ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIERIA DE TELECOMUNICACION

Asignatura: Processament de senyal — Final

Fecha: 15 de Enero 2001

Profesores: M. Lagunas, E. Monte, A. Oliveras, G. Vazquez

Tiempo: 2h30min

- Los problemas deben entregarse en hojas separadas.
- No pueden utilizarse libros, apuntes tablas o formularios.
- Todas las hojas deben llevar el nombre del examinando con el formato: Apellidos, Nombre.
- Justificar todos los resultados que se consignen en la solución de los ejercicios.

Problema 1. 3 puntos

Considere que dispone de la autocorrelación estimada de un proceso {x} estacionario

$$\hat{r}_x(q); \quad |q| \leq Q$$

obtenida a partir de un segmento de N muestras del proceso, x(n); n=0,N-1, con N>10Q.

a) Demuestre que siempre el valor esperado del estimador de correlación viene dado por:

$$E[\hat{r}_x(q)] = \begin{cases} r_x(q).w(q) & |q| \leq Q \\ 0 & resto \end{cases}$$

Se obtiene ahora un estimador de la densidad espectral del proceso vía la transformada de Fourier del estimador de correlación

$$\hat{S}_x(\omega) = F\{\hat{r}_x(q)\}$$

b) Siendo $S_x(\omega)$ la densidad espectral del proceso y $W(\omega)$ la transformada de Fourier de w(n), demuestre que:

$$E\left[\hat{S}_x(\omega)\right] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} S_x(\omega-\omega')W(\omega')d\omega'$$

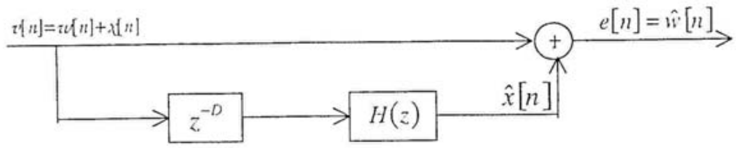
c) Indique porque $W(\omega)$ ha de ser siempre positiva y como garantizaría esta característica al diseñar o elegir w(n).

d) ¿Porque el máximo de $W(\omega)$ ha de estar en el origen y, de nuevo, como lo garantiza al diseñar o elegir w(n)?

e) ¿Qué razón o razones se le ocurren para que $W(\omega)$ sea una función par y, de nuevo, como se garantiza esta cualidad al elegir w(n)?

Problema 2. 3 puntos

Una de les aplicacións del filtre de Wiener és la cancel.lació d'interferències de banda estreta (x[n]) respecte de l'ample de banda del senyal (w[n]). Ara l'objectiu es saber si l'esquema següent pot complir aquesta funció de cancel·lació i amb quines condicions.



Suposant que la longitud de l'autocorrelació d'un senyal de banda ample és menor que l'autocorrelació d'un senyal de banda estreta, es demana:

a) Explicar la funció de retard de "D" mostres de la figura anterior

b) Demostrar que minimitzar $E\{e[n]^2\}$ equival a minimitzar $E\{(x[n]-\hat{x}[n])^2\}$

c) Establir un criteri d'elecció del valor "D".

d) Obtenir les equacions que ens permeten obtenir el filtre FIR H(z) que minimitza la potència de e[n],

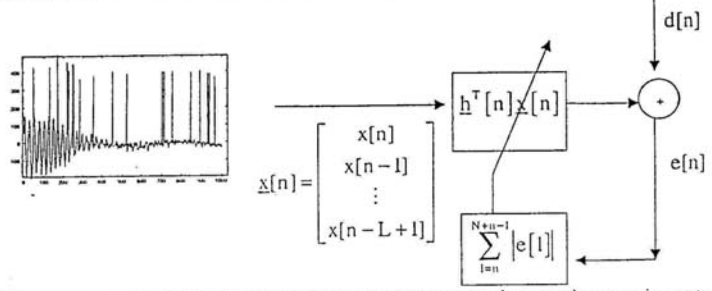
$$H(z)=\sum_{k=0}^{L-1} h[k]z^{-k}$$

on:

e) En el cas de que x[n] sigui una sinusoide i w[n] soroll blanc, raonar una elecció dels valors de D i L.

Problema 3. **4 puntos**

En este problema diseñaremos un filtro adaptativo que ha de tratar señal contaminada con ruido impulsional. Para ello cambiaremos el criterio para calcular los coeficientes del filtro adaptativo.



Utilizaremos norma 1 como criterio. Esta norma se caracteriza por dar poca importancia a errores grandes, por lo que es una norma adecuada cuando queremos que los picos de ruido afecten poco a los valores de los coeficientes.

La primera parte del problema consistirá en estudiar la diferencia entre las normas 1 y 2.

a) Dibuje las funciones $f_1(e)=e^2$ y $f_2(e)=|e|=e*\text{sign}(e)$, entre los valores [-2,2].
   Nota: Considere la derivada de la función sign(.) en el origen igual a cero.

b) Dibuje las derivadas respecto a "e" de las dos funciones anteriores, en el mismo margen.

A continuación estudiaremos el algoritmo para el caso de un filtro de longitud L=1

c) Dado el criterio de error $J(h)=\sum_{l=n}^{N+n-1}|e[l]|=\sum_{l=n}^{N+n-1}|d[l]-h\cdot x[l]|$, calcular la derivada $dJ(h)/dh$

d) Exprese la ecuación del filtro adaptativo para N=1.

Seguidamente veremos el algoritmo para el caso de un filtro de longitud arbitraria L

e) Calcule el gradiente de $J(h)=\sum_{l=n}^{N+n-1}|e[l]|=\sum_{l=n}^{N+n-1}|d[l]-\underline{h}^T\cdot\underline{x}[l]|$

f) Exprese la ecuación del filtro adaptativo para N=1.

Finalmente veremos la condición que ha de cumplir un filtro calculado siguiendo el criterio de norma 1, para que el error de filtrado sea decreciente con el número de iteraciones. En los apartados siguientes consideraremos un filtro de longitud L=1 y un promedio realizado con N=1. Suponer en todo momento que el algoritmo se encuentra lejos de convergencia, es decir $e[n]\neq 0$

g) Escriba la expresión del error e[n], calculada con el filtro adaptativo en el momento n (que por convención llamaremos h[n]) y el nuevo error **e'[n]**, que se calcula con el filtro actualizado, es decir h[n+1], pero con los datos x[n]

h) Exprese el valor de **e'[n]** en función de **e[n]**

i) ¿Qué condición se ha de cumplir para que el error sea decreciente?