Ejercicio 9

David García Curbelo

Preámbulo

Toma tu número n=45352609 de la lista publicada para el ejercicio 2. Escribe n en base 2, usa esas cifras para definir un polinomio, f(x), donde tu bit más significativo defina el grado del polinomio n, el siguiente bit va multiplicado por x^{n-1} y sucesivamente hasta que el bit menos significativo sea el término independiente. El polinomio que obtienes es universal en el sentido de que tiene coeficientes en cualquier anillo.

Sea f(x) el polinomio que obtienes con coeficientes en \mathbb{Z} .

Apartado I. Toma $g(x)=f(x)\pmod 2$ y haya el menor cuerpo de característica 2 que contenga a todas las raíces de g. ¿Qué deduces sobre la irreducibilidad de g(x) en $\mathbb{Z}_2[x]$?

Apartado II. Extrae la parte libre de cuadrados de g(x) y le calculas su matriz de Berlekamp por columnas. Resuelve el s.l. (B-Id)X=0.

Apartado III. Aplica Berlekamp si es necesario recursivamente para hallar la descomposición en irreducibles de g(x) en $\mathbb{Z}_2[x]$.

Apartado IV. Haz lo mismo para hallar la descomposición en irreducibles de $f(x) \pmod 3$

Apartado V. ¿Qué deduces sobre la reducibilidad de f(x) en $\mathbb{Z}[x]$?