

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

PROCESSAMENT DEL SENYAL

Data: 18 de juny de 2002

Professors: J. Hernando, J. B. Mariño, F. Marqués, C. Nadeu, J. Vidal

Temps: 3 hores

- No es poden usar ni llibres, ni apunts, ni calculadora, ni telèfons mòbils, etc.
- Tots els fulls han de portar el nom de l'examinand.
- S'han de justificar tots els resultats.

Problema 1

El comportamiento del algoritmo LMS mejora substancialmente si se normaliza el paso de adaptación μ por una estimación de la potencia instantánea de la señal $x(n)$. En este ejercicio se consideran algunos estimadores de potencia.

En primer lugar, considere la estimación ML de la potencia, suponiéndola constante en un tramo de longitud N muestras $x(n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Para ello, se pide:

- a) Suponiendo gaussianidad, media nula e incorrelación, escriba la expresión de la función de densidad de probabilidad conjunta de $x(n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, en función de la potencia a estimar p_x
- b) Escriba el estimador de máxima verosimilitud de la potencia en función de los valores de $x(n)$
- c) Calcule la media de esta estimación

Una alternativa muy utilizada es estimar la potencia en cada instante mediante la recursión

$$\Gamma_x(n) = \alpha \Gamma_x(n-1) + \beta x^2(n)$$

- d) Comente en este caso la utilidad y significado de los parámetros α y β en la estimación anterior.

Para simplificar la valoración de la calidad de esta estimación en cuanto a sesgo y varianza, considere que tanto la señal $x(n)$ como la estimación de su potencia $\Gamma_x(n)$ son estacionarias. Se pide:

- e) Escriba β en función de α para que la estimación $\Gamma_x(n)$ sea insesgada. Mantenga esta relación entre α y β en los siguientes apartados.
- f) Escriba la función de transferencia del sistema $H(z)$ que responde con $\Gamma_x(n)$ a la entrada $x^2(n)$. ¿Cuál es el margen de valores de α para que converja la recursión?
- g) Escriba la expresión de la densidad espectral de potencia de $\Gamma_x(n)$, $S_{\Gamma_x}(\omega)$, en términos de la densidad espectral de potencia de $x^2(n)$, $S_{x^2}(\omega)$, y α .
- h) Suponiendo $x(n)$ gaussiano (ver nota) y blanco de potencia σ^2 , calcule $S_{x^2}(\omega)$ y escriba $S_{\Gamma_x}(\omega)$ en función de α y σ^2 .
- i) Calcule la correlación de $\Gamma_x(n)$, $R_{\Gamma_x}(m)$, correspondiente a la expresión de $S_{\Gamma_x}(\omega)$ anterior.
- j) A partir del resultado anterior, indique el valor de la varianza de $\Gamma_x(n)$.

Nota: Si $x(n)$ es estacionario y gaussiano con correlación $R_x(m)$, $x^2(n)$ es estacionario con correlación

$$R_{x^2}(m) = R_x^2(0) + 2 R_x^2(m)$$

COMENCI AQUEST EXERCICI EN UN FULL NOU

Problema 2

En el reconeixement de la parla apareix sovint el problema de la contaminació del senyal de veu per soroll provinent de l'entorn i recollit pel micròfon. Una de les tècniques més utilitzades per reduir l'efecte del soroll consisteix en un filtre de Wiener que es dissenya i s'aplica en el domini freqüencial.

Considerem un senyal acústic $x(n)$ format per la combinació additiva de la veu $s(n)$ i el soroll $w(n)$, és a dir, $x(n)=s(n)+w(n)$. Si s'ha utilitzat un sol micròfon, només es disposa del senyal $x(n)$. Així, la informació del soroll s'haurà d'extreure del propi senyal $x(n)$, aprofitant els intervals en què no hi ha veu, només soroll, i suposant que el soroll $w(n)$ és estacionari. Suposarem també que el senyal de veu correspon a un procés estacionari i, perquè aquesta hipòtesi no s'allunyi massa de la realitat, prendrem trams de senyal $x(n)$ curts, de 10 – 30 ms, treballant amb cada tram separatament.

1. Per dissenyar el filtre, suposarem que $x(n)$ és estacionari, que $s(n)$ i $w(n)$ estan incorrelats, i que la resposta impulsional del filtre $h(n)$ s'estén de $-\infty$ a $+\infty$ (filtre IIR). Es demana:
 - a) Donar l'expressió de l'error de l'estimació $e(n)$ en funció de $h(n)$ si el filtre de Wiener s'aplica a $x(n)$ i el senyal de referència (desconegut) és $s(n)$.
 - b) Determinar la relació que ha de complir $h(n)$ per minimitzar l'error quadràtic mitjà.
 - c) A partir de l'expressió anterior, demostrar que el filtre òptim verifica

$$H(\omega) = \frac{S_{ss}(\omega)}{S_{xx}(\omega)}, \quad (1)$$

on $S_{ss}(\omega)$ i $S_{xx}(\omega)$ són, respectivament, els espectres de $s(n)$ i de $x(n)$.

2. Per obtenir una estimació $\hat{H}(\omega)$ del filtre $H(\omega)$, s'han d'estimar els espectres del numerador i denominador de l'expressió (1). El denominador s'estima amb el periodograma del segment de veu. Per estimar el numerador, es demana:
 - d) Si l'espectre de soroll $S_{ww}(\omega)$ s'estima amb el mètode de Bartlett amb finestra rectangular en l'interval inicial del senyal $x(n)$, on se suposa que $s(n)=0$, determinar la duració mínima (en segons) d'aquest interval sense veu per tal que, a una freqüència de mostratge de 8 kHz, s'obtingui:
 - una resolució de 200 Hz a 3dB,
 - una variància igual a 0,1 quan $w(n)$ és soroll blanc de variància 1.

Nota: l'ample de banda a 3dB de la finestra rectangular de longitud L és: $0.89/L$

 - e) Estimar $S_{ss}(\omega)$ d'un tram de veu a partir de l'estimació anterior de $S_{ww}(\omega)$. ¿Pot ser que el $S_{ss}(\omega)$ estimat prengui valor negatiu per a alguna freqüència? En cas afirmatiu, mostrar una possible causa, mantenint les suposicions que s'han fet fins ara. Indicar raonadament què es podria fer per reduir la probabilitat que passi això.
3. Si disposéssim d'un senyal referent de soroll $v(n)$ correlat amb $w(n)$, podríem aplicar un filtre de Wiener FIR en el domini temporal per cancel·lar el soroll interferent $w(n)$. Com que el senyal de veu no és estacionari, el filtre es prendria adaptatiu. Es demana:
 - f) Dibuixar l'esquema de cancel·lació d'interferències per a aquest cas i escriure les equacions d'adaptació de l'algorisme LMS d'un filtre d'ordre M , explicitant l'expressió de l'error $e'(n)$.
 - g) Suposant que $v(n)$ és soroll blanc de potència unitat, calcular el valor de μ que fa convergir l'algorisme en un temps igual a l'obtingut a l'apartat (d), és a dir, dins l'interval sense veu que hi ha a l'inici del senyal.

Nota: el temps de convergència és aproximadament l'invers de $2\mu\lambda_{\min}$, on λ_{\min} és l'autovalor mínim de la matriu d'autocorrelació del senyal.