Asignatura: COMUNICACIONES II
Examen Final (Duración 3h) 12 de Junio de 1998

Profesores: Miguel A. Lagunas, Ana I. Pérez, Jaume Riba.

Entregue los siguientes apartados en hojas separadas:

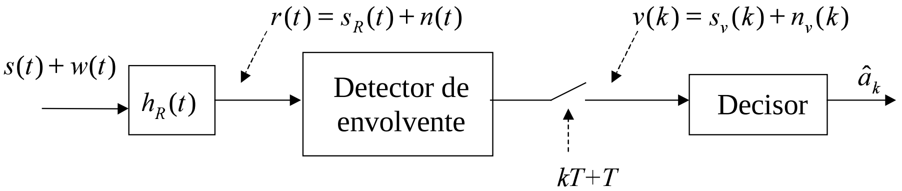
Ejercicio 1: apartados a,b,c,d	Ejercicio 1: apartados e,f
Ejercicio 2: apartados a,b	Ejercicio 2: apartados c,d,e,f,g

Ejercicio 1

Considere un sistema de transmisión pasobanda binaria unipolar en el que se transmite la señal:

$$s(t) = A\sum_k a_k \cos(\omega_o t + \theta_o)\Pi\left(\frac{t - T/2 - kT}{T}\right)$$

donde $a_k \in \{0,1\}$ son símbolos equiprobables, T es el intervalo de símbolo, $\omega_o = 2\pi N/T$ (con N entero) y θ_o es un desfase introducido por el canal. Uno de los problemas que presenta la demodulación coherente de una señal pasobanda es la necesidad de estimar la fase de la portadora θ_o. Para evitar este problema se propone el demodulador no coherente indicado en la figura:



donde $w(t)$ es ruido Gaussiano de densidad espectral $N_o/2$ y el filtro receptor es

$$h_R(t) = \frac{2}{T}\cos(\omega_o t)\Pi\left(\frac{t - T/2}{T}\right).$$

La señal a la salida del detector de envolvente presenta la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$v(k) = n_v(k) \quad \rightarrow \quad f_{v|s_v=0}(v) = \frac{v}{\sigma_n^2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_n^2}} \quad v \geq 0$$

$$v(k) = s_v(k) + n_v(k) \quad \rightarrow \quad f_{v|s_v>0}(v) = \sqrt{\frac{v}{s_v}} \frac{1}{\sigma_n\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-s_v)^2}{2\sigma_n^2}} \quad v \geq 0$$

donde σ_n^2 es la potencia del ruido $n(t)$ a la salida del filtro receptor y s_v es la contribución de la señal útil a la envolvente. Responda a las siguiente preguntas considerando en todas ellas que $\theta_o = 0$:

a- Halle el valor de la envolvente $s_v(k)$ cuando $a_k = 1$

b- Indique gráficamente el umbral de decisión óptimo γ_{opt} y obtenga la condición para que dicho umbral sea inferior a la tensión A Volts.

c- Situando el umbral en $\gamma = A/2$ Volts, escriba la expresión de la BER en función de la E_b/N_o. Indique bajo que condiciones de E_b/N_o dicha BER decrece exponencialmente con la E_b/N_o.

Nota: $\int_0^\gamma f_{v|s_v>0}(v)dv \approx Q\left(\frac{s_v - \gamma}{\sigma_n}\right) \approx \frac{\sigma_n}{(s_v - \gamma)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(s_v-\gamma)^2}{2\sigma_n^2}} \qquad \gamma < s_v$

d- Compare la BER del demodulador no coherente con la que se obtendría empleando un demodulador coherente óptimo.

Considere ahora que, debido a la distorsión introducida por el canal la señal a la salida del detector de envolvente es:

$$s_v(k) = A\sum_i a_i p_R((k-i)T) \qquad \text{en done} \qquad p_R(kT) = \delta(kT) + 0.2\delta((k-1)T) + 0.2\delta((k-2)T)$$

Manteniendo el receptor anterior, responda a las siguientes preguntas:

e- Dibuje el diagrama de ojo situando e indicando el valor de: los niveles 0 y A Volts, el umbral $\gamma = A/2$, el nivel de ISI y los márgenes de ruido. Dé una cota superior de la BER suponiendo que el ruido a la salida del detector de envolvente n_v es Gaussiano de varianza σ_{nv}^2.

f- Diseñe un forzador de ceros de dos coeficientes de retardo mínimo a insertar a la salida del muestreador. Calcule el valor de la ISI residual de pico.

Ejercicio 2

Una fuente de régimen binario r_b =3000 bits/seg se señaliza a 8 niveles con separación $2A$ volts entre niveles. La transmisión digital se realiza sobre un canal ideal con ruido blanco gausiano de densidad $N_o/2$. La señal transmitida es:

$$x_T(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t-nT) \qquad a_n = \{-7,-5,-3,-1,1,3,5,7\} \qquad p(t) = \Pi\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$$

donde a_n son los símbolos equiprobables con codificación Gray.

A nivel de calidad, se requiere que el sistema presente una BER igual o menor a 10^{-4}.

a- Calcule el ancho de banda de transmisión (ancho hasta el 1[er] cero del espectro) y la menor E_b/N_o que permite el correcto funcionamiento del sistema. NOTA: $\sum_{i=1}^{M/2}(2i-1)^2 = \frac{M}{6}\left(M^2-1\right)$

Para contestar el apartado anterior ha supuesto que los umbrales de decisión estaban situados en $0,\pm 2A_0,\pm 4A_0,\pm 6A_0$ con A_0 igual a A. Uno de los problemas de la señalización multinivel es que requiere la estimación del nivel de la señal recibida (es decir A) para diseñar los umbrales óptimos. Ello no ocurre con señalización binaria en que el umbral óptimo es cero. Imagine que A_0, que debería estimarse igual a A, se estima con error, es decir:

$$A_0 = A(1+\alpha) \qquad \text{con } \alpha > 0$$

a- En base a la distancia mínima existente entre cada símbolo y los nuevos umbrales, calcule una cota para la nueva BER del sistema. Indique cuánto debería subir la E_b/N_o para compensar el efecto de α sobre la BER. ¿Es posible compensar dicho efecto para cualquier valor de α? (justifique la respuesta)

Se propone a continuación una posible solución al problema anterior consistente en emplear una señalización multinivel sobre dos pulsos diferentes:

$$x_T(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n p_1(t-nT) + A\sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n p_2(t-nT)$$

donde:

$$I_n = \cos\left(2\pi\frac{a_n}{16}\right) \qquad Q_n = \operatorname{sen}\left(2\pi\frac{a_n}{16}\right)$$

$$p_1(t) = p(2t) \qquad p_2(t) = p_1(t-T/2)$$

y $p(t)$ es el mismo pulso empleado en el sistema inicial.

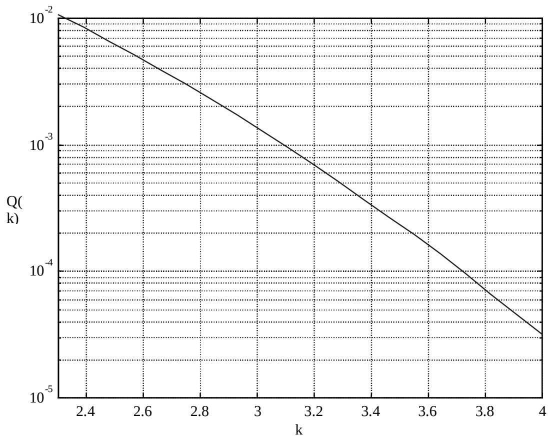
b- Dibuje los pulsos $p_1(t)$ y $p_2(t)$, y demuestre que son ortogonales. Obtenga una base ortonormal $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ y dibuje la constelación en el espacio de señal juntamente con las regiones de decisión óptimas.

c- En base a lo anterior, dibuje la estructura del receptor óptimo. Explique qué estrategia emplearía para la detección de los símbolos y razone por qué el sistema propuesto es insensible a la estimación de la amplitud.

d- Calcule la BER del nuevo sistema en función de la E_b/N_o

e- Calcule la menor E_b/N_o que permite el correcto funcionamiento del sistema para mantener la $\text{BER} = 10^{-4}$ y compárela con respecto al sistema multinivel inicial del apartado a).

f- ¿Cómo ha cambiado el ancho de banda de transmisión con respecto al primer sistema multinivel inicial del apartado a)?



$$Q(k) = \int_k^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$