Probabilidad

David García Curbelo

Apartados propuestos de P10 y P11

Ejercicio: *Calcular y sustituir en las fórmulas anteriores el valor del coeficiente de correlación lineal* $\rho_{X,Y}$

Calculemos primero $\rho^2_{X,Y}$, la cual sabemos calcular de la siguiente forma:

$$\rho^2_{X,Y} = \frac{\left[\int_0^\infty \int_x^\infty xye^{-y}\,dydx - \left(\int_0^\infty xe^{-x}dx\right)\left(\int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right)\right]^2}{\left[\int_0^\infty y^3e^{-y}dy - \left(\int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right)^2\right]\left[\int_0^\infty x^2e^{-x}dx - \left(\int_0^\infty xe^{-x}dx\right)^2\right]} = \frac{(3-1\cdot 2)^2}{(6-2^2)(2-1^2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_{X,Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Por lo tanto sustituyendo en las fórmulas indicadas, obtenemos los dos siguientes resultados:

$$\varphi^L_{opt}(X) = \int_0^\infty y^2e^{-y}dy + \sqrt{\frac{Var(Y)}{Var(X)}}\rho_{X,Y}\left(X - \int_0^\infty xe^{-x}dx\right) = 2 + \sqrt{\frac{2}{2}}(x-1)$$

$$\Rightarrow \varphi^L_{opt}(X) = 1 + x$$

$$\varphi^L_{opt}(Y) = \int_0^\infty xe^{-x}dx + \sqrt{\frac{Var(X)}{Var(Y)}}\rho_{X,Y}\left(Y - \int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right) = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}(y-2)$$

$$\Rightarrow \varphi^L_{opt}(Y) = \frac{y}{2}$$