Asignatura: COMUNICACIONES II **(ETSETB)**
Examen Final **29 de Junio de 2001**
Profesores: Miguel A. Lagunas, Montse Nájar, Ana I. Pérez, Jaume Riba.
Duración: 3h

Entregue en hojas separadas:

Ejercicio 1: apartados a, b	Ejercicio 1: apartados c, d, e, f
Ejercicio 2: apartados a, b	Ejercicio 2: apartados c, d

Ejercicio 1

Para la transmisión de símbolos binarios equi-probables $a_k = \pm 1$ a una velocidad de r_b bps se emplea un sistema paso banda con tres portadoras a las frecuencias $f_c - r_b, f_c$ y $f_c + r_b$ siendo la frecuencia $f_c = Nr_b$ con $N >> 1$. El sistema de modulación es FDSS, es decir, el mismo bit se transmite simultáneamente en las tres portadoras con un ancho de banda de r_b Hz. en cada una de ellas. Es decir, la señal transmitida será:

$$x_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c a_k \left[\sum_{q=-1}^{1} \cos(2\pi(f_c + qr_b)t) \right] p(t - nT_b)$$

siendo A_c la amplitud de cada portadora, T_b el periodo de señalización y $p(t)$ un pulso conformador de ancho de banda $r_b/2$. Considere que el canal introduce ruido Gaussiano de densidad espectral $N_o/2$ W/Hz.

a) Halle una base de dimensión tres e indique cuál es el detector óptimo. Indique justificadamente la ecuación que permite la decisión del detector en función de las coordenadas de la señal recibida en el espacio de señal y denomine a éstas como $\underline{x}_R^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]$ donde el superíndice T indica traspuesto y el subíndice R indica en recepción.

b) ¿Cuál es la BER del sistema en función de la Eb/No?

Considere, para responder a los apartados que siguen, que el sistema presenta una interferencia. Dicha interferencia presenta una densidad espectral plana de valor $J_o/2$ W./Hz., pudiéndose caracterizar su distribución en amplitud como Gaussiana. La banda que ocupa la interferencia es la banda central, es decir la situada en f_c.

c) ¿Cuál es la función de densidad de $\underline{x}_R$ condicionada a $a_k = 1$ en las condiciones expuestas?

d) Demuestre que la ecuación de decisión para el receptor óptimo viene dada por:

$$\underline{x}_R^T.\underline{d} \underset{<}{\overset{>}{}} 0 \qquad \text{siendo} \qquad \underline{d}^T = \left[1 \quad \frac{1}{1+\left(\frac{J_o}{N_o}\right)} \quad 1 \right]$$

e) Calcule de nuevo la BER en función de la Eb/No y de las densidades de interferencia y ruido, J_o y N_o respectivamente.

f) Considere que ahora la interferencia ocupa dos bandas (la central y otra). Si se diseña de nuevo el receptor óptimo, cómo cambia la BER obtenida en el apartado anterior. Para hacer la comparación considere que J_o=2N_o.

Ejercicio 2

Considere una modulación PSK paso banda trabajando a r bauds. La velocidad de información r_b es $\log_2 M$ veces mayor que la de señalización. El pulso conformador presenta un ancho de banda de r Hz y el ruido que introduce el canal es Gaussiano con densidad espectral Sw(f)=No/2 W/Hz.

a.- Obtenga una aproximación para la BER en función de la Eb/No

Uno de los problemas más graves en entornos radio es la alta variabilidad que, de símbolo a símbolo, presenta el canal, incluso en aquellos casos en que no presenta ISI. Los efectos que estas variaciones provocan en el canal son especialmente graves. Considere que el canal de transmisión para la modulación anterior viene dado por h_o, es decir, la señal recibida es la transmitida multiplicada por este valor más ruido blanco Gaussiano. Claramente, la BER que ha calculado en el apartado (a) es ahora una variable aleatoria pues depende de h_o y suponga que este valor, en módulo, presenta una distribución Rayleigh como sigue:

$$\Pr(|h_o|)=\frac{|h_o|}{\sigma_h}.\exp\left(-\frac{|h_o|^2}{2.\sigma_h^2}\right)$$

De este modo, la calidad del sistema ha de evaluarse como la media de la BER sobre la distribución anterior.

b.- Calcule la BER media y compárela con la obtenida para un canal no variable (cuya h_o fuese constante). Use la aproximación siguiente de la función de error Q(.)

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty}\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)d\lambda\cong\frac{1}{x\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

y tenga en cuenta que Q(0)=1/2.

Una manera de aliviar completamente los problemas de la fase de h_o en el diseño del receptor es emplear un sistema diferencial o DPSK. Básicamente un sistema DPSK transforma, antes de transmitir los símbolos de información b(k), con $b(k)\in\{0,1,2,3,..,(M-1)\}$, en la fase transmitida en el instante k de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\phi(k)=\phi(k-1)+\frac{2\pi}{M}b(k)$$

El equivalente paso-bajo de la señal a transmitir en ese instante es entonces $x(k)=A_c\exp[j\phi(k)]$

c.- Considerando transmisión por el canal multiplicativo y con ruido blanco Gaussiano, demuestre que la señal paso-bajo en recepción, una vez filtrada con ancho de banda r y muestreada en el instante kT, es igual a:

$$y(k)=y(k-1).\exp(j\frac{2\pi}{M}.b(k))+Ruido$$

indicando cuál es la potencia de ruido en dicha expresión.

d.- Para M=2 (señal BPSK) se diseña el receptor de máxima verosimilitud tal que $\max_{b(k)=0,1} f(y(k)/y(k-1),b(k))$. Formule la señal r a la entrada del decisor en función de y(k) e y(k-1)