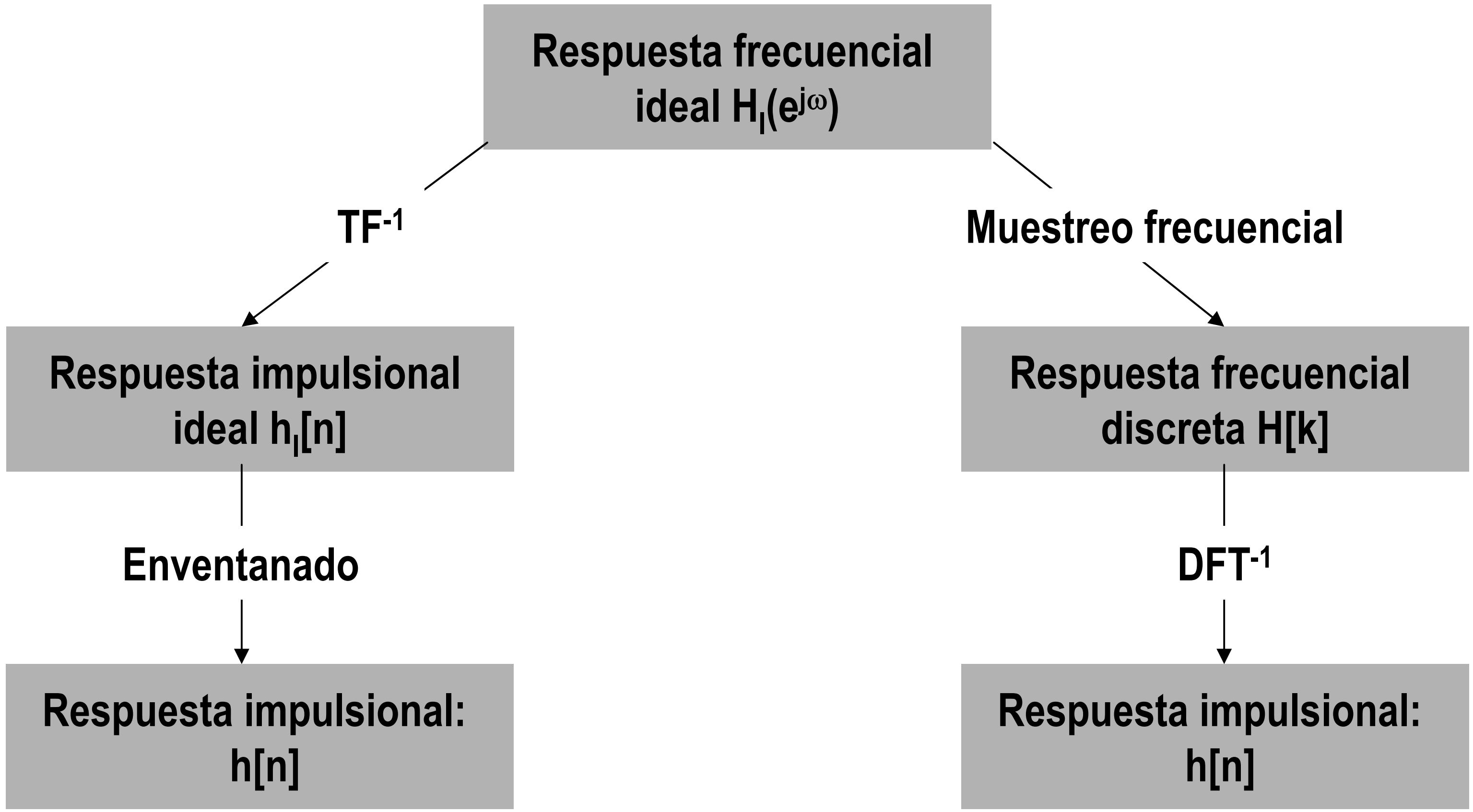
5.1: Diseño de filtros FIR (con fase lineal)

- Enventanado
- Muestreo en frecuencia

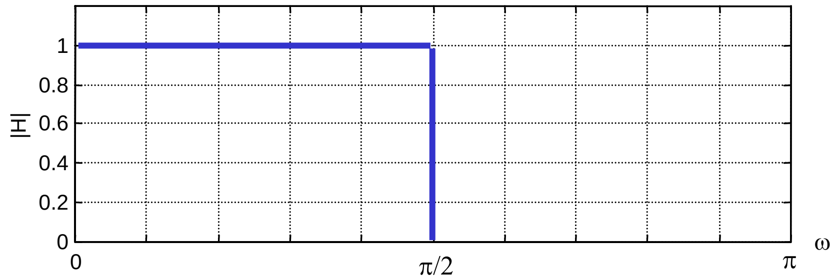
- Diseño de filtros FIR óptimos con plantilla
  - Especificaciones
  - Algoritmo de optimización
  - Filtros óptimos

Diseño de filtros FIR: enventanado y muestreo en frecuencia



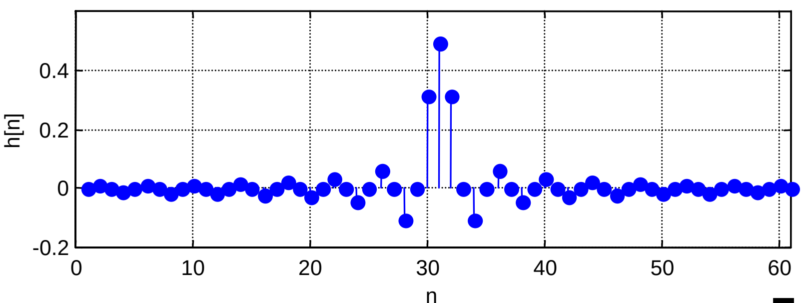
Enventanado

Respuesta frecuencial ideal

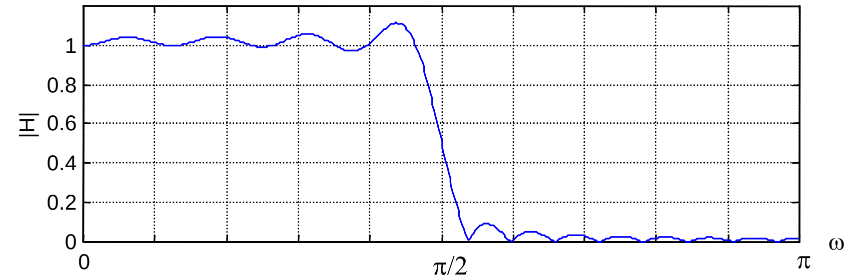


TF-1

Respuesta impulsional ideal

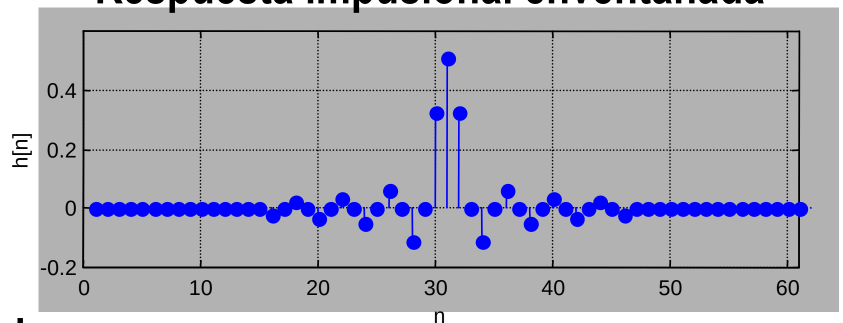


Respuesta frecuencial real



TF

Respuesta impulsional enventanada



Enventanado

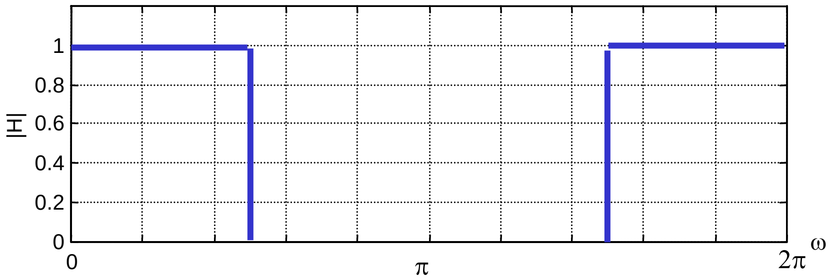
(ventana rectangular)

$$\begin{cases} h_i[n] = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} H_i\left(e^{j\omega}\right) e^{j\omega n}\, d\omega \\ h[n] = h_i[n]\,v[n] \end{cases}$$

Error $$\begin{cases} \varepsilon = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \left|H\left(e^{j\omega}\right) - H_i\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 d\omega \\ \quad = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left|h[n] - h_i[n]\right|^2 \end{cases}$$

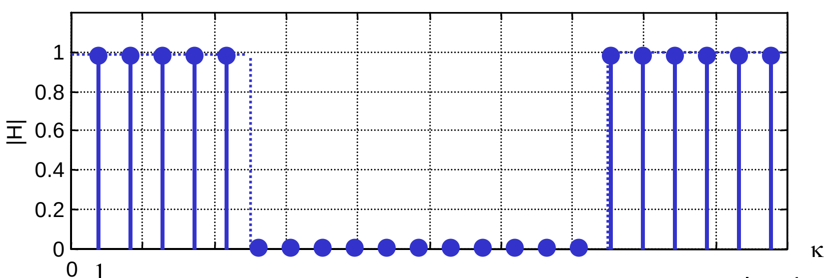
Muestreo en frecuencia

Respuesta frecuencial ideal



Muestreo

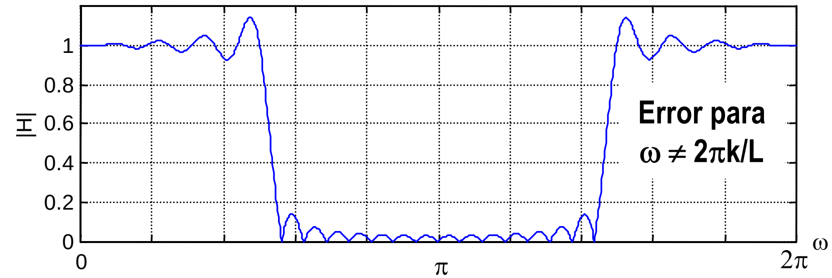
Respuesta frecuencial discreta



L: longitud

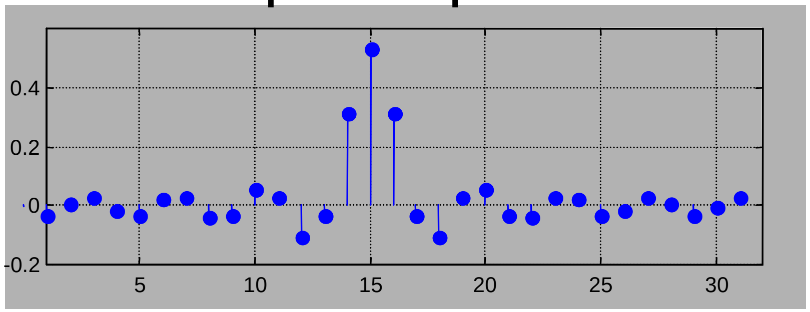
DFT^{-1}

Respuesta frecuencial real



TF

Respuesta impulsional



$$H[k] = H_i\left(e^{j\frac{2\pi k}{L}}\right) \Rightarrow h[n] = \frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1} H[k]\, e^{j\frac{2\pi k}{L}n} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} h_i[n+rL] \qquad 0 \le n \le L-1$$

Diseño de filtros FIR óptimos con plantilla

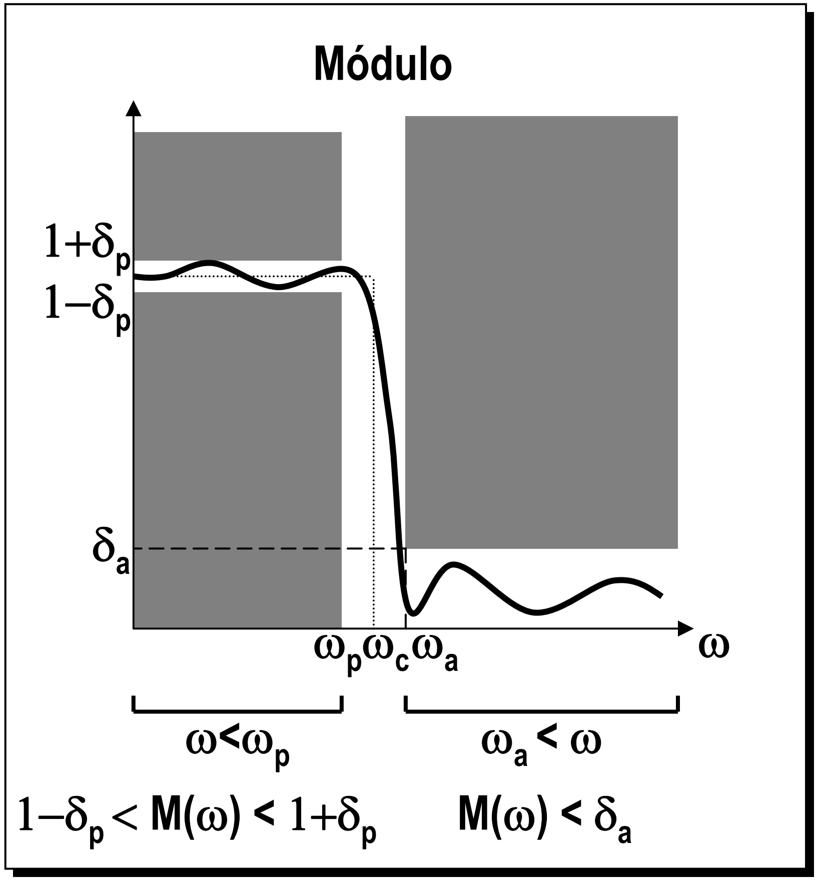
- **Valido para filtros ideales del tipo:**
  - Paso bajo
  - Paso banda
  - Paso alto
  - Banda eliminada

- **Especificación:**
  - Módulo: $M(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_p \\ 0, & \omega_p < |\omega| < \pi \end{cases}$
  - Fase: $\varphi(\omega) = -\alpha\,\omega + \beta + \pi\,k(\omega)$
    (fase lineal)

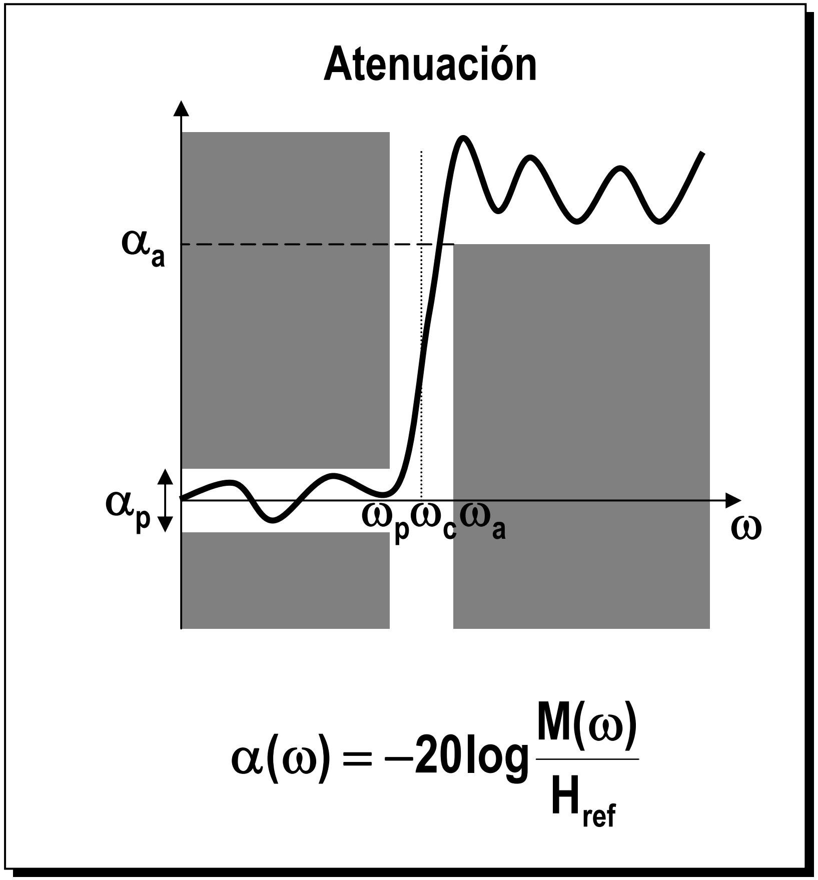
- **El filtro ideal es:**
  - Inestable
  - No causal
  - Respuesta impulsional de longitud infinita

- **Para tener un filtro causal y estable:**
  - Introducción de tolerancias en el módulo
    (la fase se consigue con
    $h[n] = \pm\, h[L-1-n]$)

Especificaciones del módulo con tolerancias: plantillas



$\Leftrightarrow$



$$\alpha_a = -20\log\delta_a, \qquad \alpha_p = 20\log\frac{1+\delta_p}{1-\delta_p}$$

Formulación del problema de optimización

- **Cumplir con la especificaciones**

$\Rightarrow$ **El error máximo es menor que**

δ_p en la banda de paso

δ_a en la banda atenuada

- **Problema de optimización según el error máximo**

$\Rightarrow$ **Filtro óptimo (orden menor) tiene un rizado de amplitud constante en las bandas de paso y atenuada**

- **Algoritmo de optimización (Remez)**
  - **No existe ninguna solución analítica**
  - **Algoritmo de optimización iterativo**

- **Método de diseño**
  - **Especificar:** ω_p, ω_a ; δ_p, δ_a

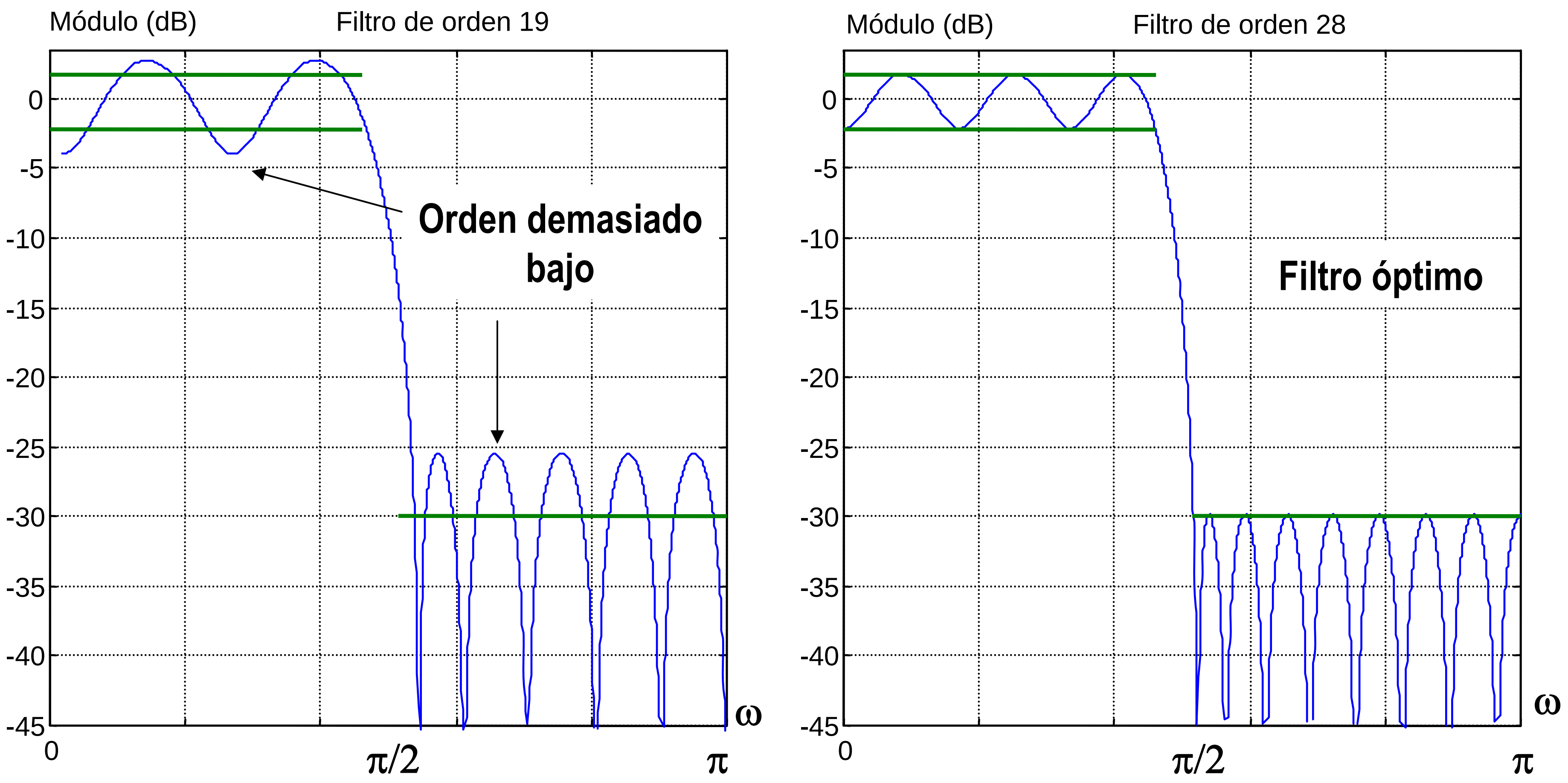
    Definidos por el problema
  - **Estimar la longitud del filtro con la fórmula modificada de Kaiser:**

$$L = \frac{-10\log(\delta_a \delta_p) - 13}{14{,}6\Delta f}$$

Anchura de la banda de transición más estrecha

  - **Aplicar el algoritmo de optimización**
  - **Procedimiento de prueba y error**

Ejemplos de optimización



Resumen

- **Enventanado:**

$$\begin{cases} h_i[n] = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} H_i\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega}d\omega \\ h[n] = h_i[n]v[n] \end{cases}$$

- **Muestreo en frecuencia:**

$$\begin{cases} H[k] = H_i\left(e^{j\frac{2\pi k}{L}}\right) \\ h[n] = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} H[k]\, e^{j\frac{2\pi k}{L}n} \\ \quad = \displaystyle\sum_{r=-\infty}^{\infty} h_i[n+rL] \end{cases}$$

- **Optimo:**

$$\left|\begin{array}{l} \omega_p,\ \omega_a \\ \delta_p,\ \delta_a \end{array}\right.$$

$$L = \frac{-10\log(\delta_a\delta_p) - 13}{14{,}6\Delta f}$$