

1. Un text està format per una seqüència de caràcters que només poden ser vocals (5 possibilitats) o consonants (21 possibilitats). En cada posició del text tots els caràcters poden aparèixer amb la mateixa probabilitat.

Si els caràcters apareixen de manera independent els uns dels altres:

- (a) Calculeu per a quins valors de N la probabilitat de tenir alguna vocal en una seqüència de N caràcters és superior a 0.9.
- (b) Un bloc-c és una seqüència de consonants delimitada per vocals. Quina és la longitud mitja dels blocs-c? En un text de 1000 caràcters, quin és el nombre esperat de blocs-c?

Si no són independents i sabem que, si en una posició hi ha una consonant, la probabilitat que en la següent posició hi hagi una vocal és 0.22:

- (c) Calculeu la probabilitat que en la posició anterior a una vocal hi hagi una vocal.

2. Donats una variable aleatòria X amb densitat $f(x)$ i un borelià $B \subset \mathbb{R}$ demostreu que la densitat de X condicionada a $X \in B$ val:

$$f(x|B) = \begin{cases} f(x)/P(B) & \text{si } x \in B, \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases}$$

3. La longitud de les fibres de cotó ve descrita per la variable aleatòria X exponencial de paràmetre λ . Es defineixen les constants

$$m = E[X], \quad m^{(+)} = E[X|X > m], \quad m^{(-)} = E[X|X < m].$$

Calculeu:

- (a) Les probabilitats $P(X > m), P(X < m)$.
- (b) Les densitats condicionades $f(x|X > m), f(x|X < m)$.
- (c) La irregularitat longitudinal

$$\Delta = \frac{m^{(+)} - m^{(-)}}{m}.$$

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!

Puntuació: 4,2,4