

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 1: Electrostatica en el vacío

Nota: Los apartados marcados con () tienen una dificultad matemática o conceptual mayor.*

1. Dos cargas puntuales positivas Q y CQ , con $C > 1$ una constante, están quietas a una distancia d .
 - a) ¿A qué distancia x de la carga Q , una carga puntual cualquiera Q' , situada entre ambas, estaría en equilibrio?
 - b) Obtenga el valor de Q' para que las tres cargas estén en equilibrio. ¿Es un equilibrio estable? (*)

Sugerencia: Llame fx a la distancia de Q' a CQ , con lo que $d = (f+1)x$.

2. Dos cargas puntuales $-q$ y q están situadas en el eje X en las posiciones $-a$ y a , respectivamente. Obtenga

- a) el campo eléctrico $\vec{E}(x)$ en cualquier punto del eje X ,
- b) una expresión aproximada cuando $|x| \gg a$, y (*)
- c) el campo eléctrico $\vec{E}(y)$ en cualquier punto del eje Y .
- d) Dibuje las líneas de campo eléctrico en el plano XY . ¿Cómo serían en el plano XZ ?

3. Cuatro cargas puntuales están situadas en los vértices de un cuadrado de lado a .

- a) ¿Cuánto valdrá el campo eléctrico en el centro del cuadrado si las cuatro son iguales? Y si no lo son, ¿cuál es la condición que han de cumplir los valores de esas cuatro cargas para que dicho campo sea nulo?

Supongamos que dos de esas cargas, situadas en vértices opuestos, tienen igual valor q .

- b) Obtenga el valor q' que ha tener una tercera carga situada en un vértice para que la cuarta carga situada en el vértice opuesto esté en equilibrio. ¿Qué valor ha de tener esta cuarta para que la citada tercera también esté en equilibrio?
- c) ¿Estarán las cuatro cargas en equilibrio?

4. Sea un hilo recto, de longitud $2L$ y situado en un eje X orientado hacia la derecha, que está cargado con una densidad lineal que depende de la posición en la forma $\lambda(x) = \lambda_0(x/L)$. Calcule la carga total Q del hilo si el origen de coordenadas se encuentra

- a) en el centro del hilo,
- b) en su extremo izquierdo, o
- c) en su extremo derecho.

5. Sobre un hilo rectilíneo de 60 cm de longitud se reparte uniformemente una carga de 3.0 mC . ¿Qué fuerza actuaría sobre una carga puntual de $5.0 \text{ } \mu\text{C}$ situada en la prolongación del hilo a 30 cm de distancia de un extremo?

6. En una región del espacio, el campo eléctrico es uniforme. ¿Qué podemos decir sobre las cargas en esa región? *Sugerencia: Tome un eje X en la dirección del campo y obtenga el flujo de éste a través de un cubo de caras paralelas a los planos coordenados.*

7. El campo eléctrico en la atmósfera es de 200 V/m en la superficie terrestre y a 1400 m de altura es de 20 V/m , estando dirigido hacia abajo en ambos casos. ¿Hay iones en ese estrato atmosférico? En caso afirmativo, ¿cuál es la densidad media de carga en dicho estrato?

8. Se tienen los siguientes objetos cargados, centrados todos en el origen de coordenadas: un tetraedro con carga total Q_T y un cubo de arista a con una densidad de carga superficial σ .

- ¿Cuánto vale el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de radio R que encierra ambos objetos?
- Se tiene además una corteza esférica, de radio interior $2R$ y radio exterior $3R$, uniformemente cargada. Si el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de radio $4R$ es la mitad del flujo a través de la superficie de radio R del apartado anterior, ¿cuál es la densidad de carga ρ de la corteza esférica?

9. En una región con campo eléctrico consideramos tres puntos A , B y C que forman un triángulo. Trasladamos una carga puntual de $10 \mu C$ siguiendo los lados del triángulo y encontramos que para llevarla de A a C pasando por B hemos de hacer un trabajo de $10 mJ$ y para llevarla directamente de B a C , el trabajo necesario es de $20 mJ$. Tomando como origen de potenciales el punto B , obtenga el potencial en los otros dos puntos.

10. Sea una distribución lineal de carga con densidad constante λ y forma de circunferencia de radio R . Obtenga el campo eléctrico

- en el centro O de la misma, y
- en cualquier punto de un eje X perpendicular a la circunferencia y orientado hacia la derecha, cuyo origen sea O .
- Determine el potencial eléctrico $\varphi(x)$ en dicho eje, tomando como nulo su valor a distancia infinita de O .
- ¿Qué trabajo habría que hacer para llevar una carga puntual q desde O hasta el punto $x=\sqrt{3}R$? ¿Cuánto cambiaría su energía potencial si después se desplazara hasta el punto $x=-\sqrt{3}R$?

11. Sean una superficie esférica de radio $2R$, cargada con una densidad superficial σ , y una esfera maciza de radio R , cuya densidad (volumétrica) de carga es ρ , cuyos campos eléctricos tienen igual módulo a una distancia $d \geq 2R$ de sus respectivos centros.

- ¿Qué relación guardan las cargas de ambas esferas? Obtenga la relación entre ambas densidades de carga.

Colocamos la esfera maciza dentro de la corteza de manera que sean concéntricas con centro O . Obtenga, en términos de la carga Q de dicha esfera,

- el campo eléctrico para distancias $r \geq R$ al centro O , y
- el potencial eléctrico, tomando como nulo su valor a distancia infinita de O ,
 - para distancias $r \geq 2R$,
 - para distancias $R \leq r \leq 2R$, (*)
 - en el centro O . (*)

12. Una superficie plana e infinita coincidente con el plano XY tiene una distribución superficial de carga σ constante.

- Obtenga el campo $\vec{E}(z)$ y el potencial $\varphi(z)$, tomando $\varphi(x, y, 0) = 0$.

Sustituimos el plano por una lámina de grosor h , centrada en el plano XY , cargada con una densidad de carga $\rho = \sigma/h$.

- Obtenga el campo y el potencial para $z \leq h/2$. (*)
- Obtenga el campo y el potencial para $z \geq h/2$. (*)

13. Determine el campo eléctrico debido a dos planos infinitos, paralelos y separados una distancia d , que están uniformemente cargados con densidades superficiales $\sigma_1 = +2\sigma$ y $\sigma_2 = +3\sigma$, en cualquier punto del espacio. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre ambos planos?

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 2: Conductores, capacitores (condensadores) y energía.

Nota: Los potenciales de los conductores están referidos a infinito, esto es, tomando como nulo el potencial a distancia infinita de ellos. Los apartados marcados con () tienen una dificultad matemática o conceptual mayor.*

1. Sea un conductor esférico macizo de radio R al cual se le extrae la parte central creando un hueco esférico. A continuación, se carga con una carga Q .

a) ¿Cómo se distribuye esa carga en el conductor? Obtenga la densidad de carga en su superficie exterior.

Ahora se introduce una carga puntual q en el centro.

b) ¿Cuáles son las cargas de las superficies exterior e interior? Obtenga el campo eléctrico en función de la distancia r al centro.

c) ¿Qué cambiaría si el hueco tuviese una forma arbitraria? ¿Y si además se introduce otra carga $-3q$ en cualquier lugar del hueco? (*)

2. Dos esferas conductoras de radios $R_1 = 1\text{ m}$ y $R_2 = 1\text{ dm}$ tienen cargas $Q_1 = 9\text{ nC}$ y $Q_2 = 2\text{ nC}$, respectivamente. Están muy alejadas entre sí y se ponen en contacto mediante un hilo conductor. Determine la carga, el potencial y la energía finales de cada una, así como el campo eléctrico en sus superficies. ¿Qué pasaría si las esferas estuvieran próximas?

3. Se dispone de dos superficies esféricas conductoras y concéntricas de 20 cm y 30 cm de radio y de otra de 10 cm , muy alejada de las anteriores. Obtenga la carga inicial y la carga y el potencial finales de cada esfera en cada uno de los siguientes casos:

a) Se carga la más grande y se conecta a la más pequeña quedando aquélla con una carga de 30 nC .

b) Se conectan las dos superficies concéntricas y se procede como en el apartado a).

c) Se procede como en el apartado b) pero cargando la esfera de 20 cm en vez de la de 30 cm .

d) Se carga la más pequeña y se conecta a la más grande quedando aquélla a un potencial de 900 V .

4. Rehaga el problema 3 si en todos los casos finalmente conectamos a tierra

a) la superficie más pequeña, o

b) la más grande, o

c) la de 20 cm de radio.

5. ¿Afectaría en algo a los dos problemas anteriores (3 y 4) que la más grande fuera, en vez de una superficie esférica, una corteza esférica de 25 cm de radio interior e igual radio exterior de 30 cm ?

6. Montamos en serie dos capacitores iguales de $100\text{ }\mu\text{F}$ de capacitancia y un tercer capacitor igual en paralelo con ellos, y conectamos el montaje a una batería de 12 V .

a) Calcular la carga de cada capacitor y el trabajo realizado por la batería para cargarlos.

b) En el tercero, que es un capacitor de placas plano paralelas separadas una distancia d , introducimos una lámina metálica descargada de espesor $3d/4$. Obtenga las nuevas cargas y energías de los capacitores. (*)

7. Un capacitor de $10 \mu F$ de capacitancia se conecta a una fuente que mantiene una diferencia de potencial de $10 V$ y, una vez cargado, se desconecta de ella y se conecta en paralelo a otro capacitor descargado, siendo el voltaje final de $5 V$.

a) ¿Cuál es la capacitancia del segundo capacitor?

b) ¿Cuál es la carga final de los capacitores?

c) ¿Cuánta energía se perdió al realizar la conexión? ¿Qué cree que pudo ser de ella? (*)

8. Cargamos un capacitor plano paralelo conectándolo a una fuente. Obtenga el cambio de su energía si aumentamos la distancia entre sus placas un 20%,

a) estando conectado a la fuente, o

b) una vez desconectado de la misma.

c) ¿De dónde cree que ha salido o a dónde ha ido a parar el cambio de energía en cada caso? (*)

9. Sean una esfera de radio R_1 y una corteza esférica de radio interior R_2 y exterior R_3 , ambas concéntricas y conductoras. Obtenga la capacitancia de este capacitor esférico y su energía

a) si la esfera tiene una carga Q y conectamos a tierra la corteza, y

b) si conectamos cada objeto a un borne de una batería de voltaje ϕ .

c) ¿Qué relación ha de haber entre Q y ϕ para que la energía sea igual en ambos casos?

10. Tres partículas de iguales masas m y cargas q se mantienen quietas en los vértices de un triángulo equilátero de lado l .

a) Obtenga la energía electrostática del sistema. ¿Sería distinta si se tratase de esferitas de radio $R \ll l$?

b) Se dejan sueltas y empiezan a alejarse mutuamente debido a que se repelen. ¿Qué velocidades tienen cuando la longitud de cualquier lado del triángulo es $d > l$? (*)

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 3: Conducción y corriente continua

1. Calcular la resistencia por unidad de longitud de un hilo conductor de sección circular de radio $a = 0,5 \text{ mm}$ y cuya resistividad es $\rho = \pi \times 10^{-6} \Omega \text{ m}$.

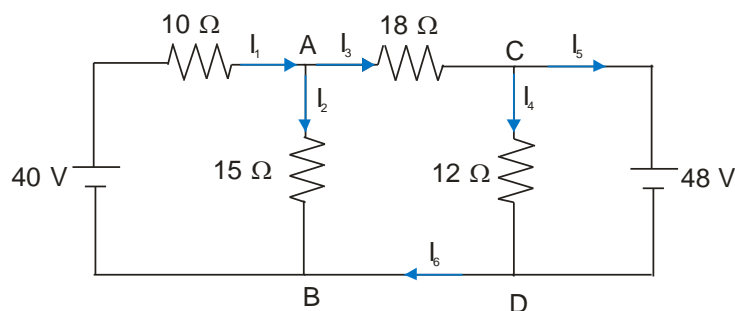
Si se somete a una diferencia de potencial de 2 V a un trozo de dicho hilo conductor de longitud $l = 10 \text{ m}$, determine:

- la densidad de corriente en el hilo,
- el campo eléctrico en el conductor y
- la intensidad de corriente.

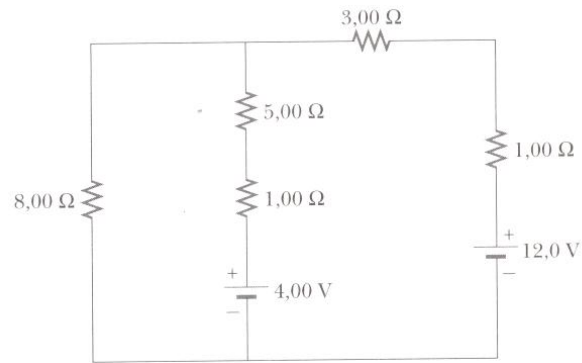
2. El hierro puro tiene una resistividad $\rho_{\text{Fe}} = 10,0 \times 10^{-6} \Omega \text{ cm}$ a 20°C . La resistividad del cobre a esa misma temperatura es $\rho_{\text{Cu}} = 1,77 \times 10^{-6} \Omega \text{ cm}$. Consideremos dos conductores prismáticos de sección cuadrada, cada uno de un metro de longitud y cuya sección recta tenga $0,8 \text{ cm}$ de lado. El conductor "A" está formado uniendo extremo contra extremo dos barras de $0,5 \text{ m}$ de longitud una de cobre y otra de hierro. El conductor "B" consiste en dos barras pegadas lateralmente, una de cobre y otra de hierro, ambas de 1 m de longitud y sección recta $0,4 \times 0,8 \text{ cm}$.

- ¿Cuál es la resistencia de cada conductor?
- ¿En cuál de los dos metales se disipará mayor potencia, si sometemos al conductor "A" a una diferencia de potencial ΔV ?
- ¿Y si lo hacemos con el conductor "B"?

3. Determinar la corriente en cada rama del circuito de la figura. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B? ¿Qué potencia se suministra al conjunto? ¿Qué potencia se disipa en las resistencias?



4. Dado el circuito de la figura, determine:



- a) La corriente que circula por cada rama.
- b) La diferencia de potencial entre los bornes de la resistencia de 3 W .
- c) La potencia suministrada al circuito por las baterías.
- d) La potencia disipada en las resistencias.

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 4: Magnetostática en el vacío.

1. En una región en la que hay un campo magnético uniforme, un protón que se mueve en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 300 km/s pasa sin desviarse entre dos placas plano-paralelas horizontales, entre las que existe un campo eléctrico de 30 kV/m dirigido hacia abajo.

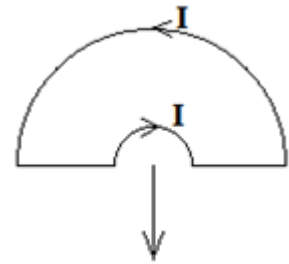
- Obtenga el citado campo magnético \vec{B} .
- ¿Qué órbita describe el protón al salir del espacio entre placas? ¿En cuál de ellas impactará?
- ¿A qué distancia del final de la placa y cuánto tiempo tardará en hacerlo sabiendo que impacta en dirección vertical?

Datos: Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, carga del protón $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C.

2. Un cable recto de longitud infinita, por el que circula una intensidad de corriente $I = 5,00$ A hacia arriba, y una espira rectangular, de dimensiones $a = 0,150$ m y $b = 0,450$ m, descansan en el mismo plano vertical. El lado b es paralelo al cable y está situado a una distancia de 0,100 m. Hallar el módulo y la dirección de la fuerza ejercida por el cable sobre la espira, cuando por ésta pasa una corriente de 10,0 A en sentido horario.

3. Una bobina rectangular de 5,40 x 8,50 cm está formada por 25 vueltas de cable. La bobina transporta una corriente de 15,0 mA. Determinar el momento magnético de la bobina y el par de fuerzas que se ejerce sobre ella cuando se le aplica un campo magnético uniforme de valor 0,350 T paralelo al plano de la misma.

4. En el circuito de la figura, por el que circula una intensidad de corriente I , las líneas curvas son semicircunferencias de radios R_1 y R_2 , $R_1 < R_2$, y centro común. En el instante inicial $t = 0$, una carga puntual q situada en dicho centro tiene una velocidad v con la dirección y el sentido indicados en la propia figura. Encontrar la fuerza magnética neta que actúa sobre q en ese instante.



5. Considere una espira circular de radio R , situada en el plano YZ, por la que circula una corriente estacionaria I . Determinar el campo magnético en un punto P situado en el eje de la espira (X) a una distancia cualquiera del centro de la misma.

6. Consideremos dos conductores cilíndricos coaxiales infinitamente largos. El conductor interior, de radio R_1 , lleva una corriente total I en el sentido positivo del eje de los cilindros (eje Z) mientras que el conductor exterior, de radio interior R_2 y exterior R_3 , lleva la misma corriente pero en sentido contrario, estando ambas corrientes uniformemente distribuidas sobre sus respectivas secciones. Obtenga el campo magnético en función de la distancia r al eje Z.

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 5: Inducción electromagnética.

1. Una barra conductora se desliza, con velocidad constante $v = 10\text{ m/s}$ en el sentido positivo del eje X, a lo largo de dos raíles conductores paralelos, separados 20 cm, en una región de campo magnético uniforme de 0.8 T dirigido según el eje Z en el sentido negativo. La resistencia del circuito es $R = 2\ \Omega$.

- a) Calcular la magnitud y sentido de la corriente que circula por el circuito.
- b) Calcular la fuerza magnética que frena la varilla.
- c) ¿Qué potencia se requiere para mantener la barra a velocidad constante?
- d) Comparar esa potencia con la disipada en el circuito.

2. Se establece un campo magnético uniforme perpendicular al plano de una espira de radio 5.0 cm, resistencia $0.40\ \Omega$ y autoinductancia despreciable. El valor de B aumenta a un ritmo de 40 mT/s, hallar:

- a) la fem inducida en la espira,
- b) la corriente inducida en la espira y
- c) la energía disipada por unidad de tiempo en la espira.

3. Por un cable recto de longitud infinita circula una intensidad de corriente de 10 A hacia arriba. Una espira rectangular, de dimensiones $a = 10\text{ cm}$ y $b = 8\text{ cm}$, descansa a su derecha en el mismo plano vertical con su lado b, paralelo al cable, a 15 cm del mismo. Obtenga

- a) el flujo magnético a través de la espira,
- b) el coeficiente de inducción (inductancia) mutua y
- c) Si la intensidad que circula por el hilo cambiase a un ritmo de 20 A cada 10 s, ¿qué corriente circularía por la espira, de $1\ \Omega$ de resistencia, y en qué sentido?

Obtenga la intensidad y el sentido de la corriente que circularía por la espira si la intensidad del hilo se mantuviese constante en 20 A y la espira se desplazara con una velocidad de 5 m/s,

- d) paralelamente al hilo, o
- e) alejándose perpendicularmente del mismo.

4. Un solenoide con 500 vueltas, tiene una longitud de 50 cm y una sección transversal de 3 cm^2 . En su interior, y concéntrico con él, se coloca otro solenoide de igual longitud con 250 vueltas y sección transversal 1 cm^2 .

- a) Determinar la inductancia mutua y la inductancia (coeficiente de autoinducción) de cada solenoide.
- b) ¿Qué f.e.m. se induce en el solenoide interior debido a un cambio de la intensidad de corriente que circula por el solenoide exterior de 5 a 1 A en 2 s?
- c) Si el cambio se produce en 0.5 s, ¿aumenta o disminuye la f.e.m. con respecto a la situación anterior?
- d) Si el cambio de intensidad se da en el solenoide interior, ¿se induce alguna f.e.m. en el exterior?
- e) Si se mantiene constante la corriente de 1 A en el solenoide exterior, ¿se genera f.e.m. inducida en el solenoide interior?

Hoja Excel para solucionar sistemas de ecuaciones resultantes de aplicar las reglas de Kirchhoff

Instrucciones:

Introducir los coeficientes de las variables I1 a I6 y los miembros derechos de la igualdad en la
 La hoja se puede editar para casos con más de 6 incógnitas
 Para casos con menos incógnitas, escribir 1 en la diagonal correspondiente a variables no usadas

La solución aparecerá en el recuadro azul

$$a_0 \cdot I_0 + a_1 \cdot I_1 + a_2 \cdot I_2 + a_3 \cdot I_3 + a_4 \cdot I_4 + a_5 \cdot I_5 = E$$

	a0	a1	a2	a3	a4	a5	Miembro derecho
nudo 1	0	1	1	0	0	-1	0
nudo 2	-1	0	-1	0	1	0	0
nudo 3	0	0	0	1	-1	1	0
mall 1	0	0	200	0	400	500	0
mall 2	0	-100	0	300	0	-500	0
mall 3	-10	0	0	-300	-400	0	6

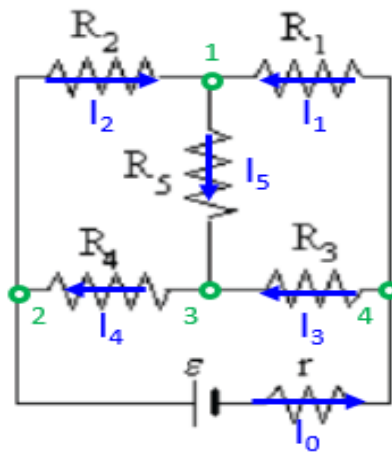
	I0	I1	I2	I3	I4	I5	
Solución:	-0,02734	-0,01958	0,01884	-0,00776	-0,00850	-0,00074	A
	-27,34	-19,58	18,84	-7,76	-8,50	-0,74	mA

de Alcalá

f

siguiente matriz

las



Matriz inversa:					
-0,326	-0,954	-0,388	-0,003	-0,003	-0,005
0,618	0,033	0,168	-0,003	-0,004	-0,003
0,292	-0,031	0,065	0,003	0,003	0,003
0,056	0,013	0,444	-2E-04	6E-04	-0,001
-0,034	0,014	-0,323	2E-04	-3E-04	-0,001
-0,09	0,001	0,233	5E-04	-9E-04	-1E-04

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 1: Electrostatica en el vacío

1. a) $x = d/(1 + C^{1/2})$; b) $Q' = -CQ/(1 + C^{1/2})^2$. El equilibrio es inestable.
 2. a) $|x| < a : \vec{E}(x) = [(2q/4\pi\epsilon_0)(x^2 + a^2)/(x^2 - a^2)^2](-\hat{i})$,
 $|x| > a : \vec{E}(x) = [(2p/4\pi\epsilon_0)|x|/(x^2 - a^2)^2]\hat{i}$, siendo $\vec{p} \equiv 2aq\hat{i}$, el momento dipolar.
 b) $|x| \gg a : \vec{E}(x) \cong [(2p/4\pi\epsilon_0)/|x|^3]\hat{i}$.
 c) $\vec{E}(y) = [(p/4\pi\epsilon_0)/(y^2 + a^2)^{3/2}](-\hat{i})$.
 d) Véase cualquier libro, p. ej. Tipler y Mosca: Física para la ciencia y la tecnología, Vol. 2. **(1)**, Fig. 21-21, p. 622.
- El campo y sus líneas son iguales en cualquier plano que contenga ambas cargas (*dipolo*): hay simetría de revolución alrededor del eje X (*eje del dipolo*).
3. b) $q' = -\sqrt{8}q$. Responder las demás preguntas es su tarea.
 4. a) $Q = 0$; b) $Q = \lambda_0 2L$; c) $Q = -\lambda_0 2L$.
 5. $F = (Qq/4\pi\epsilon_0)/d(l + d) = 0.50 \text{ kN}$. Está resuelto en Raposo, González y Álvarez-Ude: Fundamentos de campos electromagnéticos y ondas, Ejercicios y problemas resueltos de Física, III.15, pp. 107-108, y está tratado, p. ej., en **(1)** pp. 636-637.
 6. No hay carga alguna en la región.
 7. Hay iones positivos en el estrato. $\rho = \epsilon_0(E_0 - E_h)/h = 1.14 \text{ pC m}^{-3}$.
 8. a) $\Phi = (Q_T + 6a^2\sigma)/\epsilon_0$; b) $\rho = -3(Q_T + 6a^2\sigma)/152\pi R^3$.
 9. $\phi(A) = 1 \text{ kV}$, $\phi(C) = 2 \text{ kV}$
 10. a) $\vec{E} = \vec{0}$
 b) $\vec{E}(x) = [(Q/4\pi\epsilon_0)x/(x^2 + R^2)^{3/2}]\hat{i} = [(\lambda R/2\epsilon_0)x/(x^2 + R^2)^{3/2}]\hat{i}$, siendo $Q = \lambda 2\pi R$ la carga total de la distribución. Está resuelto, p. ej., en Sears, Zemansky, Young y Freedman: Física universitaria, Vol. 2. **(2)**, Ejemplo 22.10, p. 686 y en **(1)** pp. 640-641.
 c) $\phi(x) = [(Q/4\pi\epsilon_0)/(x^2 + R^2)^{1/2}] = [(\lambda R/2\epsilon_0)/(x^2 + R^2)^{1/2}]$. Está resuelto, p. ej., en **(2)**, Ejemplo 24.11, pp. 745-746 y en **(1)** pp. 675-676.
 d) $W = -qQ/8\pi\epsilon_0 R = -q\lambda/4\epsilon_0$. No cambiaría pues ϕ es una función par.
 11. a) Ambas cargas son iguales: $Q = (4/3)\pi R^3 \rho = 4\pi(2R)^2\sigma$, $\rho = 12\sigma/R$.
 b) $R \leq r < 2R : \vec{E}(\vec{r}) = [(Q/4\pi\epsilon_0)/r^2]\hat{r}$; $r > 2R : \vec{E}(\vec{r}) = [(2Q/4\pi\epsilon_0)/r^2]\hat{r}$.
 c) i) $r \geq 2R : \phi(r) = (2Q/4\pi\epsilon_0)/r$;
 ii) $R \leq r \leq 2R : \phi(r) = (Q/4\pi\epsilon_0)[(1/r) + (1/2R)]$;
 iii) $\phi(r \leq R) = (Q/8\pi\epsilon_0 R^3)(4R^2 - r^2)$, $\phi(0) = Q/2\pi\epsilon_0 R$.
 12. a) $\vec{E}(z) = (\sigma/2\epsilon_0)\text{sig}(z)\hat{k}$, con $\text{sig}(z) \equiv z/|z|$; $\phi(z) = -(\sigma/2\epsilon_0)|z|$. El campo y el potencial están resueltos, p. ej., en **(1)** p. 647 y pp. 678-679 y el campo en **(2)**, Ejemplo 23.7, p. 717.
 b) $|z| \leq h/2 : \vec{E}(z) = (\sigma/\epsilon_0)(z/h)\hat{k}$; $\phi(z) = -(\sigma/2\epsilon_0 h)z^2$.
 c) $|z| \geq h/2 : \vec{E}(z) = (\sigma/2\epsilon_0)\text{sig}(z)\hat{k}$; $\phi(z) = (\sigma/2\epsilon_0)[(h/4) - |z|]$.
 13. Sean Z un eje perpendicular a los planos, $z = 0$ la posición del plano 1 y $z = d$ la del plano 2.
 $\vec{E}(z < 0) = (5\sigma/2\epsilon_0)(-\hat{k})$; $\vec{E}(0 < z < d) = (\sigma/2\epsilon_0)(-\hat{k})$; $\vec{E}(z > d) = (5\sigma/2\epsilon_0)\hat{k}$;
 $\phi(1) - \phi(2) = -(\sigma/2\epsilon_0)d$.

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 2: Conductores, capacitores (condensadores) y energía.

Nota: Los potenciales de los conductores están referidos a infinito, esto es, tomando como nulo el potencial a distancia infinita de ellos.

1. a) Se distribuye uniformemente en la superficie exterior con densidad de carga $\sigma = Q/4\pi R^2$.
 b) Habrá $-q$ en la superficie interior y $Q + q$ en la exterior, ambas distribuidas uniformemente. En el hueco: $\vec{E}(\vec{r}) = [(q/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$; en el conductor: $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}$ y fuera de él ($r \geq R$): $\vec{E}(\vec{r}) = [((Q + q)/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$.
 c) Si el hueco tuviese una forma arbitraria, la carga $-q$ no se distribuiría uniformemente en la superficie interior y cambiaría el campo en el hueco. Si además se introduce otra carga $-3q$ en cualquier lugar del hueco, entonces habría $2q$ en la superficie interior y $Q - 2q$ en la exterior, ésta distribuida uniformemente. Volvería a cambiar el campo en el hueco, pues depende de dónde se coloque la nueva carga, y el campo fuera del conductor ($r \geq R$): $\vec{E}(\vec{r}) = [((Q - 2q)/4\pi\epsilon_0)/r^2] \hat{r}$.
2. $Q'_1 = 10 \text{ nC}$, $Q'_2 = 1 \text{ nC}$; $\phi'_1 = \phi'_2 = \phi' = 90 \text{ V}$; $U'_1 = 450 \text{ nJ}$, $U'_2 = 45 \text{ nJ}$; $E'_1 = 90 \text{ Vm}^{-1}$, $E'_2 = 900 \text{ Vm}^{-1}$. Si las esferas estuvieran próximas, entonces el campo de una de ellas no sería despreciable donde está la otra, con lo que sus potenciales y los campos en sus superficies no serían los calculados: ¡el problema sería mucho más complicado!
3. Llamemos 1, 2 y 3 a las superficies de 10, 20 y 30 cm respectivamente.
 a) $\phi'_1 = \phi'_2 = \phi'_3 = (Q'_3/4\pi\epsilon_0)/R_3 = 900 \text{ V}$, $Q'_1 = Q'_3(R_1/R_3) = 10 \text{ nC}$, $Q'_2 = 0$. La carga inicial es de 40 nC.
 b), c) y d) Los mismos resultados.
4. a) y b) Todas quedan descargadas y a potencial cero en todos los casos.
 c) Lo mismo sucede en los casos de los apartados b) y c).
 En los de los apartados a) y d), que son equivalentes, las nuevas distribuciones de cargas y potenciales son:
 Para la superficie esférica 2, $\phi'_2 = 0$ y $Q'_2 = -24 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 1, $\phi'_1 = 360 \text{ V}$ y $Q'_1 = 4 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 3, $\phi'_3 = \phi'_1 = 360 \text{ V}$ y $Q'_3 = 36 \text{ nC}$.
5. No afectaría en absoluto salvo en el caso de conectar finalmente a tierra la superficie 2 cuando no está conectada a la superficie 3, esto es, el apartado c) del problema 4 en lo que se refiere a los apartados a) y d) del problema 3, los cuales son equivalentes. En este caso, las nuevas distribuciones de cargas y potenciales son:
 Para la superficie esférica 2, $\phi'_2 = 0$ y $Q'_2 = -28.6 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 1, $\phi'_1 = 257 \text{ V}$ y $Q'_1 = 2.86 \text{ nC}$. Para la superficie esférica 3, $\phi'_3 = \phi'_1 = 257 \text{ V}$ y $Q'_3 = 37.1 \text{ nC}$.
6. Sean 1 y 2 los capacitores conectados en serie y 3 el conectado en paralelo a ellos.
 a) $Q_1 = Q_2 = 600 \text{ } \mu\text{C}$, $Q_3 = 1200 \text{ } \mu\text{C}$, $W_{\text{bateria}} = U_1 + U_2 + U_3 = 10800 \text{ } \mu\text{J}$.
 b) Sólo cambian la carga y la energía del 3, que ahora valen $Q_3 = 4800 \text{ } \mu\text{C}$ y $U_3 = 28800 \text{ } \mu\text{J}$.
7. a) $C_2 = C_1 = 10 \text{ } \mu\text{F}$.
 b) $Q'_1 = Q'_2 = 50 \text{ } \mu\text{C}$.
 c) $\Delta U = U' - U = -250 \text{ } \mu\text{J}$: se perdieron 250 μJ . Véase, p- ej., Raposo, González y Álvarez-Ude: *Fundamentos de campos electromagnéticos y ondas, Ejercicios y problemas resueltos de Física*, III.41, pp. 143-144 o Sears, Zemansky, Young y Freedman: *Física universitaria*, Vol. 2, Ejemplo 25.7, p. 781-782 y en (1) pp. 640-641.

8. a) $\Delta U/U = (C'/C) - 1 = (d/d') - 1 = -1/6$: su energía disminuye $1/6 \cong 17\%$.

b) $\Delta U/U = (C/C') - 1 = (d'/d) - 1 = 0.2$: su energía aumenta un 20%.

c) Hemos hecho trabajo para separar las placas, puesto que hemos tenido que vencer la fuerza electrostática atractiva. En el caso del apartado a), la energía del capacitor ha disminuido. La suma de ambas energías ha podido ser en parte disipada (convertida en calor), al haber corriente en el circuito (capacitor conectado a la fuente) y en parte puede haber recargado la fuente, si ésta es recargable. En el caso del apartado b), el susodicho trabajo ha aumentado la energía del capacitor.

9. $C = 4\pi\epsilon_0 R_1 R_2 / (R_2 - R_1)$.

a) $U = Q^2 / 2C$.

b) $U = C\phi^2 / 2$.

c) $Q = C\phi$.

10. a) $U = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0 l)$. Si fueran esferitas habría que incluir su energía y la del sistema sería

$$U = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0 l) + (3/2)(q^2 / 4\pi\epsilon_0 R) = 3(q^2 / 4\pi\epsilon_0)[(1/l) + (1/2R)].$$

b) La energía es constante, luego la energía cinética cuando distan d es la diferencia entre la energía (potencial) electrostática inicial y la actual. Así

$$3(mv^2/2) = 3(q^2/4\pi\epsilon_0)[(1/l) - (1/d)] \text{ , , } v = q\{(1/2\pi\epsilon_0 m)[(1/l) - (1/d)]\}^{1/2}.$$

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 3: Conducción y corriente continua

1. La resistencia por unidad de longitud $r_l = R/l = \rho/(\pi a^2) = 4 \Omega/\text{m}$.

a) $j = 6,37 \times 10^4 \text{ A/m}^2$; b) $E = 0,2 \text{ V/m}$; c) $I = 50 \text{ mA}$.

2. a) Las resistencias de los conductores A y B son

$$R_A = 9,2 \times 10^{-4} \Omega \text{ y } R_B = 4,7 \times 10^{-4} \Omega.$$

b) La potencia disipada es mayor en el trozo de hierro del conductor A.

c) La potencia disipada es mayor en el trozo de cobre del conductor B.

3. Las corrientes que se muestran en las diferentes ramas del circuito resultan ser:

$$I_1 = 1 \text{ A}; I_2 = 2 \text{ A}; I_3 = -1 \text{ A}; I_4 = 4 \text{ A}; I_5 = -5 \text{ A}; I_6 = -1 \text{ A}$$

Los signos (-) indican que el sentido de la corriente es contrario al dibujado en la figura del enunciado del problema.

La diferencia de potencial entre los puntos A y B es $V_{AB} = V_A - V_B = R_2 I_2 = 15 \cdot 2 = 30 \text{ V}$.

Las dos fuentes de tensión suministran corriente al sistema de resistencias, por lo tanto la potencia entregada por las baterías será la suma de las potencias entregadas por cada una de ellas, así $P_{\text{sum. bat.}} = P_{\text{bat. 1}} + P_{\text{bat. 2}} = V_1 I_1 + V_2 I_5 = 280 \text{ W}$.

La potencia disipada en el conjunto de resistencias debe ser, exactamente, la misma que la suministrada por las baterías, es decir $P_{\text{dis.}} = 280 \text{ W}$.

4. a) Sean las corrientes I_1 , corriente que circula por la rama de la derecha en sentido de abajo hacia arriba, I_2 , corriente que circula por la rama central con sentido de arriba hacia abajo, e I_3 , corriente que circula por la rama de la izquierda con el mismo sentido que la anterior. Llamemos V_1 al voltaje de la batería situada en la rama derecha, y V_2 al voltaje suministrado por la fuente localizada en la rama central, entonces, los valores de las corrientes son

$$I_1 = 17/13 \text{ A}; I_2 = 6/13 \text{ A}; I_3 = 11/13 \text{ A}.$$

b) Por la resistencia $R = 3 \Omega$, circula la corriente I_1 , por tanto

$$\Delta V = R I_1 = 51/13 \text{ V}.$$

c) En este caso, solo la batería de 12 V suministra energía al circuito y parte de la misma se utiliza en la carga de la batería de 4 V (la corriente en la misma entra por su borne positivo); por tanto, la única fuente que suministra energía al circuito es la fuente de la derecha, siendo la potencia suministrada $P_1 = V_1 I_1 = 204/13 \text{ W}$.

d) Una parte de la potencia es entregada a la batería de voltaje V_2 , y vale $P_2 = V_2 I_2 = 24/13 \text{ W}$, y el resto se disipa en las resistencias, es decir $P_{\text{dis.}} = P_1 - P_2 = 180/13 \text{ W}$.

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 4: Magnetostática en el vacío.

1. a) $\vec{B} = (E/v) \hat{j} = 100 \hat{j} \text{ mT}$, donde hemos escogido un eje Z vertical hacia arriba.
b) Describe una órbita circular de radio $r = m_p v / eB = m_p v^2 / eE = 3.13 \text{ cm}$ en sentido antihorario vista desde el eje Y negativo, por lo que impactará en la placa superior.
c) Impactará cuando haya recorrido $3/4$ de su órbita. Por tanto, a una distancia igual al radio de la órbita y al cabo de $3/4$ de periodo, esto es, al cabo de $(3/4) 2\pi r / v = (3/2) \pi m_p v / eE = 492 \text{ ns}$
2. La fuerza es perpendicular al cable y dirigida hacia el mismo (el cable atrae a la espira) y su módulo es $F = \mu_0 I_c m_e / 2\pi d(d+a)$, siendo $m_e = I_e ab$ el momento magnético de la espira: $F = 2.70 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.
3. El momento magnético de la bobina es el de la espira multiplicado por el número de vueltas n :
 $m = nIS = 1.72 \text{ mA m}^2$.
El momento mecánico (par de fuerzas) es
 $M = |\vec{m} \times \vec{B}| = mB = 6.02 \text{ m}$
4. El campo magnético en el centro (donde está situada la carga) es perpendicular al plano del papel, entrante en él y de módulo $B = (\mu_0 I / 4) [(1/R_1) - (1/R_2)]$. Así que la fuerza está en el plano del papel, es perpendicular a la velocidad y está dirigida hacia la derecha (izquierda) si la carga es positiva (negativa) y de módulo $F = |q|vB$.
5. Véase cualquier libro, p. ej. *Tipler y Mosca: Física para la ciencia y la tecnología, Vol. 2. (1), p. 795-796*.
6. $r \leq R_1 : \vec{B}(\vec{r}) = [(\mu_0 I / 2\pi R_1^2) r] \hat{\phi}$; $R_1 \leq r \leq R_2 : \vec{B}(\vec{r}) = (\mu_0 I / 2\pi r) \hat{\phi}$;
 $R_2 \leq r \leq R_3 : \vec{B}(\vec{r}) = (\mu_0 I / 2\pi r) [(R_3^2 - r^2) / (R_3^2 - R_2^2)] \hat{\phi}$; $r \geq R_3 : \vec{B}(\vec{r}) = \vec{0}$.

Física. Grados en Ingeniería Informática y de Computadores.
Tema 5: Inducción electromagnética.

1. a) $I = \varepsilon/R = Bdv/R = 0.8 \text{ A}$ en sentido antihorario.
b) $F = IdB = (Bd)^2v/R = 128 \text{ mN}$.
c) $P = Fv = (Bdv)^2/R = 1.28 \text{ W}$.
d) $P_d = \varepsilon I = (Bdv)^2/R = P$.
2. a) $\varepsilon = \pi r^2(dB/dt) = 0.31 \text{ mV}$.
b) $I = \varepsilon/R = 0.79 \text{ mA}$.
c) $P_d = \varepsilon I = 0.25 \text{ }\mu\text{W}$.
3. a) $\Phi = (\mu_0 I b/2\pi) \ln[(d+a)/d] = 82 \text{ nWb}$.
b) $M = \Phi/I = 8.2 \text{ nH}$.
c) $I_e = \varepsilon/R = (d\Phi/dt)/R = (\mu_0 b/2\pi)(dI/dt) \ln[(d+a)/d]/R = 16 \text{ nA}$ en sentido antihorario.
d) $I_e = 0$, pues no cambia el flujo magnético.
e) $I_e = \mu_0 I a b v/2\pi(d+vt)(d+vt+a)R = 160/(0.15+5t)(0.25+5t) \text{ nA}$ en sentido horario.
4. a) $M = \mu_0(N_e/l)S_iN_i = 10 \text{ }\pi\text{ }\mu\text{H}$; $L = \mu_0 N^2 S/l$: $L_e = 60 \text{ }\pi\text{ }\mu\text{H}$, $L_i = 5 \text{ }\pi\text{ }\mu\text{H}$.
b) $\varepsilon = M(dI/dt) = 20 \text{ }\pi\text{ }\mu\text{V}$.
c) $\varepsilon' = 4\varepsilon = 80 \text{ }\pi\text{ }\mu\text{V}$.
d) Se induce la misma.
e) No.