

Fecha de publicación de notas provisionales 26 de Junio  
 Fecha límite para alegaciones 30 Junio  
 Fecha de publicación de notas definitivas 3 Julio

Entrega de apartados en hojas separadas los bloques: Ejercicio 1 (a,b,c,d), Ejercicio 1(e,f,g,h)  
 Ejercicio 2 (a,b,c), Ejercicio 2(d,e)

### Ejercicio 1

En este ejercicio se analiza el diseño de sistemas de comunicación que, garantizando un mínimo de calidad o probabilidad de error  $P_e$ , maximizan velocidad de transmisión,  $r_b$ . La forma de proceder consiste en dividir el ancho de banda disponible en subcanales más sencillos de tratar. En primer lugar se tratará el compromiso  $P_e$  versus  $r_b$  en el caso de un sistema N-QAM con  $N=2^b$ , siendo b par.

Sabiendo que  $\sum_{m=1}^{M/2} (2m-1)^2 = \frac{(M^2-1) \cdot M}{6}$

a.- Demuestre que la energía media por símbolo de un sistema N-QAM, con todos los símbolos equiprobables, viene dada por

$$E_s = 2A^2 T_s \frac{N-1}{3}$$

siendo  $2A\sqrt{T_s}$  la separación entre símbolos sobre componente i o q en la constelación.

b.- Calcule la tasa de error al símbolo  $P_e$  en función de la energía media por símbolo y la densidad espectral de ruido  $N_0$ .

Considerando ahora:

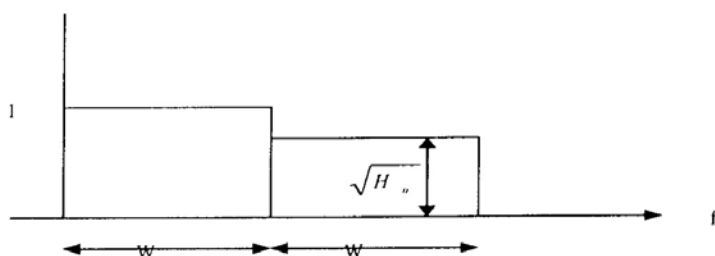
- Un canal de transmisión de ancho de banda  $B_T=2W=\frac{1}{2T_s}$  de respuesta uniforme en el ancho de banda mencionado.
- Un número de símbolos N elevado tal que se verifique que  $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{N}}\right) \approx 1$
- Que la función  $Q(x)$  puede aproximarse por  $\exp(-x^2/2)$

c.- Demuestre que la velocidad  $r_b$  (bps) viene dada por:

$$r_b = 4W \cdot \log_2 \left\{ 1 + \frac{(3P/(8WN_0))}{(-\ln(P_e/4))} \right\}$$

siendo P la potencia transmitida.

Considere a partir de ahora que el canal de transmisión presenta ISI con la siguiente respuesta en frecuencia:



d.- ¿Cómo se altera la velocidad del apartado anterior si en el receptor se suprime completamente la ISI con un ecualizador?

Considere a ahora que se emplean dos modulaciones QAM diferentes en un principio, en los dos canales de ancho de banda  $W$ . Para mantener la potencia total se utiliza  $\alpha P$  en el primero y  $(1-\alpha)P$  en el segundo, con  $\alpha$  siempre menor o igual a la unidad.

e.- Manteniendo la probabilidad de error  $P_e$  en cada uno de los dos subcanales, calcule la expresión de la  $r_b$  del nuevo sistema en función de  $\alpha$  y de los mismos parámetros que en el apartado anterior.

$$\text{Definiendo } \phi_o = \frac{(3P/4N_oW)}{(-\ln(P_e/4))}$$

f.- Encuentre la distribución óptima de potencia en cada canal que maximiza la velocidad de transmisión.

g.- Demuestre que para valores de  $H_o$  por debajo de un umbral toda la potencia se suministra en el subcanal uno; mientras que para  $H_o$  tendiendo a la unidad la distribución se hace uniforme.

h.- Discuta las ventajas y/o desventajas que, en su caso, presentan las dos alternativas.

## Ejercicio 2

Para comunicaciones espaciales son de interés modulaciones de envolvente constante y con alta eficiencia espectral, tal es el caso de las modulaciones OQPSK y MSK. Considere que se transmite la señal  $s(t)$

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{2i} p(t - i2T_b) \cos 2\pi f_o t + a_{2i+1} p(t - (2i+1)T_b) \sin 2\pi f_o t$$

en donde  $a_i = \pm 1$  son símbolos equiprobables,  $T_b$  es el tiempo de bit,  $f_o = \frac{N}{T_b}$  (con  $N$  entero) y  $p(t)$

$$\text{cumple que } \begin{cases} p(t) \neq 0 & |t| < T_b \\ p(t) = 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Se define la modulación OQPSK como la obtenida cuando el pulso conformador en frecuencia es tal que  $|P_{OQPSK}(f)|^2 = 2T_b \sin^2(f2T_b)$  y la modulación MSK cuando se tiene

$$|P_{MSK}(f)|^2 = \frac{16T_b (\cos(2\pi f T_b))^2}{\pi^2 (1 - 16T_b^2 f^2)^2}$$

En el caso de canales limitados en banda interesa que la densidad espectral de  $s(t)$ ,  $S_s(f)$ , presente bajo nivel de lóbulos secundarios.

a.- Halle y dibuje la densidad espectral de  $s(t)$  e indique cuál de las dos modulaciones bajo estudio es más adecuada si se compara el nivel de lóbulos secundarios a partir de  $|f| > f_o + r_b$  y  $|f| < f_o - r_b$

b.- Diseñe el receptor óptimo cuando la señal  $s(t)$  es transmitida por canales ideales distorsionados por ruido Gaussiano blanco de densidad espectral de potencia  $S_w(f) = N_o/2$  (canal AWGN). Halle la BER en función de la  $E_b/N_o$ .

~

En muchos casos de interés se desea transmitir el mayor número de usuarios en un determinado ancho de banda, generándose interferencias entre los mismos o problema denominado de “cross-talk”. Considere a continuación que el factor principal de distorsión es el “cross-talk”, que puede llegar a estar 20 dB por encima de la señal deseada, y que la señal recibida  $r(t)=s(t)+ s_I(t)$  se modela como la suma de la señal deseada  $s(t)$  y una señal interferente  $s_I(t)$ . Dicha señal interferente es de la misma modulación que  $s(t)$ , con amplitud  $A$  y cuya frecuencia es  $f_I=f_0+\Delta f$ .

La distorsión que, debido al “cross-talk”, hay en la rama de la componente en fase del receptor es

$C = \int s_I(t) p(t) \cos \omega_0 t dt$ , con una potencia igual a

$$E\{C^2\} = A^2 T_b \int |R_p(y)|^2 \cos(2\pi \Delta f y) dy \quad (1)$$

siendo  $R_p(y)$  la correlación del pulso  $p(t)$ .

c.- Interprete frecuencialmente la expresión (1) e indique si interesa un pulso  $P(f)$  que decaiga rápidamente en frecuencia o no. ¿Qué pulso conformador  $P_{\text{MSK}}(f)$  o  $P_{\text{OQPSK}}(f)$  garantiza una potencia de “cross-talk” menor?

Un modo de combatir la interferencia es sustituyendo en cada rama del receptor óptimo para canal AWGN el filtro adaptado a  $P(f)$  por un filtro  $H_R(f)$  que contrarreste los efectos de la densidad espectral de la señal interferente.

d.- Considere que el equivalente paso bajo de la señal recibida se simplifica al de un único pulso transmitido  $r_b(t) = a_I p(t - 2lT_b) + x_{Ib}(t)$ . Donde  $x_{Ib}(t)$  es el equivalente paso bajo de la interferencia, que presenta una densidad espectral  $S_{Ib}(f)$ . La señal  $r_b(t)$  es filtrada por  $H_R(f)$ , que maximiza la SIR

$$\text{instantánea a su salida definida como } SIR = \frac{|a_I|^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} P(f) H_R(f) df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{Ib}(f) |H_R(f)|^2 df}. \text{ Halle } H_R(f).$$

e.- Dibuje el esquema del receptor paso-banda que incorpora  $H_R(f)$ . Considere que el filtro  $h_R(t)$  hallado en el apartado anterior es diferente de cero únicamente para  $-T_b \leq t \leq T_b$ . Si a la entrada del receptor la señal es  $r(t)=s(t)+ s_I(t)$ , formule la señal después de muestrear en la rama 1 y 2 como

$$\mathbf{r}_k = \begin{bmatrix} r_1(t_{2k+1}) \\ r_2(t_{2k+2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \alpha_1 & \beta & 0 \\ 0 & \gamma & \alpha_2 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{2k-1} \\ a_{2k} \\ a_{2k+1} \\ a_{2k+2} \end{bmatrix} + \mathbf{s}_{IF}(k)$$

indicando el valor de  $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$  y  $\beta$  en función de  $p(t)$ ,  $h_R(t)$  y las señales portadoras. El vector  $\mathbf{s}_{IF}(k)$  contiene las muestras de interferencia  $s_I(t)$  filtradas.

Interprete el problema de distorsión al que da lugar  $H_R(f)$ .

NOTA:  $\left| \int v(x) g^*(x) dx \right|^2 \leq \int |v(x)|^2 dx \int |g(x)|^2 dx$  La igualdad se obtiene cuando  $v(x)$  y  $g(x)$  son proporcionales.

~