Universitat Politècnica de Catalunya
Facultat d'Informàtica de Barcelona

Cognoms, Nom | D.N.I.

Titulació: EI/ETIG
Assignatura: Anàlisi i Disseny d'Algorismes
Duració: 2 hores

Curs: Q2 2007-2008 (2^n Parcial)
Data: 17 de juny de 2008

1. **(1 punt)**

   Donada la matriu de distàncies

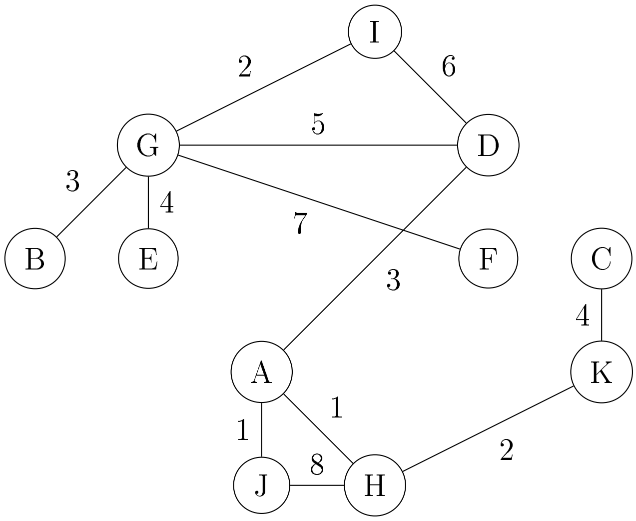
$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 11 \\ 6 & 0 & 2 \\ 3 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

   mostra la seva evolució a mesura que s'apliquen les successives iteracions (tres, en aquest cas) de l'algorisme de Floyd.

SOLUCIÓ:

2. **(1 punt)** Dibuixeu un arbre d'expansió mínim del següent graf ponderat, obtingut amb l'algorisme de Prim. Suposant que el primer vèrtex escollit és A, indiqueu en quin ordre es visitaran els restants vèrtexos.

   N.B.: A igual cost, una aresta $e = \{u, v\}$ vindrà davant d'una aresta $e' = \{u', v'\}$ si $u < u'$ o si $u = u'$ i $v < v'$. L'ordre dels vèrtexos és l'ordre alfabètic de les seves etiquetes, i considerem que l'origen u de tota aresta $\{u, v\}$ és el vèrtex menor, es a dir, $u < v$.



SOLUCIÓ:

3. **(1 punt)** Tenim un graf dirigit $G = \langle V, E \rangle$. Cadascún dels arcs $e = (u, v)$ té un cost $\omega(e)$ que és un real positiu. Addicionalment, tenim un cost real positiu d'arribada $\phi(v)$ per a cadascun dels vèrtexos $v \in V$. El cost d'un camí qualsevol $P = (v_1, \ldots, v_r)$ és la suma del cost dels arcs (v_i, v_{i+1}) del camí més la suma del cost dels vèrtexos del camí. Donat un vèrtex $s \in V$ tal que $\phi(s) = 0$, descriviu breument un algorisme que ens permeti calcular el cost del camí mínim entre s i cadascún dels altres vèrtexos del graf.

SOLUCIÓ:

4. **(1 punt)** Tenim un problema X i hem pogut establir que `SAT` es redueix a X (en símbols, `SAT` $\leq_m X$). Quina de les següents afirmacions podem deduir:

   (a) X està a la classe NP, però no sabem si és o no NP-complet.

   (b) X és un problema NP-complet.

   (c) Cap de les anteriors.

   Addicionalment, un company ha trobat ara una reducció en sentit invers, $X \leq_m$ `SAT`. Què podem deduir ara?

   (i) X està a la classe NP, però no sabem si és o no NP-complet.

   (ii) X és un problema NP-complet.

   (iii) Cap de les anteriors.

SOLUCIÓ:

Cognoms, Nom D.N.I.

5. **(3 punts)** Volem comptar quantes formes de dividir el conjunt $\{1, \ldots, n\}$ en k subconjunts no buits hi ha. Anomenem $P(n,k)$ aquest nombre. Per exemple, $P(4,2) = 7$. Efectivament, el conjunt $\{1,2,3,4\}$ es pot dividir en dos subconjunts no buits de les següents maneres:

$$\{\{1\},\{2,3,4\}\}, \{\{2\},\{1,3,4\}\}, \{\{3\},\{1,2,4\}\},$$
$$\{\{4\},\{1,2,3\}\}, \{\{1,2\},\{3,4\}\}, \{\{1,3\},\{2,4\}\}, \{\{1,4\},\{2,3\}\}.$$

Un altre exemple és $P(5,3) = 25$. Per conveni, $P(0,0) = 1$.

(a) Escriviu un recurrència per als $P(n,k)$'s.

(b) Escriviu un algorisme iteratiu de programació dinàmica per a calcular els $P(n,k)$'s.

SOLUCIÓ:

Cognoms, Nom D.N.I.

(Continueu responent aquí a la Pregunta 5.)

Cognoms, Nom D.N.I.

6. **(3 punts)** Donat un graf no dirigit $G = \langle V, E \rangle$ amb $2N$ vèrtexos i on cada aresta e té un cost o pes real positiu $\omega(e)$, escriviu un algorisme de backtracking que trobi una partició del conjunt V en dos subconjunts disjunts A i B ($A \cup B = V$; $A \cap B = \emptyset$) de N vèrtexos cadascún, de tal manera que la suma del pes de les arestes que uneixen vèrtexos de A amb vèrtexos de B sigui mínim.

   Es valorarà la qualitat del codi o pseudocodi amb el qual expresseu l'algorisme, l'ús de marcatges i altres tècniques que millorin l'eficiència del vostre algorisme, i les explicacions i raonaments sobre el seu funcionament i correctesa.

SOLUCIÓ:

Cognoms, Nom	D.N.I.

(Continueu responent aquí a la Pregunta 6.)