Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA

Física II
Data d'examen 18 de Gener de 2007
Data notes provisionals del test: 19.01.07
Període d'al.legacions: 19.01.07 – 26.01.07
Data notes revisades: 29.01.07

Professors: O. Batiste, N. Ferrer, M. Juan, M. Net
Codi de prova 230-11474-02-0-X0 , (on X0 és el grup de teoria)

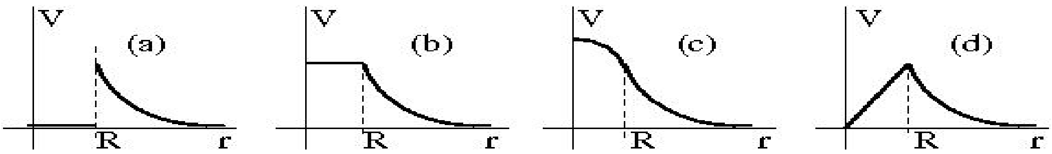
- Durada del Test: 1:30 h

Dades: $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ (S.I.) $\mu_0/(4\pi) = 10^{-7}$ (S.I.)

1.- Una carga puntual q se encuentra en el centro de un cubo de lado a. El flujo del campo eléctrico a través de una de las caras del cubo es:

a) $q\,a^2/\varepsilon_0$ b) $1/6\; q\,a^2/\varepsilon_0$ c) q/ε_0 d) $1/6\; q/\varepsilon_0$

2.-Una esfera maciza de radio R tiene una carga positiva distribuida uniformemente por todo su volumen. Tomando como origen de potenciales el infinito, la curva de potencial que crea esta distribución es:



3.-Una carga puntual q se rodea con una corteza esférica de material conductor, de radio interior R_1, radio exterior R_2 y cargada con una carga Q.
Tomando como origen de potenciales el infinito, el potencial en el exterior de la corteza es inversamente proporcional a la distancia al centro de la corteza:

a) Sólo si q está en el centro. b) Sólo si q es 0. c) Sólo si Q es 0. d) En cualquier caso.

4.- En el ejercicio anterior, la carga en la superficie exterior de la corteza es, para cualquier posición de la carga q:

a) Q, distribuida uniformemente. b) Q, distribuida uniformemente sólo si q está en el centro.
c) Q + q, distribuida uniformemente. d) Q + q, distribuida uniformemente sólo si q está en el centro.

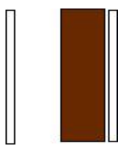
5.- Entre las armaduras de un **condensador plano, cargado y aislado** se introduce una placa gruesa de **material conductor**, que ocupa parcialmente el volumen del condensador. Si V y E son la diferencia de potencial y el campo eléctrico antes de introducir la placa y V' y E' son las mismas magnitudes después:

a) V' > V b) V' < V c) E' > E d) E' < E

6.- Un cilindro muy largo y de radio R_1, se carga con una densidad lineal de carga λo. El cilindro se rodea con una corteza cilíndrica de radio exterior $R_2=2R_1$ y constante dieléctrica $\varepsilon_r=2$. Si $\lambda'(R_1)$ es la densidad lineal de carga ligada en la superficie interior del dieléctrico y $\lambda'(R_2)$ en la superficie exterior:

a) $\lambda'(R_2) = 2\,\lambda'(R_1)$ b) $\lambda'(R_2) = -2\,\lambda'(R_1)$ c) $\lambda'(R_2) = -\,\lambda'(R_1)$ d) $\lambda'(R_2) = -\,0.5\,\lambda'(R_1)$

7.- La mitad de un condensador plano cargado y aislado se rellena con un dieléctrico de constante dieléctrica 3, ocupando la mitad del volumen, tal como indica la figura. Si Eo es el campo eléctrico del condensador antes de introducir el dieléctrico:



a) Tanto en el dieléctrico como en el vacío el campo sigue siendo Eo.
b) En el vacío el campo eléctrico es Eo y en el dieléctrico 3Eo.
c) Tanto en el dieléctrico como en el vacío el campo es 3Eo.
d) En el vacío el campo eléctrico es Eo y en el dieléctrico Eo/3.

8.- En el ejercicio anterior si Uo es la energía del condensador antes de introducir el dieléctrico. La energía final es:

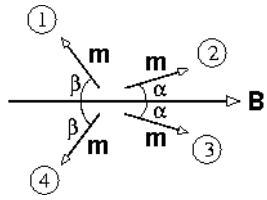
a) Uo/2. b) 2Uo c) 2Uo/3 d) 3Uo/2

9.- Una esfera conductora de radi 1,0 mm està carregada. Si el camp de ruptura de l'aire és 3,0 kV/mm, la càrrega màxima que pot tenir l'esfera és

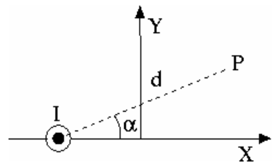
a) $1/3 \cdot 10^{-9}$ C b) $3 \cdot 10^{-9}$ C c) $1/3 \cdot 10^{-12}$ C d) $3 \cdot 10^{-12}$ C

10.- Dos hilos conductores A y B, del mismo material pero con distintas secciones rectas, tal que $S_B = 2\ S_A$, se encuentran conectados en serie. Cuando por ambos circula una corriente I.
a) $j_B = j_A$ b) $j_B = 2\ j_A$ c) $E_B = 2\ E_A$ d) $E_B = 0.5\ E_A$

11.-La figura mostra quatre orientacions d'un dipol magnètic de moment **m** dins un camp magnètic uniforme **B** (ambdós continguts en el pla del paper). Definim l'eix OZ positiu sortint del pla del paper. En la interacció de **m** i **B**, la component z del moment de la força, ordenada de major a menor és:
(a) 1, 2, 3, 4 (b) 4, 3, 2, 1 (c) 2, 3, 4, 1 (d) 2, 1, 4, 3

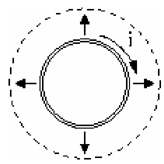


12.-Un fil recte paral·lel a l'eix OZ està recorregut per un corrent I, en el sentit que indica el dibuix. El camp magnètic **B** que crea en el punt P val:
(a) **B**=(μ_0 I/4πd) (sinα, cosα,0) (b) **B**=(μ_0 I/2πd) (-sinα, cosα,0)
(c) **B**=(μ_0 I/4πd) (-cosα, sinα,0) (d) **B**=(μ_0 I/2πd) (-cosα, sinα,0)



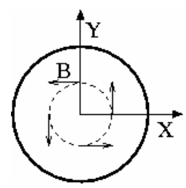
13.- Un fil de secció en forma d'anell cilíndric, de radi interior R_1 i exterior R_2, està recorregut per un corrent de densitat j_0 constant. La intensitat del camp magnètic en un punt interior del conductor (R_1<r< R_2) val:
(a) $B = \mu_0\, j_0\, (r^2 - R_2^2)/(2r)$ (b) $\mu_0\, j_0\, (R_2^2 - r^2)/r$ (c) $\mu_0\, j_0\, (R_1^2 - r^2)/r$ (d) $\mu_0\, j_0\, (r^2 - R_1^2)/(2r)$

14.- Un conductor circular situat dins un camp magnètic uniforme es dilata radialment degut a un augment de la temperatura. Si el corrent induït és horari (veure dibuix), el camp magnètic està:
(a) Contingut en el pla del paper apuntant a la dreta.
(b) Contingut en el pla del paper apuntant a l'esquerra.
(c) És perpendicular al pla del paper apuntant cap enfora.
(d) És perpendicular al pla del paper apuntant cap endins.



15.- Una bobina de coeficient d'autoinducció L=0.5 mH i resistència R=1.0 Ω es connecta a una fem de 10 V. En l'estat d'equilibri, l'energia emmagatzemada a la bobina val:
(a) 2.5 mJ (b) 25 mJ (c) 5.0 mJ (d) 50 mJ

16.- Un camp elèctric **E** = E_o sin ωt **k** oscil·la harmònicament confinat en una regió cilíndrica de l'espai. A l'instant t = π/ (4ω), el camp magnètic generat:
(a) Val zero. (b) És paral·lel a l'eix OZ, apuntant cap enfora.
(c) Té la direcció i sentit del dibuix. (d) Té la direcció del dibuix i sentit contrari.



17.- La força per unitat de longitud entre dos fils rectilinis molt llargs, separats 0,25m, pels quals hi circula una intensitat de 10A en el mateix sentit val (en N/m):
a) $8 \cdot 10^{-5}$, atractiva b) $8\ \pi\ 10^{-5}$, atractiva c) $8 \cdot 10^{-5}$, repulsiva d) $8\ \pi\ 10^{-5}$, repulsiva

18.- L'energia per unitat de longitud en un solenoide de radi R i n espires per unitat de longitud pel qual hi circula una intensitat I val:
a) $\mu_0 n^2 I^2 \pi R^2 /2$ b) $\mu_0 n I \pi R^2 /2$ c) $n I \pi R^2 /(2\mu_0)$ d) $n\,^2 I^2 \pi R^2 /(2\mu_0)$

19.- En un condensador format per dues plaques paral·leles de secció circular que s'està descarregant.
a) No hi ha cap camp magnètic al seu interior.
b) Hi ha un camp magnètic perpendicular a les plaques en el sentit de la intensitat.
c) Hi ha un camp magnètic perpendicular a les plaques en sentit contrari a la intensitat.
d) Hi ha un camp magnètic perpendicular a la direcció de la intensitat.

20.- En una regió de l'espai hi ha dos camps **E** i **B** en la mateixa direcció oscil·lant en fase (kx-ωt)
(a) L'energia electromagnètica es propaga en la direcció dels camps.
(b) L'energia electromagnètica es propaga perpendicular a la direcció dels camps.
(c) L'energia electromagnètica es propaga en qualsevol direcció.
(d) No es tracta de la mateixa ona electromagnètica.

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA DEPARTAMENT DE FÍSICA APLICADA	**FÍSICA II** 18 de Gener de 2007 Data notes provisionals: 25 de Gener Revisió d'exàmens: segons el grup Data notes revisades: 29 de Gener

Professors: O. Batiste, N. Ferrer, M. Juan, M. Net

Informacions addicionals:
- Duració de l'examen: 1:30 h.
- Cada problema s'entregarà en fulls separats.

Problema 1

Un anell prim de radi R està uniformement carregat amb una càrrega total Q positiva.

a) Troba el potencial elèctric V(x) en un punt qualsevol de l'eix de simetria de l'anell, eix OX, considerant el centre de l'anell a l'origen de coordenades. Troba el seu valor aproximat per a x<<R, però no nul, i per a x>>R.

b) Troba el camp elèctric E(x) (mòdul, direcció i sentit) en un punt de l'eix de simetria. Troba el seu valor aproximat per a x<<R, però no nul, i per a x>>R.

c) Una carrega negativa –q de massa m es situa sobre l'eix de simetria de l'anell i molt a prop del centre, a una distancia x_1 <<R. Demostra que la càrrega farà un moviment harmònic simple, i troba'n la freqüència (recorda: per un sistema massa molla de constant K i massa m, $f = (1/2\pi)\,(K/m)^{1/2}$).

d) Quin és el treball fet pel camp elèctric que crea l'anell per portar la càrrega puntual –q d'un punt situat sobre l'eix en x>>R fins l'origen de coordenades? Indica el seu signe i justifica'l.

Problema 2

Per un fil rectilini indefinit hi circula un corrent d'intensitat I. Tenim una bobina de gruix negligible, formada per N espires rectangulars de costats a, b i resistència elèctrica R. La bobina inicialment està situada a una distància d del fil, tal i com es mostra a la figura.

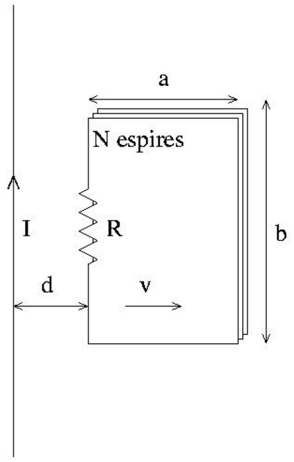
a) Aplicant raonadament la llei d'Ampère, trobeu el camp que crea el fil de corrent en el "pla" de la bobina.

b) Calculeu el flux del camp magnètic en la bobina, en la posició del dibuix.

c) Si la bobina s'allunya del fil a velocitat v, calculeu la intensitat induïda que hi circula, indicant-ne el sentit.

d) En la situació anterior, calculeu la força sobre cada costat de la bobina, situada en la posició inicial, i la força total resultant. Serà atreta o repel·lida pel fil?

e) Calculeu el coeficient d'inducció mútua entre el fil i la bobina quan aquesta es troba en la posició inicial. Apliqueu el resultat per trobar la intensitat induïda en la bobina si la intensitat de corrent en el fil és I(t) = A t (on A>0) quan la bobina es manté fixa en la posició inicial.



Examen Final Gener 2007

PROBLEMA 1

Enunciat

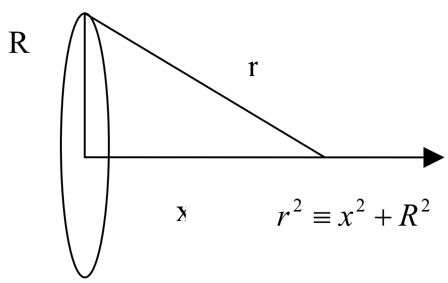
Un anell prim de radi R està uniformement carregat amb una càrrega total Q positiva.

a) Troba el potencial elèctric V(x) en un punt qualsevol de l'eix de simetria de l'anell, eix OX, considerant el centre de l'anell a l'origen de coordenades. Troba el seu valor aproximat per a x<<R, però no nul, i per a x>>R.
b) Troba el camp elèctric E(x) (mòdul, direcció i sentit) en un punt de l'eix de simetria. Troba el seu valor aproximat per a x<<R, però no nul, i per a x>>R.
c) Una carrega negativa –q de massa m es situa sobre l'eix de simetria de l'anell i molt a prop del centre, a una distancia x_1 <<R. Demostra que la càrrega farà un moviment harmònic simple, i troba'n la freqüència (recorda: per un sistema massa molla de constant K i massa m, f= $(1/2\pi)\ (K/m)^{1/2}$).
d) Quin és el treball fet pel camp elèctric que crea l'anell per portar la càrrega puntual –q d'un punt situat sobre l'eix en x>>R fins l'origen de coordenades? Indica el seu signe i justifica'l.

Solució

Dades Q,R

a)



$$r^2 \equiv x^2 + R^2$$

$$V(x) = \int_{anell} dV(x) = \int_{anell} k\frac{dq}{r}$$

$$dq = \lambda dl$$

$$V(\infty) = 0 \Leftrightarrow k\frac{dq}{r} = dV(x)$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$V(x)=\frac{k}{r}\int_{anell} dq=\frac{k}{r}Q=\frac{kQ}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$\begin{cases} \boxed{V(x)_{x<<R}\approx\frac{kQ}{R}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{R}\right)^2\right]\approx\frac{kQ}{R}} \\ \boxed{V(x)_{x>>R}\approx\frac{kQ}{R}} \quad \textit{Com una Q puntual a x=0} \end{cases}$$

b) $\vec{E}=-gradV\Rightarrow E_x(x)=-\frac{\partial V}{\partial x}=\frac{1}{2}\frac{kQ}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot 2x$

$$\vec{E}(x)=\frac{kQx}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{i}$$

$$\begin{cases} \boxed{\vec{E}(x)_{x<<R}\approx\frac{kQx}{R^3}\hat{i}} \\ \boxed{\vec{E}(x)_{x>>R}=\frac{kQx}{x^3}\vec{i}=\frac{kQ}{x^2}\hat{i}} \quad \textit{Com una Q puntual a x=0} \end{cases}$$

c) $x_1<<R$ $\qquad \vec{F}(x_1)=(-q)\cdot\vec{E}(x_1)=-q\frac{kQ}{R^3}x_1\hat{i}=-Kx_1\hat{i}$

Com un sistema massa molla de constant $K=\frac{kQq}{R^3}$

$$\boxed{\Rightarrow f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_eQq}{R^3m}}}$$

d) *Treball fet contra el camp:* $W=(-q)\Delta V$

$$W=(-q)\Delta V=(-q)[V(0)-V(x)]=-q(V_{final}-V_{inicial})=-q\left(\frac{kQ}{R}-\frac{kQ}{x}\right)=-qkQ\left(\frac{x-R}{Rx}\right)<0$$

Treball fet pel camp: $-W$

$$-W=qkQ\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{R}\right)=kqQ\left(\frac{-R+x}{xR}\right)>0$$

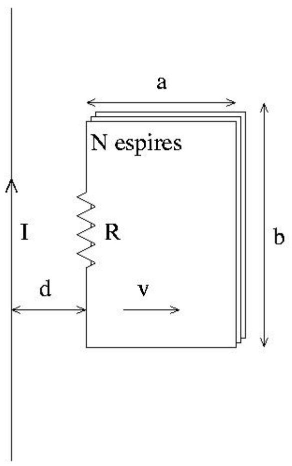
Signe positiu⇒ com que –q és atreta per Q>0, hi va sola, no cal que nosaltres fem cap treball contra el camp per portar-li⇔ *<u>El treball fel pel camp (-W)>0 és positiu</u>*

PROBLEMA 2

Enunciat

Per un fil rectilini indefinit hi circula un corrent d'intensitat I. Tenim una bobina de gruix negligible, formada per N espires rectangulars de costats a, b i resistència elèctrica R. La bobina inicialment està situada a una distància d del fil, tal i com es mostra a la figura.

a) Aplicant raonadament la llei d'Ampère, trobeu el camp que crea el fil de corrent en el "pla" de la bobina.
b) Calculeu el flux del camp magnètic en la bobina, en la posició del dibuix.
c) Si la bobina s'allunya del fil a velocitat v, calculeu la intensitat induïda que hi circula, indicant-ne el sentit.
d) En la situació anterior, calculeu la força sobre cada costat de la bobina, situada en la posició inicial, i la força total resultant. Serà atreta o repel·lida pel fil?
e) Calculeu el coeficient d'inducció mútua entre el fil i la bobina quan aquesta es troba en la posició inicial. Apliqueu el resultat per trobar la intensitat induïda en la bobina si la intensitat de corrent en el fil és I(t) = A t (on A>0) quan la bobina es manté fixa en la posició inicial.

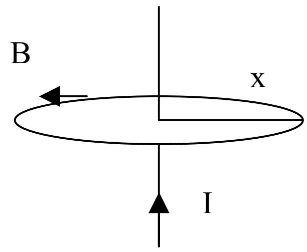


Solució

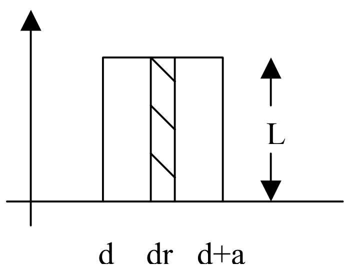
a)

$$\oint_c \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$2\pi x B = \mu_0 I$$



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\left(-\hat{k}\right)}$$



b)

$$d\phi = \vec{B}d\vec{S} = Bbdx = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi x}dx$$

$$\phi = N\int d\phi = \frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x} = \frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right) \quad \boxed{\phi = \frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)}$$

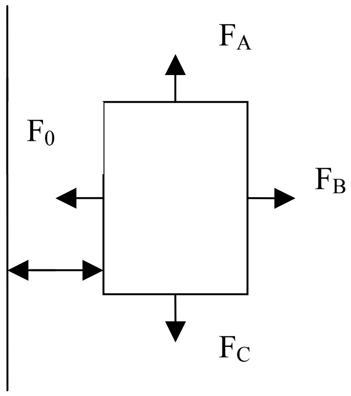
c) $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} \qquad I_{ind} = \dfrac{\varepsilon}{R}$

$$\phi = \frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{x}\right)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\frac{\frac{-ax}{x^2}}{1+\frac{a}{x}} = -\frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\frac{\frac{ax}{x^2}}{\frac{x+a}{x}} = -\frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\frac{av}{x(x+a)}$$

$\boxed{I_{ind} = \dfrac{N\mu_0 Ibav}{2\pi Rx(x+a)}}$ *En sentit horari* $\left(\dfrac{d\phi}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{m}_{ind} \,//\, \vec{B} \,//\, -\vec{k}\right)$

d)



$$d\vec{F} = I_{ind}d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$I_{ind} = \frac{N\mu_0 Ibav}{2\pi Rd(d+a)} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}(-\hat{k})$$

$$dF_A = \frac{N\mu_0 Ibav}{2\pi Rd(d+a)}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dx \Rightarrow F_A = N\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\frac{bav}{Rd(d+a)}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x}$$

$$\boxed{\vec{F}_A = N\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\frac{bav}{Rd(d+a)}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)\hat{j}}$$

$$\boxed{\vec{F}_C = -\vec{F}_A}$$

$$\vec{F}_B = \frac{N\mu_0 Ibav}{2\pi Rd(d+a)}\cdot b\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+a)}\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{F}_B = N\left(\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\right)^2 \frac{av}{Rd(d+a)^2}\hat{i}}$$

$$\vec{F}_D = -\frac{N\mu_0 Ib^2 av}{2\pi Rd(d+a)}\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{F}_D = -N\left(\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\right)^2 \frac{av}{Rd^2(d+a)}\hat{i}}$$

$$\vec{F} = N\left(\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D\right) = N\left(\vec{F}_B + \vec{F}_D\right) = \left(\frac{N\mu_0 Ib}{2\pi}\right)^2 \frac{av}{Rd(d+a)}\left(\frac{1}{d+a} - \frac{1}{d}\right)\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{F} = -\left(\frac{N\mu_0 Iba}{2\pi d(d+a)}\right)^2 \frac{v}{R}\hat{i}}$$

e)

$$M = \frac{\phi}{I} = \frac{N\mu_0 b}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

$$|\varepsilon| = M\frac{dI}{dt} = MA$$

$I = \dfrac{\varepsilon}{R} \Rightarrow \boxed{I = \dfrac{N\mu_0 bA}{2\pi R}\ln\left(\dfrac{d+a}{d}\right)}$ *En sentit antihorari* $(\vec{m}_{ind} // -\vec{B} // \hat{k})$