Ejercicio 8

David García Curbelo

Toma tu número p=45352609 de la lista publicada para este ejercicio.

Apartado I. Calcula el símbolo de Jacobi $\left(\frac{-11}{p}\right)$. Si sale 1, usa el algoritmo de Tonelli-Shanks para hallar soluciones a la congruencia $x^2 \equiv -1 \pmod p$.

Apartado II. Usa una de estas soluciones para factorizar el ideal principal, $(p) = (p, n + \sqrt{-11})(p, n + \sqrt{-11})como producto de dos ideales.$

Apartado III. Aplica el algoritmo de Conachia-Smith modificando a 2p y n para encontrar una solución a la ecuación diofántica $4p = x^2 + 11y^2$ y la usas para encontrar una factorización de p en a.e. del cuerpo $\mathbb{Q}[\sqrt{p}]$.

Apartado IV. ¿Son principales sus ideales $(p,n+\sqrt{-11})$ y $(p,n+\sqrt{-11})$?