

Professors: Ignasi Corbella, Xavier Fàbregas, Francesc Torres.

Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 3 hores
- Comenceu cada exercici en un full apart.

## **PROBLEMA 1**

Una línia de transmissió ideal de impedància característica  $Z_0=50\ \Omega$  y longitud  $\ell$  està connectada a una carga incògnita  $Z_L$  (figura 1). A partir de los datos de la figura 2, donde se representa la tensión en la línea en voltios **eficaces**  $|V(z)|$  en función de la posición  $z$  en términos de  $\lambda$ , y  $z=0$  corresponde a la posición de la carga, calcular:

- La carga  $Z_L$
- La potencia disponible del generador y la potencia en la entrada de la línea  $P(z=-\ell)$

Si se sustituye la carga incògnita por una carga de valor  $Z_L=25+j50\ \Omega$  y se conecta entre la carga y la línea de transmissió una red de adaptació como la de la figura 3, determinar:

- La longitud  $\ell_1/\lambda$  del stub y la impedància característica  $Z_0'$  del adaptador  $\lambda/4$  para que la potencia que entregue el generador a la carga  $Z_L$  sea máxima
- En el caso anterior, la potencia que se disipa en la carga  $Z_L$  (en dBm) y el módulo del fasor de tensión eficaz sobre la carga ( $|V_L|$ ).

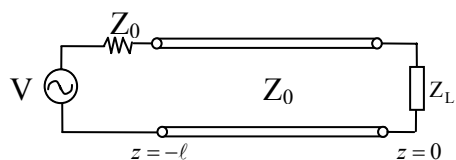


Figura 1

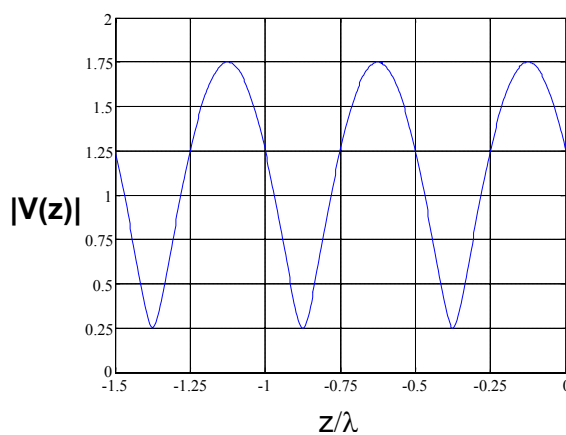


Figura 2

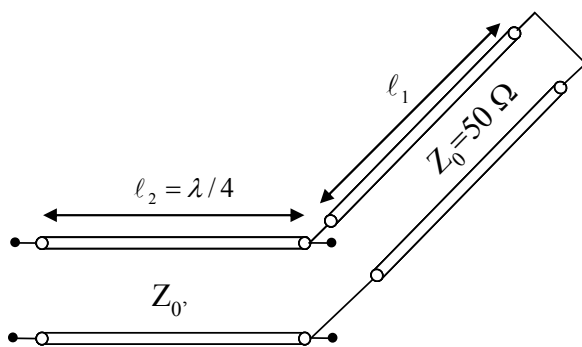


Figura 3

## PROBLEMA 2

Una guia d'ones rectangular amb dielèctric aire té dimensions  $a=2\text{ cm}$  i  $b=1,5\text{ cm}$  i es pot considerar sense pèrdues.

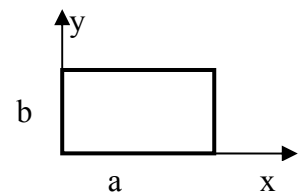
- Calculeu les 4 freqüències de tall més baixes i indiqueu a quin mode o modes corresponen.
- Calculeu les velocitats de fase i de grup, la longitud d'ona a la guia  $\lambda_g$  i la impedància d'ona a  $11\text{ GHz}$  per tots els modes que es poden propagar a aquesta freqüència.

A l'entrada d'una secció d'aquesta guia, de 20 metres de longitud, s'aplica un senyal de banda estreta consistent en una portadora d' $11\text{ GHz}$  modulada amb un tren de polsos.

- Per un pols determinat a l'entrada, quants polsos es detectaran a la sortida?. Calculeu el retard experimentat per cada un d'ells.

La secció de guia anterior es connecta per un extrem a un generador adaptat de potència disponible  $1\text{ mW}$  i freqüència  $11\text{ GHz}$  i per l'altre a un curtcircuit. Se suposa que la potència del generador es reparteix per igual (i amb la mateixa fase) entre tots els modes que es poden propagar.

- Escriviu l'expressió del vector de camp elèctric a l'interior de la guia en funció de les coordenades  $(x,y,z)$  especificant el valor numèric de totes les constants que apareixen a l'expressió.



**Nota: Tots els resultats numèrics han d'incloure les unitats**

## PROBLEMA 3

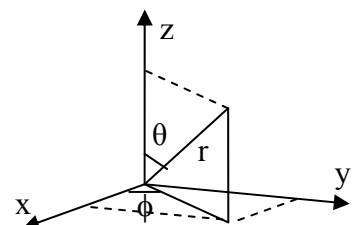
El diagrama de radiació de una antena es  $t(\theta, \phi)=1$  para  $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  y  $0^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$  y nulo para otras direcciones del espacio.

- Dibuje el diagrama de radiación para el plano  $\theta = \pi/2$  y para el plano  $\phi = 0$ , rotulando claramente los ejes y los ángulos involucrados. Calcule la directividad máxima **D (dB)** de dicha antena.
- Cuando la antena anterior se alimenta con una corriente  $I=5\text{ A}$  se mide una intensidad de campo eléctrico de  $3\text{ V/m}$  a una distancia de  $500\text{ m}$ . Si podemos considerar que la antena tiene una directividad máxima de  $10\text{ dB}$ , calcule la resistencia de radiación  $R_{rad}(\Omega)$  de la antena.
- En una determinada dirección el campo transmitido y recibido por la antena es, respectivamente:

$$\vec{E}_t = E_{t0} (2\hat{\theta} + \hat{\phi}) e^{-jkr} \quad \vec{E}_r = E_{r0} (\hat{\theta} + \hat{\phi} e^{j\pi/2}) e^{+jkr}$$

Determinar el tipo de polarización de las dos ondas, de forma razonada, y calcular las pérdidas por desacoplo de polarización.

- Suponga que la antena anterior tiene una eficiencia de radiación  $\eta_e = 80\%$ . También que presenta una desadaptación caracterizada por unas pérdidas de retorno (Return Loss) de  $RL=10\text{ dB}$ , con respecto de un generador cuya potencia disponible es  $P_{\max} = 1.5\text{ kW}$ . Calcule la potencia radiada por la antena y la potencia disipada por la misma.
- Una antena similar a la anterior tiene una eficiencia de radiación  $\eta_e = 80\%$  y se halla perfectamente adaptada. Utilizada en recepción, se mide  $1\text{ pW}$  de señal útil a la salida del conector de la antena. Si la temperatura de antena es aproximadamente  $T_a = 100\text{ K}$  y la temperatura ambiente es de  $T_{amb} = 27^\circ\text{C}$ , calcule la relación señal a ruido (S/N) **(en dB)**, a la salida de la antena (plano del conector) en un ancho de banda de ruido  $B_n = 8\text{ MHz}$ . Si la relación (S/N) mínima para una recepción de calidad es  $(S/N)_{\min} = 10\text{ dB}$ , determine el máximo factor de ruido  $F_{\max}$  **(en dB)** que puede tener un amplificador de alta ganancia conectado directamente a la antena.



## Examen de RIOG gener 2009

### Resolució del Problema 1

a)

$$V_{\max}=1.75 \text{ V}, V_{\min}=0.25 \text{ V} \Rightarrow \text{ROE}=7 \Rightarrow |\rho|=0.75$$

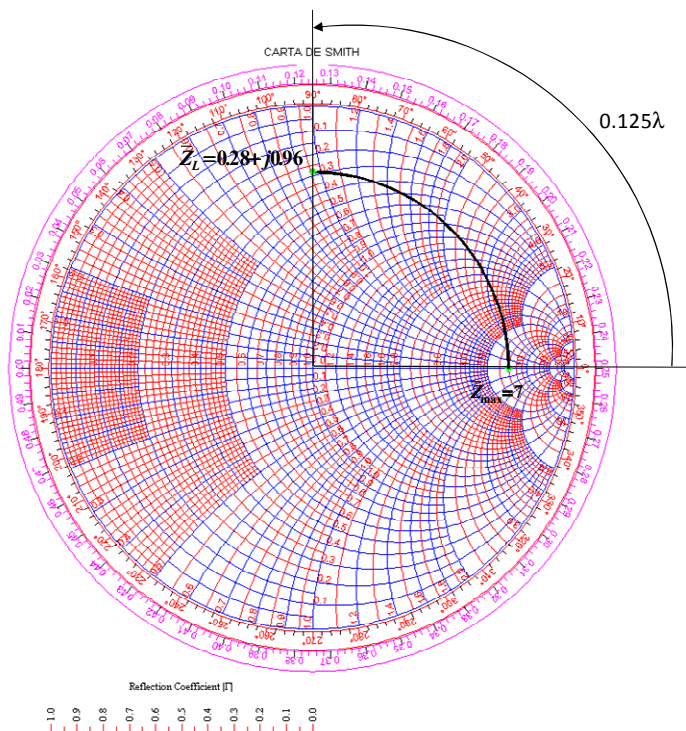
Mètode 1)

$$|V(z)| = |V^+| \left| 1 + |\rho_L| e^{j(\varphi_L - \frac{4\pi}{\lambda} \ell)} \right|$$

$$|V(z)|_{\max} \Rightarrow \varphi_L - \frac{4\pi}{\lambda} \ell = 2n\pi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

$$\text{Prenent } n = 0 \text{ i } \ell_{\max} = 0.125\lambda \Rightarrow \varphi_L = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \rho_L = 0.75j \Rightarrow Z_L = 14 + j48 \Omega$$

Mètode 2)



$$Z_L = 14 + j48 \Omega$$

b)

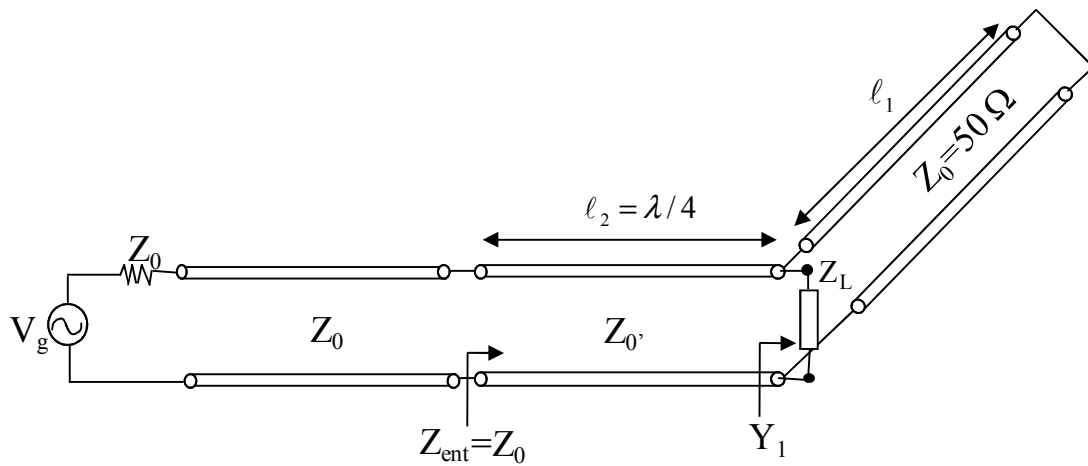
$$V_{max} = |V^+|(1 + |\rho_L|) \Rightarrow |V^+| = 1V$$

Generador adaptat:

$$P_{disp} = P^+ = \frac{|V^+|^2}{Z_0} = 20 \text{ mW}, P(z = -\ell) = P^+(1 - |\rho_L|^2) = 8.8 \text{ mW}$$

c)

Per adaptar  $Z_L$  es connecta una xarxa adaptadora entre la línia de transmissió i la càrrega com mostra la següent figura



$$Y_L = 0.008 - j0.016 \text{ S}$$

$$Y_1 = Y_L + Y_{stub-ent} \Rightarrow Y_1 = 0.008 \text{ S}, Y_{stub-ent} = j0.016 \text{ S}$$

Calculem primer  $Z_{0'}$  per tenir  $Z_{ent} = Z_0$

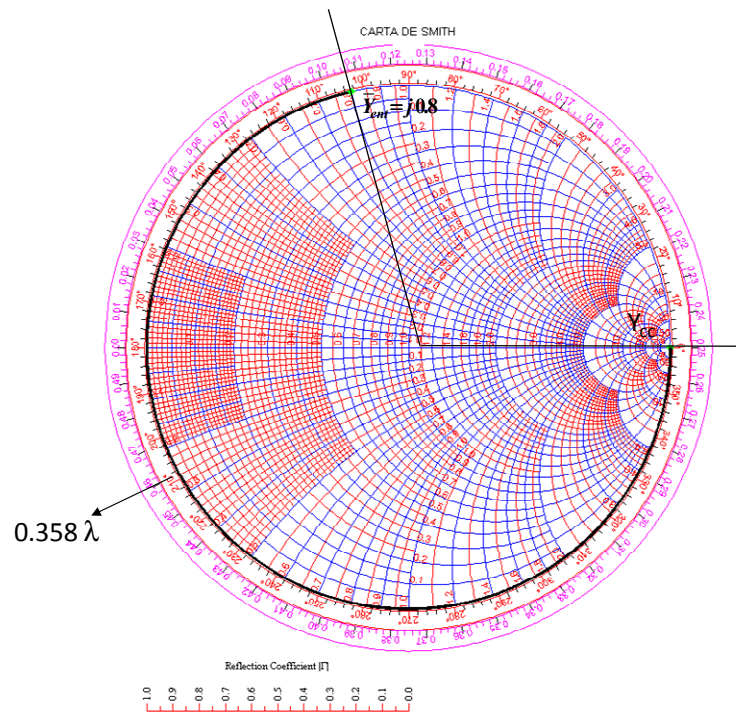
$$Z_{0'} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_1}} = 79.1 \Omega$$

Calculem  $\ell_1$ :

Mètode 1)

$$Y_{stub-ent} = j0.016 \text{ S} = -jY_0 \cot \beta \ell_1 \Rightarrow \beta \ell_1 = 2.25 \text{ rad} \Rightarrow \ell_1 = 0.358 \lambda$$

Mètode 2)



d)

$$P_L = P_{\text{disp}} = 20 \text{ mW} = 13 \text{ dBm}$$

$$P_L = |V_L|^2 G_L \Rightarrow |V_L| = 1.58 \text{ V}$$

## Examen de RiOG gener 2009

### Resolució del problema 2.

**a)**  $a = 2 \text{ cm}, b = 1,5 \text{ cm}$

$$TE_{10} : f_c = \frac{c}{2a} = 7,5 \text{ GHz}; \quad TE_{01} : f_c = \frac{c}{2b} = 10 \text{ GHz}$$

$$TE_{11} \text{ i } TM_{11} : f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = 12,5 \text{ GHz}; \quad TE_{20} : f_c = \frac{c}{a} = 15 \text{ GHz}$$

- b)** A 11 GHz es poden propagar els modes  $TE_{10}$  i  $TE_{01}$ . Calculem primer el factor de dispersió i després els diferents paràmetres que es demanen:

$$\text{Factor de dispersió: } FD = \sqrt{1 - (f_c/f)^2} \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 0,7315 \\ \text{Mode } TE_{01} & 0,4166 \end{cases}$$

$$\text{Velocitat de fase: } v_p = \frac{c}{FD} \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 4,1 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Mode } TE_{01} & 7,2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\text{Velocitat de grup: } v_g = cFD \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 2,19 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Mode } TE_{01} & 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\text{Longitud d'ona a la guia: } \lambda_g = \frac{c/f}{FD} \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 3,728 \text{ cm} \\ \text{Mode } TE_{01} & 6,546 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Impedància d'ona: } Z_{TE} = \frac{120\pi}{FD} \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 515,35 \Omega \\ \text{Mode } TE_{01} & 904,49 \Omega \end{cases}$$

- c)** Un pols a l'entrada es propaga simultàniament en els modes  $TE_{10}$  i  $TE_{01}$ , amb velocitats de grup diferents. Per tant, **a la sortida tindrem dos polsos**, corresponents a cada un dels dos modes. El retard es calcula com la longitud  $\ell = 20 \text{ m}$  dividida per la velocitat de grup:

$$\text{Retard: } \tau = \frac{\ell}{v_g} \begin{cases} \text{Mode } TE_{10} & 91,13 \text{ ns} \\ \text{Mode } TE_{01} & 160 \text{ ns} \end{cases}$$

- d)** El camp elèctric total és la suma dels camps associats a cada un dels dos modes que es propaguen. Calculem doncs el camp elèctric de cada mode:

$$\text{Mode } TE_{10} \quad E_x = 0 \quad E_y = \sin \frac{\pi}{a} x \left( E_{0y}^+ e^{-j\beta_{10}z} + E_{0y}^- e^{j\beta_{10}z} \right) \quad E_z = 0$$

$$\text{Mode } TE_{01} \quad E_x = \sin \frac{\pi}{b} y \left( E_{0x}^+ e^{-j\beta_{01}z} + E_{0x}^- e^{j\beta_{01}z} \right) \quad E_y = 0 \quad E_z = 0$$

El curtcircuit imposa una nul de camp elèctric independent de les coordenades transversals. Atès que el camp del mode  $TE_{10}$  depèn només de  $x$  i que el del mode  $TE_{01}$  depèn només de  $y$ , cada una de les dues components s'ha d'anul·lar independentment en el curtcircuit. Suposant que aquest és a la coordenada  $z = 0$ , això implica  $E_{0y}^+ = -E_{0y}^-$  i  $E_{0x}^+ = -E_{0x}^-$  i per tant

$$\text{Mode } TE_{10} \quad E_x = 0 \quad E_y = -2jE_{0y}^+ \sin \frac{\pi}{a}x \sin \frac{2\pi}{\lambda_{g10}}z \quad E_z = 0$$

$$\text{Mode } TE_{01} \quad E_x = -2jE_{0x}^+ \sin \frac{\pi}{b}y \sin \frac{2\pi}{\lambda_{g01}}z \quad E_y = 0 \quad E_z = 0$$

on s'ha utilitzat l'expressió  $\beta = 2\pi/\lambda_g$  en cada un dels dos modes. Així doncs l'expressió total del camp esdevé

$$\vec{E} = -2j \left( E_{0x}^+ \sin \frac{\pi}{b}y \sin \frac{2\pi}{\lambda_{g01}}z \hat{x} + E_{0y}^+ \sin \frac{\pi}{a}x \sin \frac{2\pi}{\lambda_{g10}}z \hat{y} \right)$$

on només queda calcular les amplituds de camp de les corresponents ones positives  $E_{0x}^+$  i  $E_{0y}^+$  ja que la resta de constants han estat calculades prèviament.

Com que el generador està adaptat, la potència disponible és igual a la de l'ona positiva. D'aquí es pot treure la corresponent amplitud de camp:

$$P_{disp} = \frac{|E_0^+|^2}{Z_{TE}} \frac{a}{2} \Rightarrow |E_0^+| = \sqrt{\frac{2Z_{TE}P_{disp}}{a}}$$

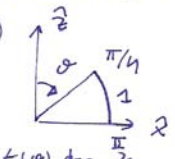
Per altre cantó, la fase de  $E_0^+$  és igual a la fase en la coordenada del generador ( $\phi_g$ ) més la variació per la propagació fins al curtcircuit. Es a dir  $\phi_g - \beta\ell = \phi_g - (2\pi/\lambda_g)\ell$  on  $\ell = 20m$  és la longitud del tram de guia. Sabent ara que el senyal del generador es reparteix entre els dos modes en fase, tenim que  $\phi_g$  és igual per tots dos i podem suposar  $\phi_g = 0$  sense pèrdua de generalitat.

Aplicant aquestes fórmules a cada un dels dos modes obtenim:

$$\text{Mode } TE_{10} : P_{disp} = 0.5mW; Z_{TE} = 515,35\Omega; \lambda_g = 3,728cm \Rightarrow E_{0y}^+ = 41,44e^{-j173,05^\circ} V/m$$

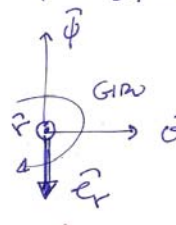
$$\text{Mode } TE_{01} : P_{disp} = 0.5mW; Z_{TE} = 904,49\Omega; \lambda_g = 6,546cm \Rightarrow E_{0x}^+ = 54,92e^{j169,17^\circ} V/m$$

PROBLEMA ③ R: 06 15/ENE/09

a)   $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^r r dr d\phi = \frac{\pi r^2}{3} \text{ strand}$   
 $D = \frac{4\pi}{3} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8.48 \quad D = 9.28 \text{ dB}$

b)  $P = \frac{P_r D}{4\pi r^2} = \frac{12 I^2 R_{rad} D}{4\pi r^2} = \frac{L E^2}{120 \pi}$ ;  $R_{rad} = \frac{12 E^2 4\pi r^2}{120 I^2 D} = 300 \Omega$

c)  $\hat{e}_\phi = \frac{2\hat{\phi} + \hat{\psi}}{\sqrt{5}} e^{-ikr}$   $\hat{e}_r = \frac{\hat{\phi} + j\hat{\psi}}{\sqrt{2}} e^{+ikr}$  Propagación  $\hat{r}$  decreciente

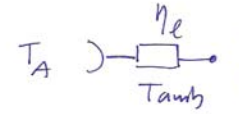
Pol. Linear (desfase=0) Pol. circular Desfase  $\frac{\pi}{2}$ , módulo igual.  
 $\hat{\phi} \times \hat{\psi} = \hat{r}$   $\hat{\phi} = \cos \omega t$   $\hat{\psi} = \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$   
 $\omega t = 0$   $\hat{\phi} = 1$   $\hat{\psi} = 0$   $\omega t = \frac{\pi}{2}$   $\hat{\phi} = 0$   $\hat{\psi} = -1$   
 CIRCULAR DETRECHAR  
 Avance del tornillo según sentido propagación (o decreciente)

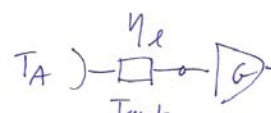
d)  $R_L = -20 \log |e|$ ;  $|e|^2 = 0.1$

Potencia entregada a la antena:  $P_{ent} = P_{max} (1 - |e|^2) = 0.9 P_{max} = 1350 \text{ W}$

Potencia radiada:  $P_{rad} = P_{ent} \eta = 1080 \text{ W}$

Potencia disipada en la antena:  $P_{dis} = P_{ent} - P_{rad} = P_{ent}(1 - \eta) = 270 \text{ W}$

e)   $S_i = 1 \text{ pW}$   $N_i = KB(T_A \eta + T_{amb}(1 - \eta)) = KB(30 + 60) \left. \begin{array}{l} S_i = 64.7 \\ N_i = 18.1 \text{ dB} \end{array} \right\}$

  $S_o = S_i G$   $N_o = (N_i + N_{amp}) G \left. \begin{array}{l} \left( \frac{S}{N} \right)_o = \frac{S_i}{N_i + N_{amp}} = 10 \end{array} \right\}$

$\frac{S_i}{10 \text{ KB}} = T_A \eta + T_{amb}(1 - \eta) + T_o(F_{max} - 1) = 905.8 \text{ K}$

$T_o(F_{max} - 1) = 765 \text{ K}$   $F_{max} = 3.64$   $F_{max} = 5.61 \text{ dB}$