

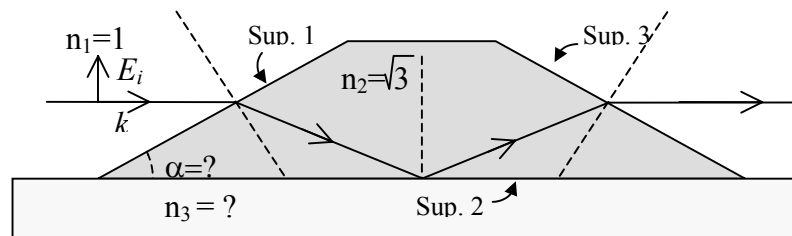
<b>ESCOLA TECNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ</b>		
<b>Examen final de CAMPS ELECTROMAGNÈTICS</b> <b>Professors:</b> D. Artigas, F. Canal, F. Dios, J. Recolons		
14/01/2003	<b>Durada:</b> 3h 15'	<b>Publicació de notes:</b> 23/01/2003

1. Un feix làser incideix en el prisma que mostra la figura 1, on s'ha agafat l'origen de coordenades al punt d'incidència del raig sobre el prisma. Si aproximem el raig incident per una ona plana de fasor

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_0 \hat{x} e^{-jkz}$$

i sabent que l'ona que surt del prisma transporta la mateixa potència que l'ona incident, determineu:

- El valor de l'angle  $\alpha$  del prisma i la condició que ha de complir l'índex de refracció  $n_3$  per tal que es compleixi l'afirmació anterior
- Agafant el valor d' $\alpha$  i el valor màxim de  $n_3$  obtinguts a l'apartat a), trobeu l'expressió del fasor de camp elèctric de l'ona transmesa a la superfície 1
- Anàlogament, trobeu l'expressió per a l'ona reflectida a la superfície 2
- Trobeu l'expressió per a l'ona transmesa a la superfície 3



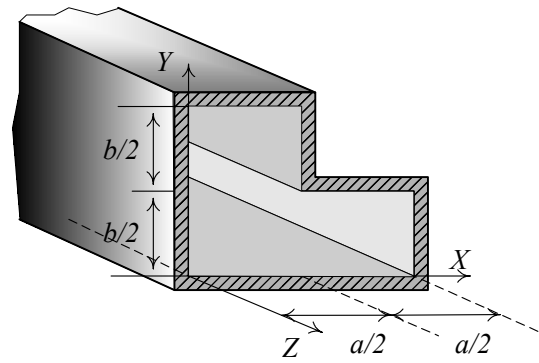
**NOTA:** Fórmules de Fresnel per als coeficients de reflexió i de transmissió per a medis no magnètics

$$\begin{aligned} \tau_{\perp} &= \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} & \rho_{\parallel} &= \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} \\ \rho_{\perp} &= \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} & \tau_{\parallel} &= \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} \end{aligned}$$

2. A la guia que mostra la figura es propaga un mode, el camp elèctric del qual ve donat per l'expressió

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{y} (E_{01} \cos k_x x + E_{02} \sin k_x x) \exp(-j\beta z)$$

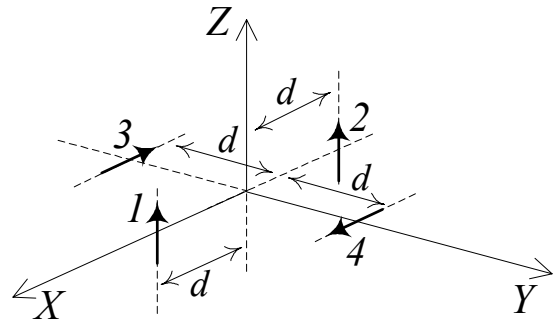
Obteniu:



- La relació que hi ha d'haver entre les constants  $k_x$  i  $\beta$  i la freqüència de l'ona
- Determineu, en cas que sigui possible, els valors que poden tenir la constant  $k_x$  i les amplituds  $E_{01}$  i  $E_{02}$
- L'expressió corresponent al fasor de camp magnètic
- L'expressió corresponent al vector de Poynting mitjà
- L'expressió de la potència total transportada per un mode
- Si  $a = 6$  cm i  $b = 4$  cm i la freqüència de l'ona és  $f = 12$  GHz, quants modes d'aquest tipus es poden propagar a la guia? Obteniu el valor de la constant de propagació per a cadascun dels modes possibles

3. Considerem el sistema format per quatre dipols idèntics, situats tots ells a una distància  $d$  de l'origen de coordenades i disposats tal com indica la figura. Tenint en compte l'expressió aproximada per al potencial creat per un dipol

$$\vec{A}(\vec{r}) \cong \mu_0 \frac{I_0 h}{4\pi} \frac{e^{-jk r}}{r} \exp(jk \hat{r} \cdot \vec{r}_0) \hat{u}$$



on els vectors  $\hat{u}$  i  $\vec{r}_0$  indiquen, respectivament, l'orientació del dipol i la seva posició en relació a l'origen de coordenades i  $h$  és la longitud del dipol, calculeu:

- El potencial vector total creat pel sistema
- L'expressió del camp elèctric radiat. Particularitzeu-ho per al pla  $z = 0$
- Determineu el valor mínim (diferent de 0) per a la distància  $d$ , en termes de  $\lambda$ , que anul·la la radiació de potència en la direcció de l'eix  $X$
- Si agafem el valor de  $d$  obtingut a l'apartat c), existeix alguna direcció del pla  $z = 0$  en la qual el camp radiat té polarització lineal? Justifiqueu la resposta
- Determineu la polarització i el sentit de gir del camp radiat en la direcció de l'eix  $Y$
- Dibuixeu, de forma aproximada, els diagrames de radiació del sistema corresponents al pla  $XY$ . Feu el mateix per al pla  $XZ$

**NOTA:**

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \sin\theta \cos\varphi \hat{x} + \sin\theta \sin\varphi \hat{y} + \cos\theta \hat{z} \\ \hat{\theta} &= \cos\theta \cos\varphi \hat{x} + \cos\theta \sin\varphi \hat{y} - \sin\theta \hat{z} \\ \hat{\varphi} &= -\sin\varphi \hat{x} + \cos\varphi \hat{y} \end{aligned}$$