ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

PROCESADO DE SEÑAL 19 de gener de 1998

Profesores: M.A. Lagunas, J.B. Mariño, E. Monte, J. Vidal **Tiempo: 2,5 h.**

Responda a cada ejercicio en hojas separadas.

Ejercicio 1

El objetivo de este ejercicio es realizar un análisis de la serie temporal de nacimientos en la ciudad de Terrassa del año 96. En la figura 1 se muestra el número de nacimientos en función del día del año, así como su función de autocorrelación.

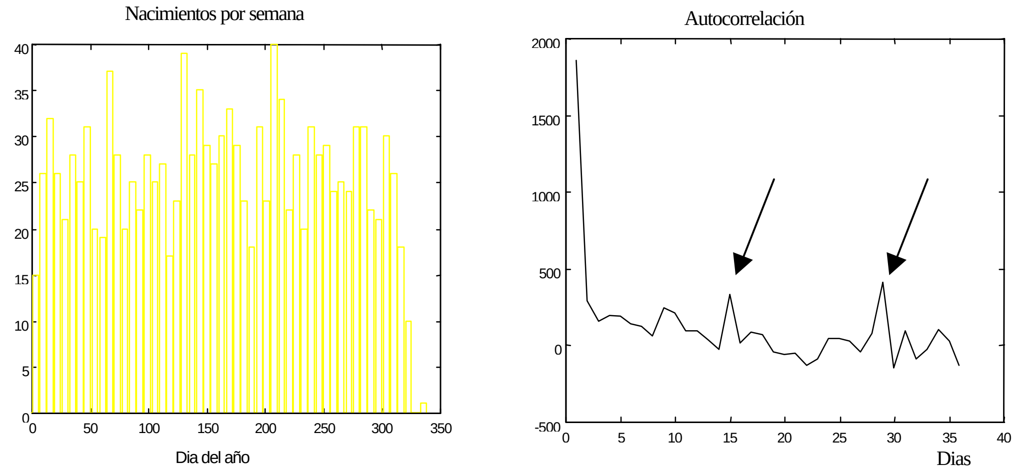


Figura 1. Número de nacimientos por dia del año y su función de autocorrelación

1) Explique brevemente qué interpretación se le puede dar a los dos picos de la autocorrelación.

Después de eliminar el valor medio de la serie temporal, se realizó un periodograma mediante el método de Welch (WOSA) con ventanas de longitud 64 y solapamiento de 32 muestras.

2) ¿Qué se gana y qué se pierde al usar el método de Welch (WOSA) con respecto al periodograma?
3) Si la ventana es rectangular, ¿qué resolución podemos obtener al realizar el análisis espectral anterior? (considere el ancho entre ceros del lóbulo principal). ¿Y en el caso de una ventana triangular? Responda en muestras/dia.
4) La estimación realizada aparece en la figura 2. ¿Qué interpretación física se puede dar a los tres primeros picos del espectro? (ver la parte ampliada de la figura 2).

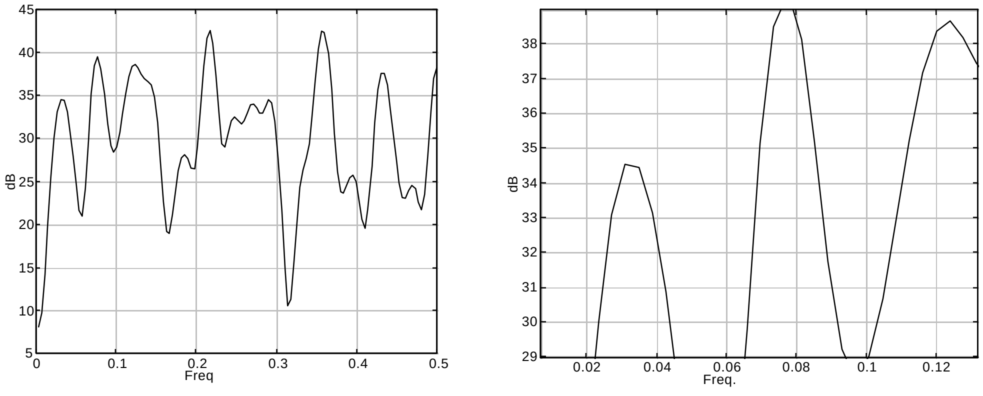


Figura 2. Espectro estimado por el método de Welch (WOSA) de la serie temporal y ampliación

Ejercicio 2

Dadas las señales x(n) y d(n), se ha de diseñar un filtro de Wiener considerando a d(n) como señal de referencia.

1) Demuestre que el filtro de Wiener óptimo (sin suposiciones sobre su carácter FIR o su causalidad) es $H(\omega)=S_{xd}(\omega)/S_{xx}(\omega)$.

2) Al diseñarlo como un FIR de Q coeficientes, indique las razones por las que es de esperar que el error cuadrático medio mínimo resultante sera mayor que el que se obtendría de la solución anterior.

3) Si ambas densidades espectrales se estiman por el metodo WOSA (método de Welch), indique los pros y contras del filtro obtenido frente al diseño tradicional a partir de la matriz de correlación de los datos y el vector de correlación cruzada de referencia y datos.

Si se pretende calcular adaptativamente los coeficientes del filtro $\underline{h}$ de Q coeficientes mediante el algoritmo LMS, siendo 10 dB la potencia de x(n), se pregunta:

4) ¿Cuál es el μ adecuado para un desajuste del 1%?

5) Si la señal x(n) es blanca, ¿cuál es el número de adaptaciones necesario para que los coeficientes del filtro difieran (en valor medio) el 1% del valor óptimo?

6) Si la regla de adaptacion es $\underline{h}_n=\underline{h}_{n-1}+\mu\, \varepsilon(n)\underline{x}(n)$ (con $\varepsilon(n)=d(n)-\underline{h}^T{}_{n-1}\underline{x}(n)$), calcule el error $\varepsilon_o(n)$ que se comete al usar $\underline{h}_n{}^T\underline{x}(n)$ como salida del filtro de Wiener y cual es la cota de μ para que $|\varepsilon_o(n)|^2$ sea menor que $|\varepsilon(n)|^2$.

Ejercicio 3

Se desea codificar una señal x(n) que responde a un modelo AR de orden 1:

$$x(n) = \rho\, x(n-1) + w(n)$$

Para ello, la señal se segmenta en tramos de longitud L muestras y se codifica independientemente cada uno de estos tramos. Se desea comparar dos posibles opciones para la codificación:

Opción 1
Sea $\underline{x} = [x_1, x_2 , ..., x_L]$ el vector formado por las muestras correspondientes a un tramo. La primera muestra se cuantifica directamente y las demás se cuantifican diferencialmente, es decir, se predice su valor a partir de la muestra anterior y se cuantifica el error de predicción.

Opción 2
El vector $\underline{x}$ es transformado mediante la transformada coseno y se cuantifican las componentes del vector transformado.

En ambas opciones, se asigna a cada cuantificador un número de bits tal que la potencia del error de cuantificación sea aproximadamente igualen todos ellos. Se admite que la potencia del error de cuantificación viene dada por la expresión

$$E\{\varepsilon^2\} = \sigma^2 \, 2^{-2B}$$

donde σ^2 es la potencia del parámetro a cuantificar y B el número de bits del cuantificador.

Bajo el supuesto de que la longitud de los segmentos de señal sean de L=2, se pide:

1) ¿Cuál es la potencia de las cantidades a cuantificar en la primera opción en función de la potencia de la señal y ρ?
2) Si N es el total de bits a utilizar en la codificación de un vector, determine las ecuaciones que permiten calcular B_1 y B_2 (número de bits a asignar a cada uno de los cuantificadores) bajo la condición de que las potencias del error de cuantificación sean iguales en todos los cuantificadores.
3) Calcule la suma de las potencias de los errores de codificación de los componentes del vector $\underline{x}$.
4) Sabiendo que la matriz correspondiente a la transformación coseno de orden L=2 es

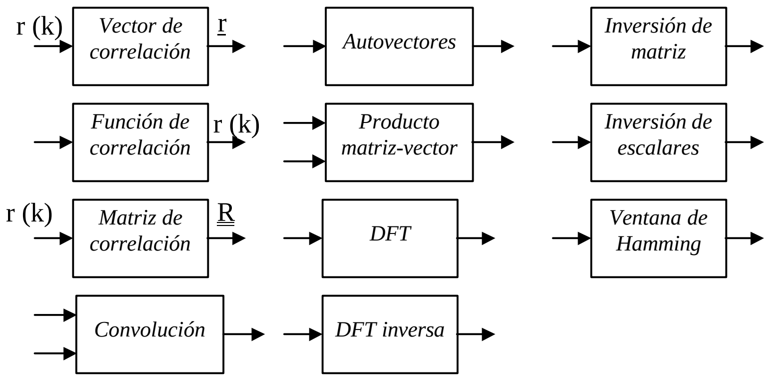
$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

   ¿cuál es la potencia de los dos coeficientes de la transformación en función de la potencia de la señal y ρ?
5) Si N es el total de bits a utilizar en la codificación de un vector transformado, determine las ecuaciones que permiten calcular B_1 y B_2, número de bits a asignar a cada uno de los cuantificadores.
6) Calcule la suma de los errores de codificación de los componentes del vector $\underline{x}$.
7) Si N = 8 y ρ = 0.95, determine el número de bits a asignar a los cuantificadores y la suma de las potencias de los errores de codificación de los componentes del vector $\underline{x}$ para ambas opciones de codificación. Discutir el resultado obtenido.

NOTA.- Tenga en cuenta que $\log_2(x) = 1.443 \ln(x)$.

Ejercicio 4

Observamos un proceso x(n) que es salida de un filtro lineal FIR de orden q excitado por un proceso blanco de potencia conocida σ^2 y pretendemos calcular los coeficientes del filtro usando las ecuaciones de Yule-Walker. Disponemos de una serie de subrutinas en código fuente con las que podemos procesar las muestras del proceso x(n). ¿Cuáles de ellas necesitamos y de qué forma podemos combinarlas para estimar los coeficientes del filtro FIR? Justifíquese su uso y especifique las entradas y salidas de cada bloque.


r (k)
Vector de correlación
r
Autovectores
Inversión de matriz
Función de correlación
r (k)
Producto matriz-vector
Inversión de escalares
r (k)
Matriz de correlación
R
DFT
Ventana de Hamming
Convolución
DFT inversa