Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TEMA 3- CABEZAL DE RADIOFRECUENCIA

telecom BCN

EMISSORS I RECEPTORS

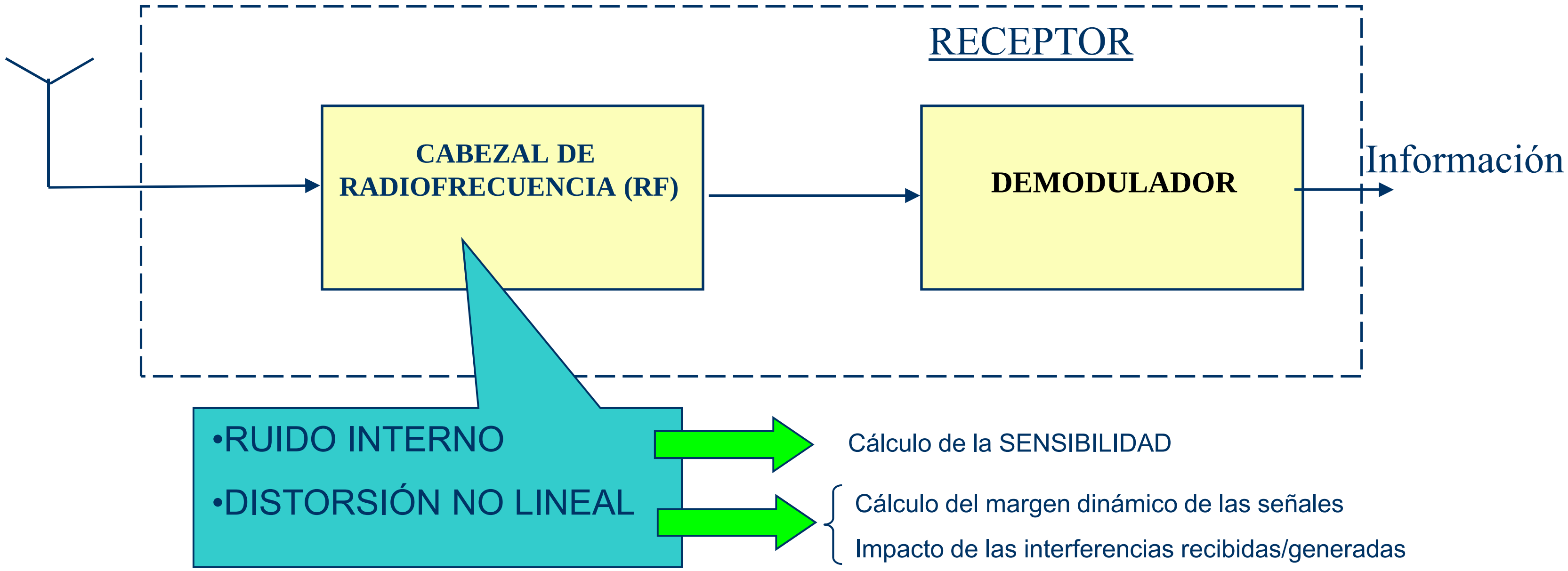
Jordi Pérez Romero
Anna Umbert Juliana

Índice

- Ruido:
  - Tipos de ruido
  - Ruido en dipolos pasivos
  - Temperatura equivalente de ruido de un dipolo
  - Densidad espectral de potencia de ruido disponible en un dipolo
  - Ruido en cuadripolos:
    - Ancho de banda equivalente de ruido
    - Factor de ruido
    - Temperatura equivalente de ruido de un cuadripolo
  - Ruido en cuadripolos en cascada
- Distorsión no lineal:
  - Concepto de distorsión no lineal
  - Distorsión por ley cúbica:
    - Compresión de ganancia
    - Tercer armónico
    - Desensibilización
  - Productos de intermodulación
  - Rechazo a señales espúreas
  - Margen dinámico libre de espúreos
  - Distorsión en cuadripolos en cascada
  - Influencia del filtrado sobre la distorsión

Introducción

- El objetivo de este tema es caracterizar las degradaciones sobre la señal introducidas por las etapas del cabezal de RF, previo al demodulador en un receptor, e implementado típicamente mediante tecnología analógica.



RUIDO

Ruido

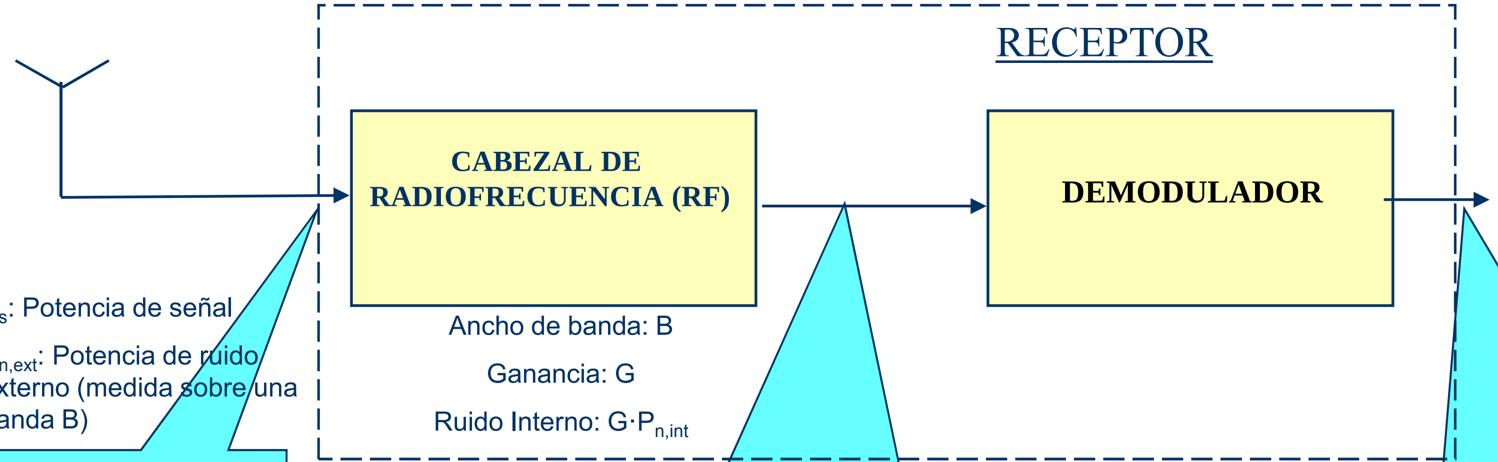
- RUIDO: cualquier señal de *naturaleza aleatoria* que aparece superpuesta a la señal útil, degradando su recepción.
- Clasificación:
  - Ruido externo: Captado por la antena del receptor. Suele ser el factor más limitativo para frecuencias bajas (típicamente inferiores a 30 MHz)
    - Artificial: Generado por procesos vinculados a la actividad humana (e.g. ruido debido a redes de distribución eléctrica, motores, etc.)
    - Natural: Debido a emisiones existentes en la naturaleza (e.g. rayos solares, rayos cósmicos, ruido galáctico, etc.)
  - Ruido interno: Generado por los elementos del cabezal de RF del receptor. Suele ser el factor más limitativo para frecuencias altas (típicamente superiores a 30 MHz)
- Dentro de este tema tomaremos como dato el nivel de ruido externo y nos centraremos en el modelado del ruido interno en función de los elementos del cabezal de RF para conseguir el nivel de relación SNR deseada (equivalentemente de Eb/No) de acuerdo con los requisitos del receptor.

Tipos de Ruido Interno

- Ruido Térmico:
  - Aparece debido al movimiento aleatorio de los electrones en el interior de la materia como consecuencia de la temperatura ambiente.
  - El ruido térmico aparece en cualquier dispositivo que presente una cierta resistividad y esté a una temperatura distinta del cero absoluto, con independencia de que esté conectado o no y circule por él una corriente.
  - Presenta una estadística gaussiana con media nula y potencia directamente proporcional a la temperatura ambiente.
- Ruido Impulsivo (Shot):
  - Aparece como consecuencia del paso de portadores (electrones) a través de una barrera de potencial, poniéndose de manifiesto en forma de impulsos de corriente superpuestos a una cierta corriente media que aparecen de acuerdo con una estadística de llegadas de Poisson.
  - El ruido Shot sólo aparece en dispositivos activos (e.g. semiconductores ó válvulas de vacío) acompañando al valor medio de la corriente. Por consiguiente sólo puede existir ruido shot cuando hay paso de corriente a través del dispositivo.
  - No presenta ninguna dependencia directa con la temperatura ambiente.
- Además de los dos ruidos anteriores, existen otros tipos de ruido menos importantes (e.g. ruido Flicker, ruido de avalancha, etc.)

Modelo de ruido de un receptor

- Se distinguen tres puntos de medida de la SNR en un receptor:



P_s: Potencia de señal

$P_{n,ext}$: Potencia de ruido externo (medida sobre una banda B)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_a = \frac{P_s}{P_{n,ext}}$$

- Relación SNR en la antena, depende sólo del ruido externo

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{GP_s}{G\left(P_{n,ext} + P_{n,\mathrm{int}}\right)}$$

- Relación SNR a la entrada del demodulador

- Dado que el ruido externo no se puede eliminar siempre se cumplirá: $(S/N)_a > (S/N)_i$, esto es, el cabezal nunca puede mejorar la SNR de la antena (en el caso ideal que fuera no ruidoso sería $(S/N)_a = (S/N)_i$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = f\left(\left(\frac{S}{N}\right)_i, \mathrm{modulacion}\right)$$

- Relación SNR a la salida del demodulador

- Determina la calidad final

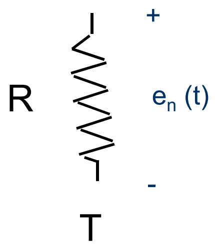
- La función f() depende del tipo de modulación y del diseño del demodulador

- Equivalentemente se puede ver también como tasa de error de salida según (S/N) ó Eb/No de entrada.

El cálculo de la sensibilidad del receptor combina estas relaciones para determinar el nivel P_s mínimo a la entrada que garantiza un cierto nivel de calidad en términos de $(S/N)_o$ o tasa de error a la salida del demodulador.

Ruido en dipolos pasivos

- Dipolos pasivos: resistencias, bobinas, condensadores, etc.
- El ruido se caracteriza por ser únicamente de origen TÉRMICO.
- Caso 1: Resistencia R a temperatura ambiente T:



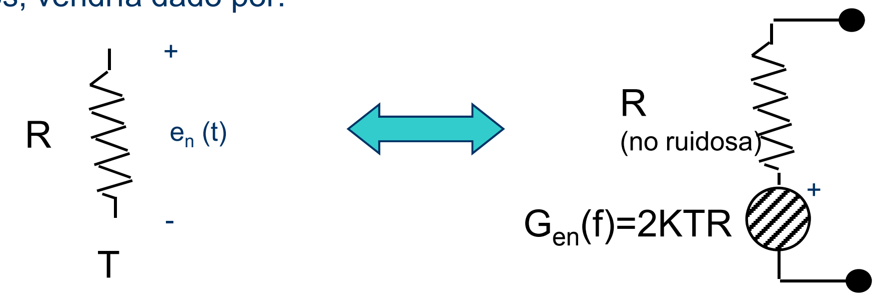
La tensión e(t) medida en bornes de la resistencia, sin conectarla a ningún dispositivo, debido a la movilidad de los electrones vinculada a la temperatura, es un proceso estocástico de acuerdo con una estadística gaussiana de media nula

La densidad espectral de potencia de este proceso puede aproximarse, para los rangos de frecuencias típicos de RF, por un valor constante igual a:

$$\boxed{G_{en}(f) = 2KTR} \quad (V^2/Hz)$$

$K=1.38\cdot10^{-23}$ J/K es la CONSTANTE DE BOLTZMANN

De acuerdo con esto, un modelo equivalente de una resistencia ruidosa, a efectos de poder aplicar las leyes de la teoría de circuitos, vendría dado por:



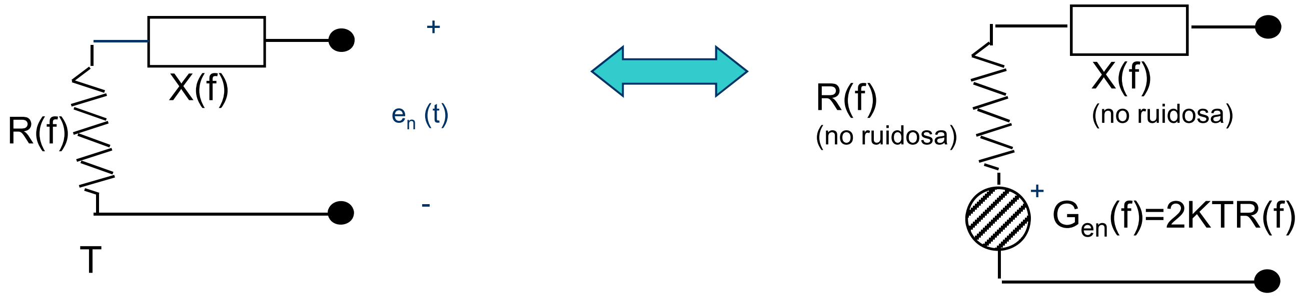
Ruido en dipolos pasivos

- Caso 2: Impedancia Z(f)=R(f)+jX(f) a temperatura ambiente T:

En este caso, es posible demostrar que la densidad espectral de potencia de ruido depende únicamente de la componente resistiva:

$$\boxed{G_{en}(f) = 2KT\,\mathrm{Re}\left[Z(f)\right] = 2KTR(f)} \quad (V^2/Hz)$$

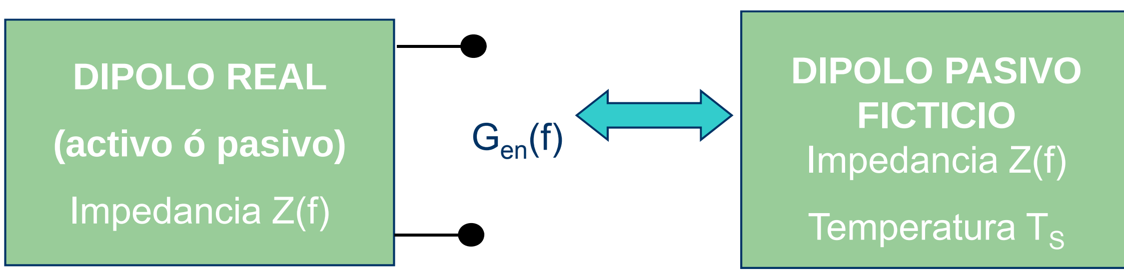
De acuerdo con lo anterior, el modelo general de un dipolo pasivo ruidoso con impedancia Z(f) viene dado por: (ver demostración en el anexo)



Temperatura equivalente de ruido de un dipolo

- En el caso de un dipolo genérico, activo o pasivo, el ruido tiene una componente de origen térmico y otra de origen impulsivo.
- En esta situación, el modelo anterior para dipolo pasivos continúa siendo válido siempre que el concepto de temperatura se generalice a la denominada temperatura equivalente de ruido de un dipolo, T_S:

Corresponde al valor de temperatura física a la que habría que colocar a un dipolo pasivo ficticio, con la misma impedancia Z(f) que el dipolo real, para que dicho dipolo ficticio generase a su salida idéntica potencia de ruido que el dipolo real.



$$G_{en}(f) = 2KT_S \operatorname{Re}\left[Z(f)\right] \quad (V^2/Hz)$$

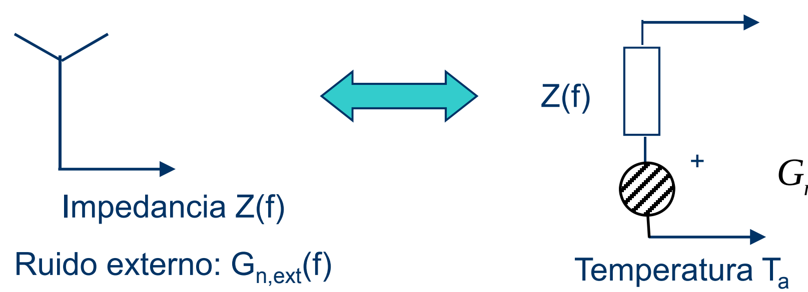
De donde, igualando ambas densidades espectrales de potencia, se obtiene:

$$T_S = \frac{G_{en}(f)}{2K \operatorname{Re}\left[Z(f)\right]}$$

Temperatura equivalente de ruido de un dipolo

- La temperatura equivalente de un dipolo no define a una temperatura física. Por esa razón este parámetro puede alcanzar valores incluso de miles ó millones de grados Kelvin.
- Obsérvese que en el caso de un dipolo pasivo $T_S=T_{fisica}$, puesto que todo el ruido es térmico, mientras que en el caso de un dipolo activo se cumplirá siempre que $T_S>T_{fisica}$, puesto que además del ruido térmico existirá el impulsivo.
- El concepto de temperatura equivalente de ruido de un dipolo también se utiliza para modelar el ruido externo captado por la antena de un receptor, en la denominada TEMPERATURA DE ANTENA, T_a:

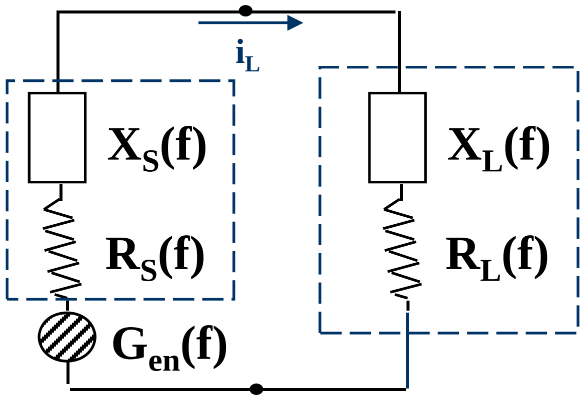
Temperatura a que debería estar una impedancia de igual valor que la impedancia de la antena para que generara una potencia de ruido igual al ruido externo captado por dicha antena.



$$G_{n,ext}(f) = 2KT_a \,\mathrm{Re}\left[Z(f)\right] \qquad (V^2/Hz)$$

Densidad espectral de potencia de ruido disponible en un dipolo

- Considérese un dipolo ruidoso de impedancia $Z_S(f) = R_s(f) + jX_s(f)$ que entrega ruido a una carga de impedancia compleja $Z_L(f) = R_L(f) + jX_L(f)$.



- La densidad espectral de potencia de ruido (en W/Hz) entregada viene dada por:

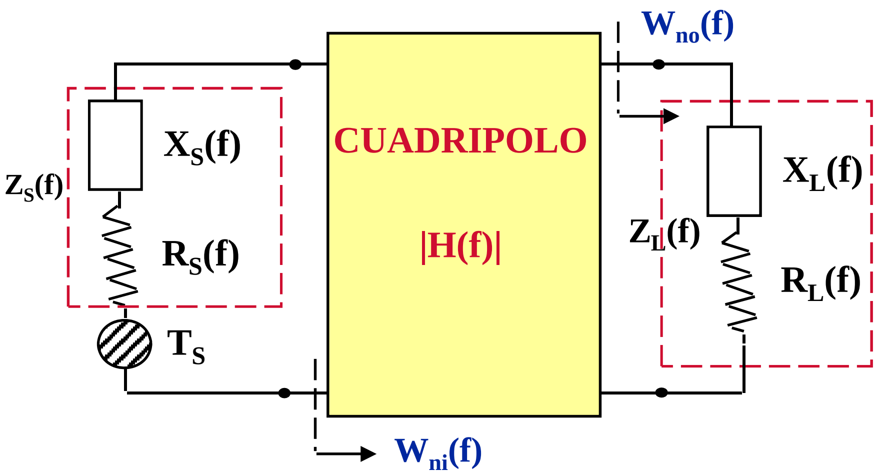
$$W(f) = \frac{G_{en}(f) \cdot R_L(f)}{\left[R_S(f) + R_L(f)\right]^2 + \left[X_S(f) + X_L(f)\right]^2} = \frac{2KT_S R_S(f) \cdot R_L(f)}{\left[R_S(f) + R_L(f)\right]^2 + \left[X_S(f) + X_L(f)\right]^2}$$

Como siempre existirá adaptación de impedancias (esto es, $R_s(f) = R_L(f)$ y $X_s(f) = -X_L(f)$), la densidad espectral de potencia entregada será máxima, dando lugar a la que se conoce como densidad espectral de potencia disponible:

$$\boxed{W(f) = \frac{KT_S}{2}} \quad \text{(W/Hz)}$$

Ancho de banda equivalente de ruido de un cuadripolo

- Considérese un dipolo ruidoso de temperatura equivalente T_s que se conecta a un cuadripolo no ruidoso de función de transferencia H(f), en condiciones de adaptación de impedancias:



Densidad espectral de potencia a la entrada:

$$W_{ni}(f) = \frac{KT_S}{2} \qquad \text{(W/Hz)}$$

Densidad espectral de potencia a la salida del cuadripolo:

$$W_{no}(f) = W_{ni}(f)\left|H(f)\right|^2 = \frac{KT_S}{2}\left|H(f)\right|^2$$

Potencia entregada a la carga de salida:

$$P_{no} = \int_{-\infty}^{\infty} W_{no}(f)\,df = \frac{KT_S}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(f)\right|^2 df = KT_S\int_0^{\infty}\left|H(f)\right|^2 df \qquad \text{(W)}$$

Ancho de banda equivalente de ruido de un cuadripolo

- Se define el ANCHO DE BANDA EQUIVALENTE DE RUIDO DE UN CUADRIPOLO, B_N, como:

Ancho de banda que debería tener un filtro de función de transferencia rectangular e igual ganancia que el cuadripolo considerado de función H(f) para dejar pasar igual potencia de ruido a la salida que éste último.

Cuadripolo H(f):

$$P_{no} = KT_S \int_0^{\infty} \left| H(f) \right|^2 df$$

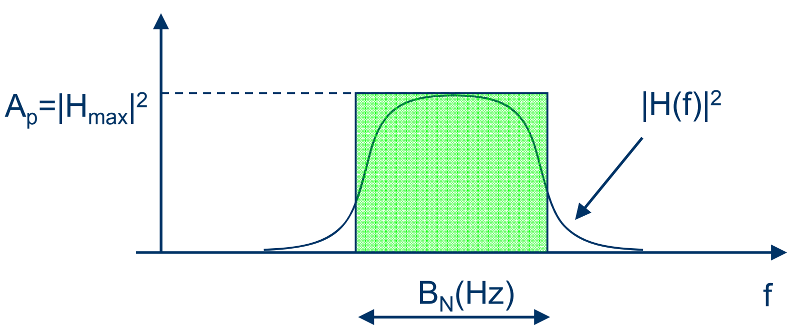
Cuadripolo rectangular:

$$\boxed{P_{no} = A_p K T_S B_N}$$

$$\boxed{B_N = \frac{\int_0^{\infty} \left| H(f) \right|^2 df}{A_p}}$$

(Hz)

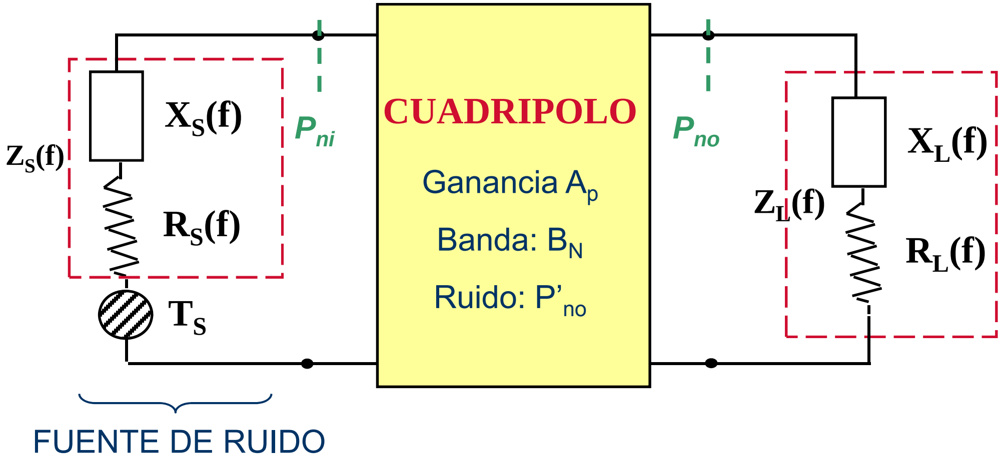
donde $A_p=|H_{max}|^2$ es la GANANCIA del cuadripolo



Habitualmente, el ancho de banda equivalente se suele aproximar por el ancho de banda a 3 dB.

Ruido en cuadripolos

- Considérese un cuadripolo ruidoso con ganancia A_p y ancho de banda equivalente de ruido B_N, conectado a una fuente de ruido de temperatura equivalente T_s:



- Suponiendo que el cuadripolo genera una potencia de ruido P'_{no} la potencia total entregada a la salida del cuadripolo será:

$$\boxed{P_{no} = \underbrace{A_p K T_S B_N}_{\text{Ruido a la salida generado por la fuente}} + \underbrace{P'_{no}}_{\text{Ruido a la salida generado por el cuadripolo}} = A_p P_{ni} + P'_{no}}$$

El ruido a la entrada del cuadripolo provinente de la fuente viene dado por:

$$P_{ni} = K T_s B_N$$

Factor de ruido de un cuadripolo

- Se define el FACTOR DE RUIDO de un cuadripolo como:

> Relación entre la potencia de ruido medida a la salida del cuadripolo y la potencia de ruido que existiría en esta misma salida si el cuadripolo fuera no ruidoso. Ambas potencias de ruido se calculan considerando una temperatura de fuente de valor T_o =290 K.

$$F=\left.\frac{P_{no}}{A_pP_{ni}}\right|_{T_s=T_o}=\left.\frac{A_pP_{ni}+P_{no}^{'}}{A_pP_{ni}}\right|_{T_s=T_o}=1+\left.\frac{P_{no}^{'}}{A_pP_{ni}}\right|_{T_s=T_o}=1+\frac{P_{no}^{'}}{A_pKT_oB_N}$$

- Dado que un cuadripolo real siempre generará ruido, P_{no}'>0, de modo que el factor de ruido siempre será mayor que 1. Únicamente en el caso ideal de que el cuadripolo fuera no ruidoso el factor de ruido sería 1.

$$\boxed{F\geq 1}$$

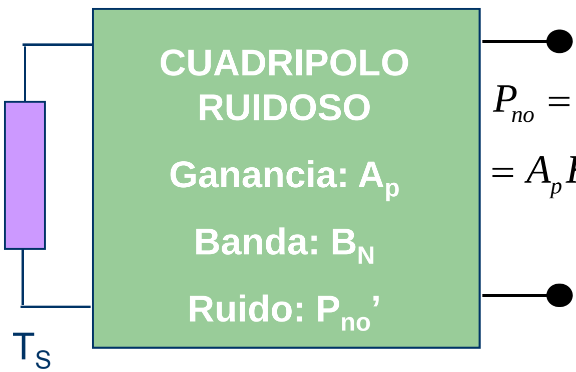
- Se define la CIFRA de RUIDO (del inglés NOISE FIGURE) como:

$$\boxed{NF\left(dB\right)=10\log F}\qquad \boxed{NF\geq 0dB}$$

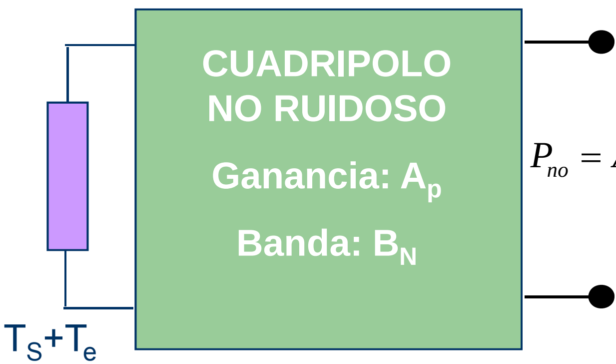
Temperatura equivalente de ruido de un cuadripolo

- Se define la TEMPERATURA EQUIVALENTE DE RUIDO de un cuadripolo como:

> Valor que hay que agregar a la temperatura de la resistencia de fuente para que, considerando ahora al cuadripolo como no ruidoso, la potencia de ruido a la salida sea la misma que la obtenida a la salida del cuadripolo real.



$$P_{no} = A_p P_{ni} + P'_{no} =$$
$$= A_p K T_s B_N + P'_{no}$$



$$P_{no} = A_p K (T_s + T_e) B_N$$

- Igualando ambas expresiones: $P_{no} = A_p K T_s B_N + P'_{no} = A_p K (T_s + T_e) B_N$

$$\boxed{P'_{no} = A_p K T_e B_N}$$

$$\boxed{T_e = \frac{P'_{no}}{A_p K B_N}}$$

Temperatura equivalente de ruido de un cuadripolo

- Relación entre temperatura equivalente de ruido de un cuadripolo y factor de ruido:

$$\left.\begin{aligned} F &= 1 + \frac{P'_{no}}{A_p K T_o B_N} \\ P'_{no} &= A_p K T_e B_N \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{F = 1 + \frac{T_e}{T_o}} \qquad \boxed{T_e = (F-1)T_o}$$

- Se define la POTENCIA DE RUIDO EQUIVALENTE A LA ENTRADA de UN CUADRIPOLO como la potencia de ruido que debería haber a la entrada del cuadripolo para que, si éste fuera no ruidoso, se obtuviera a la salida igual potencia de ruido que con el cuadripolo real:

Cuadripolo real

$$P_{no} = A_p K (T_s + T_e) B_N$$

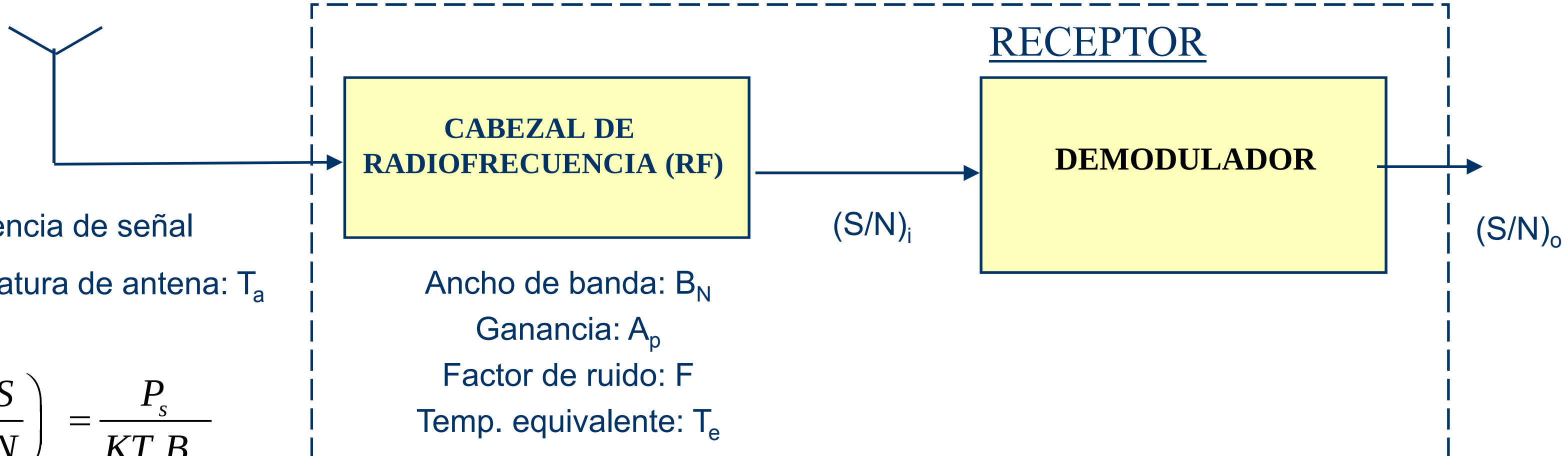
$\Leftrightarrow$

Cuadripolo no ruidoso

$$P_{no} = A_p P_{Ni}$$

Potencia de ruido equivalente a la entrada: $\boxed{P_{Ni} = K(T_s + T_e)B_N = K\left(T_s + (F-1)T_o\right)B_N}$

Aplicación: Cálculo de la sensibilidad de un receptor



$$\left(\frac{S}{N}\right)_a = \frac{P_s}{KT_aB_N}$$

- A partir del requerimiento de (S/N)$_o$ a la salida del demodulador se determina, según las características del mismo, el correspondiente requerimiento a la entrada del demodulador (salida del cabezal), (S/N)$_i$:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{A_pP_s}{A_pK\left(T_a+T_e\right)B_N} = \frac{P_s}{K\left(T_a+T_e\right)B_N} = \frac{P_s}{K\left(T_a+\left(F-1\right)T_o\right)B_N}$$

- Sensibilidad:

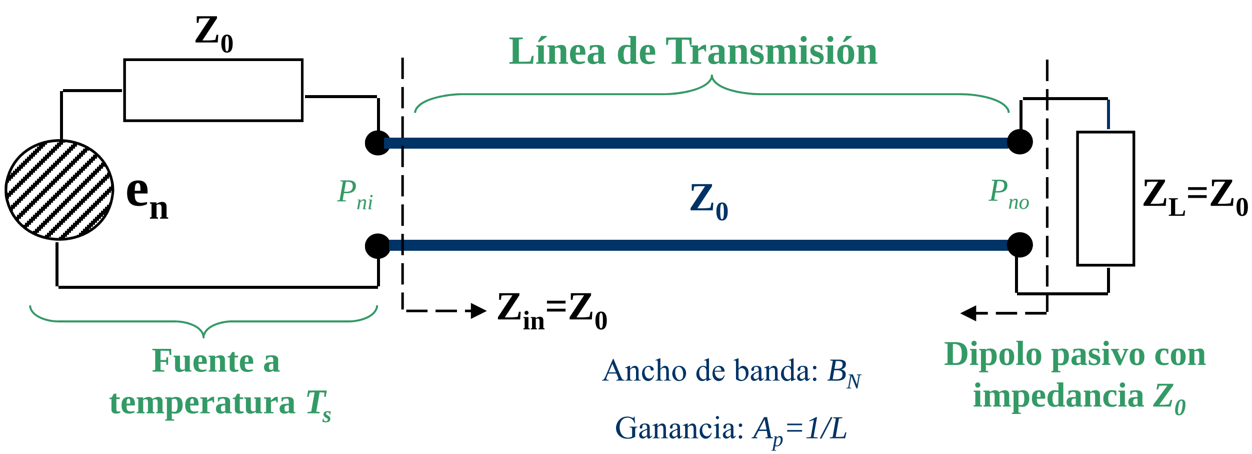
$$\boxed{P_s = \left(\frac{S}{N}\right)_i K\left(T_a+\left(F-1\right)T_o\right)B_N}$$

NOTA: Obsérvese que, en el caso particular de que T_a=T_o=290 K se cumple que el factor de ruido coincide con F=(S/N)$_a$/(S/N)$_i$

Factor de ruido de un atenuador resistivo puro

- Considérese una línea de transmisión como ejemplo de atenuador resistivo puro. Como sólo genera ruido térmico el factor de ruido dependerá de la temperatura física. Distinguimos dos casos:

CASO 1: Línea a temperatura física $T_F=T_o=290$ K



Potencia de ruido a la entrada (para el cálculo del factor de ruido se considera a $T_s=T_o$): $P_{ni}=KT_oB_N$

Potencia de ruido a la salida: Al estar la línea y la fuente a T_o la carga de salida ve simplemente una carga adaptada a temperatura T_o, de modo que la potencia a la salida es también: $P_{no}=KT_oB_N$

Factor de Ruido:

$$F=\left.\frac{P_{no}}{A_pP_{ni}}\right|_{T_s=T_o}=\frac{KT_oB_N}{\frac{1}{L}KT_oB_N}=L \Rightarrow \boxed{F=L}$$

Factor de ruido de un atenuador resistivo puro

- Análogamente se puede obtener la temperatura equivalente de ruido y la potencia de ruido generada por la línea:

$$T_e = (F-1)T_o = (L-1)T_o$$

$$P'_{no} = A_p K T_e B_N = \frac{L-1}{L} K T_o B_N$$

NOTA: Obsérvese que, si bien la potencia de ruido es igual a la salida que a la entrada de la línea, esto no significa que la línea no sea ruidosa, sino que se combina por un lado el ruido añadido por la línea con el ruido de entrada que se ha atenuado, para que al final en términos netos no exista incremento de ruido a la salida.

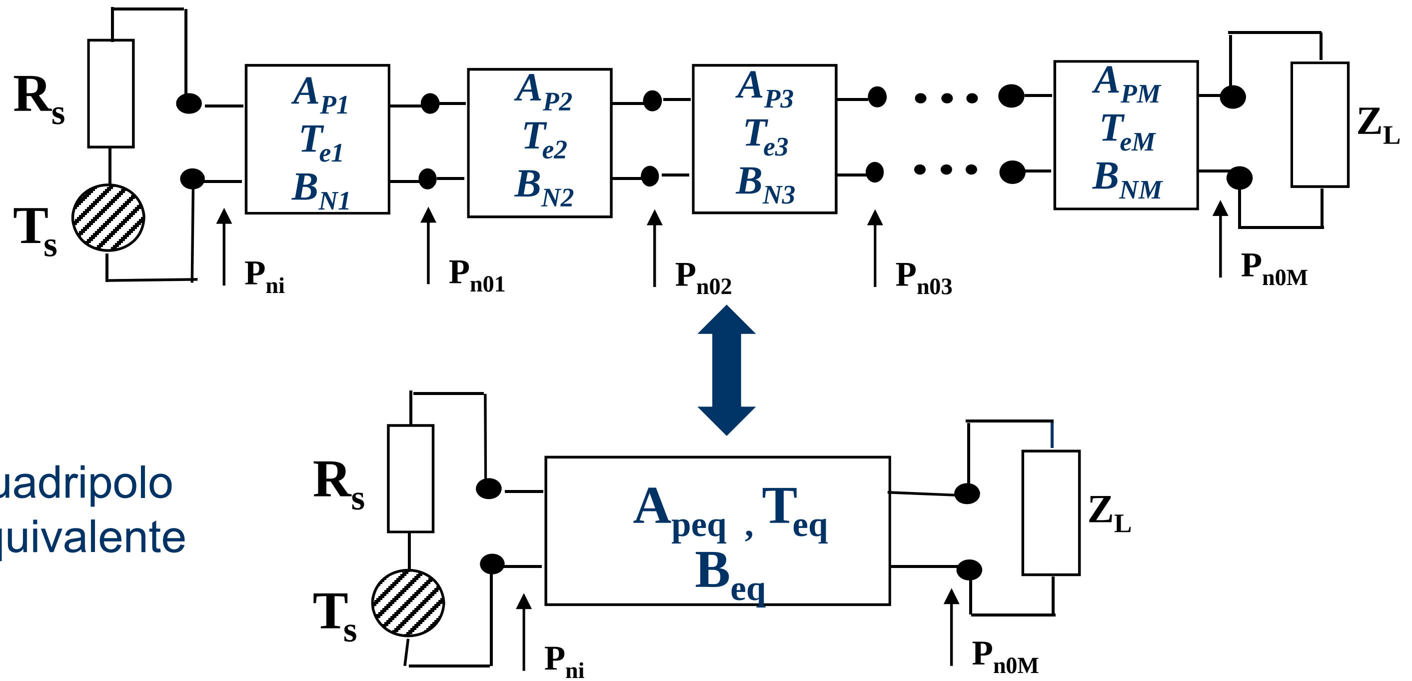
CASO 2: Línea a temperatura física genérica T_F

- Teniendo en cuenta que el ruido generado por la línea es de origen térmico, su potencia será proporcional a la temperatura, de modo que, como conocemos la potencia generada a temperatura T_o, en el caso general de T_F será simplemente:

$$P'_{no} = \frac{L-1}{L} K T_F B_N \Rightarrow T_e = (L-1)T_F \Rightarrow F = 1 + \frac{(L-1)T_F}{T_o}$$

Ruido en cuadripolos en cascada

- Conjunto en cascada de M cuadripolos, conectados en condiciones de adaptación, cada uno caracterizado por su ganancia, temperatura equivalente (o factor de ruido) y ancho de banda equivalente de ruido.



- Ganancia equivalente: $A_{peq} = \prod_{i=1}^{M} A_{pi}$ (en lineal)

- Ancho de Banda Equivalente de Ruido: $B_{Neq} = \min\left(B_{N1}, \ldots, B_{NM}\right)$

Ruido en cuadripolos en cascada

- Para determinar la temperatura equivalente del conjunto, T_{eq}, se calcula la potencia a la salida del conjunto, partiendo de las potencias a la salida de cada cuadripolo:

–Salida cuadripolo 1: $P_{no1} = A_{p1} K (T_s + T_{e1}) B_{N1}$

–Salida cuadripolo 2: $P_{no2} = A_{p2} A_{p1} K (T_s + T_{e1}) \min(B_{N1}, B_{N2}) + \overbrace{A_{p2} K T_{e2} B_{N2}}^{P'_{no2}}$

–Salida cuadripolo 3:

$$P_{no3} = A_{p3} A_{p2} A_{p1} K (T_s + T_{e1}) \min(B_{N1}, B_{N2}, B_{N3}) + A_{p3} A_{p2} K T_{e2} \min(B_{N2}, B_{N3}) + A_{p3} K T_{e3} B_{N3}$$

…

- Salida cuadripolo M:

$$\boxed{\begin{aligned} P_{n0M} = &\left(\prod_{i=1}^{M} A_{pi}\right) K (T_S + T_{e1}) \min(B_{N1}, \cdots, B_{NM}) + \left(\prod_{i=2}^{M} A_{pi}\right) K T_{e2} \min(B_{N2}, \cdots, B_{NM}) + \\ &+ \left(\prod_{i=3}^{M} A_{pi}\right) K T_{e3} \min(B_{N3}, \cdots, B_{NM}) + \cdots + A_{pM} K T_{eM} B_{NM} \end{aligned}}$$

- Por otro lado, a la salida del cuadripolo equivalente la potencia de ruido es:

$$\boxed{P_{n0M} = A_{peq} K (T_S + T_{eq}) B_{Neq} = \left(\prod_{i=1}^{M} A_{pi}\right) K (T_S + T_{eq}) \min(B_{N1}, \cdots, B_{NM})}$$

Ruido en cuadripolos en cascada

- Igualando las dos expresiones de P_{noM} se obtiene la correspondiente temperatura equivalente de ruido del conjunto en cascada de cuadripolos:

$$\boxed{T_{eq} = T_{e1} + \sum_{i=2}^{M} \frac{T_{ei}}{\prod_{j=1}^{i-1} A_{pj}} \cdot \frac{\min\left(B_{Ni}, B_{N(i+1)}, \cdots B_{NM}\right)}{B_{Neq}}}$$

- En términos de factor de ruido equivalente:

$$\left.\begin{aligned} &T_{ei} = \left(F_i - 1\right) T_o \qquad i = 1, \ldots, M \\ &F_{eq} = 1 + \frac{T_{eq}}{T_o} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{F_{eq} = F_1 + \sum_{i=2}^{M} \frac{F_i - 1}{\prod_{j=1}^{i-1} A_{pj}} \cdot \frac{\min\left(B_{Ni}, B_{N(i+1)}, \cdots B_{NM}\right)}{B_{Neq}}}$$

Ruido en cuadripolos en cascada

- Habitualmente, en el contexto de un receptor se cumple que el ancho de banda más restrictivo es del último cuadripolo, esto es:

$$B_{Neq} = \min\left(B_{N1}, B_{N2}, \cdots B_{NM}\right) = B_{NM} \qquad \min\left(B_{Ni}, B_{N(i+1)}, \cdots B_{NM}\right) = B_{NM} \quad \forall i$$

- En este caso, las expresiones anteriores se simplifican dando lugar a la FÓRMULA DE FRIIS:

$$\boxed{T_{eq} = T_{e1} + \sum_{i=2}^{M} \frac{T_{ei}}{\prod_{j=1}^{i-1} A_{pj}} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{A_{p1}} + \frac{T_{e3}}{A_{p1}A_{p2}} + \cdots + \frac{T_{eM}}{A_{p1}A_{p2}\cdots A_{p(M-1)}}}$$

$$\boxed{F_{eq} = F_1 + \sum_{i=2}^{M} \frac{F_i - 1}{\prod_{j=1}^{i-1} A_{pj}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_{p1}} + \frac{F_3 - 1}{A_{p1}A_{p2}} + \cdots + \frac{F_M - 1}{A_{p1}A_{p2}\cdots A_{p(M-1)}}}$$

Ruido en cuadripolos en cascada

A partir de la fórmula de Friis se pueden efectuar las siguientes consideraciones:

- Si el primer cuadripolo es un amplificador de elevada ganancia (A_{p1}>>1) se obtiene que dicha ganancia influye reduciendo el efecto del ruido introducido por las etapas posteriores, de modo que en el límite para $A_{p1}\rightarrow\infty$, se cumpliría que el sistema está limitado por el ruido de este primer amplificador: $\boxed{F_{eq} \approx F_1}$

- Si el primer cuadripolo es un atenuador a T_o (e.g. un cable), esto es A_{p1}=1/L, F_1=L, el factor de ruido total es:

$$\boxed{F_{eq} = L + \frac{F_2 - 1}{1/L} + \frac{F_3 - 1}{(1/L)A_{p2}} + \cdots + \frac{F_M - 1}{(1/L)A_{p2}\cdots A_{p(M-1)}} = L\left(F_2 + \frac{F_3 - 1}{A_{p2}} + \cdots + \frac{F_M - 1}{A_{p2}\cdots A_{p(M-1)}}\right) = LF_{\text{etapas 2 a } M}}$$

De modo que el factor de ruido de las etapas posteriores al cable se ve incrementado en un valor igual a la atenuación de éste último.

En consecuencia, en instalaciones en que la antena dista mucho del receptor y se debe tirar un cable (e.g. instalaciones de antena de TV) resulta conveniente introducir un preamplificador de bajo ruido a pie de antena.

DISTORSIÓN NO LINEAL

Clasificación de cuadripolos y distorsión

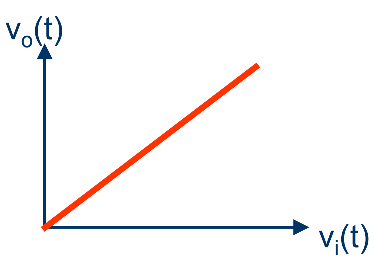
- Los diferentes tipos de cuadripolos se pueden clasificar de acuerdo con la relación entrada/salida, poniendo de manifiesto los diferentes tipos de distorsión introducida.

1.- Cuadripolos sin memoria:

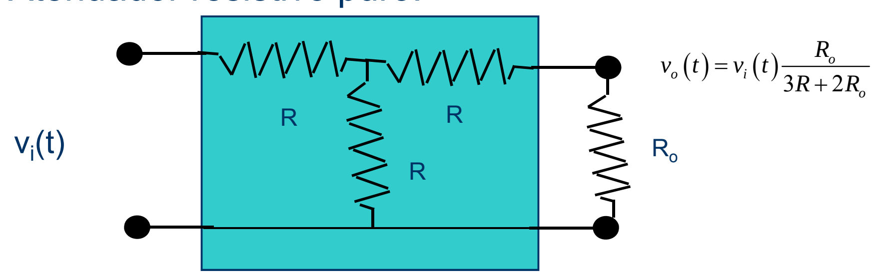
La salida en t sólo depende de la entrada en el mismo instante t: $v_o(t)=f(v_i(t))$

a) Cuadripolos sin memoria lineales:

Relación entrada salida dada por relación lineal: $v_o(t)=Kv_i(t)$



Ejemplo: Atenuador resistivo puro:

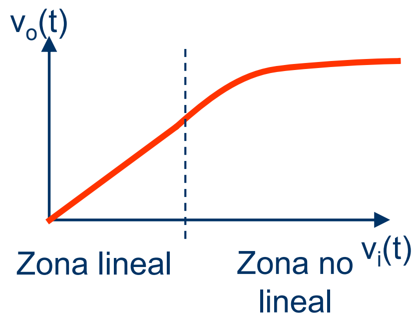


Este tipo de cuadripolos NO INTRODUCE DISTORSIÓN.

Clasificación de cuadripolos y distorsión

b) Cuadripolos sin memoria no lineales:

Relación entrada salida dada por relación polinómica:



$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + \sum_{k=2}^{M} a_k v_i^k(t)$$

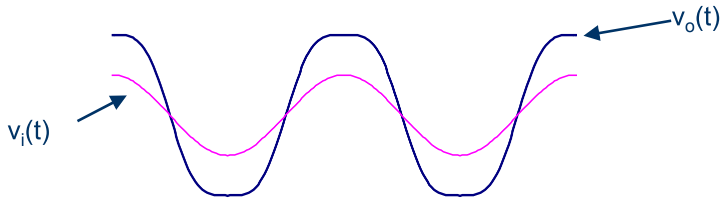
Término lineal

Término no lineal

En la práctica, los cuadripolos reales presentarán una cierta región de funcionamiento lineal para tensiones reducidas, y a medida que se incrementa la tensión va ganando importancia el término no lineal.

Ejemplo: Amplificadores, mezcladores, etc.

Este tipo de cuadripolos INTRODUCE DISTORSIÓN NO LINEAL.



Clasificación de cuadripolos y distorsión

2.- Cuadripolos con memoria:

La salida en t depende de la entrada en el instante t y en instantes anteriores mediante una ecuación íntegro-diferencial.

a) Cuadripolos con memoria lineales:

Relación entrada salida dada por relación lineal (convolución):

$$v_o(t) = v_i(t) * h(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) v_i(t-\tau) d\tau$$

Ejemplos: Filtros, Canal de comunicaciones, etc.

Este tipo de cuadripolos INTRODUCE DISTORSIÓN LINEAL.

b) Cuadripolos con memoria no lineales:

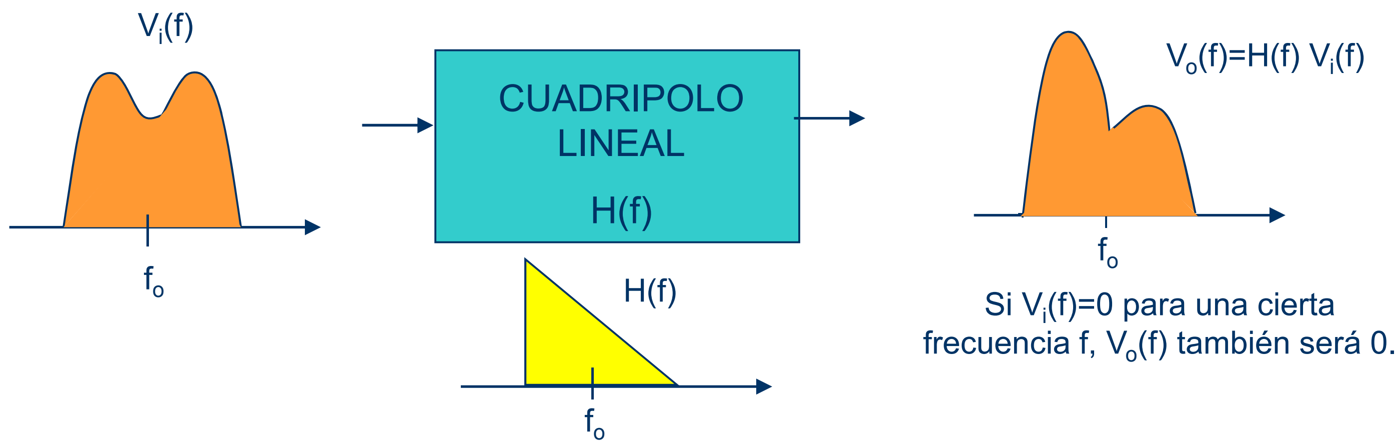
Relación entrada salida dada por ecuación íntegro-diferencial no lineal.

Responden en general a modelos más complejos, pero en la práctica la mayoría de cuadripolos pueden clasificarse en alguna de las categorías anteriores

Distorsión lineal y no lineal

- Distorsión lineal:

  Frecuencialmente, redistribuye la energía de las frecuencias de la entrada, pero sin añadir nuevas frecuencias de salida.



- En el caso de considerar filtros en el receptor, garantizando que la señal esté dentro de la banda a 3 dB del filtro, se puede asumir que el efecto de la distorsión lineal es despreciable.

- En el caso de canales de comunicación, la distorsión lineal introducida se combate mediante técnicas de ecualización que invierten la respuesta frecuencial del canal.

Distorsión lineal y no lineal

- Distorsión no lineal:

  Se caracteriza por añadir a la salida frecuencias que no existían a la entrada.

$v_i(t)$ → CUADRIPOLO NO LINEAL → $v_o(t)$

$$v_i(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t$$

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + \sum_{k=2}^{M} a_k v_i^k(t)$$

Términos a la salida:

Fundamental: (misma frecuencia de la entrada) ⇨ $a_1 A_1 \cos \omega_1 t + a_1 A_2 \cos \omega_2 t$

Armónicos: (Múltiplos de la frecuencia de entrada) ⇨ $K_n A_1^n \cos n\omega_1 t + K_n A_2^n \cos n\omega_2 t$

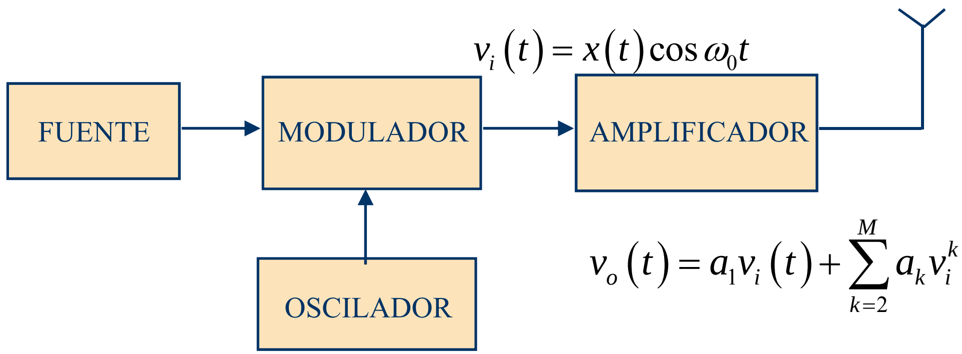
Productos de intermodulación: (combinaciones de las frecuencias de entrada) ⇨ $K_{n,m} A_1^n A_2^m \cos(n\omega_1 \pm m\omega_2)t$

Señales Espúreas

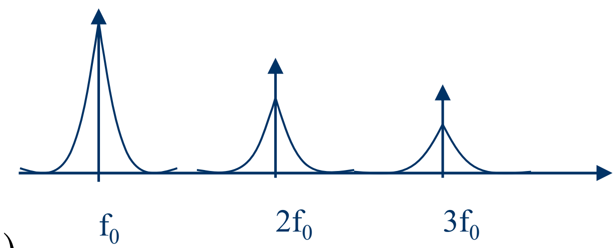
Efectos de las no linealidades

- En emisión son particularmente críticos los armónicos, ya que generan interferencia sobre otros sistemas:

$$v_i(t) = x(t)\cos\omega_0 t$$

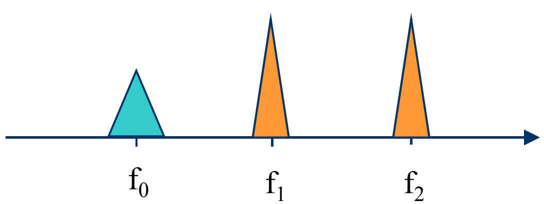


$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + \sum_{k=2}^{M} a_k v_i^k(t)$$

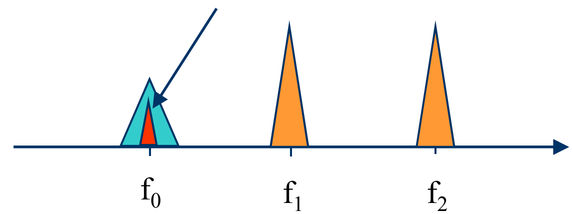


- En recepción son particularmente críticos los productos de intermodulación generados por las interferentes próximas, ya que pueden dar lugar a términos dentro de la banda útil.

f_0: canal sintonizado
Interferente a $f_1 = f_0 + \Delta f$
Interferente a $f_2 = f_0 + 2\Delta f$



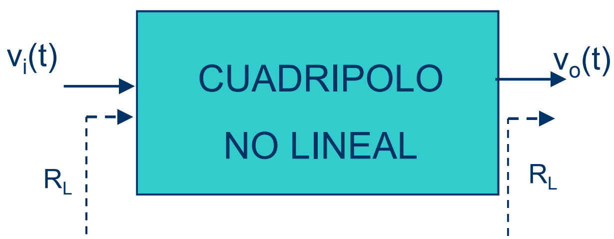
Producto $2f_1 - f_2 = f_0$ superpuesto a señal útil

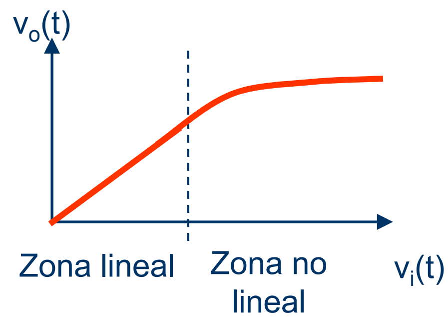


Distorsión por ley cúbica

- Un cuadripolo que introduce distorsión cúbica viene caracterizado por la relación entrada salida:

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) - a_3 v_i^3(t) \qquad a_1, a_3 \geq 0$$





Nota: Sin pérdida de generalidad supondremos igual resistencia de entrada que de salida.

Ganancia del cuadripolo: $G = a_1^2 \qquad G(dB) = 20 \log a_1$

Para: $v_i(t) = A\cos(\omega_o t)$

Se obtiene:

$$v_o(t) = a_1 A\left(1 - \frac{3a_3}{4a_1}A^2\right)\cos(\omega_o t) - \frac{1}{4}a_3 A^3 \cos(3\omega_o t)$$

EFECTO DE COMPRESIÓN DE GANANCIA: término fundamental no varía linealmente

TERCER ARMÓNICO

Compresión de ganancia

- El efecto de compresión de ganancia se caracteriza por el hecho de que la señal fundamental no se incrementa linealmente con la ganancia del cuadripolo, sino que para niveles elevados de tensión la ganancia no se mantiene:

Comportamiento lineal:

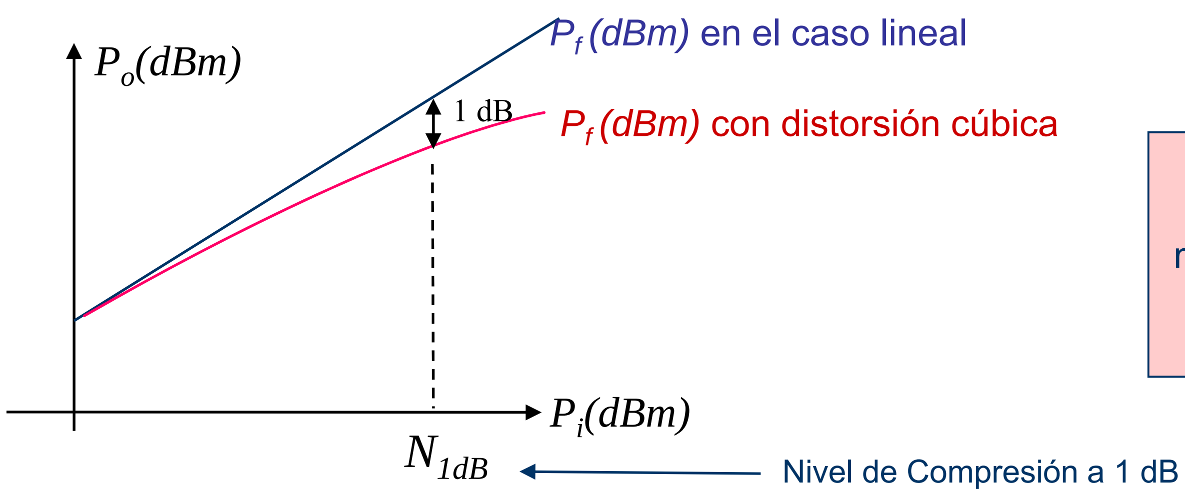
$$v_o(t) = a_1 A\cos(\omega_o t)$$

Comportamiento real:

$$v_o(t) = a_1 A\left(1 - \frac{3a_3}{4a_1}A^2\right)\cos(\omega_o t)$$

- El parámetro que caracteriza la compresión de ganancia es el **NIVEL DE COMPRESIÓN A 1 dB**

Nivel de potencia de entrada para el cual la potencia de salida del fundamental está 1 dB por debajo del nivel que habría si el cuadripolo fuera lineal.



El nivel de compresión establece una potencia máxima de entrada que no debe sobrepasarse en un cuadripolo.

Compresión de ganancia

- Cálculo del nivel de compresión a 1 dB:

Sea A_{1dB} la amplitud asociada al nivel de compresión: $N_{1dB} = \dfrac{A_{1dB}^2}{2R_L}$

Comportamiento lineal: $v_o(t) = a_1 A_{1dB} \cos(\omega_o t)$ ⟹ $P_{lineal} = \dfrac{a_1^2 A_{1dB}^2}{2R_L}$

Comportamiento real: $v_o(t) = a_1 A_{1dB}\left(1 - \dfrac{3a_3}{4a_1} A_{1dB}^2\right)\cos(\omega_o t)$ ⟹ $P_{real} = \dfrac{a_1^2 A_{1dB}^2}{2R_L}\left(1 - \dfrac{3a_3}{4a_1} A_{1dB}^2\right)^2$

Condición para el nivel de compresión a 1dB:

$$10\log\frac{a_1^2 A_{1dB}^2}{2R_L} - 10\log\frac{a_1^2 A_{1dB}^2}{2R_L}\left(1 - \frac{3a_3}{4a_1} A_{1dB}^2\right)^2 = 1dB \;\Rightarrow\; \boxed{A_{1dB}(V) = \sqrt{\frac{4a_1}{3a_3}\left(1 - 10^{-0.05}\right)}}$$

$$N_{1dB}(W) = \frac{A_{1dB}^2}{2R_L} \;\Rightarrow\; N_{1dB}(dBm) = 10\log\frac{A_{1dB}^2}{2R_L} + 30 \;\Rightarrow\; \boxed{N_{1dB}(dBm) = 18.6 + 10\log\frac{a_1}{a_3} - 10\log R_L}$$

Punto de intercepción para el tercer armónico

- El **PUNTO DE INTERCEPCIÓN** a la entrada para el tercer armónico se define como:

> Nivel de potencia de entrada para el que a la salida la potencia del término fundamental, sin considerar compresión de ganancia, es igual a la del tercer armónico.

Potencia de entrada: $P_i = \dfrac{A^2}{2R_L}$

Potencia de salida del fundamental sin compresión: $P_f = \dfrac{a_1^2 A^2}{2R_L} = a_1^2 P_i$

$$\boxed{P_f(dBm) = 20\log a_1 + P_i(dBm)}$$

Recta de pendiente *m*=1

Potencia de salida del tercer armónico: $P_3 = \dfrac{a_3^2 A^6}{16\cdot 2R_L} = \dfrac{a_3^2 R_L^2 P_i^3}{4}$

$$P_3(dBm) = 10\log\frac{a_3^2 R_L^2 P_i^3}{4} + 30 = 20\log a_3 + 20\log R_L + 3\cdot\underbrace{(10\log P_i + 30 - 30)}_{P_i(dBm)} - 6 + 30$$

$$\boxed{P_3(dBm) = 20\log a_3 + 20\log R_L + 3P_i(dBm) - 66}$$

Recta de pendiente *m*=3

- Si la potencia de entrada es igual al punto de intercepción IP$_i$ se cumplirá:

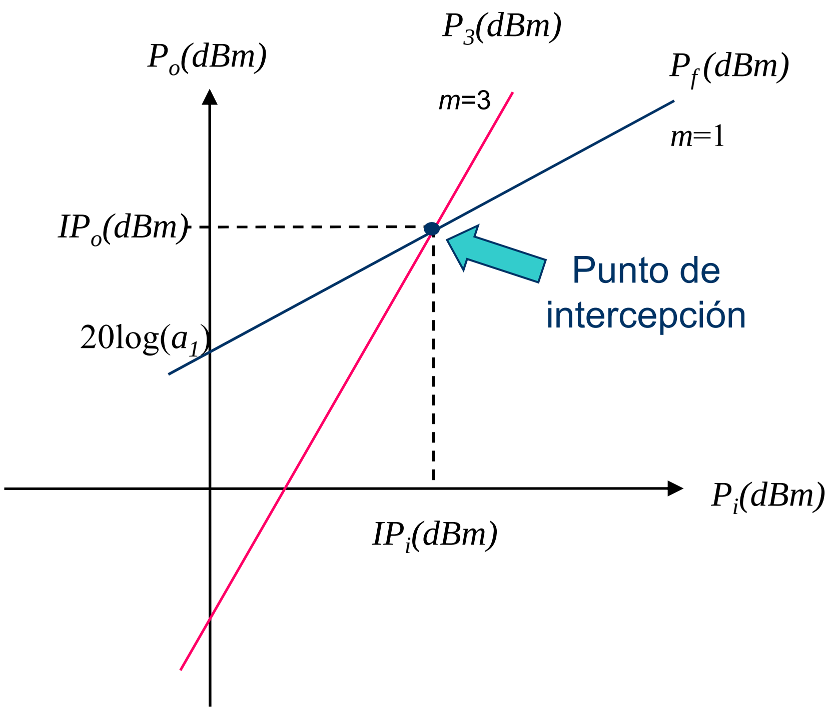
$$P_i = IP_i \iff P_f = P_3 = IP_o \Rightarrow 20\log a_1 + IP_i(dBm) = 20\log a_3 + 20\log R_L + 3IP_i(dBm) - 66$$

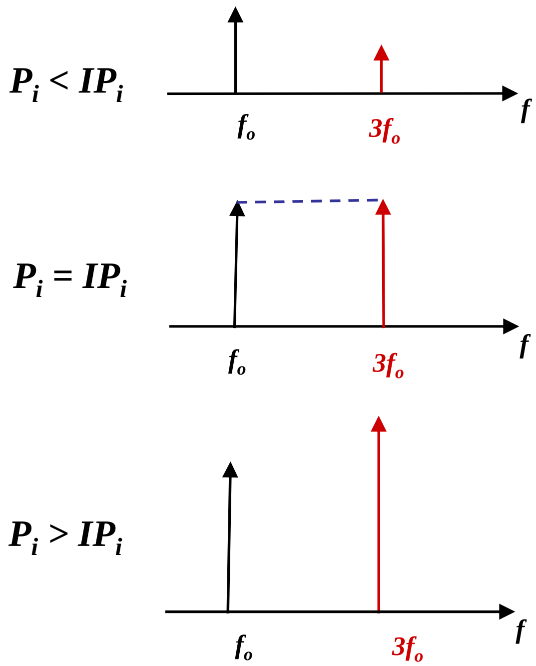
Punto de intercepción a la entrada para el tercer armónico: $\boxed{IP_i(dBm) = 33 + 10\log\dfrac{a_1}{a_3} - 10\log R_L}$

Punto de intercepción a la salida para el tercer armónico: $\boxed{IP_o(dBm) = IP_i(dBm) + 20\log a_1}$

Punto de intercepción para el tercer armónico

- Representando gráficamente las anteriores expresiones:





El punto de intercepción establece una referencia para calcular la potencia de salida de un espúreo a partir de la potencia de entrada.

En el caso de un cuadripolo lineal el punto de intercepción sería infinito.

Desensibilización de un receptor

- Se entiende por **DESENSIBILIZACIÓN** la pérdida de sensibilidad en un receptor no lineal ocasionada por una señal interferente.

Sea la señal de entrada:

$$v_i(t) = \underbrace{A\cos(\omega_u t)}_{\text{útil}} + \underbrace{I\cos(\omega_i t)}_{\text{interferencia}}$$

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) - a_3 v_i^3(t)$$

A la salida del receptor no lineal se tiene:

$$v_o(t) = a_1 A\left(1 - \underbrace{\frac{3a_3}{4a_1}A^2}_{\text{Efecto de compresión de ganancia}} - \underbrace{\frac{3a_3}{2a_1}I^2}_{\text{DESENSIBILIZACIÓN}}\right)\cos(\omega_u t) + \text{otros terminos}$$

- Si bien el efecto de la compresión de ganancia se puede minimizar asegurando que la potencia útil está por debajo del nivel de compresión, el efecto de la desensibilización depende de la potencia del interferente, por lo que es más difícil de controlar.

Desensibilización de un receptor

- Medida de la desensibilización:

$$\Delta P = \frac{P_{f,\text{lineal}}}{P_{f,\text{real}}} = \frac{\dfrac{a_1^2 A^2}{2R_L}}{\dfrac{a_1^2 A^2}{2R_L}\left(1-\dfrac{3a_3}{2a_1}I^2\right)^2} = \frac{1}{\left(1-\dfrac{3a_3}{2a_1}I^2\right)^2}$$

$$\boxed{\Delta P(dB) = -20\log\left(1-\frac{3a_3}{2a_1}I^2\right)}$$

NOTA: No se considera la compresión de ganancia

Interpretación: Si un receptor en condiciones normales de operación presenta una sensibilidad P_s, cuando opere en presencia de una interferente la sensibilidad pasa a ser $P_s+\Delta P$, esto es, se requiere más potencia de entrada para compensar la pérdida ocasionada por la interferente.

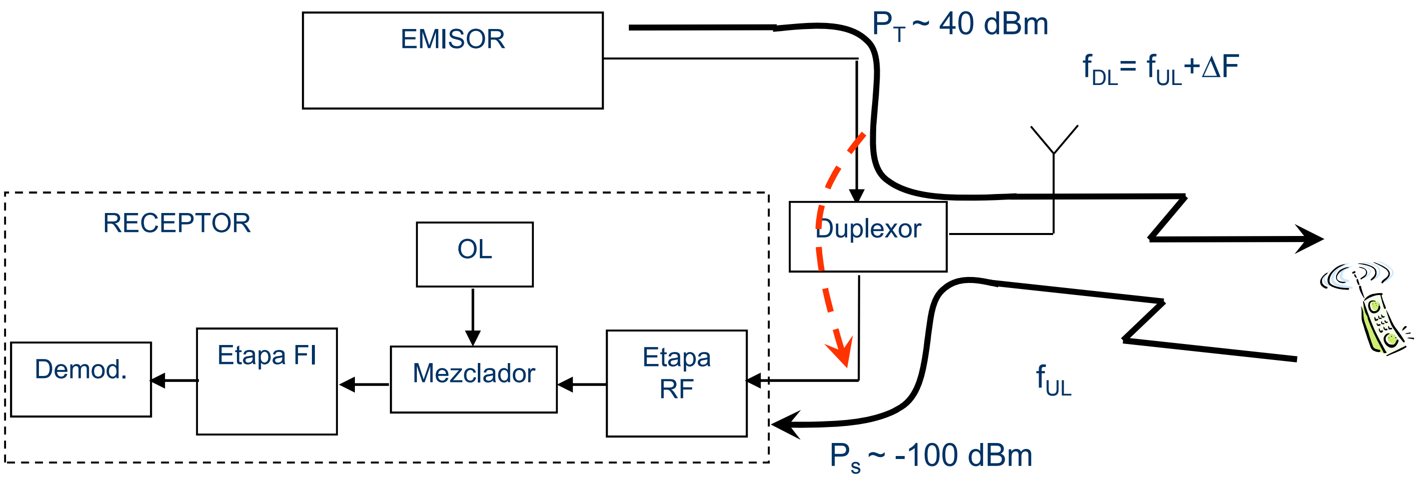
- Existe un nivel de señal interferente para el que se cancela la señal a la salida del cuadripolo no lineal. A dicho nivel se le denomina **NIVEL DE BLOQUEO** del receptor.

$$1-\frac{3a_3}{2a_1}I_b^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_b(V) = \sqrt{\frac{2a_1}{3a_3}}}$$

En la práctica, a veces el bloqueo se puede definir sin llegar a la situación extrema de cancelación, p.ej. cuando la pérdida de sensibilidad ΔP es de 3 ó 6 dB.

Desensibilización de un receptor: ejemplo

- Una situación en la que suelen producirse efectos de desensibilización es cuando un transmisor y un receptor comparten una misma antena utilizando un duplexado por división en frecuencia (FDD), esto es, transmitiendo y recibiendo simultáneamente a frecuencias diferentes (por ejemplo en la estación base de un sistema de comunicaciones móviles).



- A la entrada del receptor existen simultáneamente la señal recibida a f_{UL}, con un nivel muy pequeño (del orden de -100 dBm) con restos de la señal transmitida a f_{Dl}, y que a la salida del emisor puede tomar valores muy elevados (del orden de 40 dBm), lo que puede bloquear el receptor.
- Soluciones:
  - Empleo de un filtro DUPLEXOR que atenúe la señal a f_{DL} antes de llegar al receptor
  - Utilizar una separación entre frecuencias f_{UL} y f_{DL} suficientemente grande
  - Utilizar antenas de emisión y recepción diferentes

Productos de intermodulación

f_1 f_2 → $v_i(t)$ → CUADRIPOLO NO LINEAL → $v_o(t)$

$$f = \left| n f_1 \pm m f_2 \right| \qquad n, m \in \{0,1,2,3\ldots\}$$

↓

PRODUCTOS DE INTERMODULACIÓN

Orden del producto: *n+m*

- **Productos de intermodulación:** señales ocasionadas por la combinación (batido) de dos o más frecuencias en un cuadripolo.

- En el contexto de un receptor, típicamente se generan a partir de frecuencias interferentes próximas a la de sintonía f_0 (e.g. los canales adyacentes $f_1=f_0+\Delta f$, $f_2=f_0+2\Delta f$, con $\Delta f \ll f_0$). En estas circunstancias, los productos de intermodulación más problemáticos serán los que caigan en las proximidades de f_0:

- Productos del tipo nf_1+mf_2 serán frecuencias muy superiores a f_0 ($\sim f_1,f_2$), por lo que podrán ser filtrados fácilmente.
- Productos del tipo nf_1-mf_2 con n+m par serán frecuencias muy inferiores a f_0, por lo que podrán ser filtrados fácilmente.
- Productos del tipo nf_1-mf_2 con n+m impar pueden ser frecuencias próximas a f_0 (e.g. $2f_1-f_2 \sim f_0$ ya que $f_0 \sim f_1,f_2$
- Por otro lado, la potencia de los productos de intermodulación acostumbra a ser cada vez menor cuanto mayor es el orden.

Los **productos de intermodulación más nocivos son los de tercer orden** de la forma $2f_1-f_2$ ó $2f_2-f_1$

Productos de intermodulación: Ejemplo

$v_i(t)$ → CUADRIPOLO NO LINEAL → $v_o(t)$

$$v_i(t) = I_1\cos(\omega_1 t) + I_2\cos(\omega_2 t)$$

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) - a_3 v_i^3(t)$$

- Términos a la salida:

Fundamentales: ⇒ $a_1 I_1\left(1-\frac{3a_3}{4a_1}I_1^2-\frac{3a_3}{2a_1}I_2^2\right)\cos(\omega_1 t)+a_1 I_2\left(1-\frac{3a_3}{4a_1}I_2^2-\frac{3a_3}{2a_1}I_1^2\right)\cos(\omega_2 t)$

Continua: ⇒ $\frac{a_2}{2}\left(I_1^2+I_2^2\right)$

2º armónicos: ⇒ $\frac{a_2 I_1^2}{2}\cos(2\omega_1 t)+\frac{a_2 I_2^2}{2}\cos(2\omega_2 t)$

3º armónicos: ⇒ $-\frac{a_3 I_1^3}{4}\cos(3\omega_1 t)-\frac{a_3 I_2^3}{4}\cos(3\omega_2 t)$

Productos de intermodulación de orden 2: ⇒ $a_2 I_1 I_2\cos\left[(\omega_1+\omega_2)t\right]+a_2 I_1 I_2\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]$

Productos de intermodulación de orden 3: ⇒

$$\begin{cases} -\frac{3a_3}{4}I_1^2 I_2\cos\left[(2\omega_1+\omega_2)t\right]-\frac{3a_3}{4}I_1^2 I_2\cos\left[(2\omega_1-\omega_2)t\right] \\ -\frac{3a_3}{4}I_1 I_2^2\cos\left[(\omega_1+2\omega_2)t\right]-\frac{3a_3}{4}I_1 I_2^2\cos\left[(2\omega_2-\omega_1)t\right] \end{cases}$$

Punto de intercepción de los productos de intermodulación

- El **PUNTO DE INTERCEPCIÓN** a la entrada se puede definir para cualquiera de los productos existentes a la salida de un cuadripolo como:

> Nivel de potencia de entrada para el que a la salida la potencia del término fundamental, sin considerar compresión de ganancia, coincide con la del producto de intermodulación.

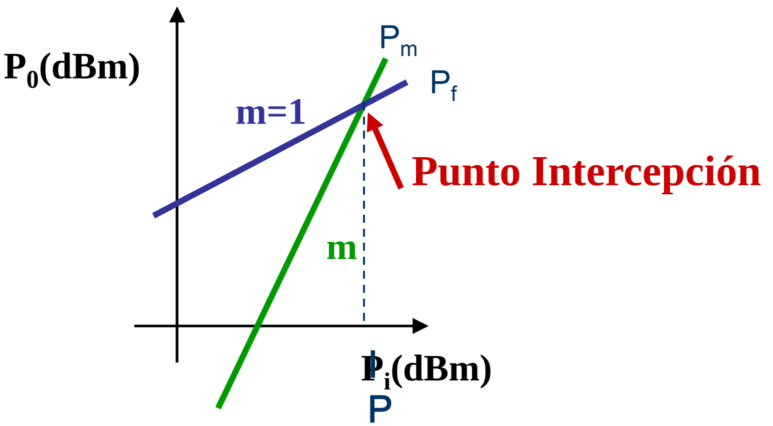
- Consideraciones:
  - Se asume que la potencia de entrada de los dos términos que ocasionan la intermodulación es la misma: $I_1=I_2=I$
  - En este caso, la amplitud de un producto de orden m responde a la siguiente expresión, donde ω_m representa la frecuencia del producto y K_m una constante dependiente de los coeficientes a_k de la relación entrada/salida:

amplitud: $$K_m I^m \cos(\omega_m)t$$

potencia: $$P_m(dBm) = B_m + mP_i(dBm)$$

Recta de pendiente m

B_m depende de los coeficientes de entrada/salida



Ejemplo: Punto de intercepción de los productos de intermodulación de tercer orden

1.-Potencia de salida del fundamental sin compresión:

$$P_f = a_1^2 P_i$$

$$\boxed{P_f\left(dBm\right) = 20\log a_1 + P_i\left(dBm\right)}$$

Recta de pendiente *m*=1

2.- Producto de tercer orden a la salida:

Entrada: 2 tonos iguales

$$v_i(t) = I\cos\left(\omega_1 t\right) + I\cos\left(\omega_2 t\right)$$

Salida: $-\dfrac{3a_3}{4} I^3 \cos\left[\left(2\omega_1 - \omega_2\right)t\right]$

NOTA: Para el resto de productos de tercer orden sería idéntico.

$$P_3 = \frac{9a_3^2 I^6}{16\cdot 2R_L} = \frac{9a_3^2 R_L^2 P_i^3}{4}$$

$P_i = \dfrac{I^2}{2R_L}$ es la potencia de entrada de uno de los tonos

$$\boxed{P_3\left(dBm\right) = 20\log a_3 + 20\log R_L + 3P_i\left(dBm\right) - 56.46}$$

Recta de pendiente *m*=3

3.- Igualando las dos expresiones:

$$P_i = IP_i \iff P_f = P_3 = IP_o \Rightarrow 20\log a_1 + IP_i\left(dBm\right) = 20\log a_3 + 20\log R_L + 3IP_i\left(dBm\right) - 56.46$$

Punto de intercepción a la entrada para el producto de intermodulación de tercer orden:

$$\boxed{IP_i\left(dBm\right) = 28.23 + 10\log\frac{a_1}{a_3} - 10\log R_L}$$

Punto de intercepción a la salida para el producto de intermodulación de tercer orden :

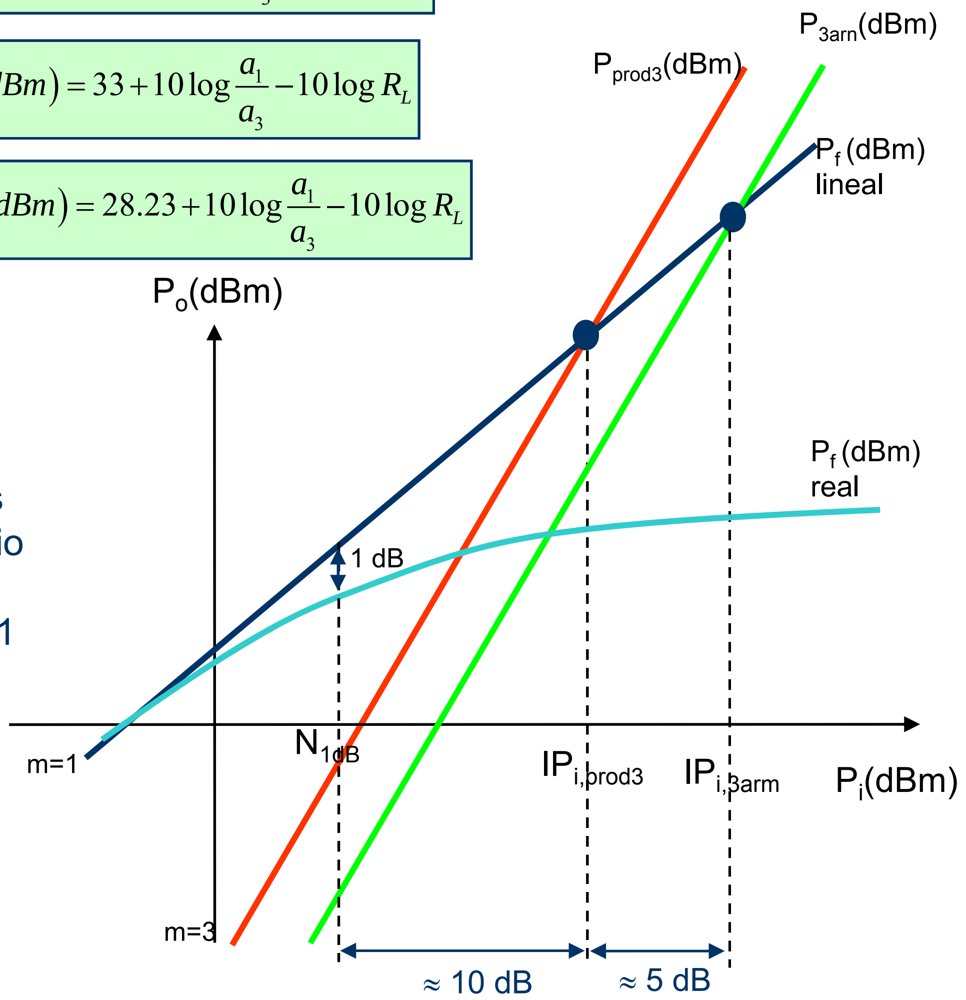
$$\boxed{IP_o\left(dBm\right) = IP_i\left(dBm\right) + 20\log a_1}$$

Resumen resultados distorsión por ley cúbica

Nivel de compresión a 1 dB: $N_{1dB}\left(dBm\right)=18.6+10\log\frac{a_1}{a_3}-10\log R_L$

Punto de intercepción 3r armónico: $IP_{i,3arm}\left(dBm\right)=33+10\log\frac{a_1}{a_3}-10\log R_L$

Punto de intercepción producto 3r orden: $IP_{i,prod3}\left(dBm\right)=28.23+10\log\frac{a_1}{a_3}-10\log R_L$

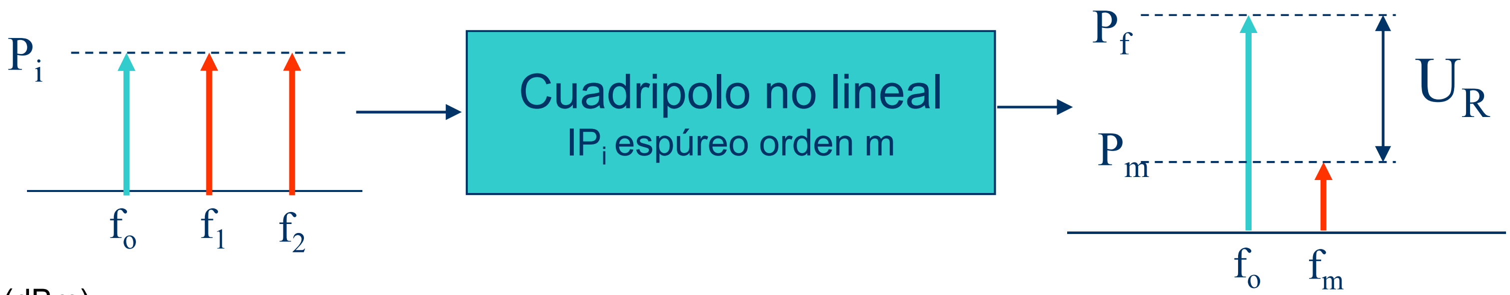


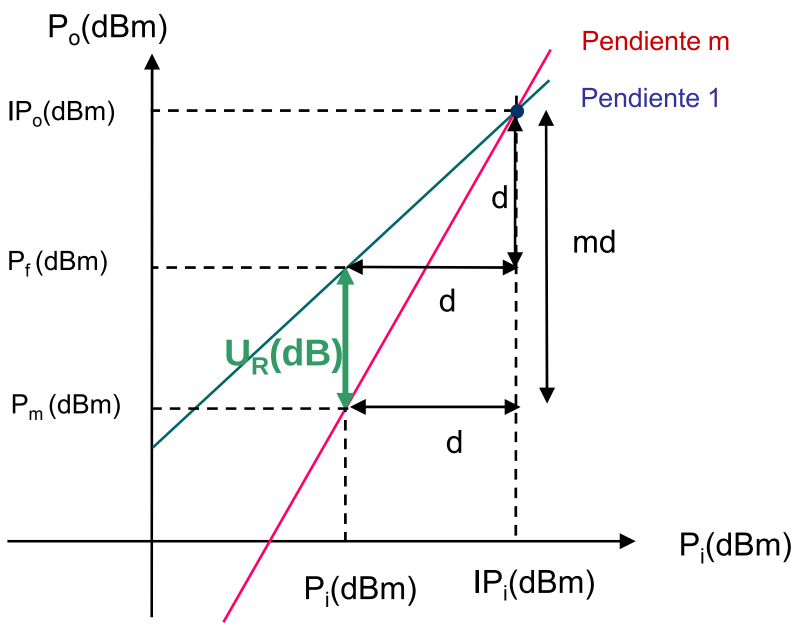
Obsérvese que, debido a la compresión de ganancia y al hecho de que $N_{1dB}<IP_{i,3prod}<IP_{i,3arm}$ los puntos de intercepción son realmente puntos ficticios, por lo que para medirlos en el laboratorio es preciso tomar medidas para valores de entrada muy inferiores al nivel de compresión a 1 dB y efectuar una extrapolación.

Rechazo a la salida de señales espúreas

- **RECHAZO A LA SALIDA** (U_R):

Diferencia de niveles de potencia a la salida entre el fundamental y la señal espúrea para un nivel de potencia a la entrada del cuadripolo determinado.





$$U_R(dB) = P_f(dBm) - P_m(dBm)$$

$$U_R(dB) = (m-1)d$$

$$\boxed{U_R(dB) = (m-1)\left[IP_i(dBm) - P_i(dBm)\right]}$$

$$\boxed{U_R(dB) = (m-1)\left[IP_o(dBm) - P_f(dBm)\right]}$$

Rechazo a la salida de señales espúreas

- Observaciones:
  - Se cumple que U_R=0 dB si P_i=IP_i
  - El rechazo a la salida puede utilizarse en el laboratorio para medir el punto de intercepción de un cuadripolo. Basta con medir el rechazo para un nivel de potencia de entrada suficientemente inferior al nivel de compresión a 1 dB y aplicar la relación:

$$\boxed{IP_i(dBm) = \frac{U_R(dB)}{m-1} + P_i(dBm)}$$

  - Se cumple la siguiente relación, que determina la potencia del espúreo a partir de la potencia del fundamental y el punto de intercepción a la salida:

$$U_R(dB) = P_f(dBm) - P_m(dBm) = (m-1)\left[IP_o(dBm) - P_f(dBm)\right]$$

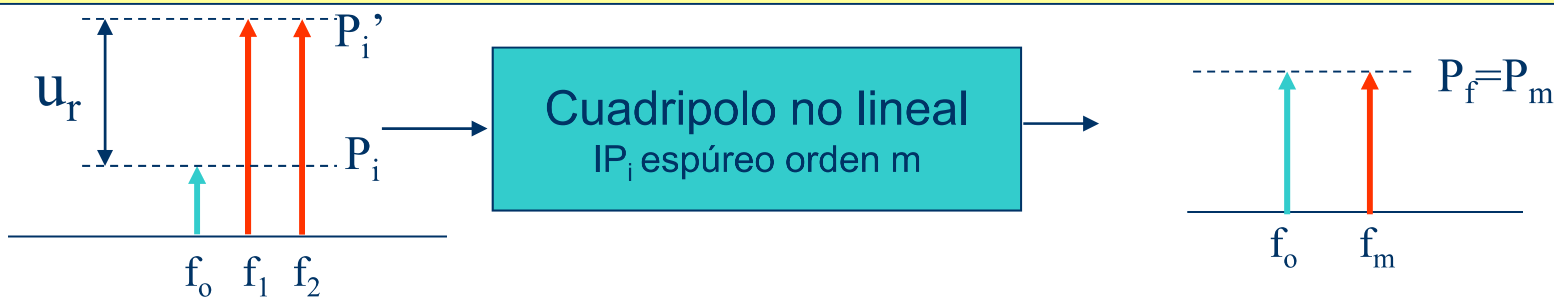
En unidades lineales: $\frac{P_f}{P_m} = \left(\frac{IP_o}{P_f}\right)^{m-1}$

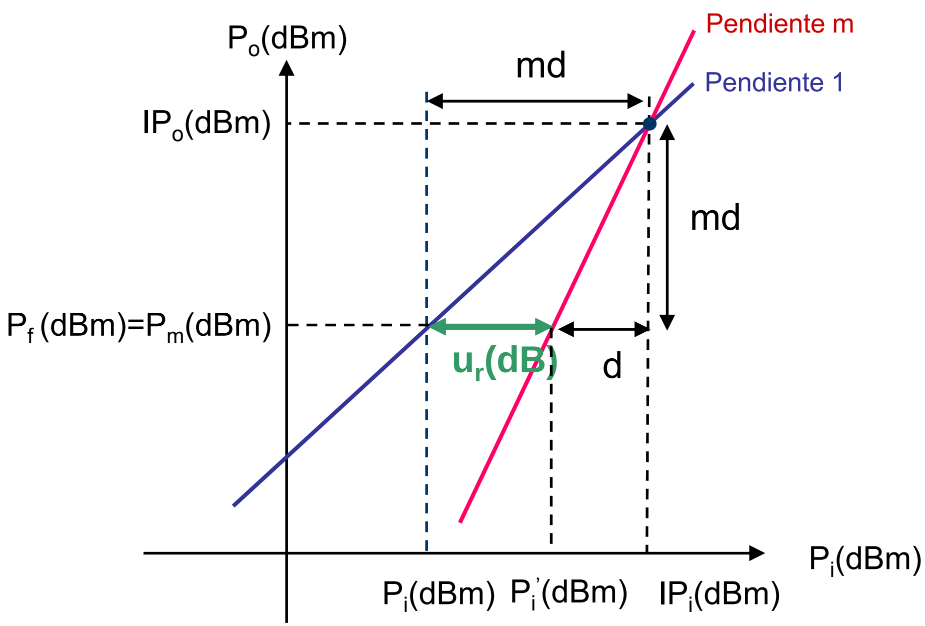
$$\boxed{P_m = \frac{P_f^m}{IP_o^{m-1}}}$$

Rechazo a la entrada de señales espúreas

- **RECHAZO A LA ENTRADA** (u_r):

Diferencia de potencias a la entrada del cuadripolo entre los interferentes que ocasionan el espúreo y el término útil para provocar el mismo nivel a la salida del fundamental y del espúreo.





$$u_r(dB)=P_i'(dBm)-P_i(dBm)$$

$$u_r(dB)=(m-1)d=(m-1)\left[IP_i(dBm)-P_i'(dBm)\right]$$

$$\boxed{u_r(dB)=\frac{m-1}{m}\left[IP_i(dBm)-P_i(dBm)\right]}$$

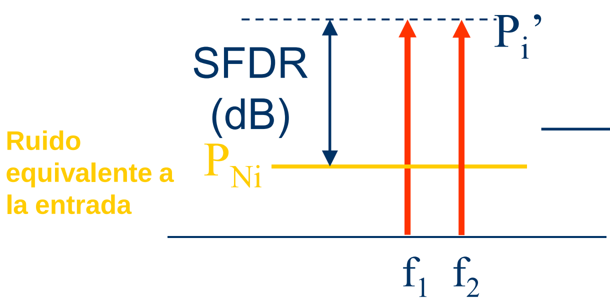
Rechazo a la entrada de señales espúreas

- Observaciones:
  - Se cumple que u_r=0 dB si $P_i=IP_i$
  - En el contexto de un receptor, es habitual referir el nivel de rechazo a la entrada para una potencia igual a la sensibilidad ($P_i=P_s$)
  - Un caso particular de rechazo a la entrada es el conocido como rechazo a la intermodulación de los canales adyacentes, correspondiente a la situación en que las señales interferentes son los canales adyacentes a la frecuencia de sintonía del receptor f_0, esto es, $f_1=f_0+\Delta f$, $f_2=f_0+2\Delta f$, y además la potencia de entrada es la sensibilidad ($P_i=P_s$).

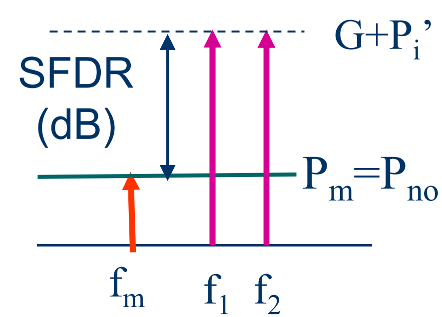
Margen dinámico libre de espúreos (SFDR)

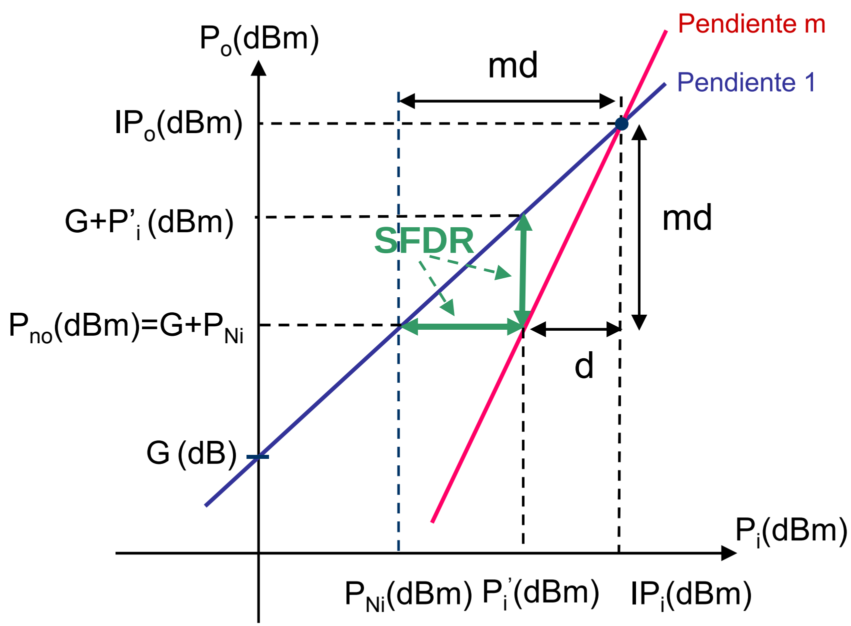
- **SFDR** (Spurious Free Dynamic Range)

Máxima diferencia entre la potencia de las señales que generan el espúreo y la potencia de ruido equivalente a la entrada que garantiza que la señal espúrea está por debajo del nivel de ruido a la salida.



Cuadripolo no lineal y ruidoso
IP_i espúreo orden m
Factor de ruido F
Ganancia G
Ancho de banda de ruido: B_N





$$SFDR(dB)=\frac{m-1}{m}\left[IP_i(dBm)-P_{Ni}(dBm)\right]$$

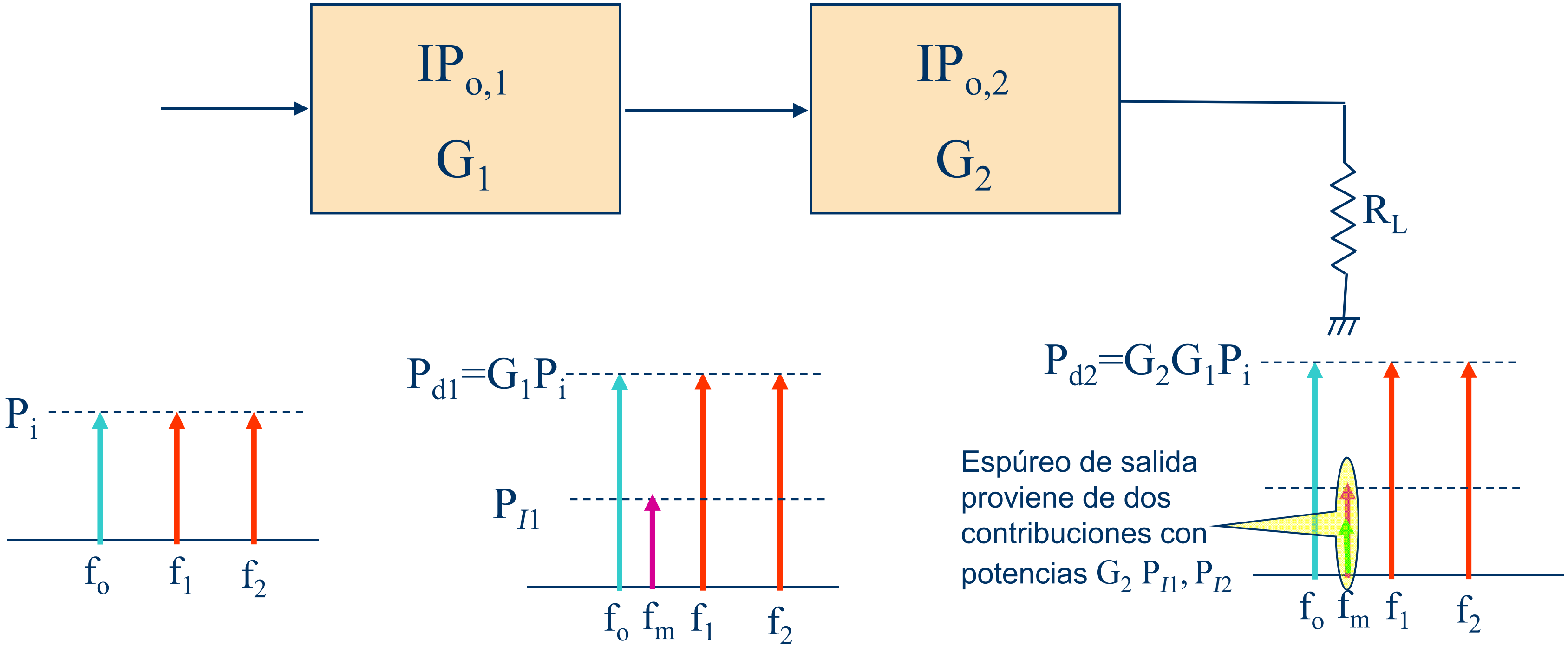
Potencia de ruido equivalente a la entrada en función de la temperatura de ruido a la entrada T_S y del factor de ruido:

$$P_{Ni}=K\left(T_s+(F-1)T_o\right)B_N$$

Nótese que, al estar referido a un nivel de ruido equivalente, en la práctica el SFDR sólo se puede medir a la salida del cuadripolo.

Punto de intercepción de cuadripolos en cascada

- Consideramos 2 cuadripolos en cascada y evaluamos el punto de intercepción total $IP_{i,tot}$ para un espúreo de orden m en función de los puntos de intercepción y las ganancias de cada uno. Para ello determinaremos el rechazo a la salida.



$$P_{I1} = \frac{P_{d1}^m}{IP_{o,1}^{m-1}}$$

$$P_{I2} = \frac{P_{d2}^m}{IP_{o,2}^{m-1}}$$

Punto de intercepción de cuadripolos en cascada

- Para determinar la potencia del espúreo de salida hay que tener en cuenta que, como las dos contribuciones G_2P_{I1}, P_{I2} corresponden a señales a una misma frecuencia, no se pueden sumar potencias, sino que se deben sumar en tensión según las fases de cada una.

$$v_I(t) = \sqrt{2R_L G_2 P_{I1}}\cos(\omega_m t + \theta_1) + \sqrt{2R_L P_{I2}}\cos(\omega_m t + \theta_2)$$

- Las fases θ_1 y θ_2 son difíciles de determinar, por lo que se toma el peor caso correspondiente a la suma en fase ($\theta_1=\theta_2$)

$$v_I(t) = \left(\sqrt{2R_L G_2 P_{I1}} + \sqrt{2R_L P_{I2}}\right)\cos(\omega_m t + \theta_1)$$

- La potencia total del espúreo vendrá dada por:

$$P_{I,tot} = \frac{\left(\sqrt{2R_L G_2 P_{I1}} + \sqrt{2R_L P_{I2}}\right)^2}{2R_L} = \left(\sqrt{G_2 P_{I1}} + \sqrt{P_{I2}}\right)^2$$

donde:

$$P_{I1} = \frac{P_{d1}^m}{IP_{o,1}^{m-1}} \qquad P_{I2} = \frac{P_{d2}^m}{IP_{o,2}^{m-1}} \qquad P_{d2} = P_{d1}G_2$$

Punto de intercepción de cuadripolos en cascada

- Combinando las anteriores expresiones se obtiene:

$$P_{I,tot} = \left(\frac{P_{d2}^{m/2}}{G_2^{(m-1)/2} IP_{o,1}^{(m-1)/2}} + \frac{P_{d2}^{m/2}}{IP_{o,2}^{(m-1)/2}} \right)^2 = P_{d2}^m \left(\left(\frac{1}{G_2 IP_{o,1}} \right)^{\frac{m-1}{2}} + \left(\frac{1}{IP_{o,2}} \right)^{\frac{m-1}{2}} \right)^2$$

- El rechazo a la salida será:

$$U_R = \frac{P_{d2}}{P_{I,tot}} = P_{d2}^{-(m-1)} \left(\left(\frac{1}{G_2 IP_{o,1}} \right)^{\frac{m-1}{2}} + \left(\frac{1}{IP_{o,2}} \right)^{\frac{m-1}{2}} \right)^{-2}$$

- Cuando $P_{d2}=IP_{o,tot}$ se cumplirá que $U_R=1$, de modo que:

$$1 = IP_{o,tot}^{-(m-1)} \left(\left(\frac{1}{G_2 IP_{o,1}} \right)^{\frac{m-1}{2}} + \left(\frac{1}{IP_{o,2}} \right)^{\frac{m-1}{2}} \right)^{-2} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{1}{IP_{o,tot}} \right)^{\frac{m-1}{2}} = \left(\frac{1}{G_2 IP_{o,1}} \right)^{\frac{m-1}{2}} + \left(\frac{1}{IP_{o,2}} \right)^{\frac{m-1}{2}}}$$

Punto de intercepción de cuadripolos en cascada

- Generalizando para M cuadripolos se obtiene el punto de intercepción a la salida total:

$$\boxed{\left(\frac{1}{IP_{o,tot}}\right)^q = \left(\frac{1}{IP_{o,M}}\right)^q + \left(\frac{1}{G_M IP_{o,M-1}}\right)^q + \ldots + \left(\frac{1}{G_M G_{M-1} \cdots G_2 IP_{o,1}}\right)^q}$$

con

$$\boxed{q = \frac{m-1}{2}}$$

- Para obtener el punto de intercepción a la entrada total se consideran las siguientes relaciones en la anterior expresión:

$$IP_{o,tot} = G_1 \cdots G_M IP_{i,tot} \qquad IP_{o,k} = G_k IP_{i,k} \quad \forall k$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{IP_{i,tot}}\right)^q = \left(\frac{1}{IP_{i,1}}\right)^q + \left(\frac{G_1}{IP_{i,2}}\right)^q + \ldots + \left(\frac{G_1 G_2 \cdots G_{M-1}}{IP_{i,M}}\right)^q}$$

con

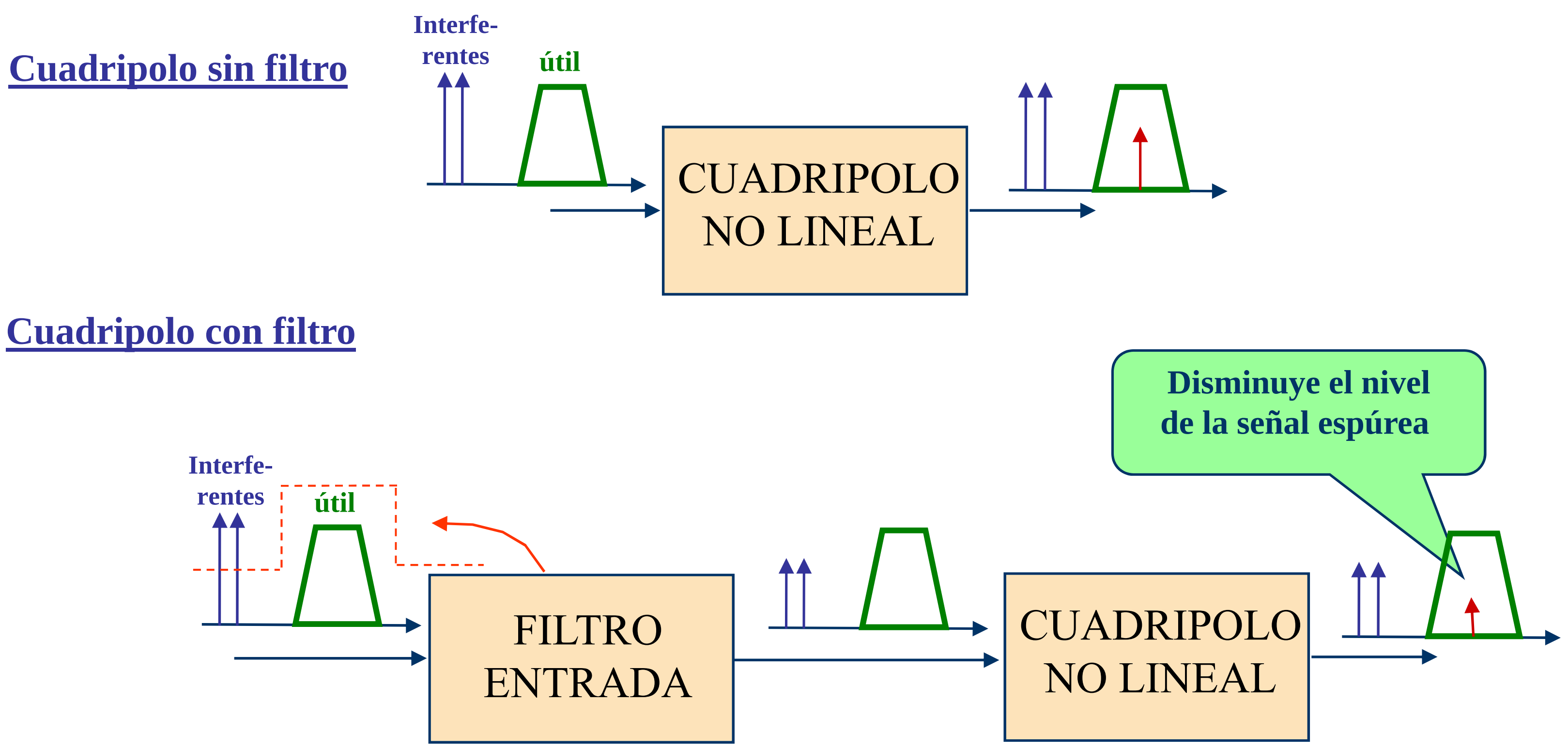
$$\boxed{q = \frac{m-1}{2}}$$

Punto de intercepción de cuadripolos en cascada

- De la anterior expresión se desprende que:
  - Dado que interesa que $IP_{i,tot}$ sea lo mayor posible ($\rightarrow\infty$ para un cuadripolo lineal), la suma de términos anteriores debe ser lo más pequeña posible, y por lo tanto interesarán ganancias pequeñas.
  - El término que más contribuye a la suma será en general el del cuadripolo M, puesto que contiene en el numerador la ganancia de todas las etapas anteriores a él.
  - En consecuencia, desde el punto de vista de distorsión el cuadripolo más restrictivo acostumbra a ser el último, que deberá ser lo más lineal posible.
  - Comparando con los resultados obtenidos desde el punto de vista de ruido, en que interesaba que las ganancias fueran altas y el cuadripolo más restrictivo era el primero, se observa que **existe un compromiso entre el diseño de un receptor para el ruido o para la distorsión**.

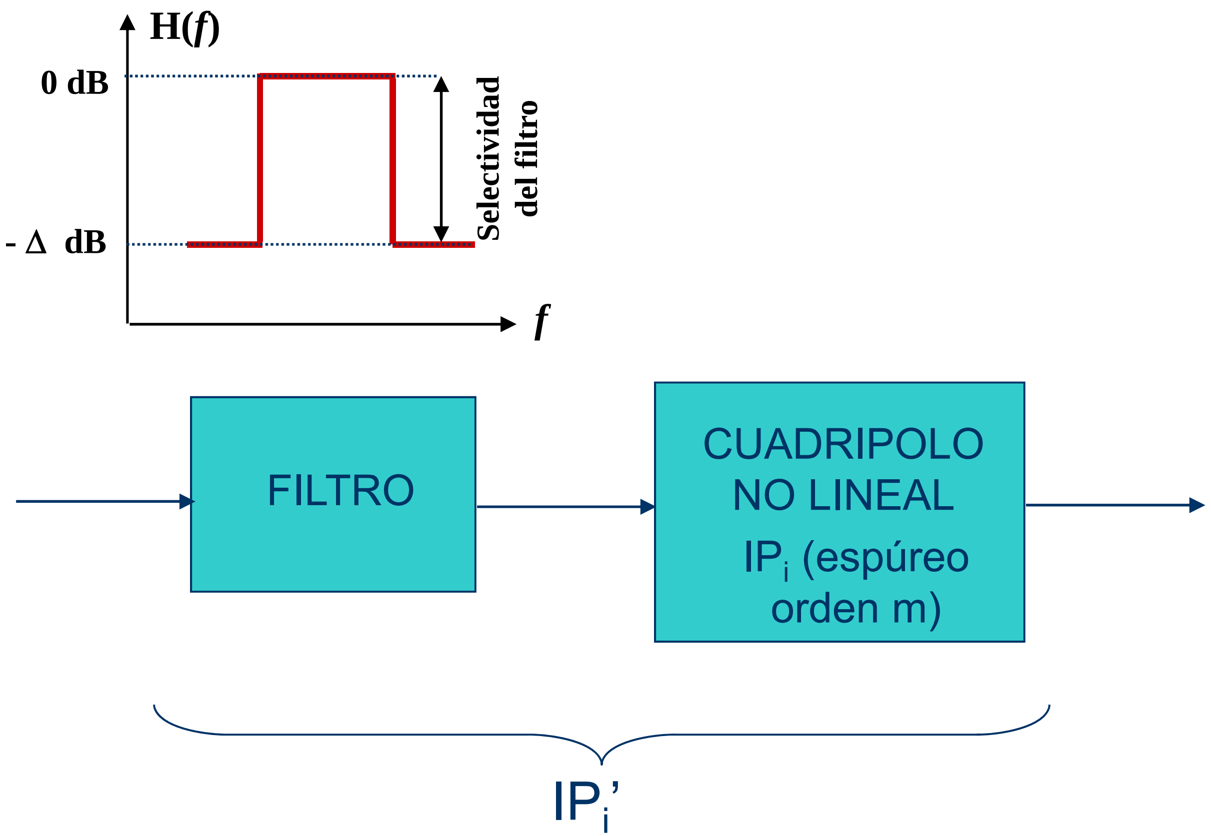
Efecto del filtrado sobre el punto de intercepción

- Una forma de mejorar la linealidad de un cuadripolo consiste en introducir un filtro a su entrada que atenúe suficientemente las señales que ocasionan los espúreos, de modo que se incrementará el punto de intercepción resultante.



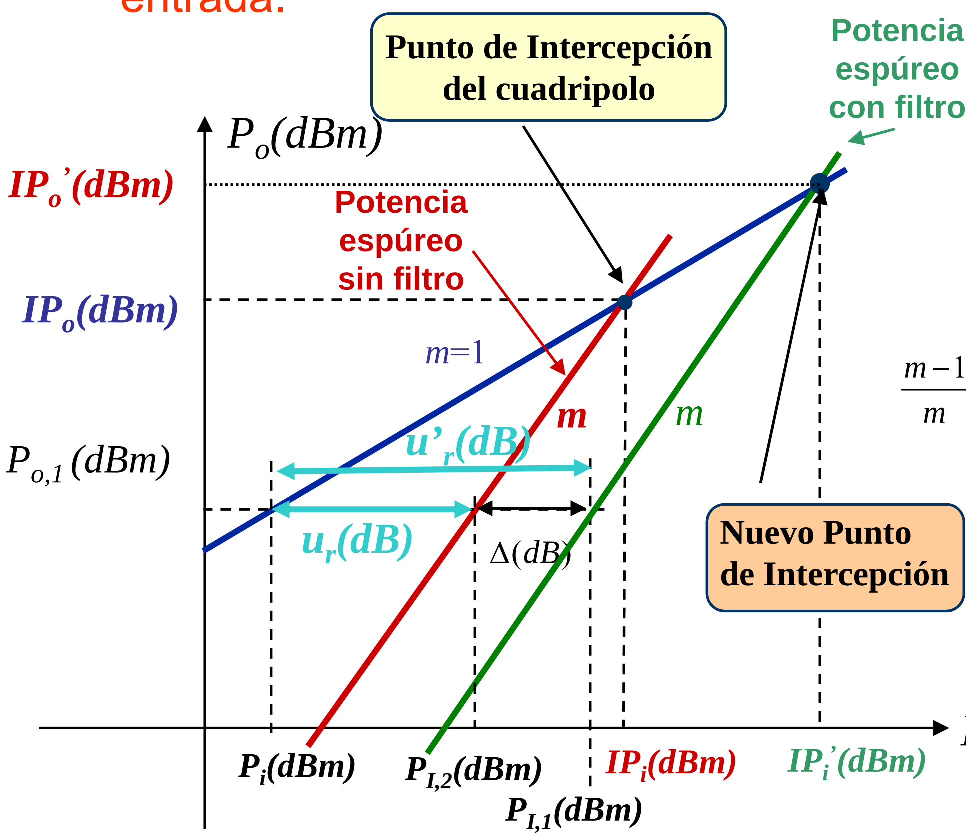
Efecto del filtrado sobre el punto de intercepción

- Consideremos inicialmente un filtro con selectividad Δ dB y sin pérdidas de inserción colocado delante de un cuadripolo no lineal de punto de intercepción IP_i para un cierto espúreo de orden m.



Efecto del filtrado sobre el punto de intercepción

- Como el filtro atenúa en Δ dB las señales interferentes de entrada, si queremos que el espúreo de salida tenga el mismo nivel que cuando no había filtro, ahora los interferentes en la entrada deberán tener Δ dB más de potencia.
- En consecuencia la selectividad del filtro incrementa en Δ dB el rechazo a la entrada.



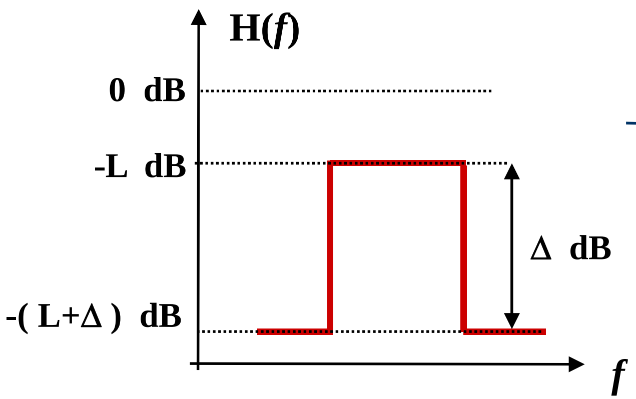
$$u_r'(dB) = u_r(dB) + \Delta(dB)$$

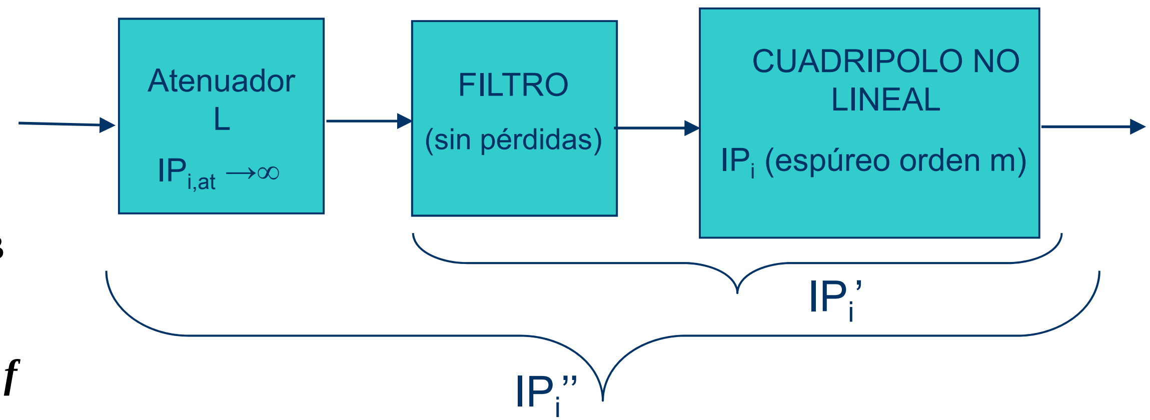
$$\frac{m-1}{m}\left[IP_i'(dBm) - P_i(dBm)\right] = \frac{m-1}{m}\left[IP_i(dBm) - P_i(dBm)\right] + \Delta(dB)$$

$$\boxed{IP_i'(dBm) = IP_i(dBm) + \frac{m}{m-1}\Delta(dB)}$$

Efecto del filtrado sobre el punto de intercepción

- En el caso de que el filtro presente pérdidas de inserción de valor L(dB) se puede buscar una cascada equivalente de un atenuador lineal de valor L seguido del filtro sin pérdidas:





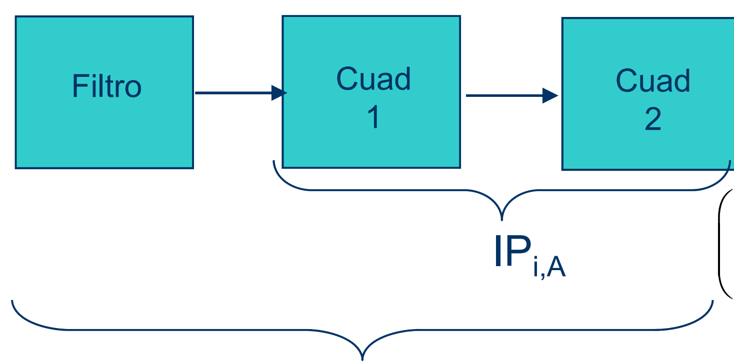
$$\left(\frac{1}{IP_i''}\right)^q = \left(\frac{1}{IP_{at}}\right)^q + \left(\frac{1/L}{IP_i'}\right)^q \Rightarrow IP_i'' = L \cdot IP_i'$$

$$\boxed{IP_i''(dBm) = IP_i(dBm) + \frac{m}{m-1}\Delta(dB) + L(dB)}$$

Tanto la selectividad como las pérdidas de inserción del filtro ocasionan un incremento del punto de intercepción.

Efecto del filtrado sobre el punto de intercepción

- Si las señales interferentes caen dentro de la banda de paso del filtro, es equivalente a que Δ=0 dB y por lo tanto el punto de intercepción no se ve afectado por la selectividad de dicho filtro, aunque sí por las pérdidas de inserción.
- Antes de utilizar la expresión anterior hay que agrupar todos los cuadripolos posteriores al filtro en un único cuadripolo equivalente caracterizado por su correspondiente punto de intercepción.



$$\left(\frac{1}{IP_{i,A}}\right)^q = \left(\frac{1}{IP_1}\right)^q + \left(\frac{G_1}{IP_2}\right)^q$$

$$IP_{i,tot}\left(dBm\right) = IP_{i,A}\left(dBm\right) + \frac{m}{m-1}\Delta\left(dB\right) + L\left(dB\right)$$

ANEXO TEMA 3

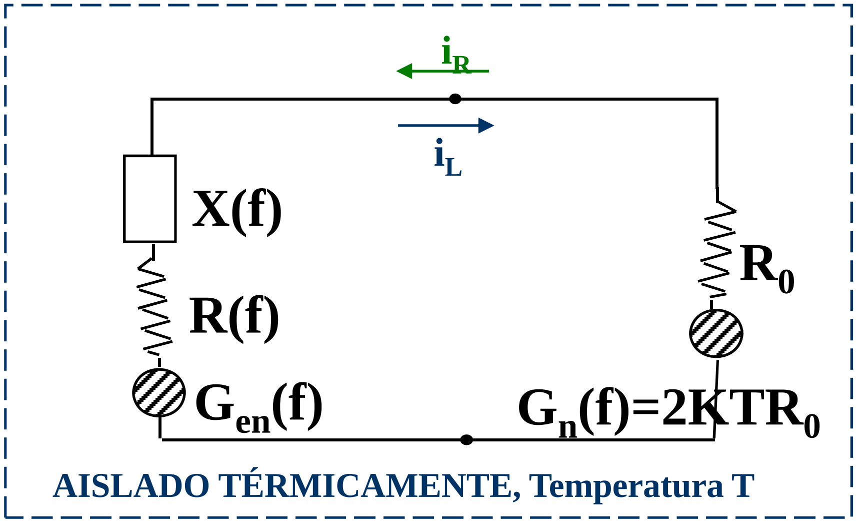
EMISSORS I RECEPTORS

Ruido en dipolos pasivos

- Demostración caso 2: Impedancia Z(f)=R(f)+jX(f) a temperatura ambiente T:

Considérese que se conecta la impedancia sobre una resistencia ruidosa de valor R_0 en un entorno aislado térmicamente a temperatura T. ¿Cuál es el valor de la densidad espectral de potencia entregada por la impedancia G_{en}(f) medida en V^2/Hz?

En estas circunstancias, al existir equilibrio térmico, de modo que la temperatura no puede variar, toda la potencia entregada por la impedancia Z(f) será absorbida por la resistencia R_0, que a su vez generará una potencia de ruido que se entregará a la impedancia (y en consecuencia será absorbida por la parte resistiva). En consecuencia, la densidad espectral de potencia (en W/Hz) absorbida por la resistencia será la misma que la absorbida por la impedancia:



$$G_{iL}(f)R_0 = G_{iR}(f)R(f)$$

Densidades espectrales de corriente en A^2/Hz

$$G_{iL}(f) = \frac{G_{en}(f)}{\left|R(f)+R_0+jX(f)\right|^2}$$

$$G_{in}(f) = \frac{G_n(f)}{\left|R(f)+R_0+jX(f)\right|^2} = \frac{2KTR_0}{\left|R(f)+R_0+jX(f)\right|^2}$$

Sustituyendo en la igualdad anterior:

$$\frac{G_{en}(f)R_0}{\left|R(f)+R_0+jX(f)\right|^2} = \frac{2KTR_0R(f)}{\left|R(f)+R_0+jX(f)\right|^2} \Rightarrow \boxed{G_{en}(f) = 2KTR(f)}$$