

Ejercicio 1

David García Curbelo

Consideremos el cifrado por bloques miniAES descrito en el ejercicio 2.1.

Apartado I. *Calcula $E_{dni}(0x01234567)$ usando el modo CBC e $IV = 0x0001$.*

Tenemos por dni el número 45352581, luego obtenemos la siguiente clave:

$$dni \equiv 1669 \pmod{65536} \Rightarrow clave = 1669$$

y el mensaje que queremos cifrar es el número $0x01234567 = [1001000110100010101100111]$.

Vamos a calcular el criptograma usando el modo CBC y el cifrado de bloques miniAES. Vamos a dividir nuestro mensaje en dos bloques de 16 bits y así calcular c_1 y c_2 para cada uno de los bloques.

$$\overbrace{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1}^{m_1}, \overbrace{0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1}^{m_2}$$

Además, por el enunciado tenemos que $c_0 = 0x0001$, y tenemos por tanto que $E_{dni}(0x01234567) = c_0 c_1 c_2$. Tomemos por tanto nuestra clave $k = 1669 = 0x0685 = 0b11010000101$, donde podemos ver que $k_0 = 0$, $k_1 = 6$, $k_2 = 8$ y $k_3 = 5$.

Aquí tenemos nuestra función de sustitución γ calculada de manera explícita:

$\gamma(0000) = 0011$
 $\gamma(0001) = 1000$
 $\gamma(0010) = 1111$
 $\gamma(0011) = 0111$
 $\gamma(0100) = 0001$
 $\gamma(0101) = 0010$
 $\gamma(0110) = 1011$
 $\gamma(0111) = 0000$
 $\gamma(1000) = 1100$
 $\gamma(1001) = 1110$
 $\gamma(1010) = 1010$
 $\gamma(1011) = 0110$
 $\gamma(1100) = 1001$
 $\gamma(1101) = 1101$
 $\gamma(1110) = 0101$
 $\gamma(1111) = 0100$

Y obtenemos así las claves de ronda:

- $w_0 = k_0 = 0 = 0000$
- $w_1 = k_1 = 6 = 0110$
- $w_2 = k_2 = 8 = 1000$
- $w_3 = k_3 = 5 = 0101$
- $w_4 = w_0 \oplus \gamma(w_3) \oplus 0001 = 0000 \oplus 0010 \oplus 0001 = \alpha + 1 = 0011$
- $w_5 = w_1 \oplus w_4 = \alpha^2 + \alpha + \alpha + 1 = \alpha^2 + 1 = 0110$

- $w_6 = w_2 \oplus w_5 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = 1110$
- $w_7 = w_3 \oplus w_6 = \alpha^2 + 1 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = \alpha^3 + \alpha + 1 = 1011$
- $w_8 = w_4 \oplus \gamma(w_7) \oplus 0010 = \alpha + 1 + \alpha^2 + \alpha + \alpha = \alpha^2 + \alpha + 1 = 0111$
- $w_9 = w_5 \oplus w_8 = \alpha^2 + \alpha + \alpha^2 + \alpha + 1 = 1 = 0001$
- $w_{10} = w_6 \oplus w_9 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = 1111$
- $w_{11} = w_7 \oplus w_{10} = \alpha^3 + \alpha + 1 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = \alpha^2 = 0100$

Procedemos a continuación con el encriptado del mensaje m_1 . Para c_1 calculamos ahora $E_k(m_1 \oplus c_0) = E_k(0000000100100010)$. Para ello apliquemos cada una de las funciones de su descomposición $E_k = \sigma_{K_2} \circ \pi \circ \gamma \circ \sigma_{K_1} \circ \theta \circ \pi \circ \gamma \circ \sigma_{K_0}$.

$$\begin{aligned}
\sigma_{K_0} \begin{pmatrix} 0000 & 0010 \\ 0001 & 0010 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0000 & 0010 \\ 0001 & 0010 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 1010 \\ 0111 & 0111 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 0000 & 1010 \\ 0111 & 0111 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 1010 \\ 0000 & 0000 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 0011 & 1010 \\ 0000 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 1010 \\ 0000 & 0000 \end{pmatrix} \\
\theta \begin{pmatrix} 0011 & 1010 \\ 0000 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0010 \\ 0010 & 0011 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0011 & 1010 \\ 0000 & 0000 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha^3 + \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha^2 + 1 & \alpha^3 + \alpha^2 + 1 \\ \alpha^2 + \alpha & \alpha^2 + \alpha + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0101 & 1101 \\ 0110 & 0111 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_1} \begin{pmatrix} 0101 & 1101 \\ 0110 & 0111 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0101 & 1101 \\ 0110 & 0111 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0110 & 1011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110 & 0011 \\ 0000 & 1100 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 0110 & 0011 \\ 0000 & 1100 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1011 & 0101 \\ 0011 & 0001 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 1011 & 0101 \\ 0011 & 0001 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1011 & 0101 \\ 0001 & 0011 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_2} \begin{pmatrix} 1011 & 0101 \\ 0001 & 0011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1011 & 0101 \\ 0001 & 0011 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0111 & 1111 \\ 0001 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100 & 1010 \\ 0000 & 0111 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Conseguimos finalmente que $c_1 = E_k(m_1 \oplus c_0) = 1100000010100111$. Procedemos al encriptado de c_2 , que sabemos que tiene la forma $c_2 = E_k(m_2 \oplus c_1) = E_k(0100010101100111 \oplus 1100000010100111) = E_k(1000010111000000)$. Procedemos por tanto aplicando la descomposición de E_k como en el apartado anterior:

$$\begin{aligned}
\sigma_{K_0} \begin{pmatrix} 1000 & 1100 \\ 0101 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1000 & 1100 \\ 0101 & 0000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 & 0100 \\ 0011 & 0101 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 1000 & 0100 \\ 0011 & 0101 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1100 & 0001 \\ 0111 & 0010 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 1100 & 0001 \\ 0111 & 0010 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1100 & 0001 \\ 0010 & 0111 \end{pmatrix} \\
\theta \begin{pmatrix} 1100 & 0001 \\ 0010 & 0111 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0010 \\ 0010 & 0011 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1100 & 0001 \\ 0010 & 0111 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha^3 + \alpha^2 & 1 \\ \alpha & \alpha^2 + \alpha + 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha^3 + \alpha^2 + 1 \\ \alpha^3 + \alpha^2 + 1 & \alpha^3 + \alpha + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0011 & 1101 \\ 1101 & 1011 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_1} \begin{pmatrix} 0011 & 1101 \\ 1101 & 1011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 1101 \\ 1101 & 1011 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0110 & 1011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 0011 \\ 1011 & 0000 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 0000 & 0011 \\ 1011 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0111 \\ 0110 & 0011 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 0011 & 0111 \\ 0110 & 0011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0111 \\ 0011 & 0110 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_2} \begin{pmatrix} 0011 & 0111 \\ 0011 & 0110 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0111 \\ 0011 & 0110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0111 & 1111 \\ 0001 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0100 & 1000 \\ 0010 & 0010 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Con lo que conseguimos finalmente que $c_2 = E_k(m_2 \oplus c_1) = 0100100000100010$. Así, el mensaje encriptado queda como sigue:

$$E_k(0x01234567) = c = c_0 * c_1 * c_2 = 000000000000000111000000101001110100100000100010$$

Apartado II. Calcula $E_{dni}(0x01234567)$ usando el modo CFB, $r = 11$, y vector de inicialización $IV = 0x0001$.

Tomamos nuestro mensaje $m = 0x01234567 = 1001000110100010101100111$ que tiene 25 cifras, que añadiendo ceros a la izquierda, obtenemos un mensaje para dividir en bloques de 11 bits, obteniendo

$$\overbrace{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0}^{m_1}, \overbrace{1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0}^{m_2}, \overbrace{1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1}^{m_3}$$

Procedemos a continuación a encriptar el mensaje $x_1 = 0000000000000001$ mediante la función E_k descrita en el apartado anterior:

$$\sigma_{K_0} \begin{pmatrix} 0000 & 0000 \\ 0000 & 0001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 0000 \\ 0000 & 0001 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0100 \end{pmatrix}$$

$$\gamma \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0011 & 1100 \\ 1011 & 0001 \end{pmatrix}$$

$$\pi \begin{pmatrix} 0011 & 1100 \\ 1011 & 0001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0011 & 1100 \\ 0001 & 1011 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \theta \begin{pmatrix} 0011 & 1100 \\ 0001 & 1011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0010 \\ 0010 & 0011 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0011 & 1100 \\ 0001 & 1011 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha + 1 & \alpha^3 + \alpha^2 \\ 1 & \alpha^3 + \alpha + 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha^2 + \alpha + 1 & \alpha \\ \alpha^2 + 1 & \alpha^2 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0111 & 0010 \\ 0101 & 0101 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\sigma_{K_1} \begin{pmatrix} 0111 & 0010 \\ 0101 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0111 & 0010 \\ 0101 & 0101 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0110 & 1011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0100 & 1100 \\ 0011 & 1110 \end{pmatrix}$$

$$\gamma \begin{pmatrix} 0100 & 1100 \\ 0011 & 1110 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0001 & 1001 \\ 0111 & 0101 \end{pmatrix}$$

$$\pi \begin{pmatrix} 0001 & 1001 \\ 0111 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0001 & 1001 \\ 0101 & 0111 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{K_2} \begin{pmatrix} 0001 & 1001 \\ 0101 & 0111 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0001 & 1001 \\ 0101 & 0111 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0111 & 1111 \\ 0001 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110 & 0110 \\ 0100 & 0011 \end{pmatrix}$$

Tenemos por tanto que $E_k(x_1) = 0110011001000011$, y así obtenemos que $msb_{11}(E_k(x_1)) = 01100110010$. Por tanto, $c_1 = m_1 \oplus msb_{11}(E_k(x_1)) = 00000000100 \oplus 01100110010 = 01100110110$.

Por otro lado, $lsb_{16-11}(x_1) = lsb_5(x_1) = 00001$, y por tanto obtenemos $x_2 = 0000101100110110$, a la que aplicamos de nuevo la función E_k :

$$\begin{aligned}
\sigma_{K_0} \begin{pmatrix} 0000 & 0011 \\ 1011 & 0110 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0000 & 0011 \\ 1011 & 0110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 1011 \\ 1101 & 0011 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 0000 & 1011 \\ 1101 & 0011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0110 \\ 1101 & 0111 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 0011 & 0110 \\ 1101 & 0111 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0110 \\ 0111 & 1101 \end{pmatrix} \\
\theta \begin{pmatrix} 0011 & 0110 \\ 0111 & 1101 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0010 \\ 0010 & 0011 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0011 & 0110 \\ 0111 & 1101 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha \\ \alpha & \alpha+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha^2+\alpha \\ \alpha^2+\alpha+1 & \alpha^3+\alpha^2+1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha^3+\alpha+1 & \alpha+1 \\ \alpha^3+\alpha^2+\alpha+1 & \alpha^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1011 & 0011 \\ 1111 & 1000 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_1} \begin{pmatrix} 1011 & 0011 \\ 1111 & 1000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1011 & 0011 \\ 1111 & 1000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0110 & 1011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 & 1101 \\ 1001 & 0011 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 1000 & 1101 \\ 1001 & 0011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1100 & 1101 \\ 1110 & 0111 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 1100 & 1101 \\ 1110 & 0111 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1100 & 1101 \\ 0111 & 1110 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_2} \begin{pmatrix} 1100 & 1101 \\ 0111 & 1110 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1100 & 1101 \\ 0111 & 1110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0111 & 1111 \\ 0001 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1011 & 0010 \\ 0110 & 1010 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Tenemos por tanto que $E_k(x_2) = 1011001001101010$, y así obtenemos que $msb_{11}(E_k(x_2)) = 10110010011$. Por tanto, $c_2 = m_2 \oplus msb_{11}(E_k(x_2)) = 10001101000 \oplus 10110010011 = 00111111011$.

Por otro lado, $lsb_5(x_2) = 10110$, y por tanto obtenemos $x_3 = 1011000111111011$, a la que aplicamos de nuevo la función E_k :

$$\begin{aligned}
\sigma_{K_0} \begin{pmatrix} 1011 & 1111 \\ 0001 & 1011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1011 & 1111 \\ 0001 & 1011 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0000 & 1000 \\ 0110 & 0101 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1011 & 0111 \\ 0111 & 1110 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 1011 & 0111 \\ 0111 & 1110 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0110 & 0000 \\ 0000 & 0101 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 0110 & 0000 \\ 0000 & 0101 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0110 & 0000 \\ 0101 & 0000 \end{pmatrix} \\
\theta \begin{pmatrix} 0110 & 0000 \\ 0101 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0011 & 0010 \\ 0010 & 0011 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0110 & 0000 \\ 0101 & 0000 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \alpha+1 & \alpha \\ \alpha & \alpha+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha^2+\alpha & 0 \\ \alpha^2+1 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha+1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 0000 \\ 0011 & 0000 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_1} \begin{pmatrix} 0000 & 0000 \\ 0011 & 0000 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0000 & 0000 \\ 0011 & 0000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0110 & 1011 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0101 & 1011 \end{pmatrix} \\
\gamma \begin{pmatrix} 0011 & 1110 \\ 0101 & 1011 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0111 & 0101 \\ 0010 & 0110 \end{pmatrix} \\
\pi \begin{pmatrix} 0111 & 0101 \\ 0010 & 0110 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0111 & 0101 \\ 0110 & 0010 \end{pmatrix} \\
\sigma_{K_2} \begin{pmatrix} 0111 & 0101 \\ 0110 & 0010 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0111 & 0101 \\ 0110 & 0010 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0111 & 1111 \\ 0001 & 0100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0000 & 1010 \\ 0111 & 0110 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Tenemos por tanto que $E_k(x_3) = 0000101001110110$, y así obtenemos que $msb_{11}(E_k(x_3)) = 00001010011$. Por tanto, $c_3 = m_3 \oplus msb_{11}(E_k(x_3)) = 10101100111 \oplus 00001010011 = 10100110100$. Obtenemos finalmente el criptograma buscado:

$$c = c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 = 011001101100011111101110100110100$$