GRADO EN INGENIERÍA DE COMPUTADORES
Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA 1

OSCILOSCOPIO

Relación de material:

Osciloscopio
Generador de señales de frecuencia variable: Oscilador
Transformador
Cables con bananas

OBSERVACIONES:

Antes de comenzar el experimento comprobar que todo el material que aparece en la relación se encuentra en la mesa de trabajo. Al finalizar dejar el puesto ordenado y limpio, volviendo a comprobar que todo el material está en su lugar y listo para ser utilizado de nuevo. Al finalizar desconectar todos los aparatos.

Se entregará solamente la parte final correspondiente al resumen de resultados (a partir de la página 14).

PRÁCTICA 1: MANEJO DEL OSCILOSCOPIO

Objetivos

a) Aprender a manejar el osciloscopio para medir diferencias de potencial (amplitudes) y periodos (frecuencias) de diferentes señales que varían de forma sinusoidal con el tiempo.

b) Aprender a seleccionar una señal determinada de un generador de señales de corriente alterna.

c) Determinar la frecuencia de una señal de corriente alterna a partir de la comparación con otra de frecuencia conocida, mediante la visualización de la correspondiente figura de Lissajous.

1.- INTRODUCCIÓN

El osciloscopio es un aparato que se utiliza comúnmente para visualizar y estudiar diferencias de potencial que varían con el tiempo de la forma:

$$V(t) = V_0 \; cos\, \omega\, t \qquad (1)$$

donde: V_0 es la amplitud de la señal oscilatoria, $\omega\, t$ la fase y ω la frecuencia angular.

La representación gráfica de *V(t)* en función del tiempo *t* se muestra en la Fig. 1

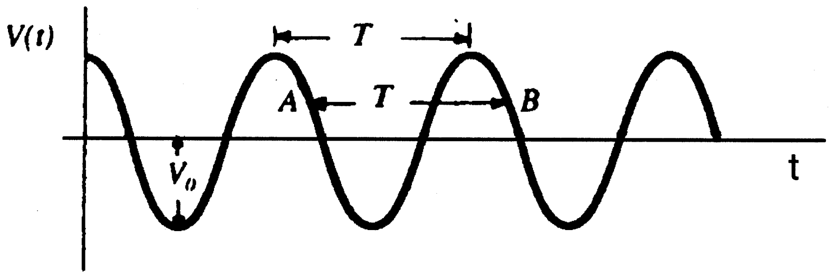


Fig. 1

El periodo (*T*) es el intervalo de tiempo que existe entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de oscilación (por ejemplo, entre dos máximos o dos mínimos consecutivos). La frecuencia angular (ω) está relacionada con el periodo (*T*) y con la frecuencia (ν, número de oscilaciones en la unidad de tiempo) de la forma:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad (2)$$

Las unidades de ω son rad/s, las de *T* son s y las de ν son ciclos/s^{-1} = hercios (Hz). Dado que radianes y ciclos son unidades adimensionales, también es posible expresar ω y ν simplemente en s^{-1}.

Por tanto, para determinar de forma completa la señal, es decir, para conocer el valor de la diferencia de potencial en cualquier instante de tiempo, es necesario conocer V_0 (amplitud) y ω (frecuencia angular). Estas dos magnitudes no se miden directamente a partir de la visualización de la señal oscilatoria en el osciloscopio.

En el osciloscopio se mide de forma directa la diferencia de potencial entre un máximo y un mínimo y así se mide el voltaje pico a pico y esta magnitud está relacionada con la que se desea conocer V_0 por la relación $V_0 = V_{pp}/2$.

En el osciloscopio se mide de forma directa el periodo (T) y a partir de la relación $\omega = 2\pi/T$ se determinará la magnitud deseada ω.

2.- DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

2.1. OSCILOSCOPIO

El funcionamiento del osciloscopio se fundamenta en la desviación que sufre un haz de electrones (como partículas cargadas que son) cuando entra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico, incidiendo finalmente en una pantalla fluorescente en la que brilla el lugar de impacto. Como muestra la Fig. 2, un osciloscopio consta básicamente de:

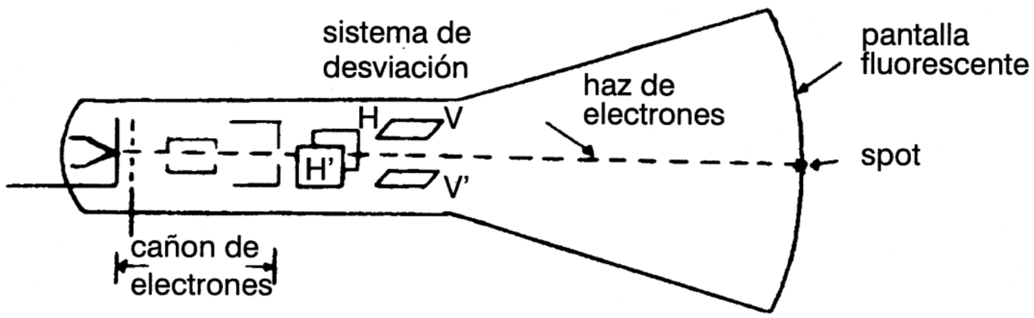


Fig.2

Tubo de rayos catódicos. - Un tubo al que se le ha hecho el vacío, encargado de emitir electrones y que éstos salgan focalizados formando un haz estrecho, el cual, si no se viera desviado, incidiría en el centro de la pantalla.

Sistema de desviación del haz. - Formado por dos pares de placas conductoras: uno de desviación horizontal (H y H') y otro de desviación vertical (V y V'). Cada par de placas conductoras constituye fundamentalmente un condensador plano.

Pantalla fluorescente. - Que transforma la energía cinética del haz que incide sobre ella en energía luminosa, dando lugar a la aparición en la pantalla de un punto brillante llamado spot. Puesto que el spot se forma en el punto de incidencia del haz, graduando la pantalla podemos medir la desviación producida y tener así información sobre los campos aplicados, o las diferencias de potencial aplicadas, entre las placas HH' y VV'.

Amplificadores de desviaciones horizontal y vertical. - Encargados de aumentar el valor de la señal aplicada para conseguir una desviación apreciable en la pantalla para que pueda medirse. Ambos pueden trabajar con diferentes niveles de amplificación, es decir, diferentes factores de escala que pueden elegirse a voluntad accionando el botón correspondiente.

Base de tiempos. - Formada por un conjunto de circuitos que produce una señal periódica cuya tensión varía linealmente con el tiempo (en forma de diente de sierra). Existe la opción de desconectar dicha base de tiempos (que se verá más adelante); en ese caso, esa tensión se aplica entre las placas de desviación horizontal HH'.

Sistema de sincronismo. - Que permite obtener fija en la pantalla la imagen de la señal en estudio.

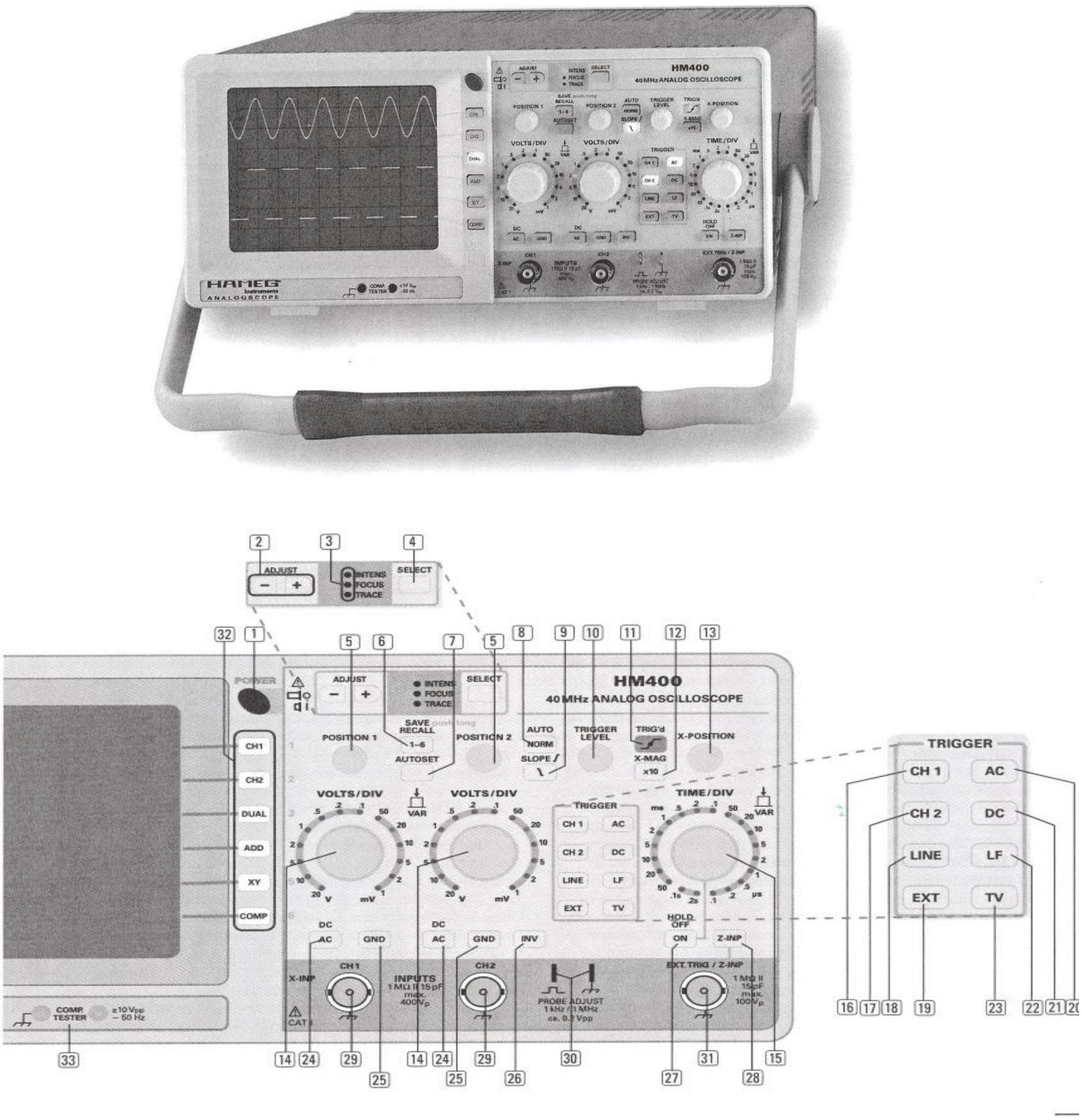


Figura 3. Controles del osciloscopio

CONTROLES BÁSICOS.

Descripción de los distintos controles que aparecen en el panel frontal de cualquier osciloscopio.

POWER. [1] Es el interruptor de encendido-apagado del osciloscopio. Cuando el osciloscopio esté encendido se iluminará el piloto.

INTENSITY [3] Ajusta el brillo de la señal sobre la pantalla. Debe mantenerse una intensidad baja, suficiente para que pueda verse cómodamente el spot o la señal en la pantalla.

FOCUS [3] Controla el enfoque del spot o de la señal sobre la pantalla con el objeto de que aparezca nítidamente.

TIME/DIV. Permite seleccionar la velocidad de desplazamiento horizontal del spot en la pantalla. Nos indica el tiempo que invierte el spot en recorrer una división de la pantalla durante su barrido horizontal. Está calibrado en diferentes rangos, tiempos que van desde los microsegundos hasta algunas décimas de segundo.

El mando TIME/DIV posee un botón central VARIABLE, que permite un ajuste fino del tiempo de barrido. En la posición CAL queda calibrado, coincidiendo en ese caso con el indicado por el selector TIME/DIV. Será el modo en el que trabajemos en esta práctica.

CANAL 1 (CH1) y CANAL 2 (CH2). Cada uno de ellos posee una entrada a la cual se puede conectar, mediante un conector BNC, la señal generada externamente que queramos estudiar. Existen diferentes posibilidades de trabajo:

a) señal en canal 1 con base de tiempos conectada.
b) señal en canal 2 con base de tiempos conectada.
c) una señal en el canal 1 y otra en el canal 2 con base de tiempos conectada.

En cualquiera de estos casos, los canales 1 y 2 hacen de eje Y, es decir, la diferencia de potencial correspondiente a la señal en estudio es conectada a las placas de desviación vertical del osciloscopio. La base de tiempos hace de eje X (Fig. 1).

d) una señal en el canal 1 y otra en el canal 2 con la base de tiempos desconectada. En este caso hay que activar el modo X-Y. La señal aplicada en el canal 1 hace de eje Y y la del canal 2 hace de eje X. De esta forma podemos ver la composición en el plano X-Y de las dos señales dependientes del tiempo.

POSITION del CANAL 1 y del CANAL 2. Permiten ajustar la posición vertical de la señal que tenemos en el canal 1 o en el canal 2 respectivamente. Cuando el canal 2 funcione como eje X, su mando POSITION servirá para ajustarla horizontalmente.

POSITION de la base de tiempos. Sirve para ajustar las señales horizontalmente.

AC-GND-DC del CANAL 1 y del CANAL 2. Sirve para seleccionar el cómo queremos que sea tratada por el osciloscopio la señal que entra en el canal 1 o 2 respectivamente.

AC **-** elimina la visualización de cualquier componente de corriente continua de nuestra señal. Por tanto, es el modo apropiado para visualizar señales variables con el tiempo. Será el modo en el que trabajemos en esta práctica.

GND **-** en pantalla aparece una traza que nos dará el nivel cero de tensiones en corriente continua.

DC **-** en este modo, la señal que entra en el canal es directamente amplificada y permite visualizar la señal en su totalidad.

VOLTS/DIV del CANAL 1 y del CANAL 2. Indica el factor de escala de desviación vertical con el que se está visualizando la señal introducida en el canal 1 o 2 respectivamente. Está calibrado en diferentes rangos cuyo valor está indicado en el panel. Disminuyendo el valor del factor de escala se conseguirá aumentar el desplazamiento del spot y, por tanto, visualizar mejor el efecto de aplicar la diferencia de potencial entre las placas verticales. Se elegirá el factor de escala más pequeño que permita a su vez visualizar de forma completa la señal.

2.2. OSCILADOR DE FRECUENCIA VARIABLE O FRECUENCÍMETRO

Un generador de señales, como su propio nombre indica, es un aparato capaz de producir señales de una cierta frecuencia dentro de un cierto rango de frecuencias; asimismo, permite variar la amplitud de la señal generada. Seremos nosotros los que seleccionaremos tanto la frecuencia como la amplitud de la señal a generar por el frecuencímetro.

Aunque existe una gran variedad de ellos en función del rango de frecuencias para el que está diseñado que genere señales (de audio. de radio frecuencia, de muy alta frecuencia, de microondas, etc.), el que manejaremos en el laboratorio es un generador de audio frecuencia (desde algunos Hz hasta decenas de kHz). Además, puede generar señales de dos tipos: de forma cuadrada y de forma sinusoidal.

2.2.1. Controles básicos. **-** A continuación, describiremos los principales mandos que aparecen en el panel central del aparato.

POWER. Es el interruptor de encendido-apagado del aparato. En la posición ON lucirá el piloto que se encuentra a la izquierda.

ATT (dB). Es un conmutador que posee tres posibles posiciones (3 posibles niveles de atenuación) y que permite que la señal generada por el aparato sea la máxima (posición 0 dB), 10 veces inferior (posición -20 dB) o 100 veces inferior (posición -40 dB).

OUTPUT. Entre éste y el conector hembra contiguo, saldrá la señal del generador. Dicho conector hembra está unido internamente a tierra y habrá que tener cuidado de conectar siempre éste con todas las tierras de nuestro circuito.

WAVE FORM. Nos permite seleccionar la forma, cuadrada o sinusoidal, de la señal a generar.

FREQ RANGE. Es un conmutador de 4 posiciones cambia el rango de frecuencias señalada en el dial.

FREQUENCY. Es el control que, dentro del rango seleccionado, mediante FREQ RANGE, permite variar la frecuencia de la señal generada cuyo valor puede verse en el dial.

Hay que poner especial cuidado en que por los conectores de tierra y OUTPUT no llegue señal alguna al generador (no unirlos nunca con la red) ni introducir un cable que pueda estar unido a tierra por la salida OUTPUT.

2.3. TRANSFORMADOR

La señal que proviene de la red, con la que se alimentan los aparatos eléctricos, es una señal de la forma dada por la expresión (1). Sin embargo, esta diferencia de potencial es demasiado elevada para ser conectada directamente al osciloscopio con objeto de medir su amplitud V_0. Para reducir su amplitud hasta un valor tolerable por el osciloscopio se utiliza el transformador.

3.-MÉTODO EXPERIMENTAL

Antes de comenzar lo que es propiamente el método experimental, expondremos cuál es el esquema de trabajo que deberá seguirse para medir una señal mediante su visualización en la pantalla del osciloscopio.

3.1. Encendido y forma de medir.

3.1.1. Posiciones iniciales. - Antes de encender el osciloscopio, los mandos deberán colocarse, si es que no lo están, en las posiciones que se indican a continuación:

INTENSITY	intermedia
FOCUS	intermedia

Base de Tiempo:

POSITION horizontal	intermedio
TIME/DIV	5 ms/div

En el canal 1 y en el canal 2:

AC-GND-DC	AC
POSITION	intermedia
VOLTS/DIV	5 volts/div

3.1.2. Encendido. - A continuación, se seguirán los siguientes pasos:

Encender el osciloscopio. - Con lo que se iluminará el piloto. En unos cuantos segundos aparecerá en la pantalla una línea horizontal. De no ocurrir así, se emplearán los controles de POSITION. Si no aparece la señal llamar al profesor.

Ajustar el brillo y el enfoque. - De la señal con los comandos INTENSITY y FOCUS hasta conseguir una visualización lo más nítida posible.

El osciloscopio está ya en condiciones de trabajo.

3.1.3. Forma de medir mediante el osciloscopio. - La pantalla está dividida en una serie de cuadros, los lados de cada cuadro tienen una longitud, tanto en horizontal como en vertical, que es a la que llamamos división. El lado del cuadrado está subdividido en 5 partes a lo largo de los ejes centrales horizontal y vertical, cada una de las cuales corresponderá, por tanto, a 1/5 de división = 0.2 divisiones. En la pantalla se medirán las distancias de desviación en unidades de divisiones. Según el factor de escala que se elija en vertical (voltaje) y horizontal (tiempo) para visualizar la señal, la medida correspondiente en cada eje se obtendrá como:

$$\textit{medida} = \textit{factor de escala} \times n^{o} \textit{ de divisiones de desviación}$$

Para obtener la amplitud de la señal que estemos visualizando, mediremos la desviación en el eje vertical existente entre un máximo y un mínimo de la señal. Esta diferencia de potencial es a lo que llamamos tensión pico-pico y que denotaremos por V_{pp}.

La amplitud será simplemente $V_0=V_{pp}/2$

Para obtener el periodo (T) de la señal, mediremos la distancia en el eje horizontal entre 2 máximos o mínimos consecutivos. La frecuencia angular (ω) y la frecuencia (ν) pueden deducirse fácilmente de (2).

3.2. Medida de la señal del transformador

Pretendemos determinar completamente mediante el osciloscopio la señal de salida del transformador cuando lo conectamos a la red, esto es, conocer cuánto valen su amplitud y su frecuencia. La señal proveniente de la red oscila con el tiempo entre ±220 V eficaces. La frecuencia de la oscilación es ν =50 Hz. El transformador reduce la amplitud de esta señal sin cambiar su frecuencia.

3.2.1. Procedimiento.

1. Conectar el transformador a la red.

2. Conectar la salida del transformador al canal 1 del osciloscopio mediante los cables de que se dispone en su mesa de trabajo. En este caso no hay referencia de tierra y es indiferente qué cables se conecten a la entrada del osciloscopio. **Nunca conectar la entrada de 220V del transformador directamente al osciloscopio** ya que se quemaría.

Obtención de la amplitud de la señal, V_0.- Disminuir o aumentar progresivamente el valor del factor de escala en vertical hasta conseguir que la señal en pantalla sea lo más grande posible sin que sobrepase sus límites. Desplazar la imagen en pantalla para medir cómodamente la diferencia de potencial entre extremos de la señal, que es precisamente la tensión pico-pico. Anotar el factor de escala en vertical y el número de divisiones que ocupa en vertical.

Obtención del periodo de la señal, T.- Elegir un factor de escala que sea el más pequeño que nos permita visualizar en pantalla al menos un periodo completo de la señal. Deberá conseguirse, además, accionando el mando LEVEL, que la figura en pantalla se mantenga estable. Anotar el factor de escala en horizontal y el número de divisiones que ocupa en pantalla un periodo completo.

3.2.2. Resultados. - Anotar y obtener las magnitudes siguientes:

Medida del voltaje

Factor de escala en amplitud (V/división) =	
N° de divisiones =	
Tensión pico a pico (V_{pp}) en voltios =	
Amplitud (V_0) en voltios =	

Medida del periodo y la frecuencia

Factor de escala en tiempo (s/división) =	
N° de divisiones =	

Periodo (T) en segundos =	
Frecuencia (ν) en Hz =	
Frecuencia angular (ω) en rad/s =	

Hacer una estimación de los errores de la amplitud, el periodo y frecuencia e incluirlos en la tabla.

Escribir la expresión teórica de la señal *V(t)* según la expresión (1).

V(t) =

Dibujar la figura observada en papel milimetrado.

3.3. Medida de señales obtenidas con el generador de frecuencia variable

Se pretende seleccionar, con la ayuda del osciloscopio, dos señales distintas de todas las posibles que proporciona el generador de señales de corriente alterna.

3.3.1. Procedimiento.

1. Comprobar que el osciloscopio se encuentra en las condiciones indicadas inicialmente para su correcto funcionamiento.

2. Comprobar que el generador tenga su nivel de salida de señal (amplitud) en posición intermedia. Elegir tipo de onda sinusoidal.

3. Conectar al canal 1 del osciloscopio la señal generada por el generador teniendo cuidado de que el borne de tierra del generador esté conectado al borne de tierra del osciloscopio.

4. **Seleccionar en el generador una señal de frecuencia de 800 Hz y amplitud de 3V, con la ayuda del osciloscopio.**

5. Seguir el mismo procedimiento que el descrito en el apartado 3.2.1. para mostrar la medida del voltaje pico-pico y el periodo de la señal seleccionada (**medida A**). Realizar una estimación de los errores de la amplitud, periodo y frecuencia. Escribir la expresión teórica de la señal *V(t)* y dibujar la figura observada en papel milimetrado.

3.3.2. Resultados. - Anotar y obtener las magnitudes siguientes:

Medida del voltaje

Factor de escala en amplitud (V/división)	
N° de divisiones	
Tensión pico a pico (V_{pp}) en voltios	
Amplitud (V_0) en voltios	
Estimación del error de la amplitud (V_0)	

Medida del periodo y la frecuencia

Factor de escala en tiempo (s/división)	
N° de divisiones	
Periodo (T) en segundos	
Estimación del error del periodo *(T)*	
Frecuencia (ν) en Hz	
Frecuencia angular (ω) en rad/s	
Estimación de error de la frecuencia angular (ω)	

6. Elegir otra señal de frecuencia 6000 Hz y una amplitud de 0.2 V. Repetir el paso 5 para esta señal (medida B).

3.4. Determinación de la frecuencia de una señal a partir de la Figura de Lissajous

El resultado de componer dos movimientos armónicos simples en direcciones perpendiculares cuyas frecuencias guardan una relación sencilla, es lo que llamamos figuras de Lissajous (Fig. 4). Los movimientos armónicos simples que vamos a componer en direcciones perpendiculares serán, por un lado una señal obtenida mediante el generador de frecuencias, y por otro, la señal obtenida del transformador. Recordar que como el transformador va a estar alimentado por la red, a la salida del mismo tendremos una señal alterna sinusoidal de frecuencia 50 Hz y de amplitud constante.

La relación existente entre las frecuencias (*f*) de los movimientos armónicos simples que se componen y los puntos de tangencia con un sistema de ejes coordenados (XY) en el que se encuadra la correspondiente figura de Lissajous que se obtiene, es la siguiente:

$$\frac{f_x}{f_y} = \frac{\textit{número de puntos de tangencia en el eje Y}}{\textit{número de puntos de tangencia en el eje X}} \qquad (3)$$

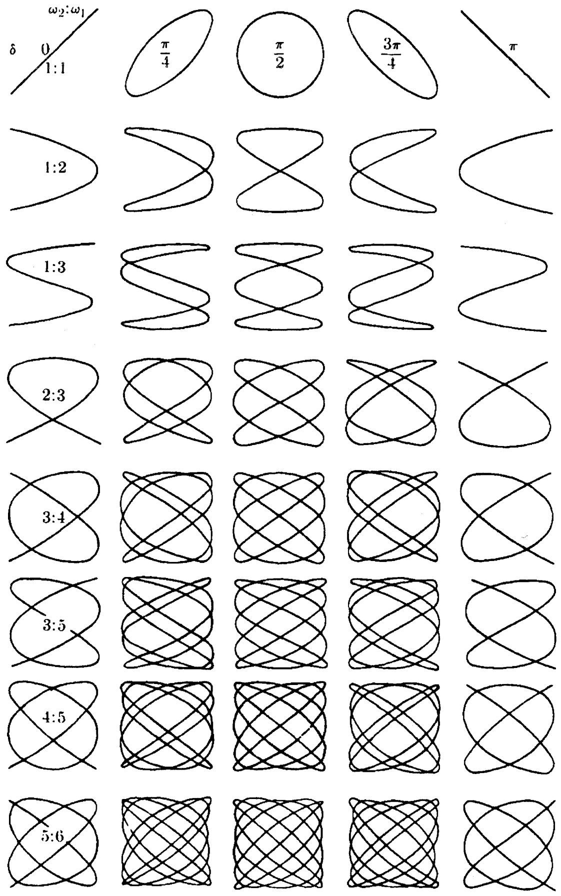


Figura 4. Figuras de Lissajous

Emplearemos dicha relación para calcular la frecuencia de una señal producida por el generador al compararla con la señal del transformador, de frecuencia 50 Hz.

3.4.1. Procedimiento.

a) Determinación de la frecuencia de una señal utilizando tres métodos

Los pasos a seguir son los siguientes:

Método 1.- A partir de la figura de Lissajous

1. Colocar el mando de la base de tiempos en modo X **-** Y.

2. Conectar la señal del generador en el CANAL 1 y la señal del transformador en el CANAL 2. Ahora al tener desconectada la base de tiempos, este canal 1 hace las funciones de eje X y el canal 2 de eje Y.

3. Ir variando lentamente la frecuencia del generador de señales hasta que se produzca en la pantalla, lo más estática posible, **una figura de Lissajous correspondiente a la relación de frecuencias 1:1** (ver Fig. 4). A partir de la expresión (3), encontrar el valor de la frecuencia de la señal del generador.

4. Dibujar aproximadamente la figura obtenida.

Para comprobar la bondad de este método, se procederá a medir frecuencia de esta misma señal por otros dos métodos.

Método 2.- A partir de la base de tiempos del osciloscopio

5. Conectando la base de tiempos medir de forma directa el periodo y a partir del mismo la frecuencia para así poder comparar los resultados.

Método 3.- A partir de la lectura directa del oscilador

6. Tomar la lectura directa de la frecuencia seleccionada en el oscilador.

b) Repetir todo el proceso para señales con una ***relación de frecuencias 1:3****.*

GRADO EN INGENIERÍA DE COMPUTADORES Y GRADO EN INGENIERÍA DE COMPUTADORES

LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA 1:

OSCILOSCOPIO

RESULTADOS

Nombre del alumno: ____
Grupo de clases de teoría: ______

Grupo de Laboratorio: _________

1.- Medida de la señal del transformador

Medida del voltaje	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en amplitud (V/división)		
N° de divisiones		
Tensión pico a pico (V_{pp}) en voltios		
Amplitud (V_0) en voltios		
Medida del periodo y la frecuencia	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en tiempo (s/división)		
N° de divisiones		
Periodo (T) en segundos		
Frecuencia (ν) en Hz		
Frecuencia angular (ω) en rad/s		

Resultado: $V(t) =$

Dibujar la figura observada

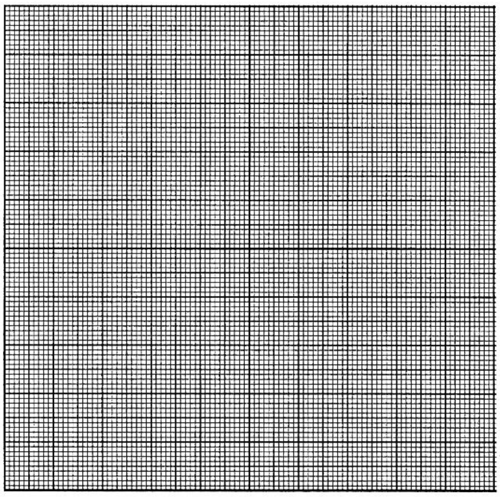
2.- Seleccionar las señales del generador sugeridas en el apartado 3.3.1

1.- SEÑAL A

Medida del voltaje	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en amplitud (V/división)		
N° de divisiones		
Tensión pico a pico (V_{pp}) en voltios		
Amplitud (V_0) en voltios		
Medida del periodo y la frecuencia	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en tiempo (s/división)		
N° de divisiones		
Periodo (T) en segundos		
Frecuencia (ν) en Hz		
Frecuencia angular (ω) en rad/s		

Resultado: $V(t) =$

Dibujar la figura observada



2.- Seleccionar las señales del generador sugeridas en el apartado 3.3.1

1.- SEÑAL B

Medida del voltaje	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en amplitud (V/división)		
N° de divisiones		
Tensión pico a pico (V_{pp}) en voltios		
Amplitud (V_0) en voltios		
Medida del periodo y la frecuencia	**Valor**	**Estimación del error**
Factor de escala en tiempo (s/división)		
N° de divisiones		
Periodo (T) en segundos		
Frecuencia (ν) en Hz		
Frecuencia angular (ω) en rad/s		

Resultado: $V(t) =$

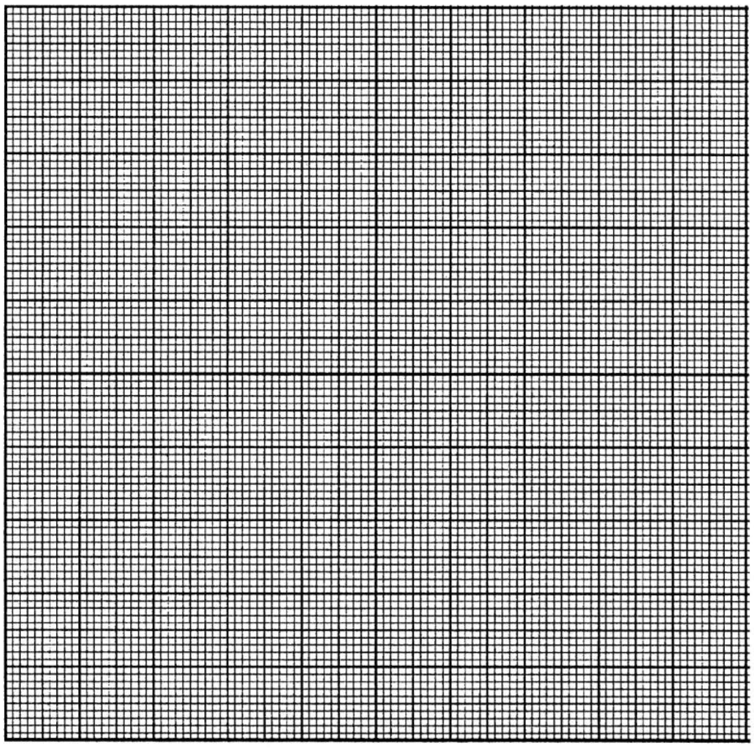
Dibujar la figura observada

3.- Determinación de la frecuencia de una señal haciendo uso de tres métodos

a) Para una relación de frecuencias 1:1

Métodos	**Frecuencia del generador obtenida con:**	***f(Hz)***
Figuras de Lissajous	$\frac{f_x}{f_y} =$	
Osciloscopio	Determinar el periodo en el osciloscopio y deducir la frecuencia	
Generador	Anotar la lectura del frecuencímetro (generador de señal)	

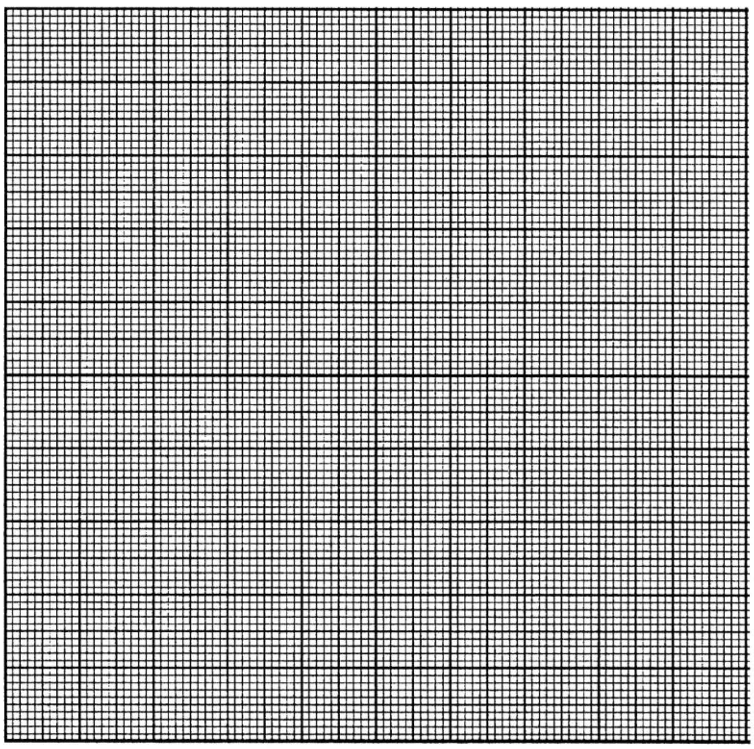
Dibujar la figura observada



b) Para una relación de frecuencias 1:3

Métodos	**Frecuencia del generador obtenida con:**	***f(Hz)***
Figuras de Lissajous	$\frac{f_x}{f_y} =$	
Osciloscopio	Determinar el periodo en el osciloscopio y deducir la frecuencia	
Generador	Anotar la lectura del frecuencímetro (generador de señal)	

Dibujar la figura observada



COMENTARIOS U OBSERVACIONES ADICIONALES (OPCIONAL):

GRADO EN INGENIERÍA DE COMPUTADORES Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA 2

LEY DE OHM EN CORRIENTE CONTINUA Y CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO

Relación de material:

Fuente de alimentación de corriente continua
Reóstato
2 multímetros
Miliamperímetro
Tablilla con resistencias
Cables con bananas

OBSERVACIONES:

Antes de comenzar el experimento comprobar que todo el material que aparece en la relación se encuentra en la mesa de trabajo. Al finalizar, dejar el puesto ordenado y limpio, volviendo a comprobar que todo el material está en su lugar y listo para ser utilizado de nuevo. Al finalizar, desconectar todos los aparatos.

Se entregará solamente la parte final correspondiente a los resultados (a partir de la página 7).

PRÁCTICA 2: LEY DE OHM EN CORRIENTE CONTINUA Y CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO

El objetivo de este experimento es

a) comprobar experimentalmente la ley de Ohm en un circuito de corriente continua, determinando la constante de proporcionalidad (RESISTENCIA) entre la diferencia de potencial (d.d.p.) en bornes de un conductor y la corriente que se establece, y

b) utilizar las conexiones tipo serie y tipo paralelo para convertir un amperímetro en un voltímetro y calibrarlo.

1. INTRODUCCIÓN AL EXPERIMENTO.

1.1. LEY DE OHM.

Un circuito eléctrico es un sistema de conductores y generadores de energía (baterías) entre los que es posible mantener una corriente eléctrica estacionaria, cuando se conectan constituyendo una trayectoria cerrada. La energía generada por unidad de carga por la batería recibe el nombre de fuerza electromotriz (f.e.m.) y la intensidad de corriente que se establece en el circuito depende del grado de oposición (resistencia) que presenten tanto los conductores conectados como la propia batería.

La ley de Ohm, deducida empíricamente, establece que la corriente eléctrica que circula por cada conductor es directamente proporcional a la d.d.p. entre los extremos del mismo:

$I = (\frac{1}{R})\Delta V$ donde R es la resistencia que caracteriza al conductor.

Así, en el circuito de la fig. 1

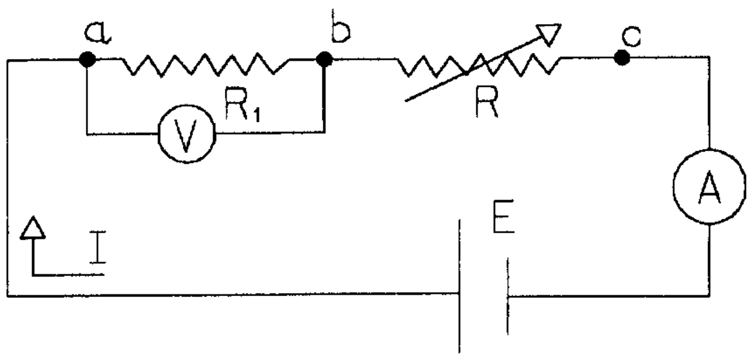


fig. 1

la corriente que circula por las resistencias R_1 y R es la misma y se puede determinar por las expresiones:

$$I = \frac{\Delta V_{ab}}{R_1} \quad ; \text{ o bien } \quad I = \frac{\Delta V_{bc}}{R}$$

donde $\Delta V_{ab} = (V_a - V_b)$ representa la d.d.p. en bornes de la resistencia R_1 y $\Delta V_{bc} = (V_b - V_c)$ la d.d.p. en bornes del reóstato R.

Existen instrumentos de medida que permiten determinar las d.d.p. (ΔV) (Voltímetros) y las corrientes eléctricas (I) (Amperímetros), por lo que utilizando la ley de Ohm es posible medir las resistencias que presentan los conductores. La misión de la resistencia variable R, llamada REÓSTATO, es provocar diferentes valores a la corriente, para poder demostrar experimentalmente la linealidad entre las diferencias de potencial y las corrientes. (A más corriente mayor será la d.d.p. en bornes de los conductores).

1.2. CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO A PARTIR DE UN MILIAMPERÍMETRO.

1.2.1. Miliamperímetro.

Un miliamperímetro es un amperímetro que sólo puede medir corrientes pequeñas, del orden del miliamperio (10^{-3} A). Posee dos características importantes:

1) Resistencia interna. Por la naturaleza de la medida es un instrumento que ha de conectarse en serie, de modo que por el mismo pase toda la corriente que se desea medir. Para no alterar las condiciones del circuito en el que se introduce el miliamperímetro, su resistencia interna, r_i, debe ser muy pequeña. Para justificarlo, consideremos el circuito de la fig. 2.

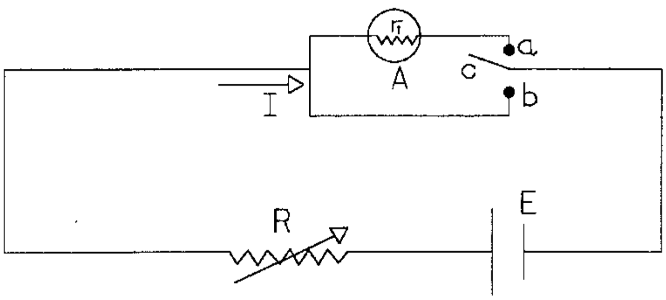


fig. 2

a) Si se pone en contacto el interruptor c con la posición b, se construye el circuito cuya intensidad se desea conocer. Y según la ley de Ohm, tendrá el valor:

$$I = \frac{E}{R}$$

b) Si se pone en contacto el interruptor c con la posición a, se intercala el miliamperímetro, introduciendo una alteración en el régimen de funcionamiento del circuito debido a la resistencia de los materiales con los que se construyó el instrumento, lo que llamamos resistencia interna del aparato, r_i , la corriente se ve modificada y según la ley de Ohm valdrá:

$$I' = \frac{E}{(R + r_i)}$$

Al comparar las soluciones obtenidas en ambas situaciones se llega a la conclusión de que r_i debe tender a cero para conseguir que la lectura del miliamperímetro sea lo más aproximada posible a la corriente que se crea en el circuito sin instrumento ($I' \rightarrow I$). Por tanto, los amperímetros se han de construir de forma que su resistencia interna sea muy pequeña.

2) Fondo de escala. El miliamperímetro está diseñado de forma que la desviación que experimenta la aguja sea proporcional a la corriente que circula por el mismo. Dado que la resistencia interna de este instrumento ha de ser muy pequeña, las corrientes permitidas no pueden ser muy altas, debido a que el efecto calorífico quemaría el aparato. El fabricante especifica la máxima corriente que puede circular sin deteriorarse, de tal forma que ajusta la máxima desviación de la aguja a dicho máximo de corriente.
En este laboratorio nos encontraremos con miliamperímetros que pueden tener un fondo de escala de 50mA ó de 100mA.

1.2.2. Voltímetro.

Un voltímetro es un instrumento diseñado para medir d.d.p., por lo que ha de conectarse en paralelo, siendo posible construir uno conectando una resistencia adecuada en serie con un miliamperímetro.

1.2.2.1. Características.

Todo voltímetro posee dos características importantes:

1) Resistencia interna. Para no alterar las condiciones del circuito, su resistencia interna (r_v) debe ser muy alta en comparación con la que posea el elemento sobre el que se determina la caída de tensión o d.d.p., para que apenas se derive corriente hacia el instrumento.

Para justificarlo consideremos el circuito de la fig. 3

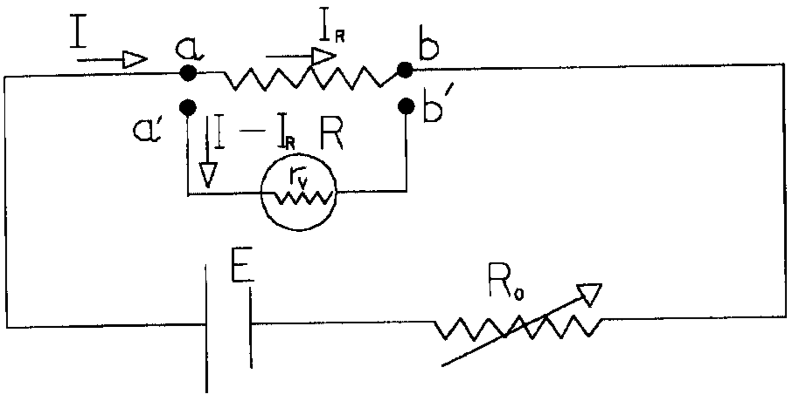


fig. 3

a) Si **no se conecta** a con a' y b con b', haciendo uso de la ley de Ohm se obtiene que la d.d.p. que existe sobre R

$$V_a - V_b = I\,R$$

b) Si **se conecta** a con a' y b con b', el voltímetro queda conectado en paralelo con la resistencia R, ahora la corriente I se reparte entre la resistencia y el voltímetro, por lo que varía la d.d.p. La ley de Ohm nos permite escribir las siguientes relaciones:

$$\left.\begin{array}{l} V'_a - V'_b = I_R\,R \\ \\ V'_a - V'_b = (\,I - I_R\,)\,r_v \end{array}\right\}\quad V'_a - V'_b = I\left[\frac{R}{1+\dfrac{R}{r_v}}\right]$$

Comparando las soluciones obtenidas en ambas situaciones se llega a la conclusión de que si $r_v \to \infty$ (esto es, si $r_v >> R$), entonces $V'_a - V'_b \to V_a - V_b$, con lo que el voltímetro mediría la d.d.p. correcta.

2) Fondo de escala. Como hemos dicho anteriormente, construimos un voltímetro a partir de un miliamperímetro conectando en serie con el mismo una resistencia adecuada R_v, según el montaje de la fig. 4:

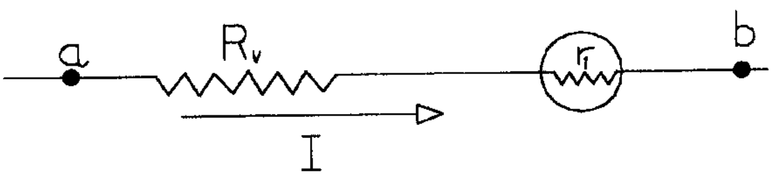


fig. 4

El valor de la resistencia R_v dependerá del fondo de escala que se desee posea el voltímetro.

Cuando el miliamperímetro que se utiliza como instrumento base alcance su fondo de escala, la d.d.p. entre los puntos **a** y **b** debe ser la correspondiente al fondo de escala que se desee posea el voltímetro.

Haciendo uso de la ley de Ohm entre los puntos **a** y **b**

$$I_{\text{fondo de escala del mA}} \left(R_v + r_i \right) = V_a - V_b = V_{\text{fondo de escala del voltímetro a construir}}$$

se deduce que:

$$R_v = \frac{V_{\text{fondo de escala del voltimetro}}}{I_{\text{fondo de escala del mA}}} - r_i$$

1.2.2.2. Calibración de la escala.

Dado que la lectura del miliamperímetro está expresada en miliamperios es preciso establecer la relación entre miliamperios y voltios. Para ello se realizará un proceso de calibración. Se conecta en paralelo, entre los puntos a y b, un multímetro patrón, en el que se habrá seleccionado la función para que actúe como voltímetro, que determine la d.d.p. de forma directa y se compara con la lectura del miliamperímetro. Variando la posición del cursor en el reóstato es posible obtener diferentes valores de corriente y con al menos 10 medidas será posible representar gráficamente V frente a I_a y así poder obtener la recta de transformación de miliamperios a voltios y la pendiente de la misma determinará el factor de transformación.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.

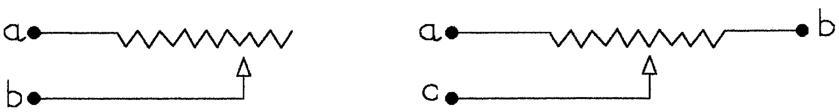
2.1. GENERADOR DE CORRIENTE CONTINUA

Está constituido por un transformador que reduce la tensión de AC que suministra la red y un rectificador que la convierte en corriente continua (DC). Dispone de varias salidas: 3V, 4,5V, 6V, 7,5V y 9V. **Se utilizará una tensión de 7,5V.**

2.2. REÓSTATO

Es un hilo conductor sobre el que se mueve un contacto deslizante llamado cursor, formando así una resistencia que varía con la posición del mismo entre 0 y R. Al intercalarlo en el circuito permitirá establecer diferentes intensidades en el mismo, dependiendo de la posición del cursor.

Existen dos clases de reóstatos, uno de ellos únicamente dispone de dos bornes mientras que el otro dispone de tres, como se muestra en la fig. 5.



"a" "b"

fig. 5

El reóstato "a", con dos bornes es simplemente una resistencia variable. Al reóstato "b", con tres bornes, se le dice potenciométrico: al conectar una fuente de alimentación de Vo voltios a los bornes a y b, es posible obtener diferentes fracciones de Vo conectando entre a y c y deslizando el cursor.

Nosotros utilizaremos el reóstato como una mera resistencia variable: en caso de que en el puesto de trabajo exista un reóstato tipo potenciométrico, se hará uso de los bornes a y c, ignorando el b.

2.3. MULTÍMETRO

Es un instrumento capaz de medir voltajes y corrientes tanto en continua (DC) como en alterna (AC). Posee un conmutador que permite seleccionar la función que se desea realice el instrumento y elegir la escala. **La mejor elección es la escala menor posible**, pues da la mejor precisión, pero **siempre que el valor de la medida a realizar sea inferior al fondo de la escala**. A continuación, se describen las conexiones en DC, por ser las únicas que se utilizarán en este experimento:

a.- Conmutador en la posición DC (A -).

En esta posición, se ha seleccionado que el multímetro funcione como amperímetro de corriente continua.
Hay dos posibles conexiones, según que la corriente a medir se estime menor o mayor que 2A:

- para corrientes menores de 2A, se utilizarán los bornes COM y A, disponiendo de varias escalas en el intervalo (0,2A).
- para corrientes mayores de 2A y menores de 10A, se utilizarán los bornes COM y 10A.

b.- Conmutador en la posición DC (V -).

En esta posición se ha seleccionado que el multímetro funcione como voltímetro de corriente continua.
Solo existe una posible conexión: los bornes COM y V-Ω, existiendo varias escalas en el intervalo (0, 1000V).

2.4. MILIAMPERÍMETRO

Está constituido por un galvanómetro de carrete móvil, en el que el ángulo girado es proporcional a la corriente que le atraviesa. La precisión de las medidas realizadas con él coincide con la división más pequeña de la escala.

En el Laboratorio se dispone de miliamperímetros de diferentes fondos de escala: de 50mA y de 100mA.

3. MÉTODO EXPERIMENTAL

3.1. COMPROBACIÓN DE LA LEY DE OHM: DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA DE UN CONDUCTOR.

Realizar el montaje de la fig. 1. (página 1)

3.1.1. Tomar como resistencia desconocida R_1 una cualquiera de la tablilla.
3.1.2. R es el reóstato. Colocar el cursor inicialmente en la posición de máxima resistencia.
3.1.3. E representa a la f.e.m. de la fuente de alimentación
3.1.4. A representa al multímetro funcionando en modo amperímetro de corriente continua (**DC**). Elegir inicialmente por motivos de protección la mayor escala en el rango (0,2A) y en función de la lectura, adecuar posteriormente la escala. Mantener la misma escala en todo el proceso de medida.
3.1.5. V representa al multímetro funcionando en modo voltímetro de corriente continua (**DC**). Elegir una escala adecuada a la f.e.m. de la batería.
3.1.6. Variando la posición del cursor en el reóstato, realizar diez medidas y construir la siguiente tabla:

I(A)	ΔV_{ab}(V)

3.2. CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO DE 5V DE FONDO DE ESCALA

3.2.1. Determinación de la resistencia R_v, que se ha de conectar en serie con el miliamperímetro.

Teniendo en cuenta que usamos miliamperímetros cuyo fondo de escala es de 50 o 100 mA, la resistencia necesaria para conseguir el fondo de escala deseado para el voltímetro es mucho mayor que la resistencia interna del miliamperímetro, la cual es muy pequeña (no mayor de 1 Ω) de acuerdo con las consideraciones hechas en el apartado 1.2.1.*1) Resistencia interna*. Por tanto, despreciamos ésta en el cálculo del valor de la resistencia R_v:

$$R_v = \frac{V_{fondo\ de\ escala\ del\ voltímetro}}{I_{fondo\ de\ escala\ del\ miliamperímetro}}$$

3.2.2. Montar el circuito de la fig. 6 para realizar el calibrado de la escala voltios-miliamperios.

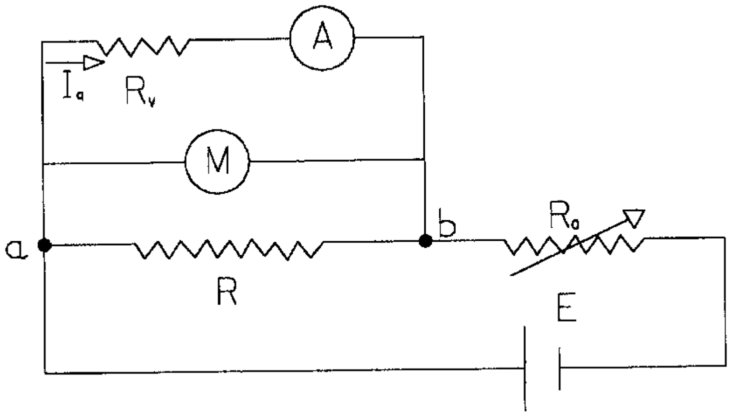


fig. 6

3.2.2.1 R es una resistencia de 5Ω.
3.2.2.2 R_o es el reóstato. Inicialmente se colocará en la posición de máxima resistencia
3.2.2.3 M es el multímetro. Antes de conectar el multímetro se elige la función Voltios DC, en una escala próxima a 5V.
3.2.2.4 Variando la posición del cursor en el reóstato, tomar 10 medidas de las magnitudes indicadas en la siguiente tabla

ΔV_{ab} (V)	I_a (mA)

LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA 2: **LEY DE OHM EN CORRIENTE CONTINUA Y CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO.**

RESULTADOS

Nombre del alumno: ____
Grupo de clase de teoría: ______________________
Grupo de Laboratorio: ______

1.- COMPROBACIÓN DE LA LEY DE OHM: DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA DE UN CONDUCTOR.

Realizar el montaje de la fig. 1. (página 1) y seguir el procedimiento descrito en el apartado 3.1.

Error instrumental del amperímetro patrón =

Error instrumental del voltímetro patrón =

I ( )	ΔV_{ab} ( )

1.1. Representar gráficamente ΔV_{ab} en función de I en papel milimetrado y dibujar la recta que mejor se ajuste a los puntos.

Determinar gráficamente su pendiente:

$$pendiente =$$

y obtener el valor de la resistencia:

$$R_1 = \qquad\qquad \Omega$$

1.2. Realizar, por el método de mínimos cuadrados, el ajuste lineal $\Delta V_{ab} = a + b$ I, obteniendo los valores de los parámetros a y b con sus errores correspondientes Δa y Δb y sus unidades.

$$a = (\qquad \pm \qquad) \qquad\qquad ; \ b = (\qquad \pm \qquad)$$

¿Es coherente con la ley de Ohm el resultado obtenido para la ordenada en el origen?

Exprese el valor de la resistencia

$$R_1 = (\qquad \pm \qquad) \, \Omega$$

1.3. ¿Son coherentes los valores de la resistencia obtenidos por ambos métodos?

Obtenga el error relativo del valor obtenido mediante la determinación gráfica de la pendiente respecto del obtenido mediante el ajuste por mínimos cuadrados.

$$\varepsilon_r =$$

2. CONSTRUCCIÓN DE UN VOLTÍMETRO DE 5V DE FONDO DE ESCALA.

Seguir el procedimiento descrito en el apartado 3.2.

* Determinación de la resistencia que se ha de conectar en serie con el miliamperímetro, R_v.

$$R_v = \frac{V_{fondo\ de\ escala\ del\ voltímetro}}{I_{fondo\ de\ escala\ del\ miliamperímetro}} = \qquad \Omega$$

* Realizar el montaje de la fig.6 para realizar el calibrado de la escala según el apartado **3.2.2**.

Error instrumental del voltímetro =

Error instrumental del miliamperímetro=

ΔV_{ab} ( )	I_a ( )

Representar gráficamente ΔV_{ab} en función de I_a en papel milimetrado y dibujar la recta que mejor se ajuste a los puntos.

Determinar gráficamente su pendiente:

$$pendiente =$$

y obtener el factor de transformación k (Voltios-Amperios)

k (V/A) =

GRADOS EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y COMPUTADORES

LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA Nº 3

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

Relación de material:

Oscilador: Generador de señales de frecuencia variable
Frecuencímetro u osciloscopio
1 Solenoide de 485 espiras y 750 mm de longitud
2 Solenoide de 300 espiras y diámetros 41 mm y 26 mm
1 Solenoide de 150 espiras y diámetro 26 mm
1 Solenoide de 75 espiras y diámetros 26 mm
2 Multímetros
Cables con bananas

OBSERVACIONES:

1.- Antes de comenzar el experimento comprobar que todo el material que aparece en la relación se encuentra en la mesa de trabajo. Al finalizar, dejar el puesto ordenado y limpio, volviendo a comprobar que todo el material está en su lugar y listo para ser utilizado de nuevo. Al finalizar, desconectar todos los aparatos.

2.- Se entregará solamente la parte final correspondiente a los resultados (a partir de la página 7).

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

Con este experimento se pretende cumplir dos objetivos:
1) Comprender la ley de inducción de Faraday-Lenz.
2) Analizar la dependencia de la fem inducida en un solenoide con la intensidad de corriente y con la frecuencia de oscilación de dicha corriente

1.- INTRODUCCIÓN AL EXPERIMENTO

1.1.- Verificación de la ley de Faraday y determinación del coeficiente de inducción mutua

Realizar el montaje de la figura:

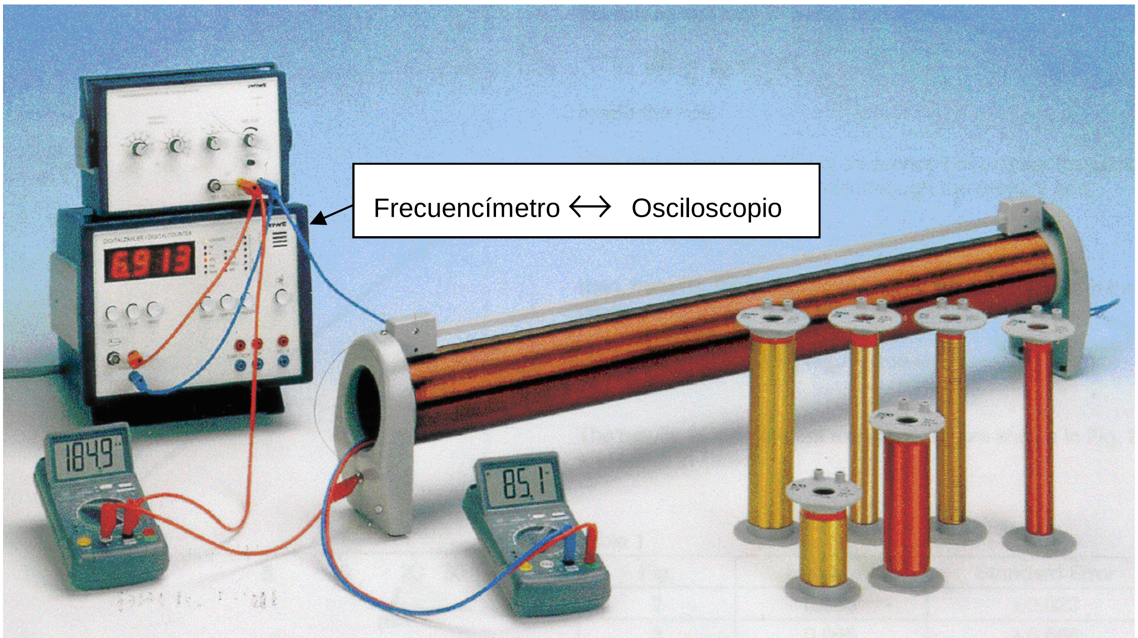


Fig.1

Si a un solenoide se alimenta con un voltaje que varía con el tiempo se genera una corriente eléctrica qué da lugar a un campo magnético que varía con el tiempo y para puntos del interior del solenoide ese campo magnético depende de esa corriente *I(t)*, que pasa por el mismo, de la forma:

$$|\mathrm{B(t)}| = \frac{\mu_0 N\ I(t)}{l} \qquad (1)$$

donde μ_o es la permeabilidad magnética del vacío, *N* el numero de espiras del solenoide y *l* su longitud.

Si el campo magnético varía con el tiempo aparecerá un campo eléctrico inducido en toda la región. Así, si se coloca un segundo solenoide en su interior, se generará una f.e.m. inducida, ξ, debida a este campo eléctrico, como consecuencia de la variación de flujo magnético que soporta.

La ley de Faraday-Lenz predice dicho efecto según la expresión:

$$\xi = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} \quad donde \quad \xi = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (2)$$

donde ξ es la f.e.m. inducida en el solenoide pequeño, $\vec{E}$ el campo eléctrico inducido sobre las espiras del solenoide pequeño y $\vec{B}$, el campo magnético que existe en el interior del solenoide pequeño.

La f.e.m. inducida en el solenoide pequeño, que se ha introducido en el solenoide grande, es debida a dos causas; una debida a la variación del campo magnético del solenoide grande y otra por la variación de su propio campo magnético. En este experimento la primera de las causas es la más importante y será la única que se tenga en consideración al realizar las previsiones teóricas.

Si el solenoide grande se alimenta con una señal de la forma $V(t) = V_0 \text{ sen}(\omega t)$, la corriente que le atraviesa será de la forma $I(t) = I_0 \text{ sen}(\omega t + \varphi)$, por lo que en su interior se genera un campo magnético variable que sigue la ley expresada en (1), cuyo valor quedará determinado por la expresión:

$$|B(t)| = \frac{\mu_o N_1 I_0 \text{ sen}(\omega t + \phi)}{l_1} \qquad (3)$$

donde N_1 es el número de espiras del solenoide grande, l_1 la longitud del solenoide grande, μ_o es la permeabilidad magnética del vacío y ϕ es el desfase que introduce el solenoide al que no se le puede obviar su carácter resistivo (circuito *LR*).

Cuando en el interior del solenoide grande se coloca uno de los pequeños, como se muestra en la Fig.1 éste será atravesado por las líneas de este campo magnético variable y por tanto el flujo magnético que soporta estará variando en el tiempo y dará lugar a la aparición de una f.e.m. inducida que podremos medir con un voltímetro de corriente alterna.

Según la ley de Faraday, la f.e.m. inducida en el solenoide pequeño queda descrita por la siguiente expresión:

$$\xi = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\left[N_2\left(\frac{\mu_0 N_1 I_0 \text{sen}(\omega t + \phi)}{l_1}\right)\right]\pi r_2^2 = -\left(\frac{\mu_0 N_2 N_1 \pi r_2^2 \omega I_0}{l_1}\right)\cos(\omega t + \phi)$$

$$\xi = -M\omega I_0 \cos(\omega t + \phi) \ ,$$

siendo $M = \dfrac{\mu_0 N_2 N_1 \pi r_2^2}{l_1}$ y $V_0 = M\omega I_0$ (4) ,

donde:

ξ: Voltaje inducido en el solenoide pequeño, siendo V_0 la amplitud del voltaje inducido y será su valor eficaz (V_{eficaz}), la medida que proporciona un voltímetro analógico de AC

$$V_{eficaz} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

M: es el coeficiente de inducción mutua
N_1 *y* N_2 : número de espiras de los solenoides grande y pequeño respectivamente
r_2 : radio de la sección del solenoide pequeño

l_1 : longitud del solenoide grande
$\omega = 2\pi\upsilon$, donde υ es la frecuencia de la señal de alimentación y que se mide con el contador digital, en la función frecuencímetro.
I_0 : Es la amplitud de la intensidad que atraviesa el solenoide grande, siendo su valor eficaz ($I_{rms} \equiv I_{eficaz} \equiv I_e$) la medida que proporciona un amperímetro analógico

$$I_{rms} = I_{eficaz} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

De la expresión (4) se deduce que la fem inducida en el solenoide pequeño, introducido en el solenoide grande, crece con la frecuencia de oscilación de la corriente, con su sección, con el número de espiras, con el módulo de la intensidad de la corriente de alimentación y decrece con la longitud del mismo.

2.- DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

2.1. GENERADOR DE FRECUENCIA VARIABLE: OSCILADOR

Es el instrumento que suministra la señal de alimentación al circuito. Tiene la posibilidad de proporcionar señales de corriente alterna de diferentes amplitudes y frecuencias. Suministra diferentes formas de señal, senoidal, cuadrada y triangular. En este experimento se utilizarán señales senoidales entre 1kHz y 12 kHz, por debajo y por encima de este intervalo no se garantiza la exactitud de los instrumentos de medida.

2.2.- FRECUENCÍMETRO

Es un instrumento que sirve para medir tiempos, frecuencias, frecuencias de impulsos y contar impulsos. Se utilizará en la función como frecuencímetro, para ello se pulsará la tecla FUNCTION hasta que se ilumine el LED que marca las unidades kHz. Para activar las mediciones pulsar la tecla START.

2.3.- EQUIPOS COMPACTOS

Hay equipos que integran en un mismo elemento el generador de funciones y el frecuencímetro; en el laboratorio, para la realización de esta práctica, los puestos vienen equipados con estos instrumentos donde se visualiza la frecuencia de trabajo.

2.4.- MULTÍMETROS

Son instrumentos que dependiendo de la posición en la que se coloque el cursor se comportan como voltímetros de DC o AC, como amperímetros de DC o AC o también como óhmetros. Disponen de diferentes escalas, se ha de seleccionar aquella en la que la medida a realizar se visualice de forma óptima (máxima deflexión de la aguja).

2.5. SOLENOIDES

Son bobinados de cobre de forma cilíndrica. Se dispone de solenoides de diferentes longitudes, secciones y número de espiras.

3.- MÉTODO EXPERIMENTAL

3.1 Determinación de la f.e.m. inducida en un solenoide por una señal de corriente alterna de amplitud y frecuencia variable.

3.1.1- Montar el circuito de la Fig.1
3.1.2.- Datos suministrados por el fabricante del solenoide grande
$N_1 =$ 485 espiras $l_1 =$ 750 mm
3.1.3.- Elegir el solenoide pequeño de:
$N_2 =$ 300 espiras $D_2 = 2r_2 = 41$ mm

Dado que en una señal de alterna, $I(t) = I_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$, se pueden variar dos magnitudes, la amplitud I_0 y la frecuencia angular ω, se analizará la f.e.m. inducida en dos fases: primero se mantendrá constante la frecuencia angular ω y se variará la amplitud y después se variará la frecuencia angular ω y se mantendrá constante la amplitud.

3.1.4.- **Elegir un valor de la frecuencia del oscilador entre 1kHz -12kHz**

*Variando la amplitud del voltaje de alimentación, tomar diez medidas de corriente I_{eficaz} (amperímetro) y las correspondientes fem inducidas V_{eficaz} (voltímetro) **a frecuencia fija.**

Frecuencia elegida: ν= Hz ; ω = 2πν = rad/s

I_{eficaz} ( )	V_{eficaz} ( )	M ( )

3.1.5.- **Elegir un valor de la amplitud de la corriente de alimentación I_{eficaz}**

*Variando la frecuencia en el intervalo 1kHz -12kHz, tomar para diez medidas de frecuencia las correspondientes f.e.m. inducidas V_{eficaz} (voltímetro) manteniendo constante I_{eficaz}

Intensidad elegida I_{eficaz} =

frecuencia ν ( )	ω = 2πν ( )	V_{eficaz} ( )

3.1.6.- **Elegir un valor de amplitud y frecuencia para la corriente de alimentación,** $I(t) = I_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$

Intensidad elegida I_{eficaz} = **Frecuencia elegida**: ν= Hz

* Ir introduciendo de uno en uno, cada uno de los solenoides disponibles en la práctica, que tienen la misma sección y longitud y diferente número de espiras y medir la f.e.m. inducida.

Nº de espiras (N)	V_{eficaz} ( )

TRABAJO A DESARROLLAR.

3.2.1 Para la frecuencia elegida, determine el coeficiente de inducción mutua promedio y el error estándar asociado.

3.2.2.- El coeficiente de inducción mutua calculado, ¿cambia con la frecuencia utilizada?

3.2.3 Representar gráficamente V_{eficaz} frente a la frecuencia para el solenoide de 300 espiras para la amplitud de intensidad elegida. Explica a que curva se ajustan los datos.

3.2.4.-Determinar a partir de la pendiente el coeficiente de inducción mutua.

3.2.5. - Comparar los resultados obtenidos en los apartados 3.2.2 y 3.2.4. Justifica la respuesta.

3.2.6. - Representar gráficamente V_{eficaz} frente al número de espiras del solenoide. Explica a qué curva se ajustan los datos.

GRADOS EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y COMPUTADORES
LABORATORIO DE FÍSICA

PRÁCTICA Nº 3

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

RESULTADOS
Nombre del alumno:____
Grupo de clase de teoría:______ Grupo de laboratorio:______

1.- Determinación de la f.e.m. inducida en un solenoide por una señal de corriente alterna de amplitud y frecuencia variable

1.1- Montar el circuito de la Fig.1
1.2.- Datos suministrados por el fabricante del solenoide grande
$l_1 = 750$mm $N_1 = 485$ espiras
1.3.- **Elegir el solenoide pequeño de:**
$N_2 = 300$ espiras $D_2 = 2r_2 = 41$mm

Dado que en una señal de alterna, $I(t) = I_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$, se pueden variar dos magnitudes, la amplitud y la frecuencia, se analizará la f.e.m. inducida en dos fases: primero se mantendrá constante la frecuencia y se variará la amplitud y después se variará la frecuencia y se mantendrá la amplitud.

1.4.1- **Elegir un valor de la frecuencia del oscilador entre 1kHz -12kHz**
Variando la amplitud del voltaje de alimentación, tomar diez medidas de la corriente I_{eficaz} (amperímetro) y las correspondientes fem inducidas V_{eficaz} (voltímetro) a la frecuencia fijada

Frecuencia ν **=** ; **Errores instrumentales** ΔI_{eficaz} = ; ΔV_{eficaz} =

I_{eficaz} ( )	V_{eficaz} ( )	M ( )

a.- Para la frecuencia elegida, determine el coeficiente de inducción mutua promedio y el error estándar asociado.

$$\langle M \rangle =$$

b.- El coeficiente de inducción mutua calculado, ¿sería diferente si hubiese elegido una frecuencia distinta? Razone su respuesta

1.4.2 **Elegir un valor de la amplitud de la corriente de alimentación I_{eficaz}**

Variando la frecuencia en el intervalo 1kHz -12kHz, tomar para diez medidas de diferentes frecuencia las correspondientes fem inducidas V_{eficaz} (voltímetro) manteniendo constante I_{eficaz}

Intensidad elegida I_{eficaz} = ; Error instrumental ΔI_{eficaz} =

Frecuencia ν ( )	**$\omega = 2\pi\nu$ ( )**	**V_{eficaz} ( )**

c.- Represente gráficamente V_{eficaz} frente a la frecuencia angular, ω, para el solenoide de 300 espiras, utilizando papel milimetrado.

d.- ¿A qué función matemática se pueden ajustar los datos? ¿Coincide con lo esperado?

Justificación de la expresión teórica de la f.e.m. inducida en un solenoide y determinación del coeficiente de inducción mutua M

e.- Determine la pendiente *K* de la gráfica

$K =$

f.- Determine el coeficiente de inducción mutua $M = \dfrac{K}{I_{\text{eficaz}}}$

$M =$

g.- ¿Son coherentes este valor del coeficiente de inducción mutua y el <M> obtenido anteriormente?

1.4.3- **Elegir un valor de amplitud y frecuencia para la corriente de alimentación,** $I(t) = I_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$

Intensidad elegida I_{eficaz} = ; **Error instrumental** ΔI_{eficaz} **=**

Frecuencia elegida: ν =

Ir introduciendo de uno en uno, cada uno de los solenoides disponibles en la práctica, que tienen **la misma sección, la misma longitud y diferente número de espiras** y medir la f.e.m. inducida.

Nº de espiras del solenoide (N)	$\mathbf{V_{eficaz}}$ ( )

a.- Represente la f.e.m. inducida en función del número de espiras, utilizando papel milimetrado.

b.- ¿A qué función matemática se pueden ajustar los datos? ¿Coincide con lo esperado? Si es una función lineal, ¿qué indica la pendiente? Compare el resultado con la previsión teórica.

Departamento
de Física
Universidad de Alcalá

Grado en Ingeniería de Computadores y Grado en Ingeniería Informática

Laboratorio de Física
Curso 2018/19

Seminario: La medida y su expresión

Introducción

Cualquier magnitud susceptible de ser medida, tiene asociado un intervalo de error o de imprecisión, que llamamos error absoluto de la medida, que puede provenir de diferentes causas, como veremos a continuación.

Por tanto, la forma correcta de expresar el valor de una medida genérica, **X**, será:

$$\mathbf{X \pm \Delta X} \text{ (unidades)}$$

donde **X** representa el resultado de la medida
ΔX representa el intervalo de error, o error absoluto

es decir, con ello quiere señalarse que el valor de **X** está comprendido entre los valores:
X + ΔX y **X - ΔX**. Evidentemente debe estar expresado con sus unidades correspondientes (las mismas unidades para la medida que para su error absoluto).

El significado de ΔX es de imprecisión, no de equivocación!!

La medidas pueden ser:

- **Directas** → las obtenidas en el laboratorio, utilizando para ello un aparato de medida.

Ej.: el espesor de una muestra paralelepipédica puede obtenerse utilizando para ello una regla o un calibrador.

- **Indirectas** → no se miden directamente con los aparatos. Son obtenidas de forma indirecta, utilizando las expresiones matemáticas que ligan otras magnitudes. Por tanto, se *calculan* a partir de una ecuación, en la que pueden estar involucradas medidas directas, constantes, y otras medidas indirectas.

Ej.: la velocidad de un objeto puede obtenerse de forma indirecta. Supongamos que en el laboratorio observamos el movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo. Midiendo de forma directa la longitud recorrida (con una cinta métrica o una regla) y el tiempo empleado para recorrer dicha longitud (con un cronómetro) podemos obtener la velocidad del cuerpo utilizando la expresión matemática que liga las magnitudes anteriores:

$$\mathbf{v = \frac{L \rightarrow \text{directa}}{\Delta t \rightarrow \text{directa}} \rightarrow \text{indirecta}}$$

Veamos a continuación, los errores asociados tanto a medidas directas como a medidas indirectas.

Errores de medidas directas

Errores sistemáticos → sobreestimación (subestimación) de las medidas (siempre en la misma dirección). Ejemplo: el error de cero en aparatos analógicos procedente de una mala calibración del aparato. Si se detecta, es posible corregirlo.

Errores aleatorios → al repetir el mismo experimento varias veces, se obtienen resultados diferentes; debido, por ejemplo, del ruido térmico de los aparatos de medida, de la intervención directa de la persona que realiza el experimento, del cambio en las condiciones físicas en las que se realiza el experimento, etc. Puede minimizarse realizando muchas medidas, ¿cuántas?: tantas como las que hagan que el error aleatorio asociado sea del mismo orden que el error instrumental.

Errores instrumentales → debidos a la precisión finita de los aparatos de medida.

Determinación de los errores instrumentales

Precisión de un aparato: valor de medida más pequeño que es capaz de apreciar.

- **Medida analógica** → no existe un criterio único. Es posible utilizar como error instrumental la mitad de la precisión del aparato (regla, osciloscopio...). También puede emplearse, **y es la que se utilizará en el tratamiento de errores en este laboratorio de Física**, la propia precisión del aparato de medida

  $\Rightarrow \quad \pm \Delta X \quad \rightarrow \quad \pm$ la precisión del aparato de medida.

- **Medida digital** → se utiliza como error instrumental la propia precisión del aparato (cronómetro digital, multímetro en opción de amperímetro con escala correspondiente; multímetro en opción de voltímetro con escala correspondiente, etc.)

  $\Rightarrow \quad \pm \Delta X \quad \rightarrow \quad \pm$ la precisión del aparato de medida.

Concepto de error relativo:

$$\textbf{error relativo de una medida} = \left|\frac{\Delta X}{X}\right|$$

- Es un número adimensional
- Es la mejor expresión del grado de precisión de la medida
- Se suele expresar en % $\Rightarrow \left|\frac{\Delta X}{X}\right| 100\%$

Determinación de los errores aleatorios

Como se ha mencionado antes, la característica que presentan los errores aleatorios es que cuando se realiza varias veces la misma medida, cada vez se obtiene un valor diferente, es decir, los valores obtenidos se encuentran distribuidos en un cierto rango de medida. Cuánto más pequeña es la incertidumbre aleatoria, más pequeño es el rango de dispersión de los datos y, por tanto, más precisa llega a ser la medida.

La mejor estimación del valor de la medida corresponde al valor promedio de los datos obtenidos y el error asociado está relacionado con la distribución de los valores alrededor de este valor promedio.

$$\langle \mathbf{X} \rangle = \overline{\mathbf{X}} = \frac{1}{\mathbf{N}}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \ldots + \mathbf{X}_n) = \frac{1}{\mathbf{N}}\sum_{i=1}^{N} \mathbf{X}_i$$

La distribución que describe la dispersión de los datos está definida por un término estadístico conocido como desviación estándar: σ. Para llegar a su expresión, pensemos que la desviación de la medida i-ésima respecto del valor medio es: $\mathbf{d_i = x_i - \overline{x}}$.
Esta desviación es igualmente probable que sea positiva o negativa y, por tanto, cuando se sume a todos los datos puede dar como resultado un valor cero. La desviación promedio, $\overline{\mathbf{d}} = \frac{1}{\mathbf{N}}\sum_{i=1}^{N} \mathbf{d}_i$, es entonces cero y, por tanto, no puede ser usada como representativa de la dispersión de los datos alrededor del valor medio. Por eso se trabaja con el promedio de las desviaciones al cuadrado, ya que la suma ahora de $(\mathbf{d_i})^2$ ya no es cero aunque lo sea la desviación promedio. Así se introduce el concepto de **varianza de la muestra** $\mathbf{var}(\mathbf{X}) \equiv \sigma_{N-1}^2$, como la suma de los cuadrados de las desviaciones sobre el conjunto de datos de la muestra, es decir,

$$\mathbf{var\ (X)} = \boldsymbol{\sigma}_{N-1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mathbf{d}_i^2}{\mathbf{N}-1} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\mathbf{X}_i - \overline{\mathbf{X}})^2}{\mathbf{N}-1}.$$

Además se define la **desviación estándar** como la raíz cuadrada de la varianza, es decir,

$$\boldsymbol{\sigma}_{N-1} = \sqrt{\frac{\mathbf{d}_1^2 + \mathbf{d}_2^2 + \ldots\ldots + \mathbf{d}_N^2}{\mathbf{N}-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (\mathbf{X}_i - \overline{\mathbf{X}})^2}{\mathbf{N}-1}}.$$

- **Error asociado al valor promedio.** El error o incertidumbre asociada al valor medio obtenido del conjunto de datos se llama **error estándar**, que viene a representar la desviación estándar de la propia media. Cuando el número de medidas implicado en calcular el valor medio aumenta, este valor medio está mejor definido. De igual forma, la precisión con que la media puede estar determinada está relacionada con el número de medidas usadas para calcularla.

  El **error estándar, ε,** se calcula a partir de la expresión: $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{N-1}}{\sqrt{\mathbf{N}}}$

Por tanto, cuando en una experiencia de laboratorio hay que tener en cuenta los errores aleatorios, la forma correcta de expresar la medida y el error correspondiente es:

$$\overline{\mathbf{X}} \pm \boldsymbol{\varepsilon} \text{ (unidades)}$$

Errores de medidas indirectas

Denotaremos, de forma genérica, como **Y** a cualquier medida indirecta.

En general, una medida indirecta la calculamos a partir de una función

$$\mathbf{Y = f(X_1, X_2, X_3, ...X_N)}$$

donde $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2 ... X_N}$ son magnitudes que se miden directa o indirectamente.

Es lógico pensar, que la magnitud **Y,** obtenida a partir de otras magnitudes $\mathbf{X_i}$**, i = 1...N**, que tienen asociado su error absoluto, $\mathbf{\Delta X_i}$, tenga también asociado su error absoluto correspondiente, $\mathbf{\Delta Y}$.

Veamos cómo podemos determinar el error absoluto asociado a medidas indirectas. Si $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2 ... X_N}$ son medidas cuyos errores absolutos (conocidos) son:

$$\begin{array}{lll} \mathbf{X_1} & \rightarrow & \pm\mathbf{\Delta X_1} \\ \mathbf{X_2} & \Rightarrow & \pm\mathbf{\Delta X_2} \\ & ..... & \\ \mathbf{X_N} & \Rightarrow & \pm\mathbf{\Delta X_N} \end{array}$$

y **Y** es $\mathbf{Y = f(X_1, X_2, X_3, ...X_N)} \Rightarrow$

$$\mathbf{\Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right|\Delta X_2 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_3}\right|\Delta X_3 + ... + \left|\frac{\partial f}{\partial X_N}\right|\Delta X_N = \sum_{i=1}^{N}\left|\frac{\partial f}{\partial X_i}\right|\Delta X_i}$$

Justificación:

Como **Y** es función de varias variables ($\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2 ... X_N}$) $\Rightarrow$

$$\mathbf{dY = \frac{\partial f}{\partial X_1}dX_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2}dX_2 + \frac{\partial f}{\partial X_3}dX_3 + ... + \frac{\partial f}{\partial X_N}dX_N}$$

Sustituyendo el diferencial "**d**" por "**Δ**" la expresión anterior queda:

$$\mathbf{\Delta Y = \frac{\partial f}{\partial X_1}\Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2}\Delta X_2 + \frac{\partial f}{\partial X_3}\Delta X_3 + ... + \frac{\partial f}{\partial X_N}\Delta X_N}$$

Ahora bien, cada una de las derivadas parciales anteriores puede tomar, al calcular su valor, un valor positivo o bien negativo, pudiéndose entonces llegar al absurdo de que con errores no nulos asociados a cada una de las magnitudes de las que depende **Y**, se llegue por "compensación" a que $\mathbf{\Delta Y}$ sea nulo. Para evitar esto, se toman los valores absolutos de las derivadas parciales anteriores. Así, la expresión final que permite determinar el error absoluto de cualquier magnitud indirecta **Y** es:

$$\Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right|\Delta X_2 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_3}\right|\Delta X_3 + ... + \left|\frac{\partial f}{\partial X_N}\right|\Delta X_N$$

Esta expresión, permite determinar ΔY cualquiera que sea la función Y.

Lo que ocurre es que, a la vista del tipo de función $\mathbf{f}(X_1, X_2 ... X_N)$, es posible determinar de forma más rápida **ΔY**, utilizando estrategias como las que se presentan más adelante.

Ejemplos de aplicación:

Ejemplo 1. Si $R = \frac{D}{2} \rightarrow Y \equiv R; \quad X \equiv D; \quad f \equiv \frac{D}{2}$

$$\Rightarrow \Delta Y \equiv \Delta R = \left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|\Delta X = \left|\frac{\partial(D/2))}{\partial D}\right|\Delta D = \frac{1}{2}\Delta D$$

En general, **si Y = a** X_1, donde **a** es una constante

$$\Rightarrow \Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 = |a|\Delta X_1$$

Ejemplo 2. Si $R_{equivalente} = R_1 + R_2 \rightarrow Y \equiv R_{equivalente}; \ X_1 \equiv R_1; \ X_2 \equiv R_2; \ f \equiv R_1 + R_2$

$$\Rightarrow \Delta Y \equiv \Delta R_{equivalente} = \left|\frac{\partial(R_1 + R_2)}{\partial R_1}\right|\Delta R_1 + \left|\frac{\partial(R_1 + R_2)}{\partial R_2}\right|\Delta R_2 = \Delta R_1 + \Delta R_2$$

En general, **si Y = a** $+X_1 + X_2 - X_3 - X_4$, donde **a** es una constante

$$\Delta Y = \left|\frac{\partial f}{\partial X_1}\right|\Delta X_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_2}\right|\Delta X_2 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_3}\right|\Delta X_3 + \left|\frac{\partial f}{\partial X_4}\right|\Delta X_4 = \Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \Delta X_4$$

Ejemplo 3. Si $v = \frac{L}{t} \rightarrow Y \equiv v; \ X_1 \equiv L; \ X_2 \equiv t; \ f \equiv \frac{L}{t}$

$$\Delta Y \equiv \Delta v = \left|\frac{\partial(L/t)}{\partial L}\right|\Delta L + \left|\frac{\partial(L/t)}{\partial t}\right|\Delta t = \left|\frac{1}{t}\right|\Delta L + \left|-\frac{L}{t^2}\right|\Delta t = \frac{1}{t}\Delta L + \frac{L}{t^2}\Delta t$$

Resulta más cómodo en este caso (fijarse que la medida indirecta es un cociente entre magnitudes), calcular primero el error relativo de **v.**

Planteémonos calcular el error relativo de **v**, donde su error absoluto es

$$\Delta v = \frac{1}{t}\Delta L + \frac{L}{t^2}\Delta t \;\Rightarrow\; \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta v}{L/t} = \frac{t\Delta v}{L} = \frac{t}{L}\left(\frac{1}{t}\Delta L + \frac{L}{t^2}\Delta t\right) = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta t}{t},$$

es decir, se ha encontrado que el error relativo de la medida indirecta es suma de los errores relativos de las magnitudes de las que depende a través de la expresión de v.

Puesto que es más corto y sencillo calcular primero el error relativo que el absoluto, la estrategia recomendada es:

1- calcular el error relativo $\rightarrow \frac{\Delta v}{v}$

2- calcular el error absoluto a partir del error relativo: multiplicando el error relativo por el valor de la medida $\rightarrow \Delta v = \frac{\Delta v}{v}\, v$

En general, si $Y = a\frac{X_1 X_2}{X_3 X_4}$, donde **a** es una constante

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X_1}{X_1} + \frac{\Delta X_2}{X_2} + \frac{\Delta X_3}{X_3} + \frac{\Delta X_4}{X_4}$$

calculándose entonces el error absoluto como $\Delta Y = \frac{\Delta Y}{Y}\left|Y\right|$

En general, si $Y = a\frac{X_1^{c_1} X_2^{c_2}}{X_3^{c_3} X_4^{c_4}}$, donde **a**, c_1, c_2, c_3 y c_4 son constantes, se llegaría a

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \left|c_1\right|\frac{\Delta X_1}{X_1} + \left|c_2\right|\frac{\Delta X_2}{X_2} + \left|c_3\right|\frac{\Delta X_3}{X_3} + \left|c_4\right|\frac{\Delta X_4}{X_4}$$

Estrategia general para determinar ΔY a la vista de los resultados parciales que se han ido encontrando.

1) Si Y se calcula a partir de sumas y restas de variables

$Y = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 - c_3 X_3 - c_4 X_4$, donde c_i, **i = 0..4** son constantes

$\Rightarrow$ **calcular directamente el error absoluto de Y**

$$\Delta Y = \left|c_1\right|\Delta X_1 + \left|c_2\right|\Delta X_2 + \left|c_3\right|\Delta X_3 + \left|c_4\right|\Delta X_4$$

2) **Si Y se calcula a partir de productos y fracciones de variables elevadas a exponentes**

$\mathbf{Y = a\dfrac{X_1^{c_1} X_2^{c_2}}{X_3^{c_3} X_4^{c_4}}}$ donde **a** y **c_i, i = 1..4** son constantes

$\Rightarrow$ **calcular primero el error relativo**

$$\mathbf{\frac{\Delta Y}{Y} = |c_1|\frac{\Delta X_1}{X_1} + |c_2|\frac{\Delta X_2}{X_2} + |c_3|\frac{\Delta X_3}{X_3} + |c_4|\frac{\Delta X_4}{X_4}} \quad \text{y}$$

$\Rightarrow$ **calcular el error absoluto, multiplicando al relativo por el valor de Y**

3) **Si Y resulta ser una combinación de productos, cocientes, sumas y restas de variables**

$$\mathbf{Y = c_1\frac{X_1}{X_2^{c_2}} - X_3 + X_4 X_5^{c_5}} \quad \mathbf{(*)}$$

$\Rightarrow$ **resulta más apropiado para este caso seguir los siguientes pasos:**

- **definir Y = Y_1+Y_2+Y_3 , donde** $\mathbf{Y_1 = c_1\dfrac{X_1}{X_2^{c_2}}}$ $\quad \mathbf{Y_2 = -X_3}$ $\quad \mathbf{Y_3 = X_4 X_5^{c_5}}$
- **calcular los errores ΔY_1, ΔY_2, ΔY_3 por el método 2)**
- **calcular ΔY , de acuerdo con la ecuación (*), a partir del método 1)**

Escritura correcta de la medida y su correspondiente error

El objetivo ahora es aprender a expresar correctamente la medida con su error absoluto, es decir, si **X** es el valor medido (directa o indirectamente) de una magnitud y **ΔX** su error absoluto, la forma correcta de expresarlo, $\mathbf{X \pm \Delta X}$ **(unidades)**, debe tener en cuenta los siguientes pasos:

1.- Primero se trabaja con el error absoluto, $\mathbf{\Delta X}$.

Se toma para $\mathbf{\Delta X}$ una sola cifra significativa (para ello se redondea si es necesario).

2.- A continuación se trabaja con el valor obtenido para la medida, **X.**

Se toma para **X** el número de cifras necesarias para llegar a tener la misma precisión que la indicada por $\mathbf{\Delta X}$, es decir, se expresa la medida con el mismo número de cifras decimales que el error.

3.- Se escribe el resultado como $\mathbf{X \pm \Delta X}$ (unidades).

Si el resultado es un número muy pequeño o muy grande se hará uso del factor $\mathbf{10^{\alpha}}$, colocando éste fuera del paréntesis.

Ejemplo 1: **X** = 27.23678 unidades y **ΔX** = 0.04325 unidades

X = (27.24 ± 0.04) unidades

Ejemplo 2: **X** = 5 unidades y **ΔX** = 0.00473 unidades

X = (5.000 ± 0.005) unidades

Ejemplo 3: X = 7659876.4 unidades y **ΔX** = 144.2789 unidades

ΔX = 0.1442789×10^{3} unidades y **X** = 7659.8764×10^{3} unidades

X = $\mathbf{(7659.9 \pm 0.1)\times 10^{3}}$ **unidades**

Ejemplo 4: X = 0.00007659 unidades y **ΔX** = 0.00000094 unidades

ΔX = 0.94×10^{-6} unidades y **X =** 76.59×10^{-6} unidades

X = $\mathbf{(76.6 \pm 0.9)\times 10^{-6}}$ **unidades**

Representaciones gráficas

Las gráficas constituyen la forma visual de establecer la relación entre dos variables **Y** y **X.**

- Cuando se dice *"representación gráfica de **Y** en función de **X**"* se quiere señalar que en el eje de ordenadas (eje vertical) deber representarse la variable **Y,** y en el eje de abscisas (eje horizontal) la variable **X.**

- En cada eje debe señalarse **la magnitud** que se representa así como las **unidades** en las que están expresados los valores.

- Para representar los datos experimentales, debe dividirse, tanto el eje horizontal como el vertical, en **intervalos regulares** (uniformemente distribuidos), de forma que los puntos representados queden en la gráfica uniformemente distribuidos. Esto puede hacerse de la siguiente forma:

Si $\mathbf{x_{min}}$ y $\mathbf{x_{max}}$ son los valores mínimo y máximo que toma la variable **X** de los puntos a representar, los valores del eje **X** mínimo y máximo deben tomarse un 5-10% menor y un 5-10% mayor que $\mathbf{x_{min}}$ y $\mathbf{x_{max}}$ respectivamente. De forma análoga se haría con el eje **Y**.

Por tanto, no es necesario que el corte de los ejes sea el punto (0,0). Sin embargo, en ocasiones es conveniente. **Todas las gráficas a representar en las distintas prácticas de este laboratorio de Física, se harán de esta forma (incluyendo el (0,0)).**

- Los símbolos utilizados para representar los puntos experimentales deben ser suficientemente claros.
- Los puntos experimentales **¡¡nunca!!** deben unirse mediante segmentos.
- Si hay errores asociados a las variables, deberían también representarse los puntos con sus correspondientes barras de error.

En todas las gráficas a representar en las distintas prácticas de este laboratorio de Física, se omitirá hacerlas representando las barras de error de las variables.

A la vista de la gráfica obtenida es necesario tener una idea del tipo de dependencia existente entre las variables representadas. En el caso de existir una relación lineal entre **X** e **Y**, procedemos a dibujar la recta que mejor se ajuste a la nube de puntos experimentales. Dicha dependencia entre las variables **X** e **Y** responderá a la expresión **Y = a + mX,** donde **a** representa la ordenada en el origen y **m** la pendiente de la recta. El objetivo, por tanto, es encontrar los valores **a** y **m**. Para ello se proponen tres formas distintas de hacerlo.

- **Método 1.** Encontrar la ecuación de la recta (**a** y **m**) **a partir de la propia representación gráfica** de los datos experimentales. Para ello, se trazará con una regla una recta que "pase" de forma lo más próxima posible por el conjunto de puntos representados, esto es, tratando de compensar puntos "por encima" y puntos "por debajo", es decir, pintar la recta que mejor se ajuste a la nube de puntos no significa que todos los puntos experimentales deban pertenecer a la recta pintada.

  - **Determinación de la pendiente.** Se eligen dos puntos, $(\mathbf{X_1},\mathbf{Y_1})$ y $(\mathbf{X_2},\mathbf{Y_2})$, que pertenezcan a la recta dibujada. La pendiente de la recta será:

$$\mathbf{m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}} \ \textbf{(unidades)}$$

  - **Determinación de la ordenada en el origen.** Prolongando la recta dibujada, la lectura en la gráfica del punto de corte de la recta con el eje de ordenadas, dará directamente el valor de **a.**

a (unidades) → valor de **Y** para el cual **X = 0**

En la propia representación gráfica se expresará la función **Y = a + mX** con los valores de **a** y **m** determinados anteriormente (sin olvidar las unidades).

Evidentemente, los valores de **a** y **m** calculados, tendrán asociados sus errores absolutos correspondientes, **Δa** y **Δm**; éstos se podrán obtener teniendo en cuenta el procedimiento que se ha seguido para determinarlas según el método de propagación de errores.

- **Método 2.** Ajuste por mínimos cuadrados. Para comprender en qué consiste el método, señalaremos los pasos claves para poder llegar a las expresiones de **a** y **m** que se apuntarán más adelante.

Dada una nube de puntos experimentales ($\mathbf{x_i}$, $\mathbf{y_i}$) **i =1 ...N**, correspondiente a dos variables **X** y **Y** entre las que se espera que exista una relación lineal, deseamos encontrar la ecuación de la recta que mejor ajusta globalmente al conjunto de puntos experimentales, **Y = a + mx.** Esa será la expresión que mejor represente la relación entre las dos variables. Por tanto, el objetivo es determinar la ordenada en el origen, **a**, y la pendiente de la recta, **m**, pues con estos dos parámetros la recta queda completamente determinada.

La determinación de **a** y **m** se lleva a cabo por el método de mínimos cuadrados. Definimos

$$\mathbf{S=\sum_{i=1}^{N}\left[y(x_i)-y_i\right]^2}$$

donde $\mathbf{y_i}$ representa el valor experimental del punto ($\mathbf{x_i}$,$\mathbf{y_i}$) obtenido experimentalmente y $\mathbf{y(x_i)}$ representa el valor que le correspondería si ese punto, cuya abscisa es $\mathbf{x_i}$, perteneciera a la recta ajustada. Así $\mathbf{y(x_i)=a+mx_i}$. Por tanto,

$$\mathbf{S=\sum_{i=1}^{N}\left[a+mx_i-y_i\right]^2}$$

La recta que mejor ajusta globalmente los puntos es aquélla que minimiza la función **S**, es decir, es aquélla cuyos parámetros **a** y **m** hacen que la dispersión entre los valotes $\mathbf{y(x_i)}$ predichos y los valores $\mathbf{y_i}$ experimentales es la menor posible (la mínima). Ello implica que debe minimizarse la función **S** respecto de los parámetros **a** y **m** $\Rightarrow$

$$\mathbf{\frac{\partial S}{\partial a}=0}$$
$$\mathbf{\frac{\partial S}{\partial m}=0}$$

Estas condiciones permiten determinar las dos incógnitas, **a** y **m**, llegándose a las expresiones siguientes:

$$\mathbf{a=\frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}y_i\sum_{i=1}^{N}x_i^2-\sum_{i=1}^{N}x_i\sum_{i=1}^{N}x_iy_i}{\sum_{i=1}^{N}x_i^2-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2}}$$

$$\mathbf{m=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_iy_i-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i\sum_{i=1}^{N}y_i}{\sum_{i=1}^{N}x_i^2-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}x_i\right)^2}}$$

Los errores absolutos de los parámetros **a** y **m** se calculan a partir de las siguientes relaciones:

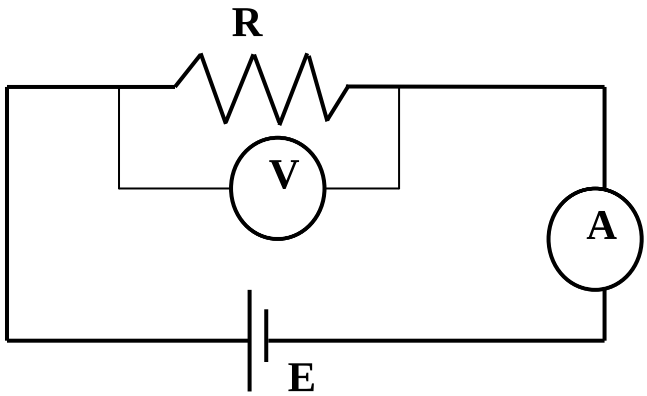
$$\Delta a = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2} \right]^{1/2} \alpha$$

$$\Delta m = \left[\frac{N}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i \right)^2} \right]^{1/2} \alpha$$

donde $\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} (a + m x_i - y_i)^2}{N-2} \right]^{1/2}$

La pendiente **m** de la recta puede estar relacionada con alguna magnitud física de interés, en cuyo caso, una vez conocido **Δm**, se determinará el error asociado a dicha magnitud por medio del método ya visto en la propagación de errores.

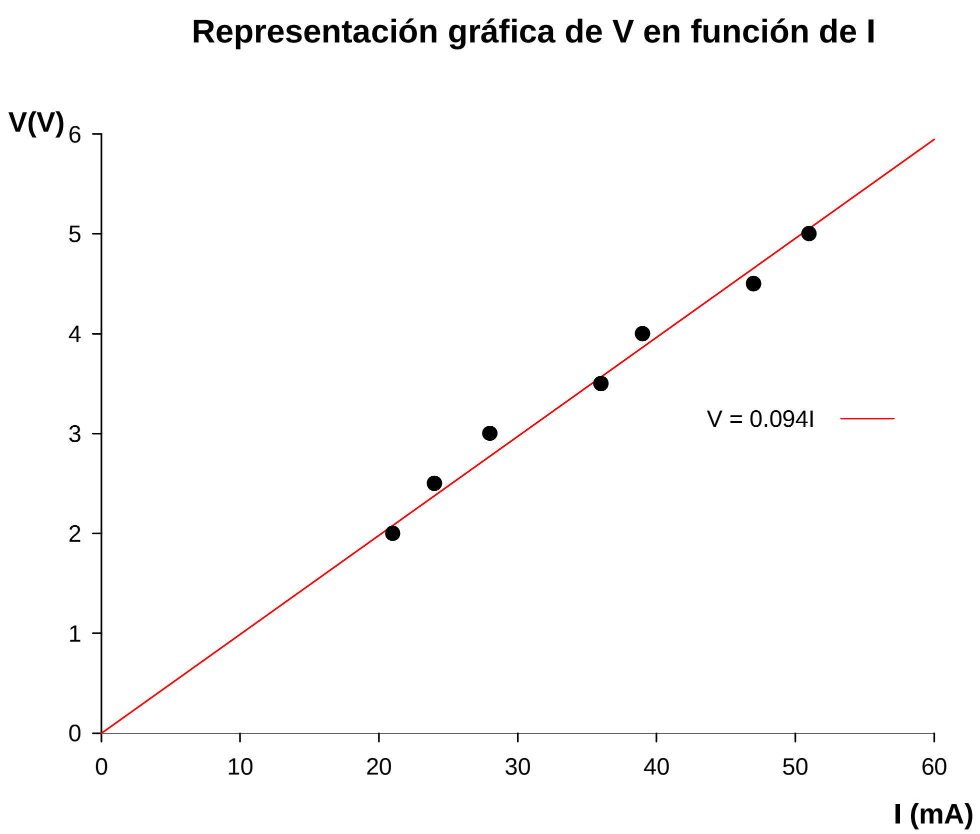
Ejemplo. En el laboratorio se han obtenido los siguientes valores experimentales para la intensidad de la corriente, **I,** que circula por un circuito (medida por el amperímetro **A**) y la diferencia de potencial, **V**, entre los bornes de **R** (medida con el voltímetro **V**).



I(mA)	V(voltios)
21	**2.0**
24	**2.5**
28	**3.0**
36	**3.5**
39	**4.0**
47	**4.5**
51	**5.0**

Se ha de tener en cuenta que el error absoluto de la magnitud **I** (medida directa) es la precisión del aparato (**± 1 mA**) y el error absoluto de la magnitud **V** (medida directa) es la precisión del aparato (± **0.1 V**).

❖ Según el **método 1** señalado anteriormente, a partir de la representación gráfica de los puntos experimentales se ha trazado la recta que ajusta globalmente a los puntos. Puesto que el experimento del laboratorio trata de comprobar la ley de Ohm (**V = RI**) en el circuito de la figura, hemos prolongado la recta haciendo que pase por el origen de coordenadas, como corresponde a la ley a representar (**V = RI corresponde a la ecuación de una recta de ordenada en el origen cero y de pendiente R cuando se representa V en función de I**).



❖ Según el **método 2,** realizamos el ajuste por mínimos cuadrados. La mayoría de las calculadoras poseen el programa incorporado de regresión lineal. Si no es el caso, necesitamos obtener los distintos sumatorios que aparecen en las expresiones finales de **a** y **m**. De esta forma,

Utilizando las expresiones anteriores se obtiene:

$x_i \equiv I$ (mA)	$y_i \equiv V$ (voltios)	x_i^2 (V^2)	$x_i y_i$ (mAV)
21	**2.0**	**441**	**42**
24	**2.5**	**576**	**60**
28	**3.0**	**784**	**84**
36	**3.5**	**1296**	**126**
39	**4.0**	**1521**	**156**
47	**4.5**	**2209**	**211.5**
51	**5.0**	**2601**	**255**
$\sum x_i = 246$	$\sum y_i = 24.5$	$\sum x_i^2 = 9428$	$\sum x_i y_i = 934.5$

a = 0.2005 V **Δa = 0.18 V**

m = 0.0939 V/mA=93.9 Ω **Δm = 0.0050 V/mA=5.0 Ω**

Por lo que el resultado final para los parámetros **a** y **m** debe expresarse

$$\mathbf{a = (0.2 \pm 0.2)\ V}$$
$$\mathbf{m = (94 \pm 5)\ \Omega}$$

Como el error absoluto de **a** es tan grande como su valor, la recta que mejor ajusta los datos pasa, dentro de las incertidumbres experimentales, por el origen de coordenadas. Aunque teóricamente es de esperar una relación de simple proporcionalidad entre **V** e **I**, el ajuste a una recta con un término independiente **a** resulta aconsejable para corregir posibles errores experimentales sistemáticos que se manifiesten en una traslación global de los puntos experimentales a lo largo de uno de los ejes.

Nótese que como **V = RI**, la pendiente **m** ajustada es precisamente el valor de la resistencia **R** que mejor ajusta globalmente los datos:

$$\mathbf{R = (94 \pm 5)\ \Omega}$$

Procedimiento operativo y resultados

Trabajo 1.- Demuestre que si $\mathbf{Y = aX_1^{c_1} X_2^{c_2} /(X_3^{c_3} X_4^{c_4})}$, donde **a**, **c**$_1$, **c**$_2$, **c**$_3$ y **c**$_4$ son constantes, entonces:

$$\mathbf{E_R(Y) = |c_1| E_R(X_1) + |c_2| E_R(X_2) + |c_3| E_R(X_3) + |c_4| E_R(X_4)}$$

donde $\mathbf{E_R(\ )}$ representa **error relativo** de la magnitud que figura en el interior del paréntesis.

Trabajo 2.- Obtener la expresión teórica del **error absoluto** de la siguiente magnitud indirecta:

$$\mathbf{Y = \left(aX_1^3 + \frac{b}{X_2^5} \right) X_3^7}$$ donde **a** y **b** son constantes.

Trabajo 3.- En el laboratorio se ha realizado la siguiente experiencia:

Se dispone de una bola de plomo de 1,00 cm de diámetro en el extremo de un hilo inextensible y de masa despreciable de longitud 100,0 cm y con un cronómetro se determina el tiempo que tarda en realizar 1 oscilación de muy pequeña amplitud. Se repite el proceso para 10 longitudes diferentes del hilo inextensible.

Los resultados que se obtienen son:

L(cm)	100,0	95,0	80,0	75,0	60,0	55,0	40,0	35,0	20,0	10,0
T(s)	2,00	1,95	1,79	1,73	1,55	1,48	1,26	1,18	0,89	0,63

a) Determinar la precisión de los instrumentos con los que se han realizado la medida del diámetro de la bola de plomo, la longitud del hilo y el tiempo. Determine el error relativo cometido en cada medida.

b) Representar la longitud en función del periodo. ¿A qué función matemática es posible ajustar los datos experimentales? ¿Es una dependencia lineal o cuadrática?

c) Representar la longitud en función del periodo al cuadrado. ¿A qué función matemática es posible ajustar los datos experimentales? ¿Es una dependencia lineal o cuadrática?

d) Determinar, **a partir de la representación gráfica,** la pendiente de la recta para aquella representación de las anteriores, que lo permita.

e) Teniendo en cuenta el significado físico de dicha pendiente ¿podría obtenerse el valor de la aceleración de la gravedad del lugar donde se ha realizado el experimento?. Si es así, determínelo.

f) Calcule la expresión teórica del error absoluto de **g** y determínelo para la décima medida.

g) Exprese correctamente la medida de **g** con su error.