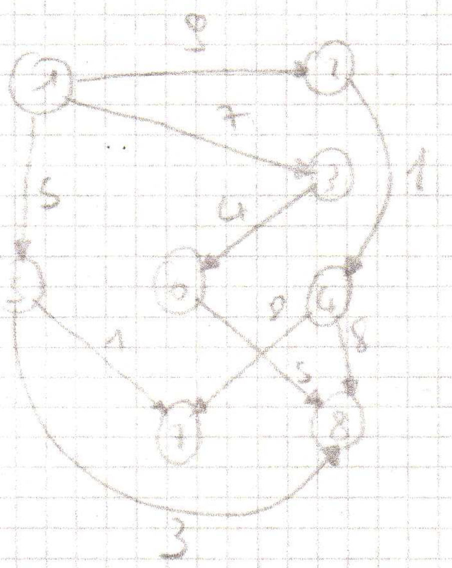
L'albero ricoprente ha costo massimo = 46

Compito 2 Esercizio 2

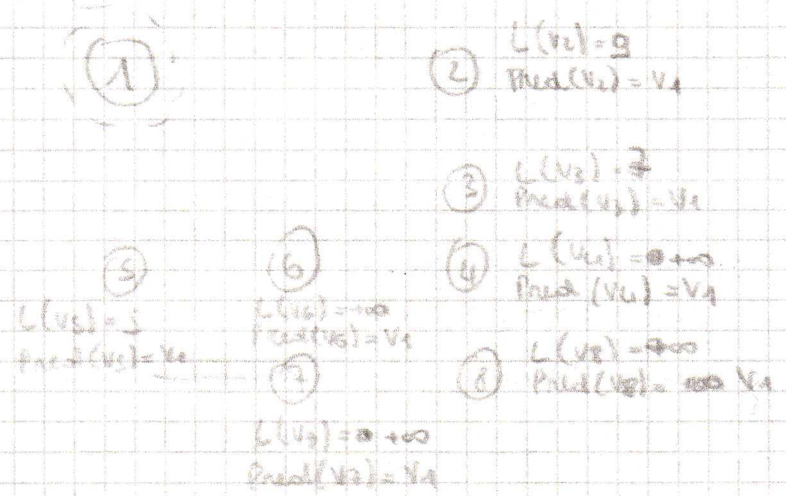
Con Dijkstra ci sono due variabili da aggiornare

Pred(V) = viene cosa del b di Prim

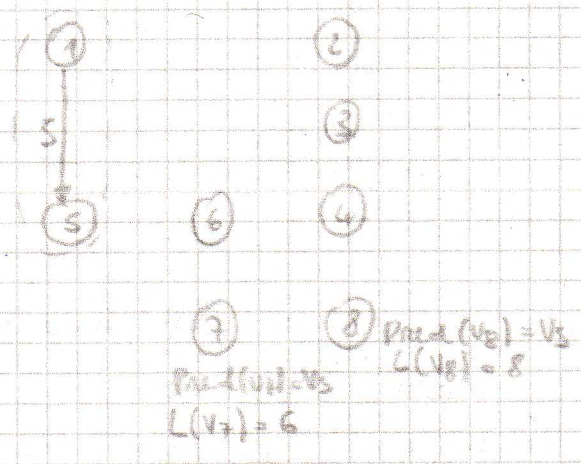
• L(V) = Somma del cammino fino al nodo V



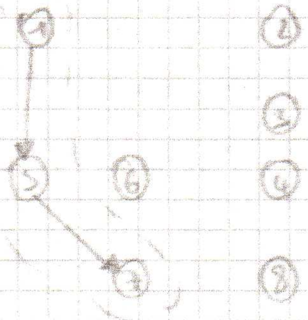
1° Iterazione



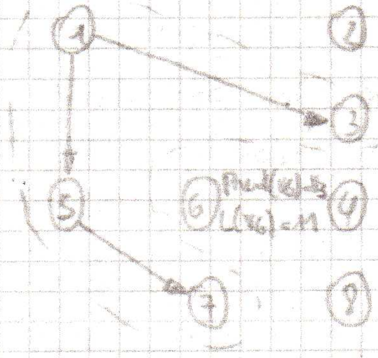
2° Iterazione



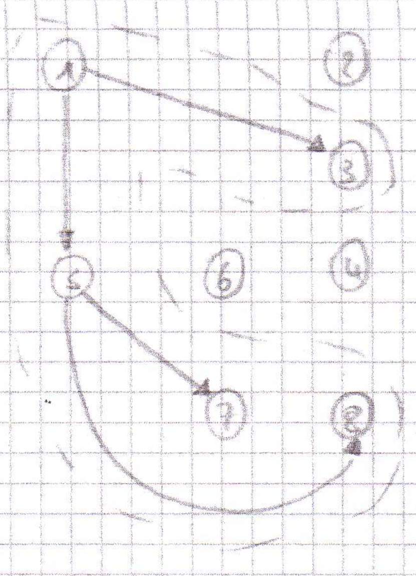
3° Iterazione



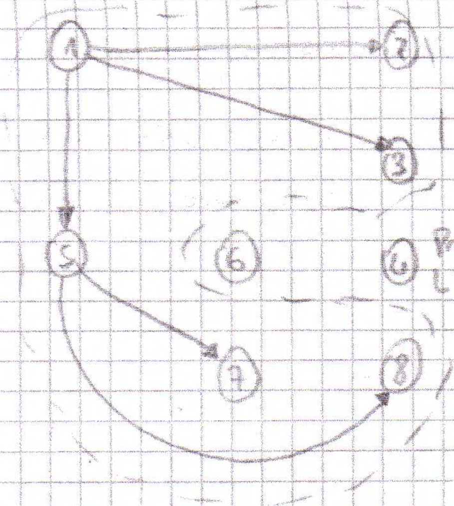
4° Iterazione



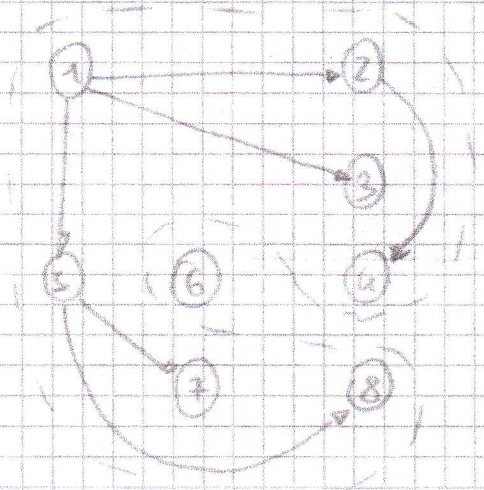
5° Iterazione



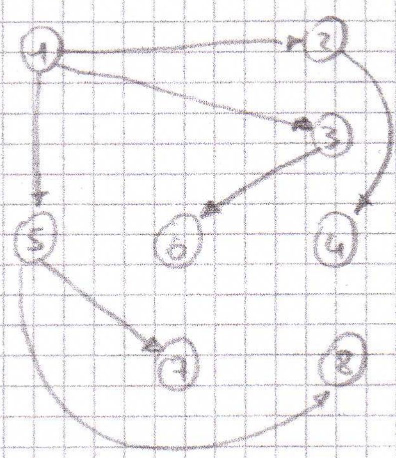
6° Iterazione



7° Iterazione



8° Iterazione



Ogni volta che devo trovare un cammino devo usare Dijstrak ammeno che non abbia i costi ~~maggiori~~ minori di zero.

(Se tutti i costi sono ~~...~~ minori di zero posso cambiare tutti i segni e trovare il cammino minimo con Dijstrak che poi sarebbe il cammino massimo perché ho cambiato i segni.)

Uso Prim cambiando le condizione per poter trovare l'albero ricoprente di costo massimo.

Uso Dijkstra cambiando le condizione per poter trovare il cammino a costo massimo.

TEORIA

Albero ricoprente: Sottoinsieme di $|V|-1$ lati che non contiene cicli.

Algoritmo di Prim: per risolvere il problema

- Costruire l'albero ricoprente di costo minimo aggiungendo un lato alla volta.
- Il lato aggiunto collega un vertice in un insieme di vertici RAGGIUNTI, ad un vertice fuori dall'insieme.

$W = \{V_1\}$; $E' := \emptyset$

Si può partire da qualsiasi vertice

E' = insieme dei lati scelti

$b(v)$ = vertice in W più vicino a v

vertici raggiunti

FORWARD STAR (3 vettori invece di una matrice)

(IDEA: memorizzare solo gli elementi $\neq \infty$ della matrice)

$p = [\,1 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7\,]$

$u = [\,2 \quad 3 \quad 4 \mid 3 \mid 4 \mid 1 \mid \quad]$

$c = [\,\underbrace{10 \quad 31 \quad 22}_{V_1} \mid \underbrace{12}_{V_2} \mid \underbrace{9}_{V_3} \mid \underbrace{6}_{V_4} \mid \,]$

p_1 = prima posizione in u ed è riferita agli archi uscenti da V_1

p_2 = prima posizione in u ed è riferita agli archi uscenti da V_2

⋮

u = dove portano gli archi.

Grafo con n vertici e m lati:

1 vettore p di $n+1$ elementi

2 vettori u, c di m elementi

Algoritmo di Dijkstra

Strutture dati:

W = insieme dei vertici RAGGIUNTI con il cammino minimo da V_1

$L(v)$ = lunghezza del cammino minimo da V_1 a V PASSANTE per i SOLI VERTICI IN W.

$pred(v)$ = predecessore di v nel cammino di lunghezza $\ell(v)$

TEOREMA: L'algoritmo di Dijkstra determina i cammini minimi da V_1 a tutti gli altri vertici se i costi sono $\geq \emptyset$.

Compiti di Ottimizzazione

Compito 1

- **Esercizio 1**

trafilati di due tipi differenti

1 stock del primo tipo: 3 tonnellate di materiale grezzo, profitto 1

1 stock del secondo tipo: 8 tonnellate di materiale grezzo, profitto 4

24 tonnellate di materiale grezzo disponibili

Produrre almeno 1 stock di ciascun tipo.

1) Modello di programmazione lineare intera

x_1 = numero di stock 1° tipo

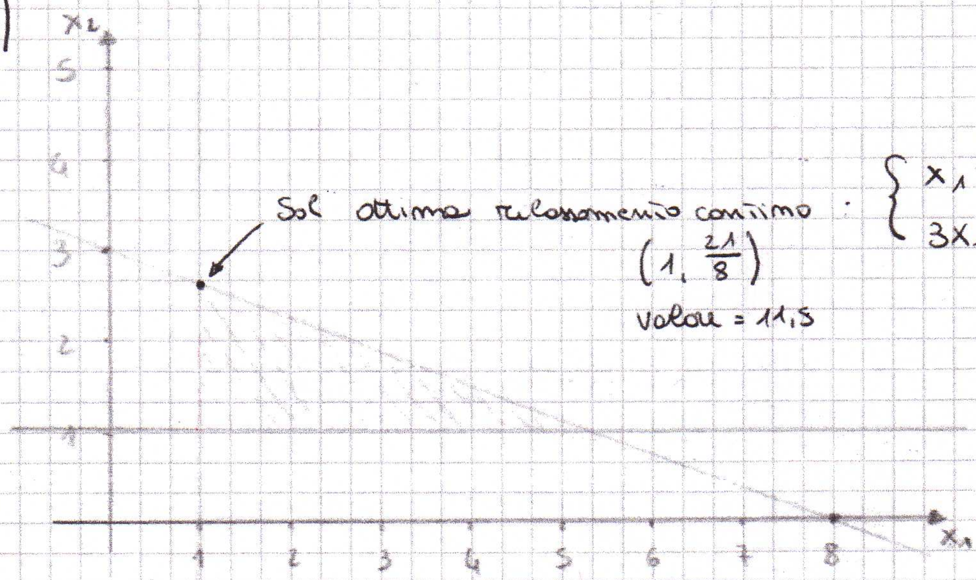
x_2 = numero di stock 2° tipo

$$\max \quad x_1 + 4x_2$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24 \qquad x_1, x_2 \text{ INTERI}$$

$$x_1 \geq 1 \quad , \quad x_2 \geq 1$$

2)

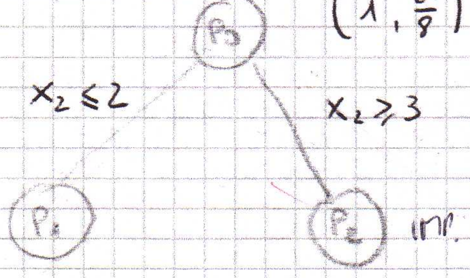


$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ 3x_1 + 8x_2 = 24 \end{cases}$$

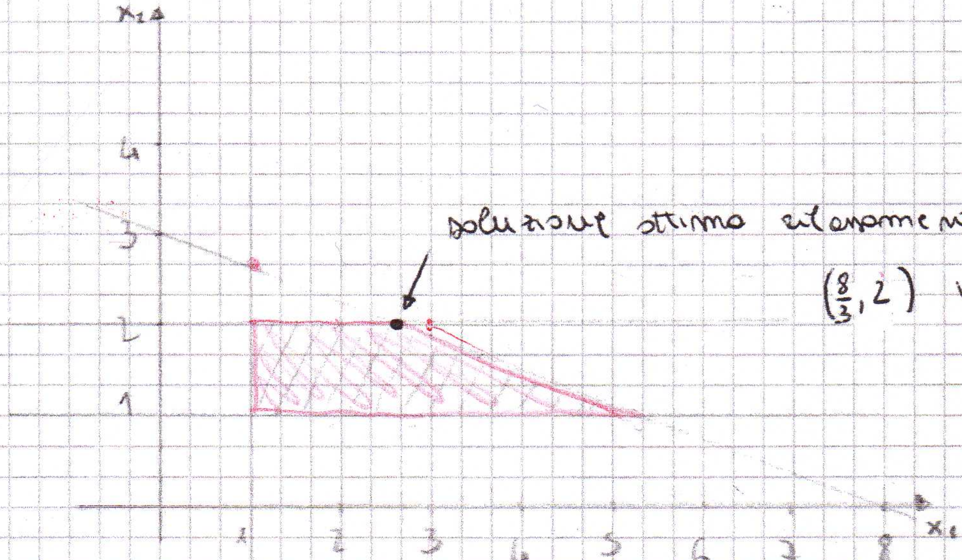
3) Branch - and - bound

Risolviamo il rilassamento continuo di P_0

$x_1 + 4x_2 = \text{COST}$



$\left(1, \frac{21}{8}\right)$, $U^0 = \left[\frac{23}{2}\right] = 11$

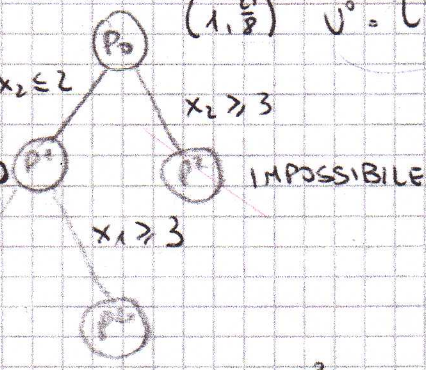


soluzione ottimo rilassamento continuo

$\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ valore $\frac{32}{3} = 10{,}6$

$$\begin{cases} x_2 = 2 \\ 3x_1 + 8x_2 = 2 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{8}{3}$



$\left(1, \frac{21}{8}\right)$ $U^0 = \left[\frac{23}{2}\right] = 11$

$\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ $U^1 = \left[\frac{32}{3}\right] = 10$

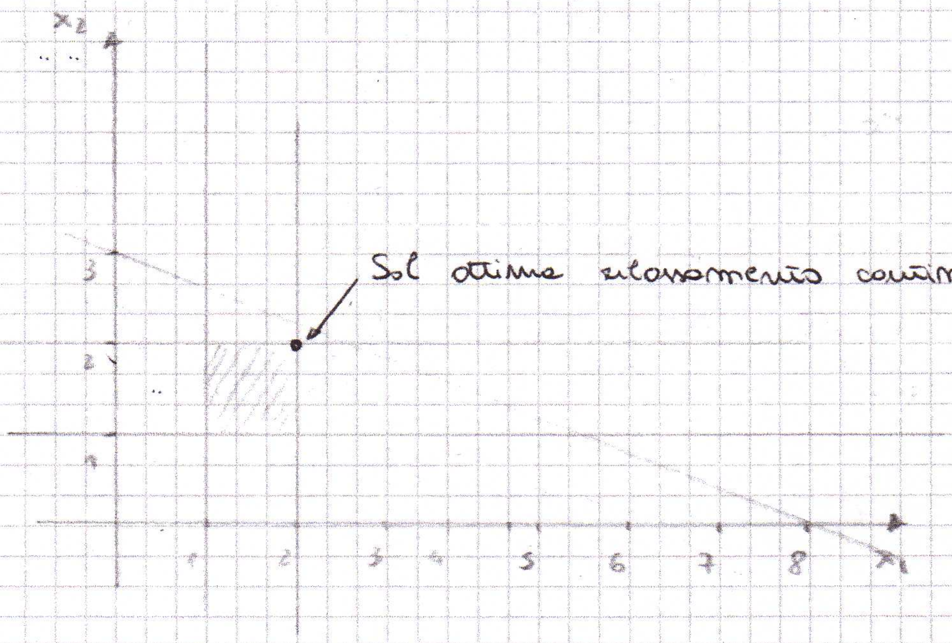
IMPOSSIBILE

$(2,2)$ INTERA

VALORE = 10

UCCISO DA P^3

Esploriamo P^3



Sol ottima rilassamento continuo di P^3 $(2, 2)$

valore $= 10$

4) Rilassamento continuo di P^0: quali sono i vertici ottimi?

[Solo: $(1, \frac{21}{8})$].

Compito 2

Esercizio 1

Mazzo con carte elettricità e acqua

Efficacia media di un pokemon™ elettrico è pari a 3

Efficacia media di un pokemon™ acqua è pari a 2

x_1 = num pokemon™ elettricità

x_2 = num pokemon™ acqua

$x_1 \leq 3 + x_2$

n° carte energia

$2x_1 + 3x_2 \leq 24$

MAX $3x_1 + 2x_2$

$x_1 < 3 + x_2$ $\quad (y = x - 3)$

$x_1, x_2 \geq \emptyset$ intere

(0, 8) valore 16

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 24 \\ x_1 = 3 + x_2 \end{cases}$$

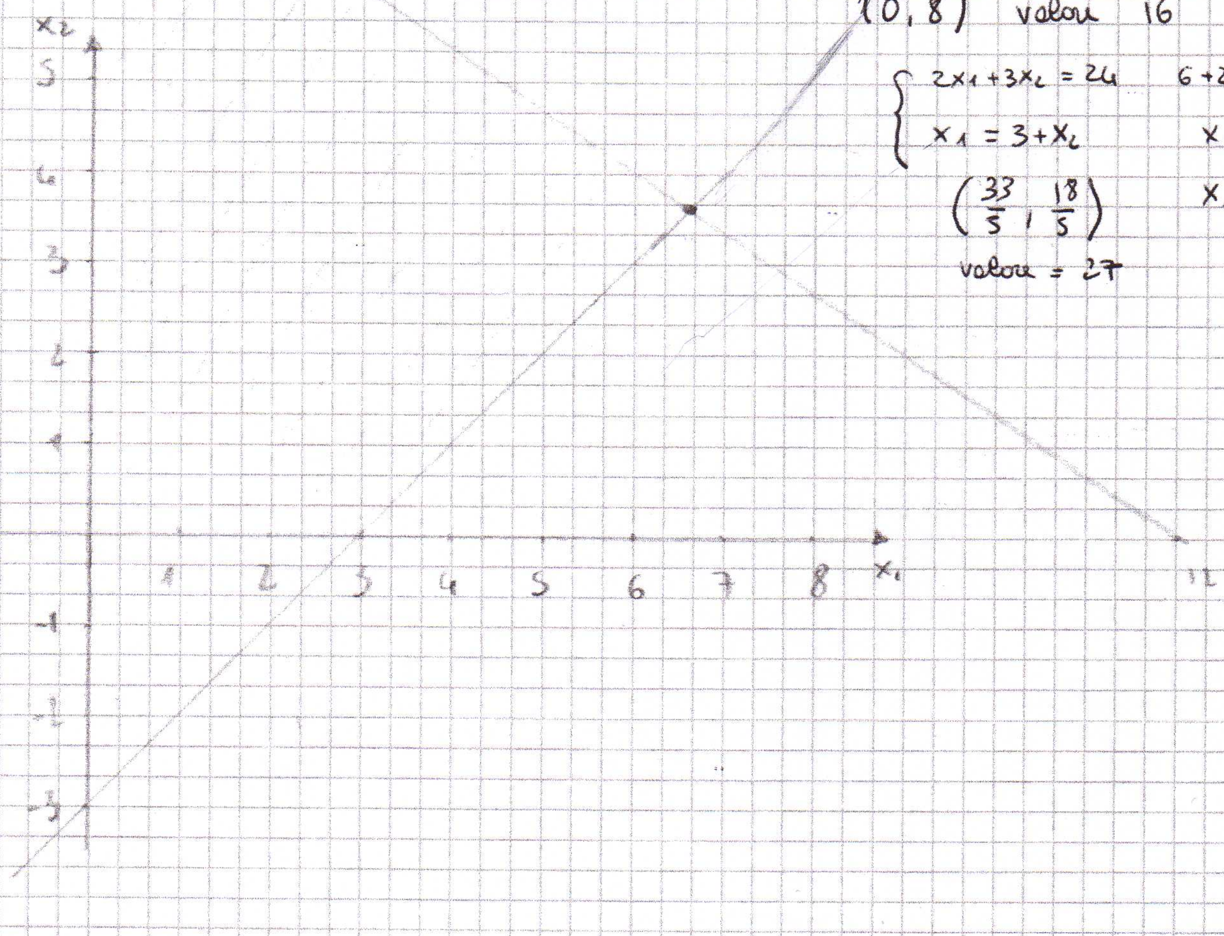
$6 + 2x_2 + 3x_2 = 24$

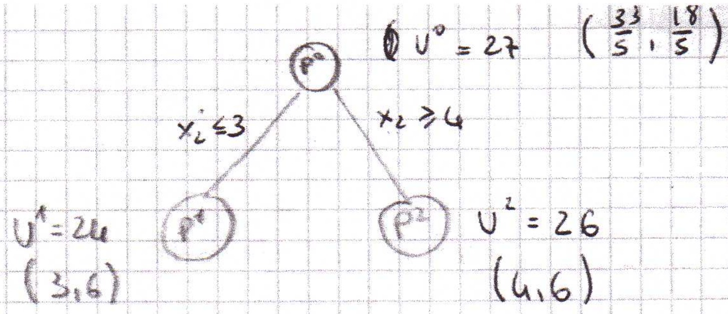
$x_2 = \frac{18}{5}$

$x_1 = \frac{33}{5}$

$\left(\frac{33}{5}, \frac{18}{5}\right)$

valore = 27



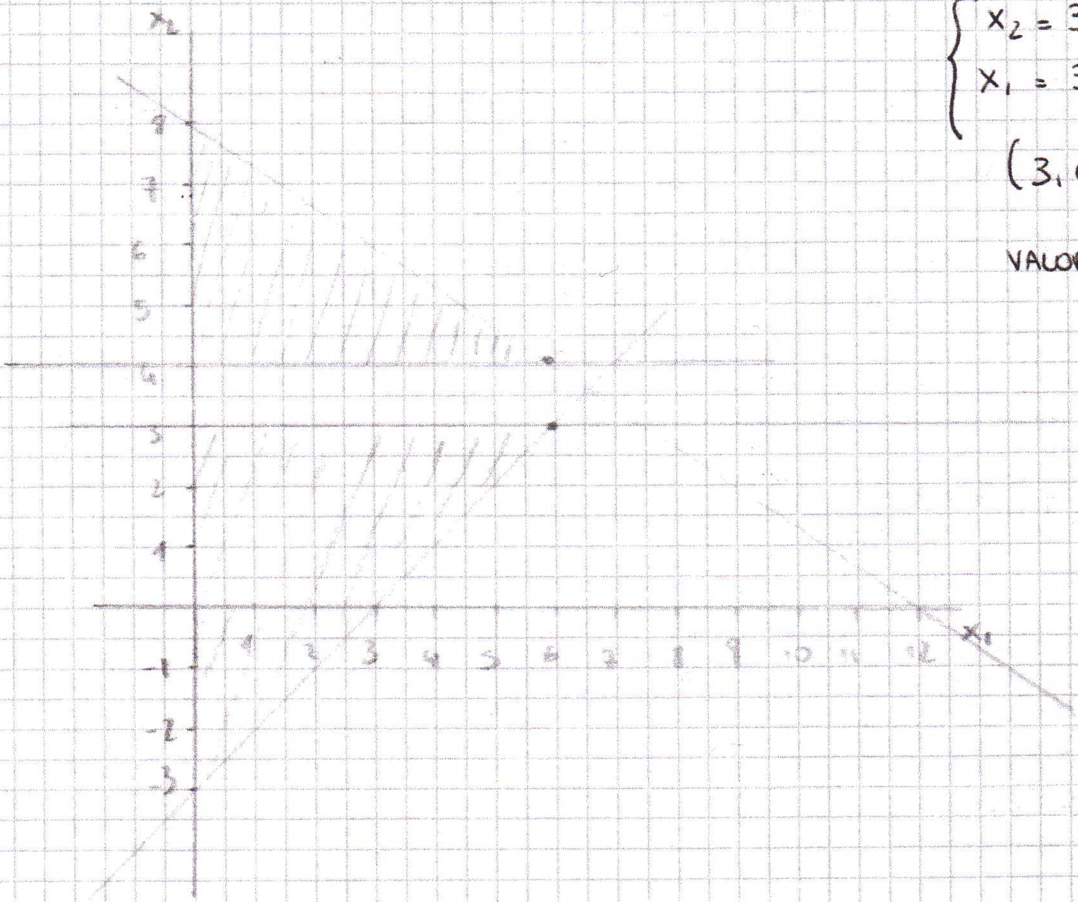


Rilassamento continuo di P^1

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ x_1 = 3 + x_2 \rightarrow x_1 = 6 \end{cases}$$

$(3,6)$ interi

VALORE = 24 OK!



Rilassamento continuo di P^2

$x_1 \leq x_2 + 3$

$x_2 \geq 4$

$2x_1 + 3x_2 \leq 24$

$x_1, x_2 \geq \emptyset$ interi

$$\begin{cases} x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 = 24 \end{cases}$$

$x_1 = 6$ $x_2 = 4$

$(6,4)$ interi

VALORE = 26

COMPITO 3

ESERCIZIO 1

2 tipi di caramelle A e B in lotti indivisibili

Il profitto di un lotto di ciascun tipo è identico

Un lotto di A richiede 50 quintali di zucchero

" " di B richiede 40 " " "

Sono disponibili 200 quintali di zucchero.

x_1 = lotti A

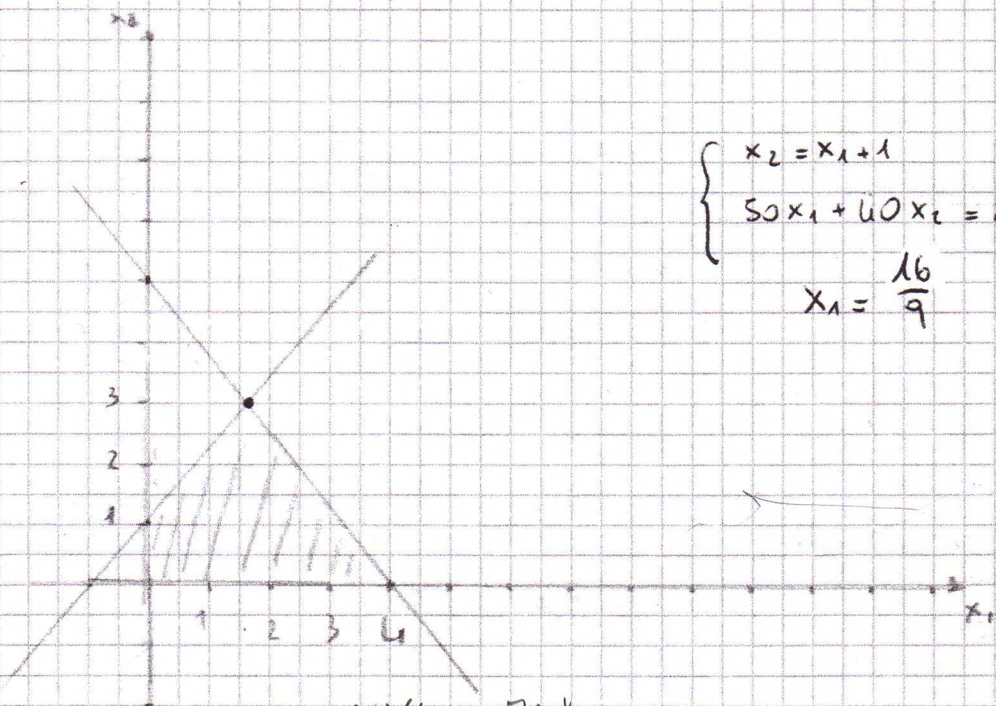
x_2 = lotti B

$x_2 \leq x_1 + 1 \qquad (y = x + 1)$

MAX $x_1 + x_2$

$x_1, x_2 \geq \emptyset$ interi

$50x_1 + 40x_2 \leq 200$



$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 1 \\ 50x_1 + 40x_2 = 200 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{16}{9} \qquad x_2 = \frac{25}{9} \qquad \left(\frac{16}{9}, \frac{25}{9}\right)$

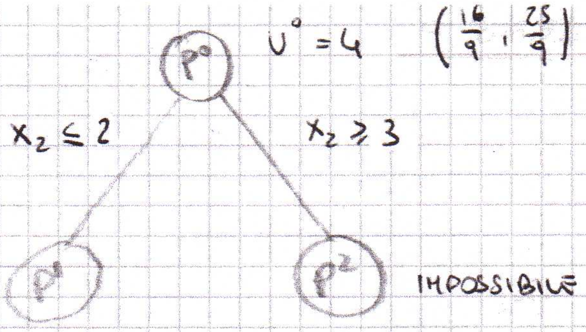
VALORE = $\frac{41}{9}$ $\qquad U^\circ = 4$

cerco il MAX

U° = UPPER BOUND PRENDO IL NEC INF. $\qquad 34,5 = 34$

L° = LOWER BOUND " " " SUP $\qquad 34,5 = 35$

cerco il minimo



Rilassamento continuo P^1

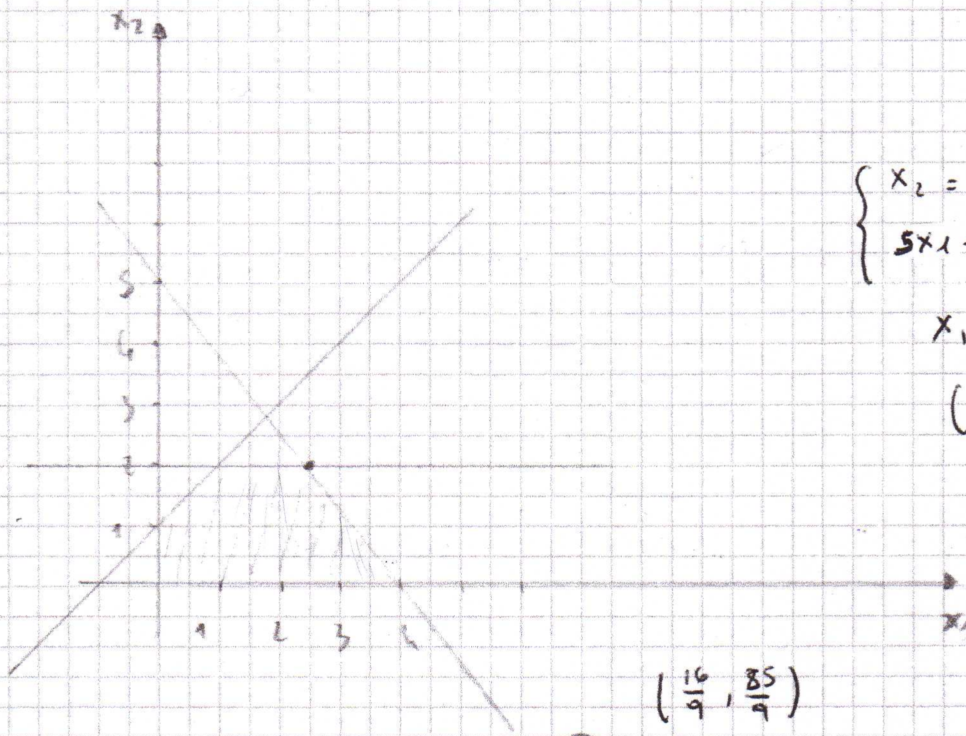
$x_1 + x_2$

$5x_1 + 4x_2 \le 20$

$x_2 \le x_1 + 1$

$x_2 \le 2$

$x_1, x_2 \ge \emptyset$ intere

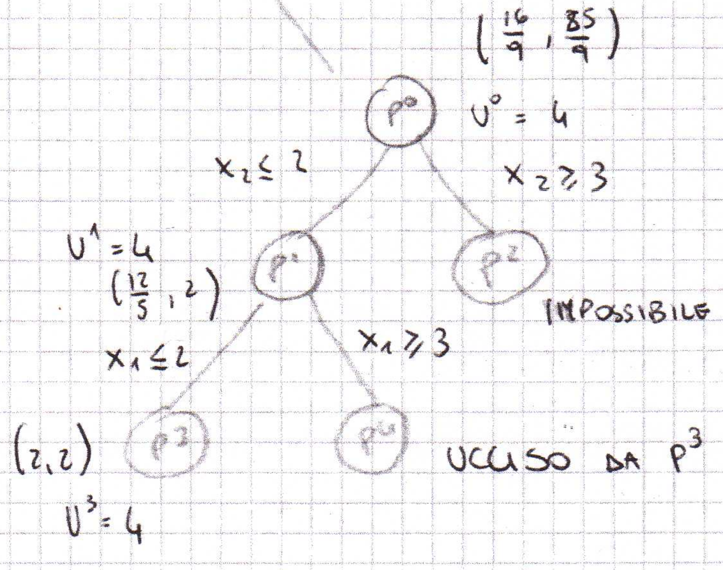


$$\begin{cases} x_2 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 = 20 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{12}{5}$ $\quad x_2 = 2$

$\left(\frac{12}{5}, 2\right)$ VALORE $= \frac{22}{5}$

$U^1 = 4$



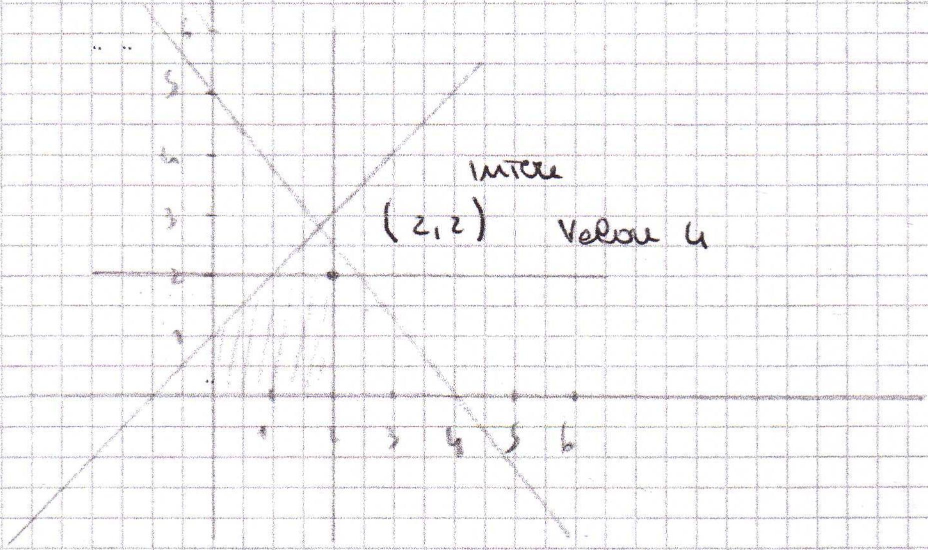
$x_1 = 2$

$5x_1 + 4x_2 = 20$

$10 + 4x_2 = 20$

$\frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2} = 4, \ldots 4$ $\qquad x_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

Rilassamento continuo P^3



4) Stabilire l'andamento della soluzione ottima del rilassamento continuo di P^0 qualora 20 sia sostituito con α cioè $5x_1+4x_2=\alpha$

Se α cresce abbiamo sempre intersezione tra $5x_1+4x_2=\alpha$ e $x_2=x_1+1$

Se α decresce:

1) α tale che $5x_1+4x_2=\alpha$ passi per $(0,1)$ $\alpha=4$

2) per $\alpha=0$ si ha il punto $(0,0)$

Quindi per $0\le\alpha\le 4$ la soluzione ottima è l'intersezione tra $\begin{cases} x_1=0 \\ 5x_1+4x_2=\alpha \end{cases}$ $\left(0, \frac{\alpha}{4}\right)$

Per $\alpha\geqslant 4$ la soluzione ottima è la sol.ne di

$$\begin{cases} x_2=x_1+1 \\ 5x_1+4x_2=\alpha \end{cases} \rightarrow 5x_1+4x_1+4=\alpha \rightarrow 9x_1=\frac{\alpha-4}{9}$$

$$\left(\frac{\alpha-4}{9}, \frac{\alpha+5}{9}\right)$$

Compito 3

Esercizio 2

$$P = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11\} \; 11$$

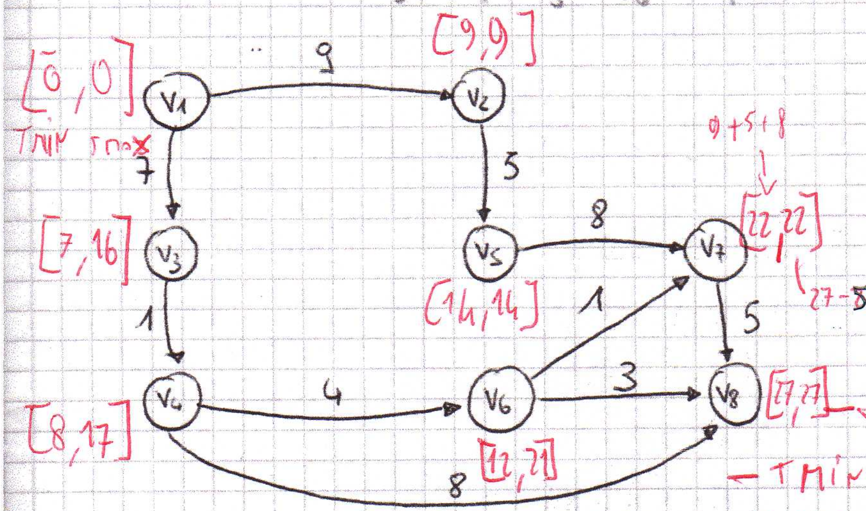
mi dice che 11 non ha vicini

$$u = \{2, 3, 5, 4, 6, 8, 7, 7, 8, 8\}$$

Da v_1 parte da pos $u(1)$

lunghe

$$c = \{9, 7, 5, 1, 4, 8, 8, 1, 3, 5\}$$



- Relazione di precedenza?

A<C B<D C<G

D<E D<F E<H E<I

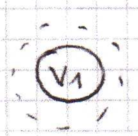
G<L H<L più

quelle per transitività

- Tmin Tmax?

controllo che ogni v vada dal più picc. al più grande in questo caso è verificato.

1° Iterazione



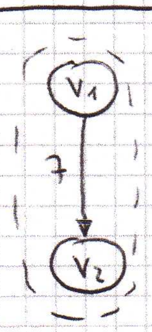
$\ell(v_2) = 9$

$\ell(v_3) = 7$

$\ell(v_i) = \infty$ per $i = 4,5,6,7,8$

$pred(v_i) = v_1$ per $i = 2,3,4,5,6,7,8$

2° Iterazione

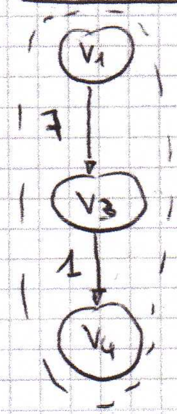


Aggiorno

$\ell(v_4) = 8$

$pred(v_4) = v_3$

3° Iterazione



Aggiorno

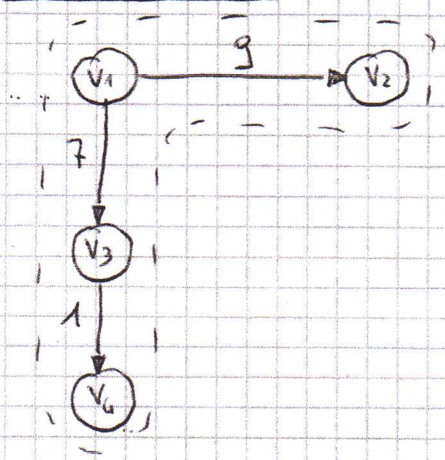
$\ell(v_6) = 12$

$\ell(v_8) = 16$

$pred(v_6) = v_4$

$pred(v_8) = v_4$

4° Iterazione

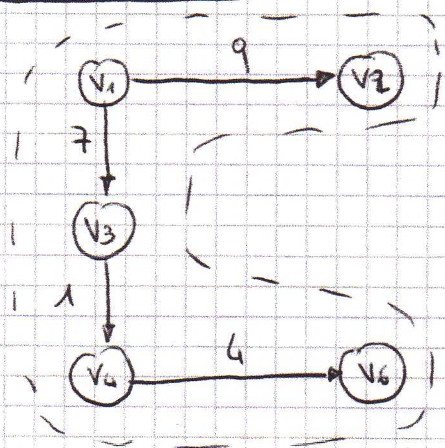


Aggiorno

$l(V_5) = 14$

$pred(V_5) = V_2$

5° Iterazione



Aggiorno

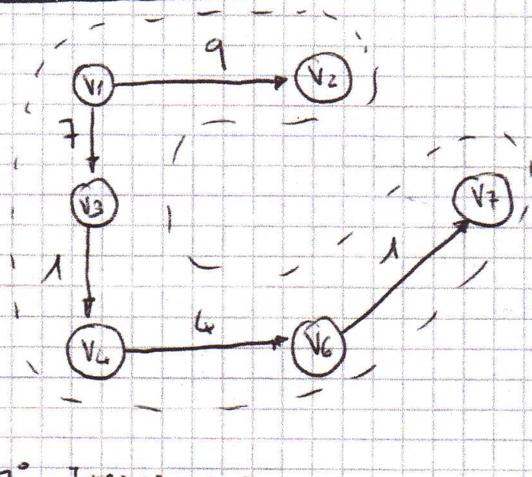
$l(V_8) = 15$

$l(V_7) = 13$

$pred(V_8) = V_6$

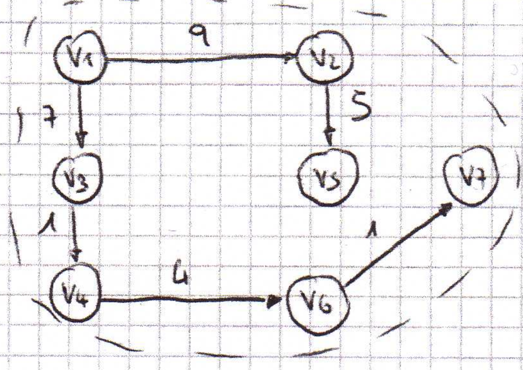
$pred(V_7) = V_6$

6° Iterazione



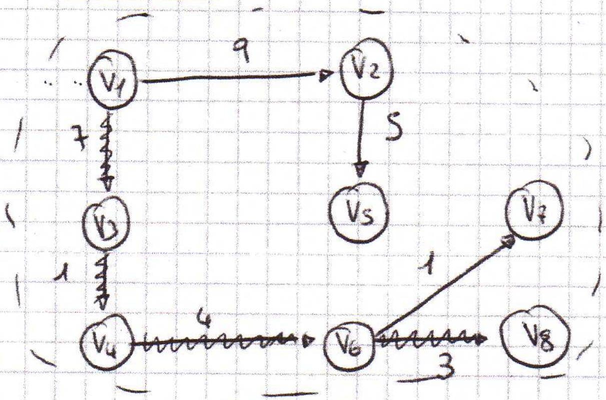
Niente da aggiornare

7° Iterazione



Niente da aggiornare

8° Iterazione

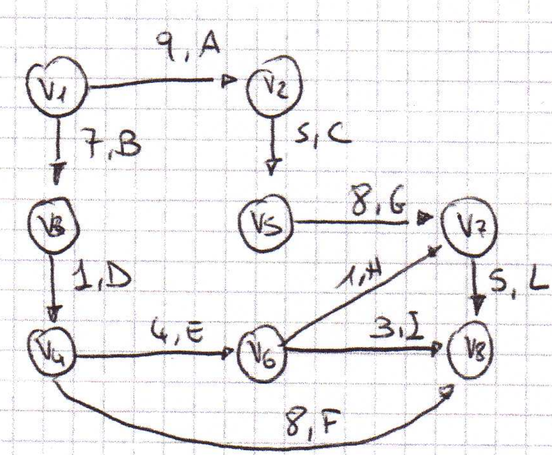


Niente da aggiornare

FINE!

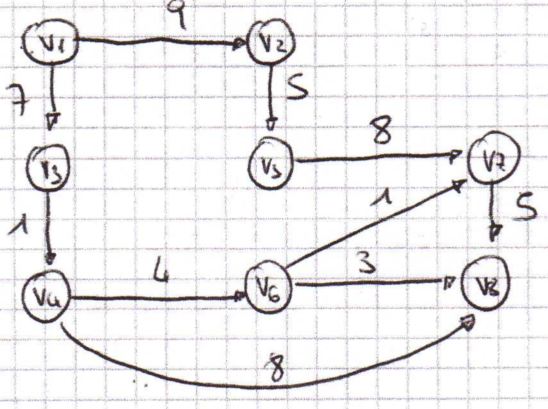
Cammino minimo
da V_1 a V_8 costo = 15

Punto A)



Relazioni di precedenza: $A < C$, $C < G$, $B < D$, $D < E$,
$D < F$, $E < I$, $E < H$, $G < L$, $H < L$

Esercizio 3 Compito 3



1° Iterazione

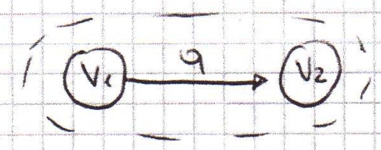
$\ell(V_2) = 9$

$\ell(V_3) = 7$

$\ell(v_i) = \infty$ per $i = 4, 5, 6, 7, 8$

$pred(v_i) = V_1$ per $i = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

2° Iterazione

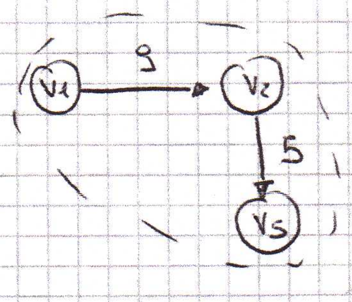


Assiamo

$\ell(V_5) = 14$

$pred(V_5) = V_2$

3° Iterazione



Assiamo

$\ell(V_7) = 22$

$pred(V_7) = V_5$

Esercizio

$$\max \quad x_1 + x_2$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 11$$

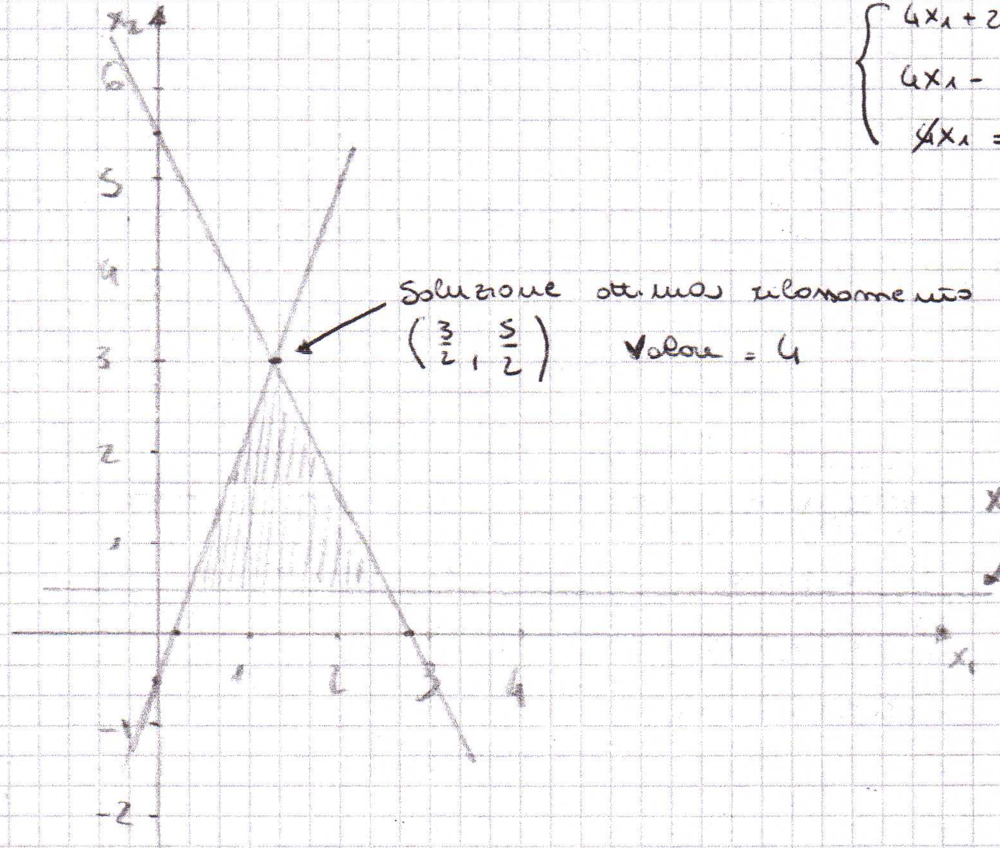
$$4x_1 - 2x_2 \geq 1$$

$$2x_2 \geq 1$$

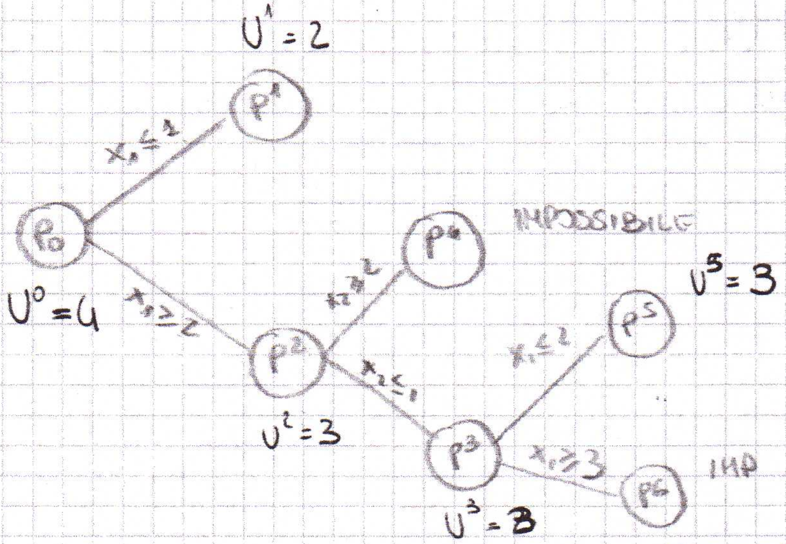
$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{INTERE}$$

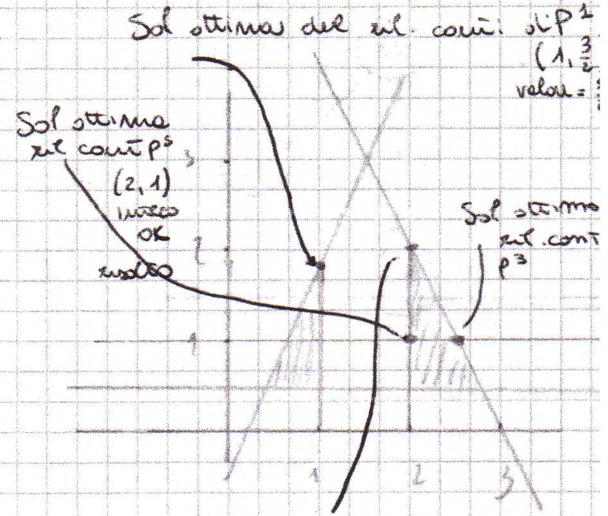
$$1 + 2x_2 + 2x_2 = 11 \qquad 4x_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 11 \\ 4x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 = \dfrac{1 + 2x_2}{4} \end{cases} \qquad x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$



$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases} \qquad x_2 = \frac{3}{2}$$

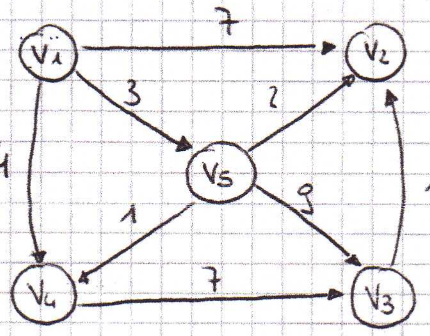




$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 = 11 \end{cases} \quad \left(\frac{9}{4}, 1\right) \qquad \text{Val} = \frac{13}{4}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 = 11 \end{cases} \quad x_2 = \frac{3}{2} \quad \left(2, \frac{3}{2}\right) \qquad \text{valore} = \frac{7}{2}$$

Esercizio: Dijkstra



Iterazione 1

$\ell(V_2) = 7$

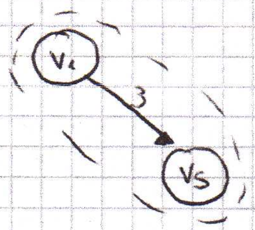
$\ell(V_5) = 3$

$\ell(V_4) = 4$

$\ell(V_3) = \infty$

$pred(V_i) = V_1$ per $i = 2, 3, 4, 5$

Iterazione 2



Aggiorno

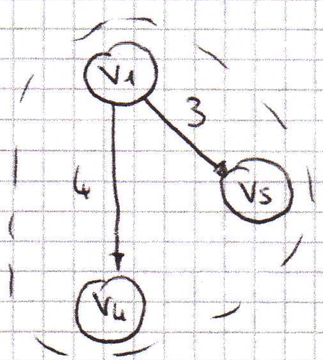
$\ell(V_3) = 12$

$\ell(V_2) = 5$

$pred(V_3) = V_5$

$pred(V_2) = V_5$

Iterazione 3

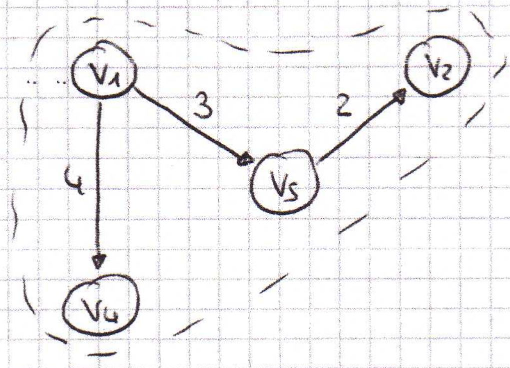


Aggiorno

$\ell(V_3) = 11$

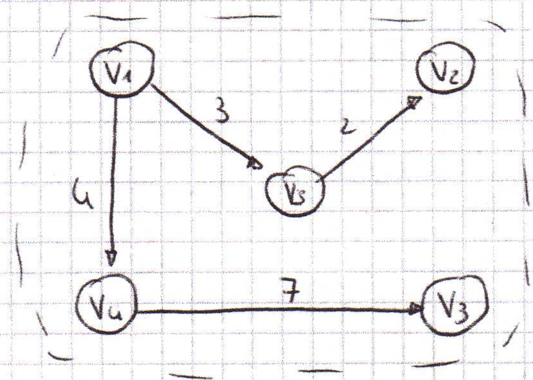
$pred(V_3) = V_4$

Iterazione 4



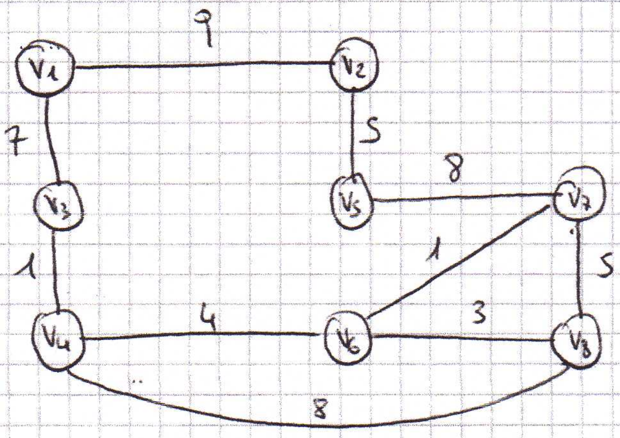
Niente da aggiornare

Iterazione 5

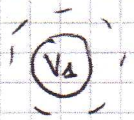


FINE

Esercizio Prim a costo massimo

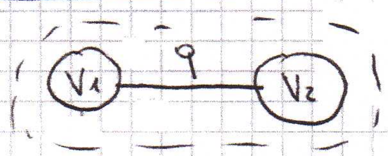


Iterazione 1



$b(v_i) = V_1$ per $i = 2,3,4,5,6,7,8$

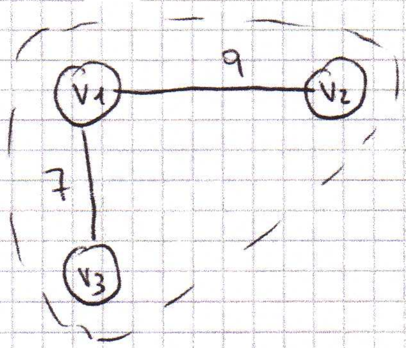
Iterazione 2



Aggiorno

$b(v_5) = V_2$

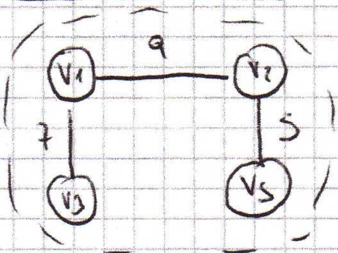
Iterazione 3



Aggiorno

$b(v_4) = V_3$

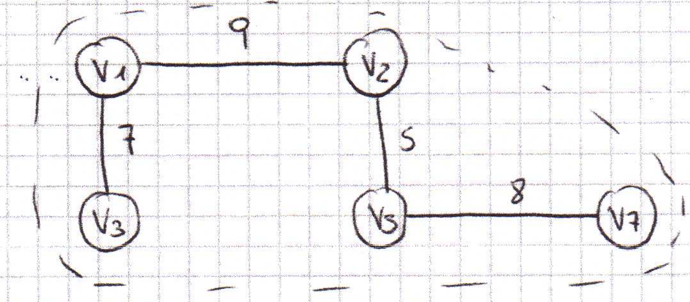
Iterazione 4



Aggiorno

$b(v_7) = V_5$

Iterazione 5

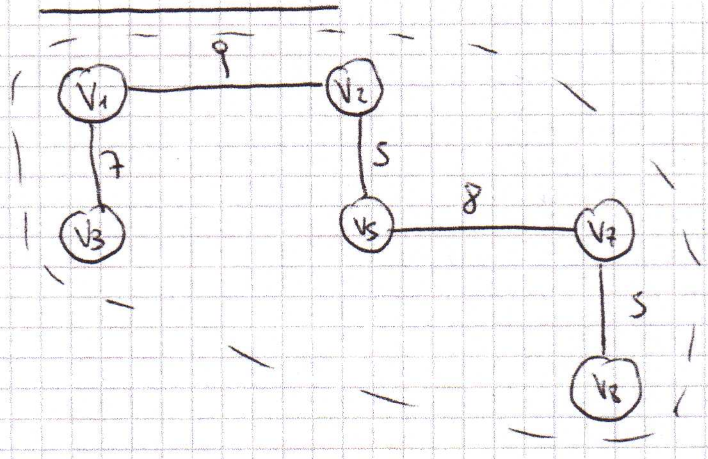


Aggiorno

$b(V_8) = V_7$

$b(V_6) = V_7$

Iterazione 6

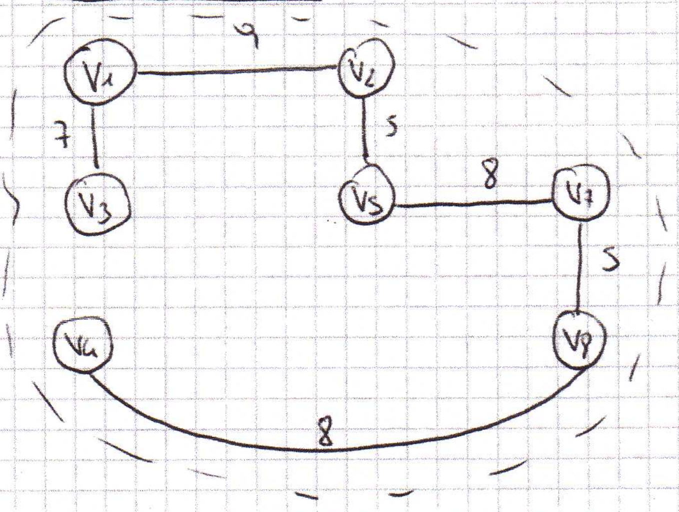


Aggiorno

$b(V_6) = V_8$

$b(V_4) = V_8$

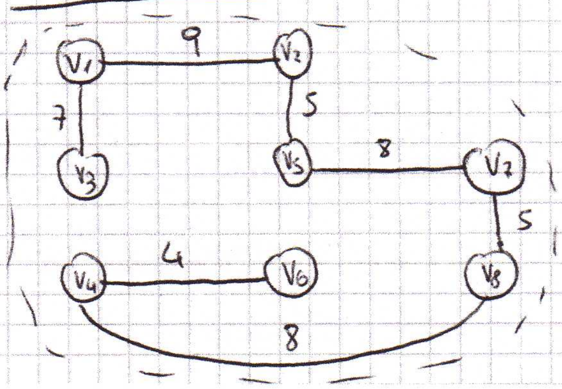
Iterazione 7



Aggiorno

$b(V_6) = V_4$

Iterazione 8



FINE

COSTO = $7+9+5+8+5+8+4 = 46$

Esercizio

$$\max \quad x_1 + x_2$$

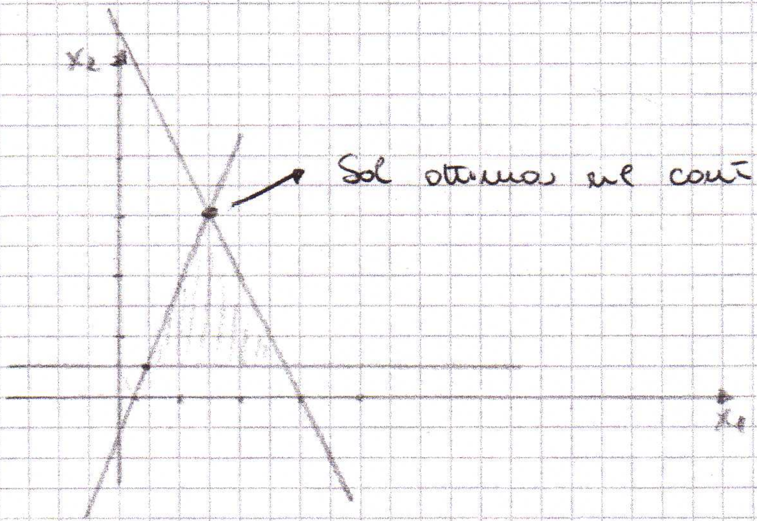
$$4x_1 + 2x_2 \leq 11$$

$$4x_1 - 2x_2 \geq 1$$

$$2x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{intere}$$

Ril cont. P^0

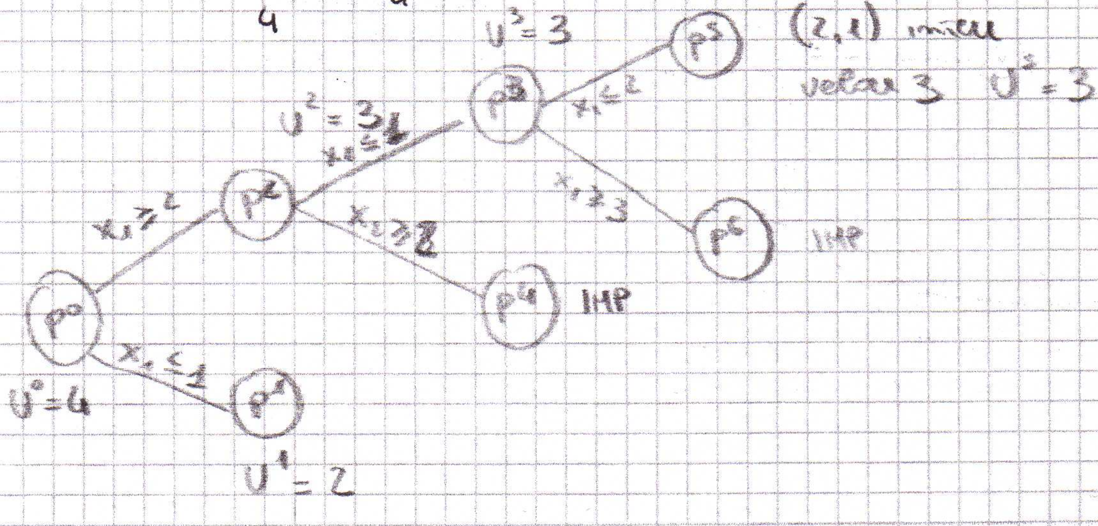


$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 11 \\ 4x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases} \qquad 1 + 2x_2 + 2x_2 = 11 \qquad x_2 = \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{4}_{2}}$$

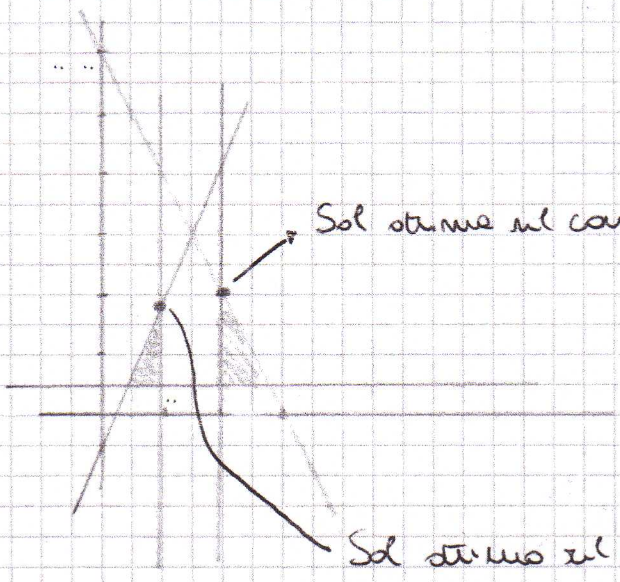
$$x_1 = \frac{1 + 2x_2}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

valore $= \frac{8}{2}$



Ril continuo P^1 e P^2



Sol ottima nel cont P^2

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 11 \\ x_1 = 2 \end{cases} \qquad x_2 = \frac{3}{2}$$

$\left(2, \frac{3}{2}\right)$

valore ott $= \frac{7}{2}$

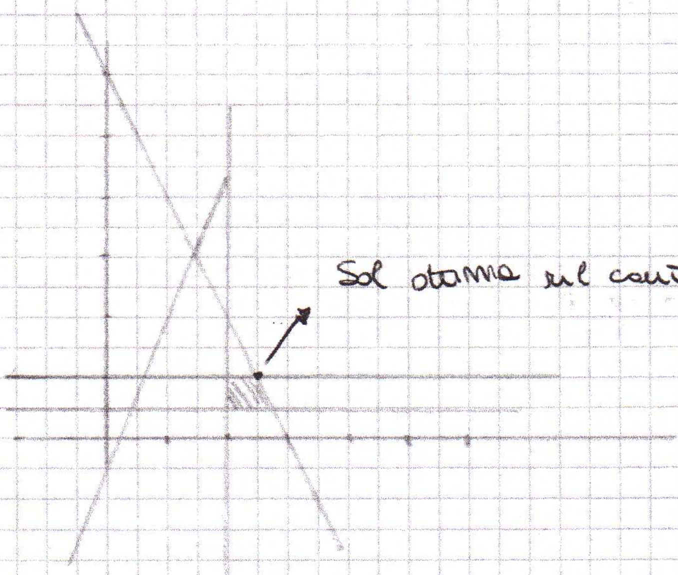
Sol ottima nel cont P^1

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 = 1 \end{cases} \qquad x_2 = \frac{3}{2} \quad x_1 = 1$$

$\left(1, \frac{3}{2}\right)$

valore ott $= \frac{5}{2}$

Ril cont P^3



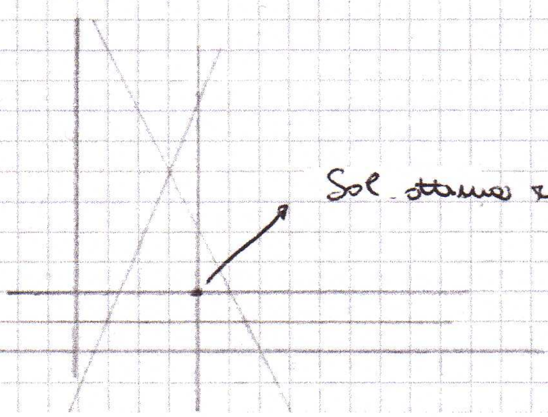
Sol ottima nel cont P^3

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 = 11 \end{cases}$$

$\left(\frac{9}{4}, 1\right)$

Valore ottimo $= \frac{13}{4}$

Ril cont P^5



Sol ottima nel cont di P^5

$(2, 1)$ valore ottimo $= 3$

$\downarrow$

intera

Risolto

VARIANTE (LOWER BOUND)

$\min \quad x_1 + x_2$

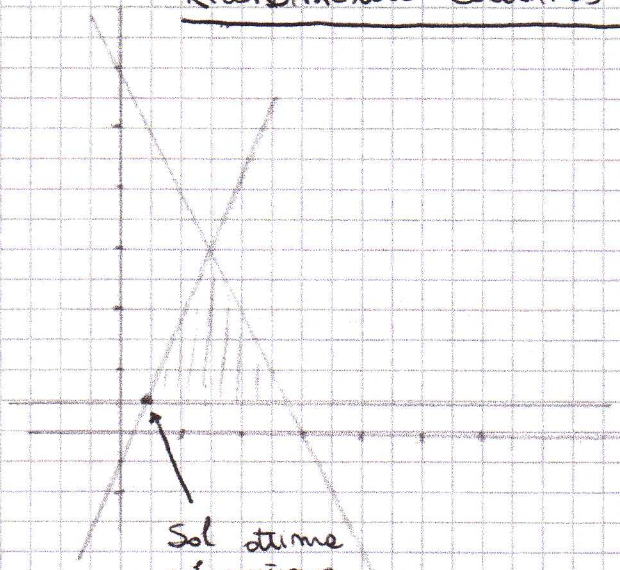
$4x_1 + 2x_2 \leq 11$

$4x_1 - 2x_2 \geq 1$

$2x_2 \geq 1$

$x_1, x_2 \geq 0$ INTERE

Rilassamento Continuo di P^0

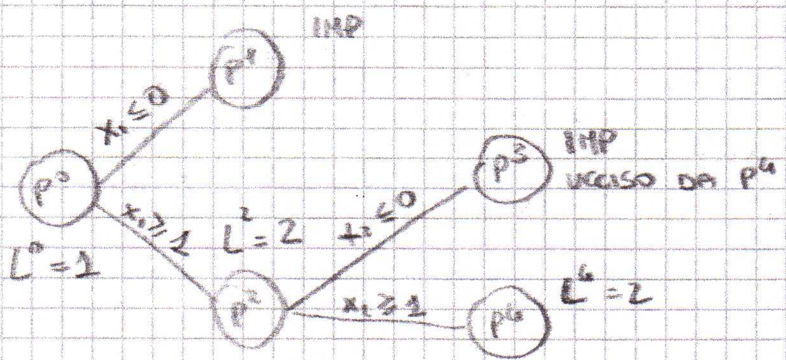


Sol ottima nel continuo di P^0

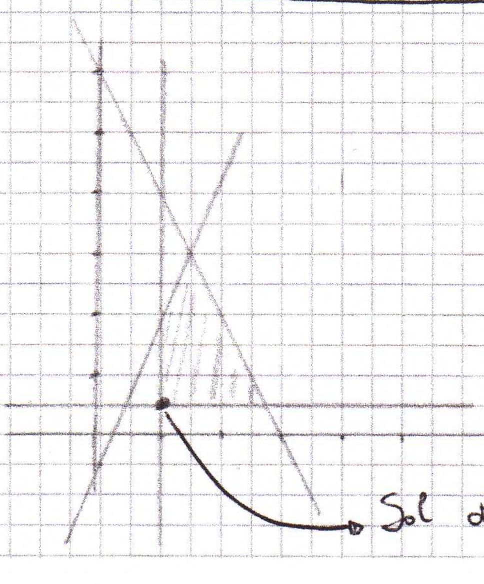
$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_2 = 1 \rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \qquad x_1 = \frac{1}{2}$$

$\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

vel. ottimo $= 1$

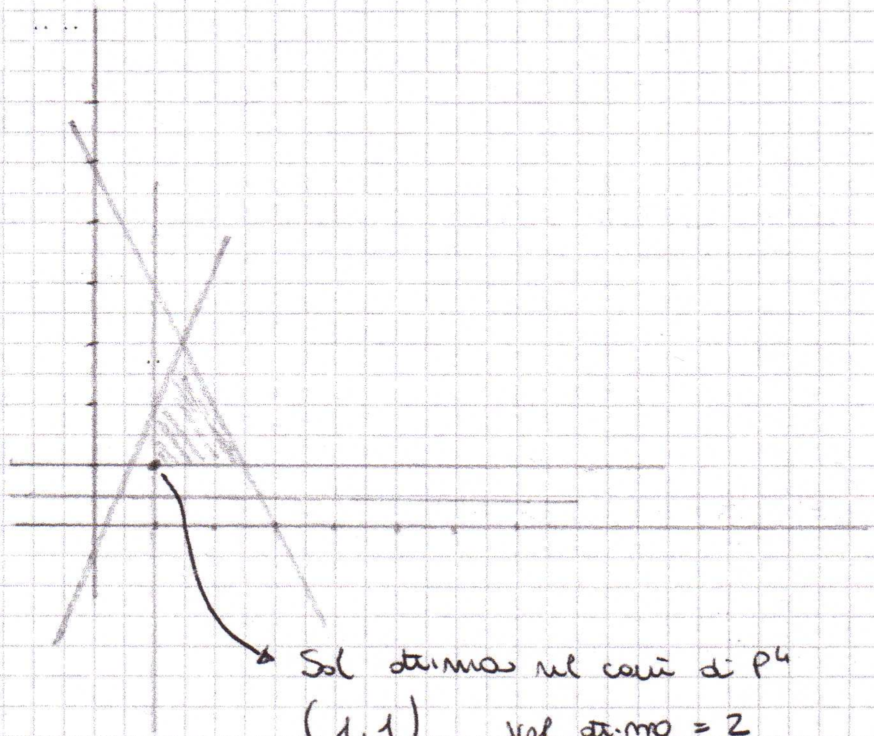


Rilassamento continuo di P^2



Sol ottimo nel P^2 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ vel ottimo $= \frac{3}{2}$

Rilassamento continuo di P^4



Sol ottima nel caso di P^4
$(1,1)$ Val ottimo $= 2$

Riassunto

Quando risolvendo un rilassamento continuo, si ottiene una soluzione INTERA di valore z si uccidono tutti i nodi che discendono da (o figli di)
nodi con $\begin{cases} \text{UPPER BOUND} \le z & \text{per problemi di massimo} \\ \text{LOWER BOUND} \ge z & \text{per problemi di minimo} \end{cases}$

(es. $\min x_1 + x_2$, P^4 fornisce $z = 2 \Rightarrow$ Si uccide P^3, figlio di P^2 con $L_2 = 2$)

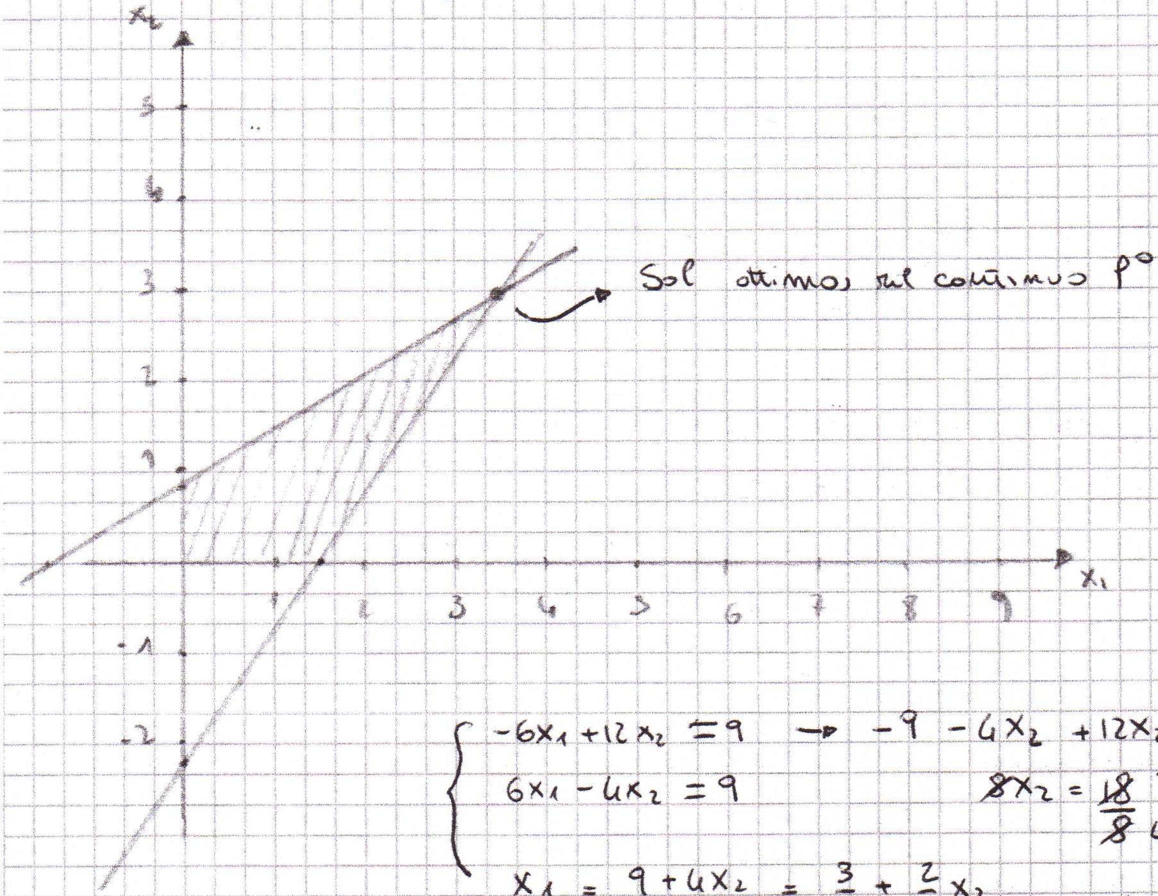
Esercizio B & B (III.4)

$\max \quad x_1 + x_2$

$-6x_1 + 12x_2 \leq 9$

$6x_1 - 4x_2 \leq 9$

$x_1, x_2 \geq 0$ interi.

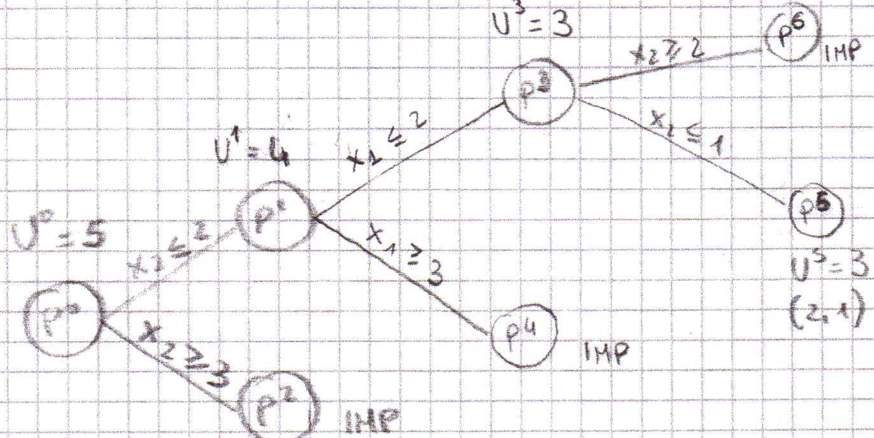


$$\begin{cases} -6x_1 + 12x_2 = 9 \\ 6x_1 - 4x_2 = 9 \end{cases} \rightarrow -9 - 4x_2 + 12x_2 = 9$$

$$8x_2 = 18 \qquad x_2 = \frac{\cancel{18}}{\cancel{8}} = \frac{9}{4}$$

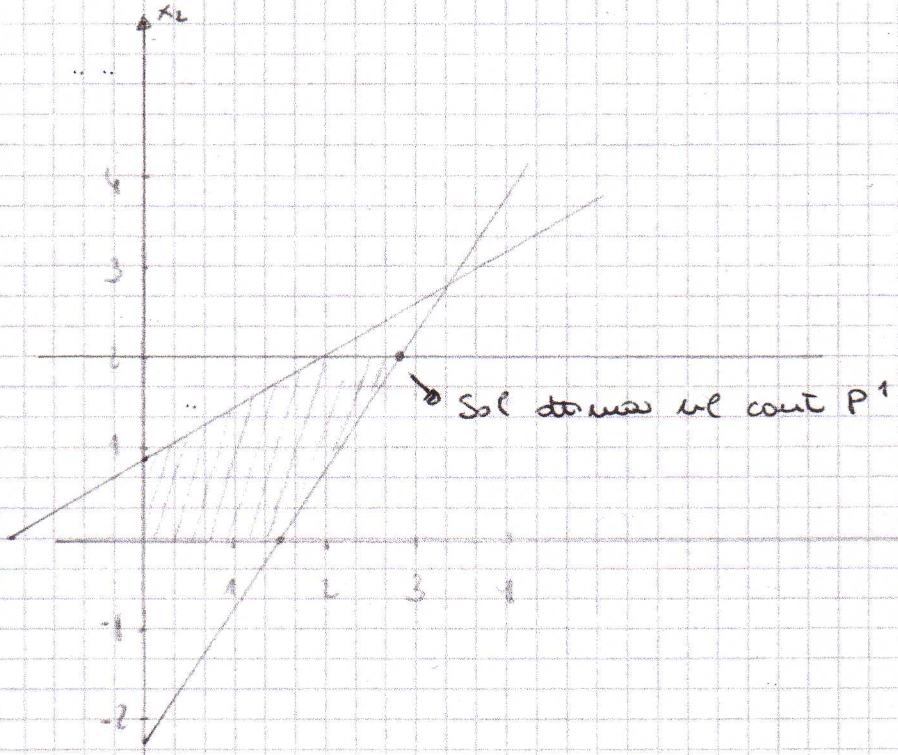
$$x_1 = \frac{9 + 4x_2}{6} = \frac{3}{2} + \frac{2}{3}x_2$$

$$\left(3, \frac{9}{4}\right)$$



Val ottimo = 5,25

Rilassamento continuo di P^1

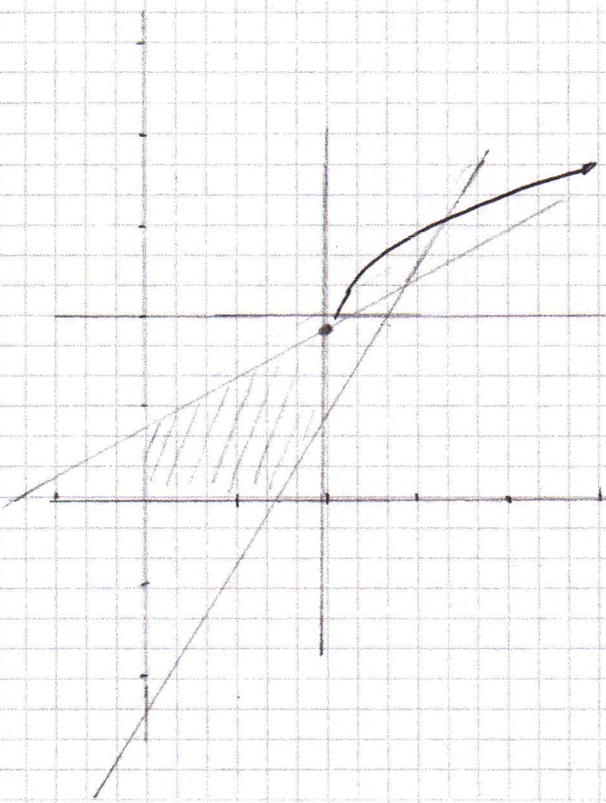


$$\begin{cases} x_2 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 = 9 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{17}{6}$ $\quad \left(\frac{17}{6}, 2\right)$

val ottimo $= 4,83$

Rilassamento continuo di P^3



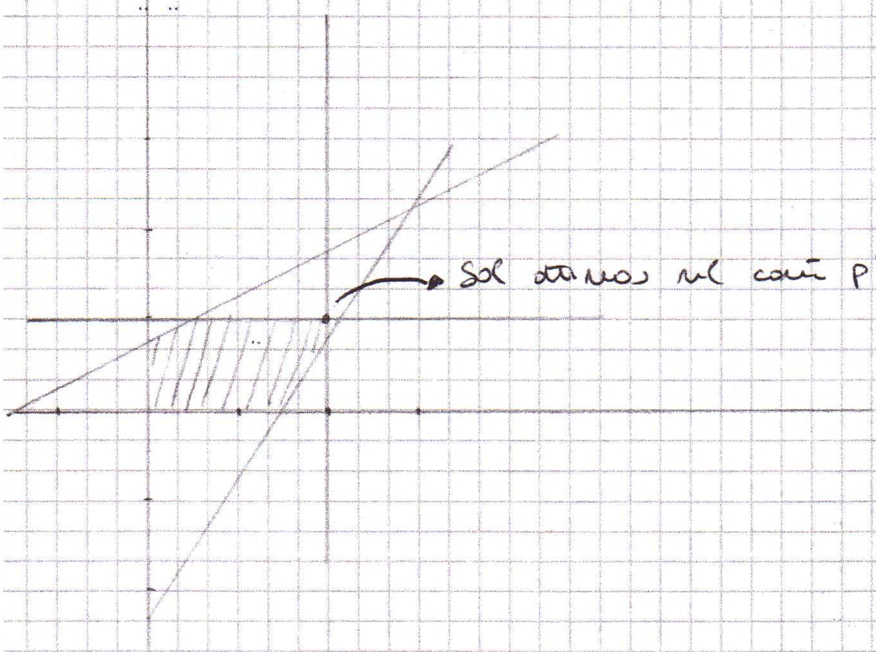
Sol ottima rel cont P^3

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ -6x_1 + 12x_2 = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} -12 + 12x_2 = 9 \\ -4 + 4x_2 = 3 \end{matrix}$$

$x_2 = \frac{7}{4}$ $\quad \left(2, \frac{7}{4}\right)$

val ottimo $= 3,75$

Rilassamento continuo di P^5



$\rightarrow$ Sol ottima nel cont. P^5 $(2,1)$

val ottimo = 3

P^5 : $x_1 = 2$, $x_2 = 1$ (intero) $z = 3$

nessun altro nodo attivo $\Rightarrow$ Sol ottima!

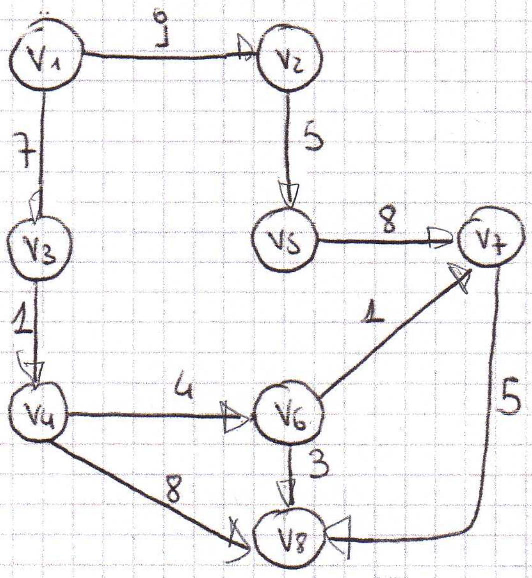
Compito 1 esercizio 2

$P = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$

$M = \{2, 3 \mid 5 \mid 4 \mid 6, 8 \mid 7 \mid 7 \mid 8 \mid 8\}$

$C = \{9, 7 \mid 5 \mid 1 \mid 4, 8 \mid 8 \mid 1, 3 \mid 5\}$

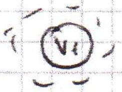
$V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad V_5 \quad V_6 \quad V_7$



1) Determinare l'albero ricoprente a costo massimo

Utilizzo Prim applicando la versione con "MIN" sostituito da "MAX" con i costi originali per trovare l'albero ricoprente di costo massimo.

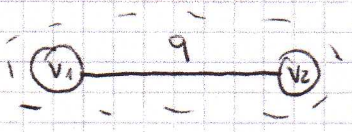
Iterazione 1



$b(V_2) = V_1 \qquad b(V_i) = V_1 \quad i = 4, 5, 6, 7, 8$

$b(V_3) = V_1$

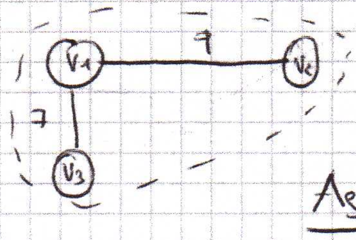
Iterazione 2



Aggiorno

$b(V_5) = V_2$

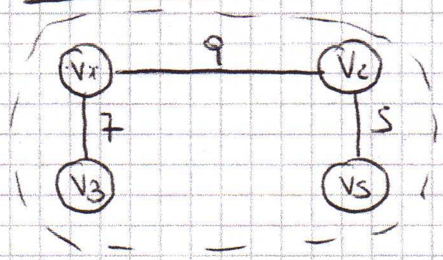
Iterazione 3



Aggiorno

$b(V_4) = V_3$

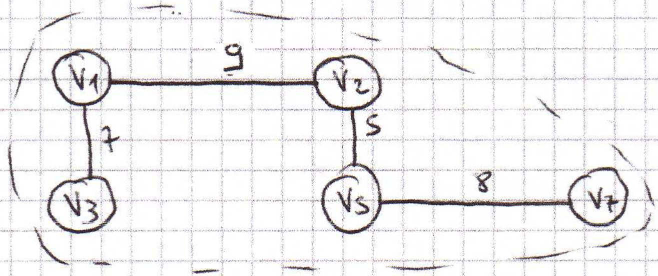
Iterazione 4



Aggiorno

$b(v_7) = v_5$

Iterazione 5

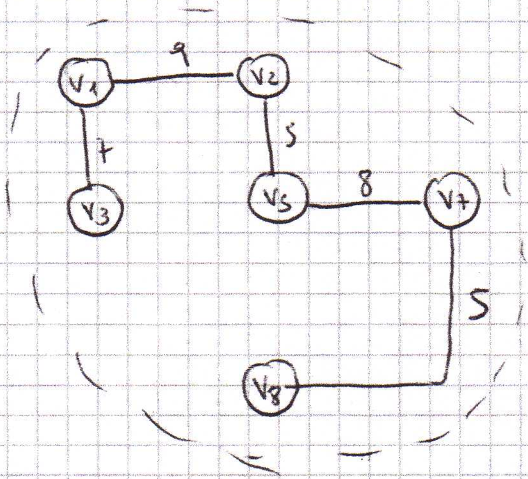


Aggiorno

$b(v_6) = v_7$

$b(v_8) = v_7$

Iterazione 6

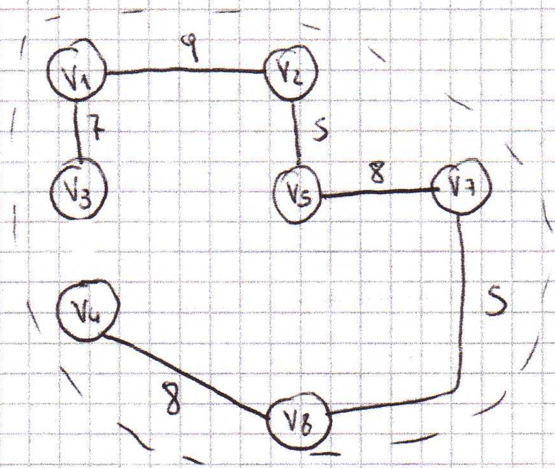


Aggiorno

$b(v_4) = v_8$

$b(v_6) = v_8$

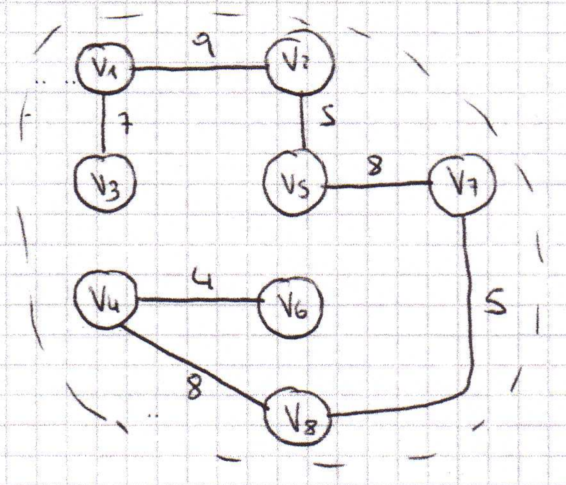
Iterazione 7



Aggiorno

$b(v_6) = v_4$

Iterazione 8



Niente da aggiornare

Fine!

Costo = 46

TMIN - TMAX

dal primo

dall'ultimo vertice

il primo e l'ultimo vertice sempre TMIN = TMAX

COMPITO 2 ESERCIZIO 2

x_1 = n° pokemon™ elettrici
x_2 = n° pokemon™ acqua

efficacia di un pokemon™ elettrico = 3
" " " " acqua = 2

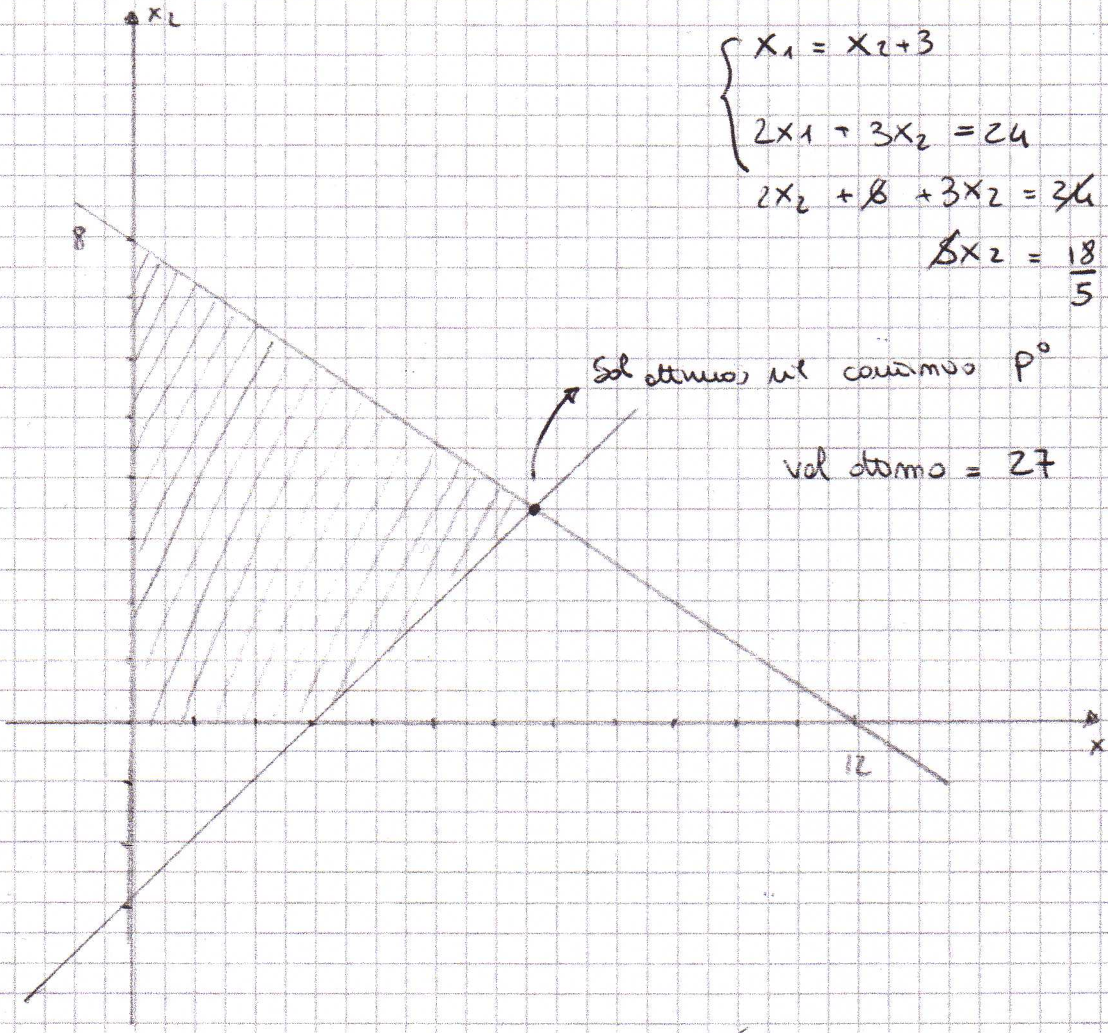
$x_1 \leq x_2 + 3$

carica energia elettrica pari a 2 volte i poke ele scelti
" " acqua " " 3 " " " acqua " .

$2x_1 + 3x_2 \leq 24$

$x_1, x_2 \geq 0$ intere

$\max \; 3x_1 + 2x_2$



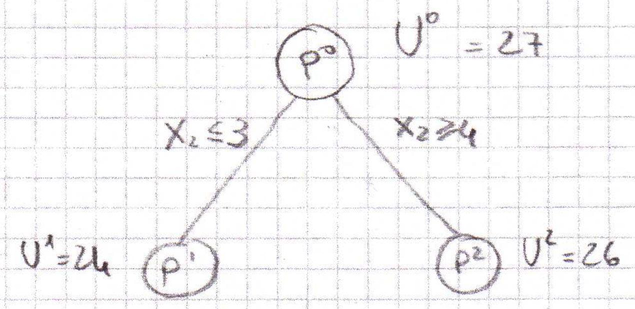
$$\begin{cases} x_1 = x_2 + 3 \\ 2x_1 + 3x_2 = 24 \end{cases}$$

$2x_2 + \cancel{6} + 3x_2 = \cancel{24}\ 18$

$\cancel{5}x_2 = \frac{18}{5}$ $\qquad x_1 = \frac{33}{5}$

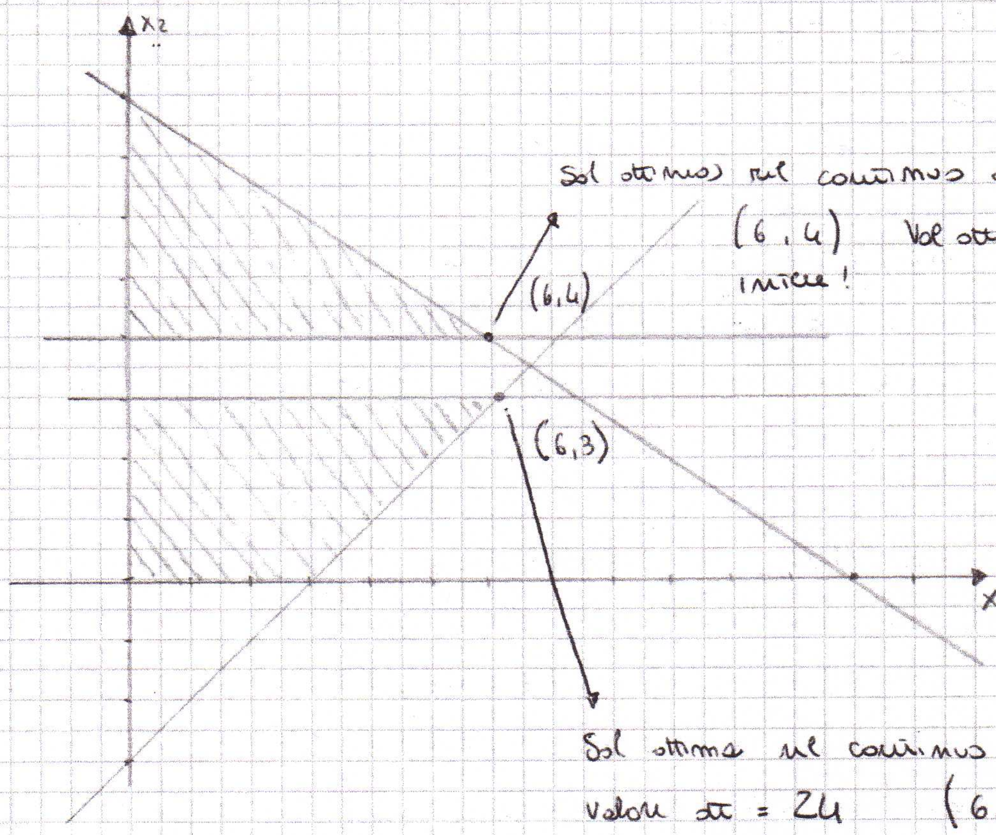
$\left(\frac{33}{5}, \frac{18}{5}\right)$

val ottimo = 27



Rilassamento continuo P^1, P^2

$$\begin{cases} x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 = 24 \end{cases} \quad x_1 = 6$$



Sol ottima nel continuo di P^2

$(6,4)$ Val ottimo $= 26$

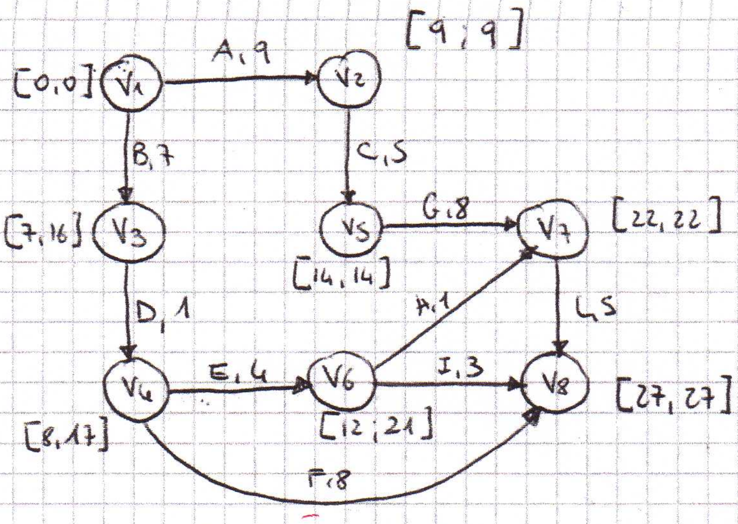
intera!

Sol ottima nel continuo di P^1

valore ott $= 24$ $(6,3)$ intera.

$$\begin{cases} x_2 = 3 \\ x_1 = x_2 + 3 \end{cases} \rightarrow x_1 = 6$$

CALCOLO TMIN e TMAX



A < C , C < G , G < L

B < D , D < E , D < F , E < I

E < H , H < L

Per il TMIN (primo valore) si fa la somma dal nodo di partenza dei costi fino ad arrivare al nodo desiderato.
Se questo nodo ha più di un modo per essere raggiunto il TMIN è il valore del costo del percorso più lungo.

Per il TMAX (secondo valore) si sottrae dal TMAX dell'ultimo nodo (che è uguale al suo TMIN) il costo dell'arco che attraversiamo. Se il nodo a cui vogliamo trovare il TMAX entra in diversi altri nodi si calcola il TMAX più basso per arrivarci a ritroso dall'ultimo nodo.

Il TMIN e il TMAX del primo nodo sono sempre [0,0].