

<p>ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ</p> <p>EXAMEN FINAL DE CAMPS ELECTROMAGNÈTICS</p> <p>Professors: D. Artigas, F. Canal, F. Dios, M. Sicard</p>	
Data: 13.01.06	Durada: 3.30h..
Publicació notes: 25 de Gener	

NOTA: S'han de fer **TOTS** els problemes. El percentatge indica el pes de cada problema a la nota de l'examen.

Problema 1 (20%) Sea un conductor de sección cilíndrica, muy largo y de radio R . En su interior existe un campo eléctrico de frecuencia angular ω , dirigido en la dirección del eje del conductor, cuyo fasor puede escribirse en la forma:

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_z(\vec{r}) \hat{z} \quad (\vec{r} \leq R)$$

- ¿Qué dos ecuaciones relacionan los fasores \vec{E} y \vec{H} en el interior del conductor asumiendo que se trata de un buen conductor?
- ¿Qué componentes vectoriales tendrá el campo magnético?
- Escriba la ecuación diferencial que debe obedecer la componente E_z respecto de la variable \vec{r} .
- ¿Debe existir campo eléctrico en el exterior del conductor? ¿Por qué?

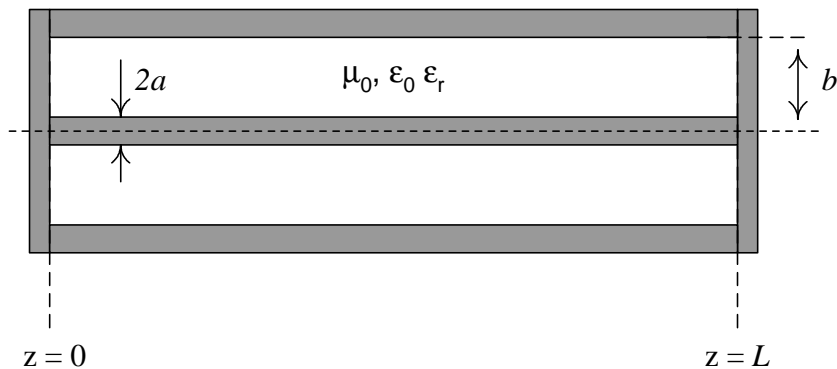
Problema 2 (20%)

Una sección de cable coaxial de longitud L , radio del conductor interno a y radio de la superficie interna del conductor externo b tiene una base de material conductor en cada extremo. Los dos conductores están separados por un dieléctrico (μ_0 , $\epsilon_r = 4$). En el interior del dieléctrico existe una onda cuyo fasor campo eléctrico es:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{A}{r} (B \cos kz + \sin kz) \hat{r}.$$

- Obtenga los valores posibles para B y k ? Deducir el tipo de la onda.
- La longitud del cable es la mínima que permite la existencia de esta onda a una frecuencia de 75 MHz. Calcule el valor de L ?
- Calcule el fasor del campo magnético de la onda.
- Encontrar el vector de Poynting medio.
- Calcular la energía media almacenada por el campo electromagnético en el interior del cable. Se recuerda que la densidad volúmica de energía media, U , es igual a la mitad de la densidad volúmica de energía electromagnética, U_{em} .

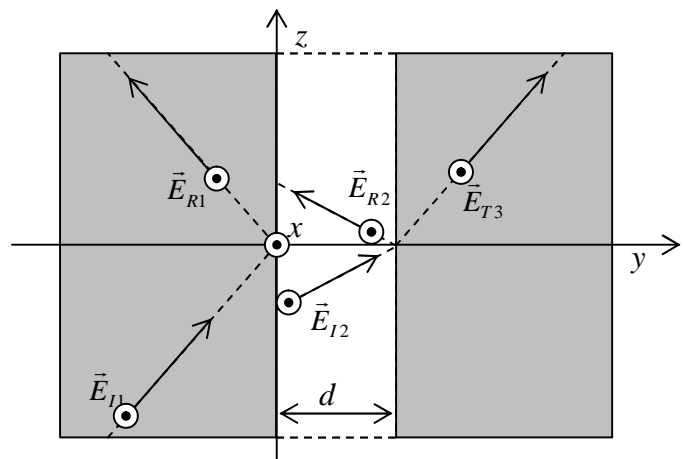
NOTA:
$$\nabla \times A = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$



Problema 3 (30%)

Una ona plana uniforme es propaga en un medi dielèctric amb índex de refracció $n_1 = \sqrt{2}$. En la seva trajectòria incideix sobre una capa d'aire ($n_2 = 1$) de gruix d . A continuació de la capa d'aire tornem a tenir el mateix medi material ($n_3 = \sqrt{2}$), tal com mostra la figura. L'ona incideix amb un angle de 60° respecte la normal a la superfície de separació i una polarització perpendicular al pla d'incidència. En aquestes circumstàncies, **els coeficients de Fresnel no són útils** degut a que la presència d'una superfície addicional fa que hi hagi cinc ones implicades: l'ona incident (\vec{E}_{I1}) i reflectides (\vec{E}_{R1}) al medi 1, l'ona incident (\vec{E}_{I2}) i reflectides (\vec{E}_{R2}) al medi 2, i finalment l'ona transmesa (\vec{E}_{T3}) al medi 3. Trobeu:

- Els vectors d'ona de tots els camps.
- Les relacions que han de complir les amplituds de les ones a la superfície de separació.
- Sabent que l'amplitud de l'ona reflectida a la superfície $y=0$ és la meitat de l'ona incident, trobeu les amplituds de totes les ones (en funció de la incident).
- Trobeu pel cas anterior l'equació transcendental que determina el gruix de la capa d'aire.



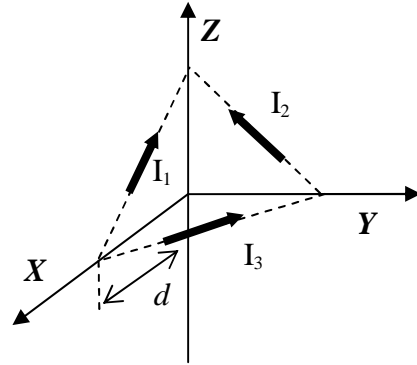
Problema 4 (30 %)

Sean tres dipolos de igual longitud h , en el vacío, recorridos por idénticas corrientes de fasor $I_1 = I_2 = I_3 = I$. Estos dipolos están situados, respectivamente, en los centros de los

tres lados de un triángulo equilátero, y orientados en su dirección, cuyos vértices se hallan sobre cada uno de los ejes de coordenadas, a distancia h del origen (ver figura).

Se pide:

- 1) Obtener el potencial vector \mathbf{A} creado por el sistema.
- 2) La expresión particular del campo de radiación \mathbf{E}_{rad} sobre los ejes X^+ , Y^+ y Z^+ .
- 3) ¿Qué polarización tendrá \mathbf{E}_{rad} sobre el eje Y^+ ?
- 4) ¿Para qué valor mínimo de d (en función de ?) se anulará la radiación sobre Y^+ ?
- 5) ¿Qué polarización tendrá \mathbf{E}_{rad} , para el mismo valor de d que en el apartado anterior, sobre los ejes X^+ y Z^+ ?
- 6) ¿Podrá anularse la radiación para algún valor de d (no necesariamente el de los apartados anteriores), sobre los ejes X^+ y Z^+ ?



$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I h \frac{e^{-jk r}}{r} \exp(+jk \hat{r} \cdot \vec{r}_0) \hat{u}$$

$$\vec{E}_{\text{rad}} = -j\omega \left(A_q \hat{q} + A_j \hat{j} \right)$$

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$$

$$\hat{q} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}$$

$$\hat{j} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}$$