ROBOTICA - 2° COMPITINO

Titolo nota 30/11/2009

CINEMATICA INVERSA

DATI:

→ terne

→ matrice di trasformazione omogenea ${}^{0}_{N}T(\underbrace{q_1, q_2, \dots}_{\text{variabili di giunto}})$

→ variabili dello spazio operativo $x, y, z, \phi \dots$

INCOGNITE

✓ ${}^{0}_{N}T(x, y, z, \phi, \dots)$

✓ variabili di giunto $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, d_1, \dots$

PASSI DA ESEGUIRE

1) Individuo le rotazioni necessarie per passare dalla terna $\{0\}$ alla terna $\{N\}$.

2) "Elimino" eventuali variabili $\alpha, \beta, \dots \notin$ spazio operativo (spesso mi conviene guardare il manipolatore dall'alto, mettendo le terne come mi è più comodo).

3) Moltiplico tra loro le matrici di rotazione per ottenere ${}^0_N R(x,\dots)$

4) Scrivo

$$
{}^0_N T(x,y,z,\phi\dots) = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^0_N R(x,y,z,\phi,\dots) & & \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

✓

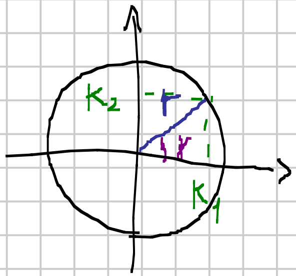
5) Confronto ${}^0_N T(x,y,z,\phi,\dots)$ con ${}^0_N T(q_1,q_2,\dots)$ data e cerco di ricavare le variabili di giunto $q_1, q_2, \dots$

6) Analizzo gli eventuali casi singolari ✓

TECNICHE SOLUTIVE

$$a\cos\theta + b\sin\theta = c \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\theta = 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{b \pm \sqrt{b^2+a^2-c^2}}{a+c}\right)}$$

$$\begin{cases} x = k_1 c_1 - k_2 s_1 \\ y = k_2 c_1 + k_1 s_1 \end{cases}$$



$r = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$

$\gamma = \mathrm{Atan2}(k_2, k_1) \qquad k_1 = r\cos\gamma \qquad k_2 = r\sin\gamma$

SINGOLARITÀ

$$\begin{cases} \cos\theta = ax + b \ldots \\ \sin\theta = a'y + b' \ldots \end{cases} \Longrightarrow \theta = \mathrm{Atan2}(a'y+b',\ ax+b) \qquad \begin{cases} a'y+b' = 0 \\ ax+b = 0 \end{cases}$$

2 SOLUZIONI!!

$\cos\theta = ax+b \ldots \quad \Rightarrow \quad \theta = \pm \arccos(ax+b) \qquad -1 \le ax+b \le 1$

oppure

$\sin\theta = ax+b \ldots \quad \Rightarrow \quad \theta = \pm \arcsin(ax+b) \qquad -1 \le ax+b \le 1$

FORMULE DA RICORDARE!!!!

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

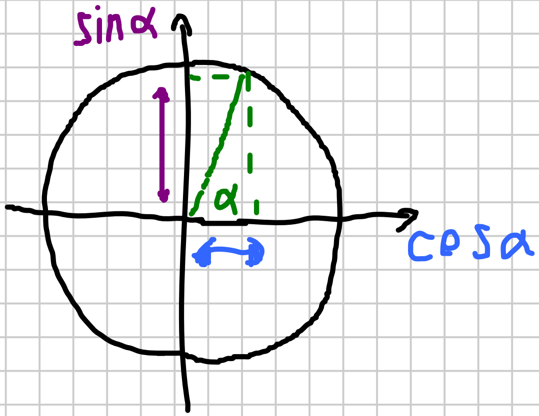
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

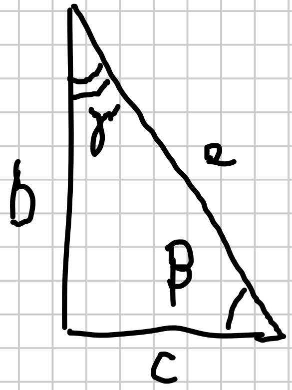
$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2a = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$





$$b = a\cdot\cos\gamma = a\sin\beta = c\tan\gamma$$

$$c = a\sin\gamma = a\cos\beta = b\,tg\gamma$$

$$a = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{b}{\cos\gamma} = \frac{c}{\sin\gamma} = \frac{c}{\cos\beta}$$