ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Asignatura: COMUNICACIONES II. Grupo: 20. Fecha: 4 de Diciembre de 2007. **Tiempo: 2h**

Nota: Explique y justifique todos los cálculos y planteamientos. Solución disponible en internet.

Considere una modulación digital binaria de la forma $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underline{\mathbf{s}}^T(k)\underline{\boldsymbol{\gamma}}(t-kT)$.

- $\underline{\mathbf{s}}(k)$ es la secuencia de vectores de símbolos estacionarios, equiprobables e independientes. Los posibles símbolos en $\underline{\mathbf{s}}(k)$ son $\underline{\mathbf{s}}_0 = A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ y $\underline{\mathbf{s}}_1 = A\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$.
- $\underline{\boldsymbol{\gamma}}(t) = \begin{pmatrix}\gamma_1(t)\\\gamma_2(t)\end{pmatrix}$ es el vector de formas de onda tal que $\gamma_2(t) = \gamma_1(t-T/2)$, y $\gamma_1(t)$ tiene una transformada de Fourier constante en la banda $|f| \le B$, es decir, $\Gamma_1(f) = \begin{cases} K & para\,|f| \le B \\ 0 & fuera \end{cases}$

1) (0.4 puntos) Halle K para que las funciones $\gamma_1(t)$ y $\gamma_2(t)$ sean de energía unitaria.

2) (0.5 puntos) Halle las funciones de autocorrelación ($R_{\gamma_1}(\tau)$ y $R_{\gamma_2}(\tau)$) y correlación cruzada ($R_{\gamma_1,\gamma_2}(\tau)$) de las formas de onda. Exprese $R_{\gamma_2}(\tau)$ y $R_{\gamma_1,\gamma_2}(\tau)$ en función de $R_{\gamma_1}(\tau)$.

3) (0.8 puntos) Enuncie el criterio de Nyquist extendido y halle el ancho de banda B mínimo para una transmisión libre de ISI (interferencia inter-simbólica) y de ICI (interferencia entre componentes). Razone si $\gamma_1(t)$ y $\gamma_2(t)$ constituyen una base ortonormal.

4) (0.8 puntos) Halle el vector media $\underline{\boldsymbol{\mu}}_s = E\left[\underline{\mathbf{s}}(k)\right]$ y la matriz de covariancia $\underline{\underline{\mathbf{C}}}_s = E\left[\left(\underline{\mathbf{s}}(k) - \underline{\boldsymbol{\mu}}_s\right)\left(\underline{\mathbf{s}}(k) - \underline{\boldsymbol{\mu}}_s\right)^T\right]$ de los vectores símbolo $\underline{\mathbf{s}}(k)$.

5) (1 punto) Halle y dibuje la densidad espectral de potencia de $x(t)$, $S_x(f)$.

Nota: para determinar de la parte impulsiva tenga en cuenta que: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \operatorname{sinc}(\lambda - k) = \cos(\pi\lambda)$

Considere que, cumpliendo el criterio de Nyquist extendido, el canal discreto equivalente es de la forma $\underline{\mathbf{r}}(k) = \underline{\mathbf{s}}(k) + \underline{\mathbf{n}}(k)$, donde y $\underline{\mathbf{n}}(k) = \begin{pmatrix}\beta_1(k)\\\beta_2(k)\end{pmatrix}$ es el vector de ruido de componentes incorreladas y ambas de variancia $N_o/2$.

Considere la componente de ruido en la dirección de 45 grados sobre la constelación, la cual viene dada por $\beta(k) = \dfrac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{\sqrt{2}}$

6) (0.4 puntos) A la vista de la constelación, justifique que la probabilidad de error viene determinada por la varianza σ_β^2 y halle el valor de dicha variancia.

7) (0.4 puntos) Halle una cota de la BER en función de la E_b/N_o.

La modulación atraviesa un canal con distorsión de modo que, en conjunto, el canal equivalente discreto puede expresarse como:

$\underline{\mathbf{r}}(k)=\underline{\underline{\mathbf{U}}}\left(\underline{\mathbf{s}}(k)+d\underline{\mathbf{s}}(k-1)\right)+\underline{\mathbf{n}}(k)$, con $\underline{\underline{\mathbf{U}}}=\begin{pmatrix}1 & d\\ d & 1\end{pmatrix}$, y $0\le d<1$. Por lo tanto, el canal provoca ISI del símbolo anterior y ICI entre las dos componentes de un mismo símbolo.

8) (0.5 puntos) Halle y dibuje los posibles vectores recibidos sobre la constelación en ausencia de ruido.

9) (0.5 puntos) Halle una cota la BER en función de la E_b/N_o.

Considere un ecualizador matricial de la forma $\underline{\mathbf{r}}'(k)=\underline{\underline{\mathbf{V}}}\mathbf{r}(k)$ tal que $\mathbf{r}'(k)=\underline{\mathbf{s}}(k)-d\underline{\mathbf{s}}(k-1)+\begin{pmatrix}\beta_1'(k)\\ \beta_2'(k)\end{pmatrix}$

10) (0.4 puntos) Halle la matriz $\underline{\underline{\mathbf{V}}}$ que cancela la ICI.

Considere el ruido $\beta'(k)=\dfrac{\beta_1'(k)+\beta_2'(k)}{\sqrt{2}}$, que es la nueva componente en la dirección de 45 grados.

11) (0.8 puntos) Explique por qué los ruidos $\beta_1'(k)$ y $\beta_2'(k)$ no son incorrelados y halle la variancia del ruido $\beta'(k)$, $\sigma_{\beta'}^2$.

12) (0.6 puntos) Demuestre que la BER no se modifica por el hecho de suprimir la ICI. Interprete este resultado.

13) (0.6 puntos) Justifique que si la matriz de ICI hubiera sido de la forma $\underline{\underline{\mathbf{U}}}'=\begin{pmatrix}1 & -d\\ d & 1\end{pmatrix}$, sí que hubiera obtenido una ganancia de diversidad a la salida del ecualizador matricial asociado a la misma. Interprete este resultado descomponiendo la transformación $\underline{\underline{\mathbf{U}}}'$ en una rotación $\underline{\underline{\mathbf{Q}}}$ y una homotecia K, es decir, $\underline{\underline{\mathbf{U}}}'=K\underline{\underline{\mathbf{Q}}}$. Explique qué ocurre para $d=1$ en el caso de $\underline{\underline{\mathbf{U}}}$ y en el caso de $\underline{\underline{\mathbf{U}}}'$.

Considere un ecualizador convolutivo que, ignorando la ICI, pretende sólo reducir la ISI, de la forma: $\underline{\mathbf{r}}''(k)=\underline{\mathbf{r}}(k)-g\underline{\mathbf{r}}(k-1)-h\underline{\mathbf{r}}(k-2)$

14) (0.6 puntos) Plantee las ecuaciones que deben cumplir g y h de forma que:
$\underline{\mathbf{r}}''(k)=\underline{\mathbf{s}}'(k)+\varepsilon\underline{\mathbf{s}}'(k-3)+\begin{pmatrix}\beta_1''(k)\\ \beta_2''(k)\end{pmatrix}$ (siendo $\underline{\mathbf{s}}'(k)$ los símbolos con ICI). Halle g, h y ε.

15) (0.4 puntos) Halle la potencia de ruido sobre cada componente a la salida del ecualizador.

16) (0.5 puntos) Halle una cota de la BER en función de la E_b/N_o y justifique que, en este caso, la supresión parcial de la ISI sí da lugar a una mejora. En particular, compruebe que para $d=0.618$ la BER es la asociada al canal ideal, mientras que sin ecualizador se produce una pérdida equivalente en la E_b/N_o algo mayor de 4dB.

Por último considere que $d=1$ en el modelo de canal discreto, y que se transmite una secuencia de sólo dos símbolos, $x(t)=\underline{\mathbf{s}}^T(0)\underline{\boldsymbol{\gamma}}(t)+\underline{\mathbf{s}}^T(1)\underline{\boldsymbol{\gamma}}(t-T)$. En el receptor no se utiliza ningún ecualizador.

17) (0.8 puntos) Formulando las posibles secuencias como vectores en una base de dimensión 6, halle una cota de la BER resultante en función de la E_b/N_o asociada al detector óptimo.