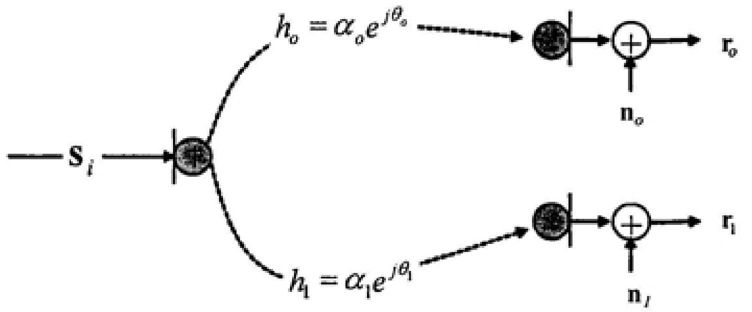
CONTROL: COMUNICACIONES II **9 de mayo de 2008**
E.T.S.E.T.B.

EJERCICIO 1:

Para el esquema de la figura, se transmiten símbolos de una constelación QPSK tal que $\mathbf{s}_i = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$, equiprobables y estadísticamente independientes. El receptor está compuesto por dos antenas. Para un símbolo transmitido $\mathbf{s}_i$, el modelo de señal de la información relevante a la salida de los filtros adaptados en recepción es de la forma:

$$\mathbf{r}_o = h_o\mathbf{s}_i + \mathbf{n}_o$$
$$\mathbf{r}_1 = h_1\mathbf{s}_i + \mathbf{n}_1$$

donde $\mathbf{n}_o$ y $\mathbf{n}_1$ son dos términos de ruido complejos, Gaussianos, de media nula, potencia N_o *Watts* y estadísticamente independientes entre sí.



1. ***Deduzca analíticamente*** el criterio de decisión que deberá de satisfacer un receptor óptimo MAP (mínima probabilidad de error de símbolo). *NOTA: La función densidad de probabilidad de una variable aleatoria Gaussiana compleja escalar* $\mathbf{x}$ *de media nula es de la forma:*

$$f_x(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi\sigma_x^2} e^{-\frac{|\mathbf{x}|^2}{\sigma_x^2}}$$

2. Las dos antenas receptoras se combinan linealmente del modo siguiente:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \lambda_0\mathbf{r}_o + \lambda_1\mathbf{r}_1$$

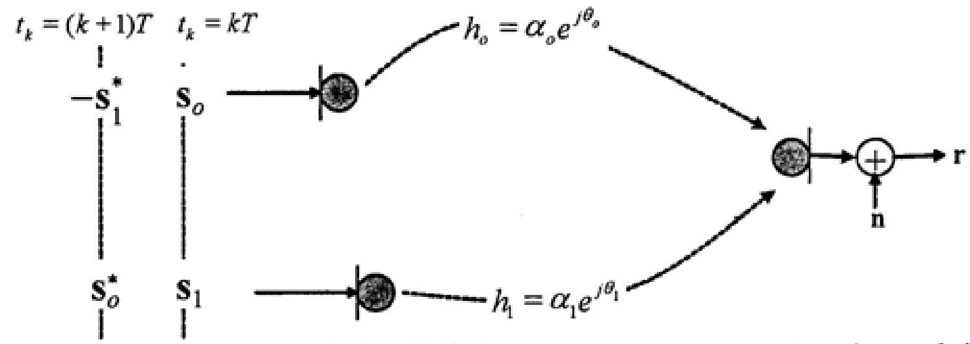
Obtenga los valores de los escalares complejos λ_o y λ_1 que maximizan la relación señal a ruido, es decir:

$$máx_{\lambda_o,\lambda_1} SNR = \frac{E\left(\left|\lambda_o h_o \mathbf{s}_i + \lambda_1 h_1 \mathbf{s}_i\right|^2\right)}{E\left(\left|\lambda_o \mathbf{n}_o + \lambda_1 \mathbf{n}_1\right|^2\right)}$$

NOTA: Haga uso de la desigualdad de Cauchy-Schwarz.

3. Para el caso anterior, obtenga la expresión del criterio de decisión del receptor óptimo MAP sobre la observación $\tilde{\mathbf{s}}$.

El sistema de transmisión se modifica de acuerdo a la nueva figura. *Las condiciones son las mismas que en la primera parte del ejercicio, excepto que ahora disponemos de dos transmisores y de un único receptor.*



Cada antena transmite un símbolo distinto y que se cruzan entre sí en el instante siguiente, de acuerdo al esquema. Así pues, tendremos que en recepción dos muestras consecutivas admiten la siguiente expresión:

$$\mathbf{r}_o = \mathbf{r}(kT) = h_o\mathbf{s}_o + h_1\mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_o$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}((k+1)T) = -h_o\mathbf{s}_1^* + h_1\mathbf{s}_o^* + \mathbf{n}_1$$

4. Represente la ecuación anterior matricialmente, identificando la matriz $\underline{\underline{\mathbf{M}}}$, de modo que:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{r}_o \\ \mathbf{r}_1^*\end{bmatrix} = \underline{\underline{\mathbf{M}}}\begin{bmatrix}\mathbf{s}_o \\ \mathbf{s}_1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{n}_o \\ \mathbf{n}_1^*\end{bmatrix}$$

5. Compruebe que la matriz $\underline{\underline{\mathbf{M}}}$ satisface que $\underline{\underline{\mathbf{M}}}^H\underline{\underline{\mathbf{M}}}$ es una matriz diagonal.
6. Diseñe las ecuaciones del receptor MAP para el esquema propuesto que permite recuperar los símbolos $\mathbf{s}_o$ y $\mathbf{s}_1$ de manera óptima.
7. Indique y razone si es necesario conocer el estado del canal, es decir, los valores h_o y h_1 si la señal transmitida es M-PSK.

ENTREGUE EL SIGUIENTE EJERCICIO EN HOJAS SEPARADAS AL ANTERIOR

<u>EJERCICIO 2:</u>

Considere la transmisión de una señal PAM binaria polar:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \varphi(t - nT)$$

con símbolos $\alpha_n = \{\pm d/2\}$ independientes y equiprobables y $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}\prod\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$.

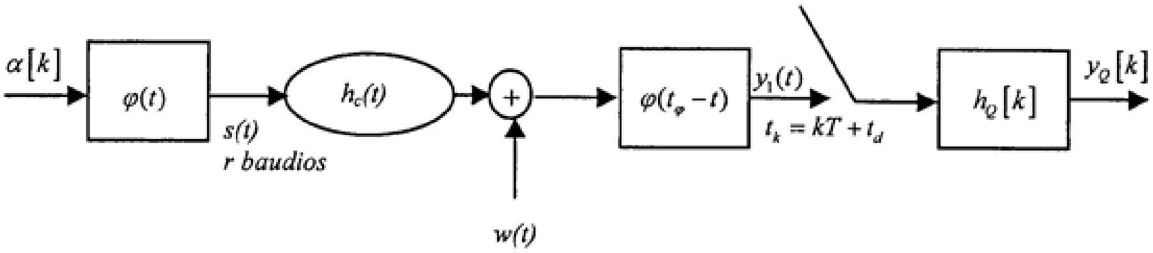
El canal de transmisión presenta propagación multicamino que puede modelarse según:

$$h_c(t) = \delta(t) + 0.5\delta(t - T)$$

y ruido Gaussiano, blanco, de media nula y densidad espectral $N_0/2 = E_s$.

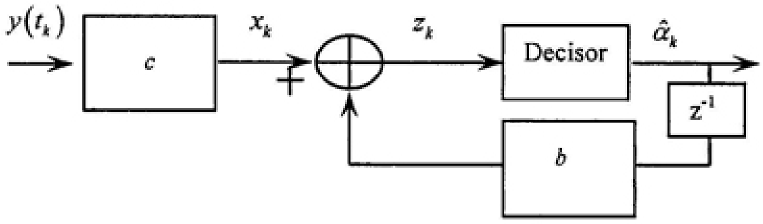
1. Obtenga la degradación en la BER (o en la E_b/N_o asociada) producida por el canal a la salida del <u>receptor óptimo para canal ideal AWGN</u>. *Para simplificar el análisis considere que la ISI se comporta como un término de ruido blanco Gaussiano de potencia $E(|ISI|^2)$.*

2. Diseñe un ecualizador (FIR) en el receptor de dos coeficientes diseñados según el criterio de *mínimo error cuadrático medio*, considerando que los símbolos transmitidos son conocidos en el receptor en las condiciones del problema.



3. Obtenga la nueva degradación en la BER (o en la E_b / N_o asociada) a la salida del ecualizador obtenido en (2.). *Para simplificar el análisis considere que la ISI residual a la salida del ecualizador se comporta como un término de ruido blanco Gaussiano de potencia* $E\left(|ISI|^2\right)$.

Cuando los símbolos transmitidos no son conocidos en el receptor puede implementarse un ecualizador de mínimo error cuadrático medio conocido como DFE (Decision-Feedback Equalizer) representado en la siguiente figura.



En este caso el ecualizador consiste en un filtro "feedforward" de un único coeficiente "c" y un filtro "feedback" también de un coeficiente "b", tal que:

$$z_k = x_k + b\hat{\alpha}_{k-1}$$

<u>Considere la hipótesis de que la decisión de los símbolos realizada en el receptor es correcta, es decir, que</u> $\hat{\alpha}_k = \alpha_k$:

4. Obtenga los coeficientes "b" y "c" que minimizan el error cuadrático medio dado por:

$$\min_{b,c} E\left(|z_k - \hat{\alpha}_k|^2\right) \equiv \min_{b,c} E\left(|z_k - \alpha_k|^2\right)$$

5. Obtenga la nueva degradación en la BER (o en la E_b / N_o asociada) a la salida del ecualizador obtenido en (4.). *Para simplificar el análisis considere que la ISI residual a la salida del ecualizador DFE se comporta como un término de ruido blanco Gaussiano de potencia* $E\left(|ISI|^2\right)$.