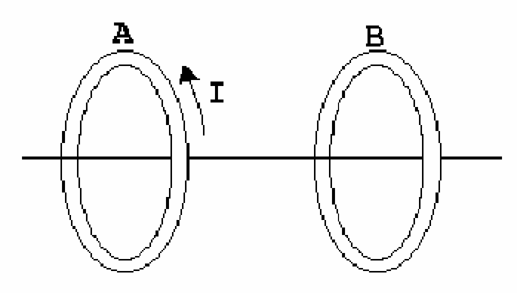
INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

2.31 (o) Una vareta de 30cm de longitud es mou a 8 m/s en un pla perpendicular a un camp magnètic de 500 G. La seva velocitat és perpendicular a la longitud de la vareta.

a) Trobeu la força magnètica exercida sobre un electró de la vareta.
b) Trobeu el camp electrostàtic existent en la vareta quan s'arribi a l'equilibri.
c) Trobeu la diferència de potencial V entre els seus extrems.

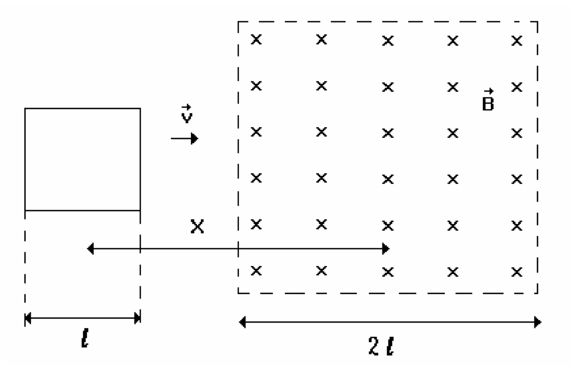
a) $6{,}4\times10^{-20}$ N	b) 0,40 V/m	c) 0,12 V

2.32 (o) Les dues espires de la figura tenen els seus plans paral·lels entre si. Quan mirem des de A cap a B hi ha en A un corrent en sentit contrari a les agulles del rellotge.
Digueu el sentit del corrent en l'espira B i establiu si les espires s'atrauen o es repel·leixen entre si,
a) si el corrent en l'espira A està creixent.
b) si el corrent està decreixent.

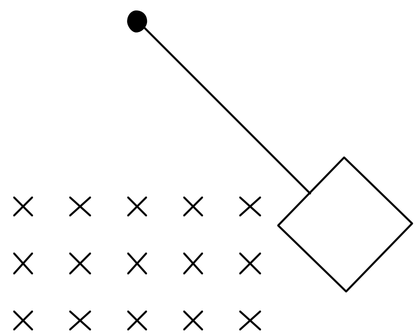


a) sentit horari, es repel·leixen
b) sentit contrahorari, s'atrauen

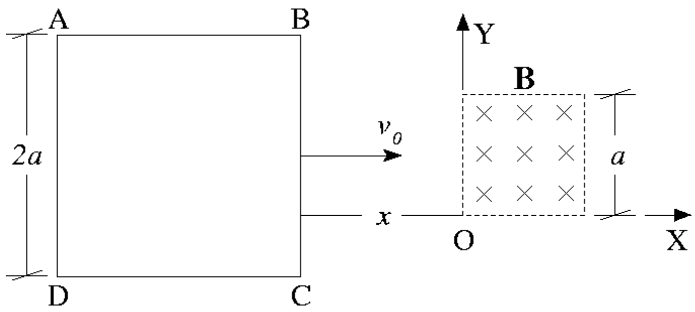
2.33 (b) Una espira quadrada de filferro es mou a una velocitat **v** constant, en una direcció que és perpendicular a la d'un camp magnètic uniforme que està confinat en una regió quadrada de l'espai amb costats de doble longitud que els de l'espira.
Feu un gràfic esquemàtic del flux de B i de la força electromotriu induïda en l'espira en funció de x. Considereu positiva la f.e.m. si aquesta impulsa un corrent en el sentit de les agulles del rellotge.



2.34 (o) Una espira metàl·lica suspesa com un pèndol pot oscil·lar entrant i sortint de la regió compresa entre els pols d'un imant de gran intensitat. Observem que amb el temps la seva oscil·lació decau i que, fins i tot, si el camp magnètic és prou gran, s'atura. Què és el que passa?



2.35 (o)Una espira quadrada de $2a$ =10 cm de costat, R=1,25 Ω de resistència, m=2,0 g de massa i coeficient d'autoinducció negligible, es llença recolzada a una superfície horitzontal llisa a una velocitat v_0=30 cm/s, paral·lela a un dels seus costats. En moure's, creua un camp magnètic d'intensitat B=1,0 T (veure dibuix). Sabent que l'espira manté sempre el sentit del moviment:



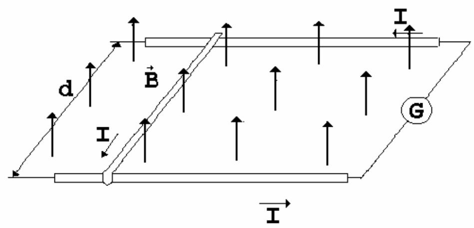
a) Calculeu i representeu en funció de la distància x (indicada al dibuix), el flux magnètic que travessa l'espira. Considereu que el flux entrant al pla del paper és positiu.
b) Calculeu la força electromotriu induïda a l'espira en funció de la velocitat, per a qualsevol posició de l'espira. Indiqueu el sentit de circulació de la intensitat.
c) Calculeu la força que actua sobre l'espira en qualsevol posició que l'afecti el camp magnètic
d) Apliqueu el teorema de l'energia cinètica (Fdx=mvdv) per calcular la velocitat, v_1, de l'espira quan aquesta conté totalment la regió de l'espai on hi ha camp magnètic, i la velocitat de l'espira després de travessar el camp magnètic, v_2.

b) $e = 0\ (x < 0); e = -Bav(0 < x < a); e = 0(a < x < 2a); e = Bav(2a < x < 3a); e = 0(3a < x)$
c) $F_x = -\dfrac{B^2a^2}{R}v\ (0 < x < a); F_x = -\dfrac{B^2a^2}{R}v\ \ (2a < x < 3a)$
d) $v_1 = 0{,}25\ m/s \qquad v_2 = 0{,}20\ m/s$

2.36 (o) Establim un camp magnètic uniforme **B** perpendicular al pla d'una espira de radi 5,0 cm, 0,40Ω de resistència i una autoinducció negligible. Augmentem el mòdul de **B** a un ritme de 400 G/s.
a) Trobeu la f.e.m. induïda en l'espira.
b) Calculeu el corrent induït en l'espira.
c) Quina potència es dissipa en l'espira?

a) $3{,}14\times10^{-4}$ V b) $7{,}85\times10^{-4}$ A c) $2{,}46\times10^{-7}$ W

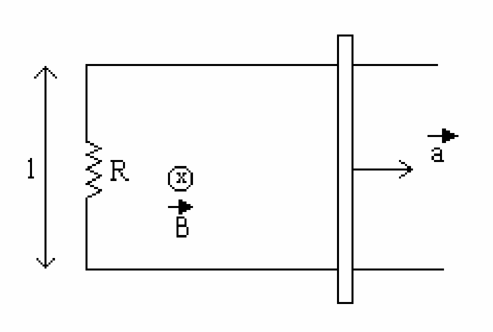
2.37 (o) Un fil metàl·lic de massa m llisca sense fricció sobre dos rails separats una distància d, com es mostra en la figura. El sistema està col·locat dins d'un camp **B** uniforme i vertical.



a) Un corrent constant I surt del generador G per un dels rails, segueix pel fil i retorna per l'altre rail. Trobeu la velocitat (magnitud i sentit) del fil en funció del temps, suposant que estava en repòs quan t = 0.
b) Si substituïm el generador per una bateria de f.e.m. constant ε_0, la velocitat del fil tendeix a un valor final constant. Quina és aquesta velocitat?
c) En el segon cas, quin és el corrent quan s'arriba a la velocitat límit?

a) v = IdBt/m b) v = ε_0 /Bd c) I = 0

2.38 (o) Un conductor fix en forma de U de resistència $R = 20\Omega$ està sotmès a un camp magnètic uniforme, perpendicular al plà del conductor (vegeu figura 3) i que augmenta linealment amb el temps a raó de $dB/dt = 0,10$ T/s. Un filferro metàl·lic de massa $m = 20$g i longitud $l = 20$cm pot lliscar sense fricció sobre el conductor. En aplicar sobre el filferro una força exterior $F(t)$ cap a la dreta, aquest es desplaça amb una acceleració CONSTANT $a = 10$ cm/s^2. Sabem que a l'instant $t = 0$, la velocitat del filferro és zero, i que tant l'àrea del circuit que determina el filferro com el camp magnètic són nuls. En aquest cas:



a) Calculeu a l'instant $t = 6$s els valors de la força electromotriu induïda i de la intensitat induïda, tot indicant el sentit d'aquesta.

b) Calculeu el valor de la força exterior en el mateix instant.

a) $E_I(6)= 0,108$ V; $I_I(6)= 0,0054$ A
b) $F(6)= 27\times10^{-4}$ N (cap a la dreta)

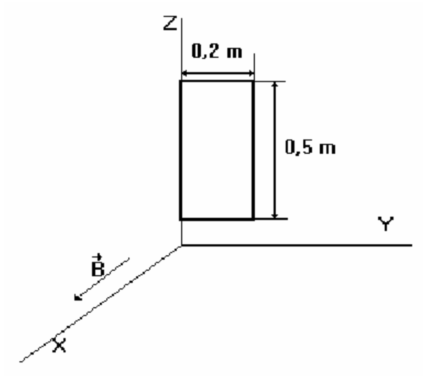
2.39 (o) Una espira rectangular es mou a través d'una regió de l'espai en què hi ha un camp magnètic no uniforme, $\mathbf{B} = \alpha y \mathbf{i}$ Tesla (α=0,20 Tesla/m).

a) Calculeu el flux que travessa l'espira quan es troba en la posició indicada en la figura.

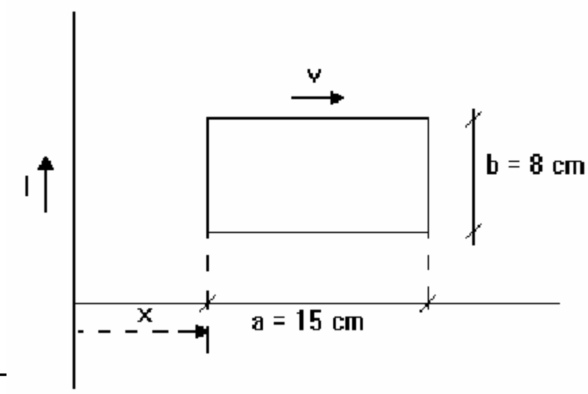
b) Trobeu la f.e.m. induïda en l'espira si es mou sobre el pla YZ a velocitat constant de 2,0 **j** m/s, de manera que per a t = 0 s, la seva posició és la indicada.

c) Representeu, gràficament i d'una manera el més exacta possible, la variació del flux magnètic i de la f.e.m. induïda en funció del temps.

d) Indiqueu el sentit del corrent que circula per l'espira quan està en moviment.



a) $2,0\times10^{-3}$ Wb   b) -0,040 V   d) en sentit horari



2.40 (o) Per un fil de corrent molt llarg, hi circula una intensitat I = 10 A, mentre que l'espira rectangular es mou cap a la dreta a una velocitat constant v = 5m/s.

a) Enuncieu la llei d'Ampère i apliqueu-la per calcular el camp magnètic B a una distància x del fil de corrent.
b) Calculeu el flux del camp magnètic a través de l'espira en l'instant t = 0, per al qual l'espira es troba en la posició de la figura (x = 10 cm).
c) Calculeu la f.e.m. induïda en l'espira en aquest instant.
d) Si l'espira té una resistència r = 5 Ω , quin serà el valor i el sentit del corrent induït? Quina potència es dissipa en l'espira?
e) Quina força actua sobre l'espira a causa del corrent I?
f) Quina potència exterior hauríem de subministrar en aquest instant a l'espira per mantenir-la a una velocitat constant?

b) $1{,}46\times10^{-7}$ Wb	c) 4,8μV	d) 0,96 μA, $4{,}6\times10^{-12}$ W
e) $9{,}21\times10^{-13}$ N	f) $4{,}6\times10^{-12}$ W	

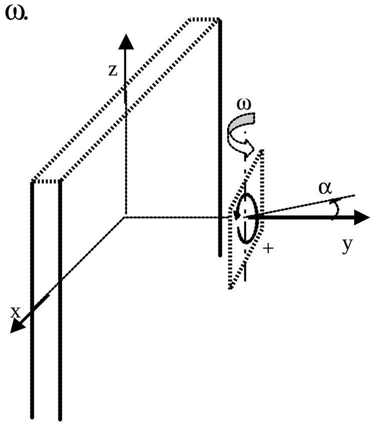
2.41 (*) Un conductor plano que podemos considerar infinito, de espesor d, se coloca en el plano xz tal y como se indica en las figuras. A través de él, circula una densidad de corriente $\mathbf{j}=j_0\mathbf{k}$, donde j_0 es una constante. Asumiendo que la distribución de corriente genera un campo magnético de la forma $\mathbf{B}$=B(y)$\mathbf{i}$=-B(-y)$\mathbf{i}$, obtenga, mediante la aplicación de la ley de Ampère, el campo magnético en:
a) puntos exteriores al conductor (módulo, dirección y sentido, |y|>d/2).
e) puntos interiores al conductor (módulo, dirección y sentido, |y|<d/2).
Colocamos una espira plana, de sección S muy pequeña, con su plano paralelo al plano del conductor y con su centro situado en el punto de coordenadas (0,y,0). Giramos la espira un cierto ángulo α según un eje paralelo al eje z. Asumiendo que por la espira circula una corriente genérica I en el sentido marcado como positivo:
f) Determine las componentes cartesianas del momento magnético de la espira.
g) Determine el par de fuerzas aplicado sobre la espira.
h) Obtenga el flujo magnético que atraviesa la espira en función del ángulo α.
La corriente I se produce por inducción magnética al girar la espira desde su posición inicial paralela al plano del conductor a una velocidad angular constante ω.
i) Determine la f.e.m. en función del tiempo.

$$\text{a) } \mathbf{B}=-\frac{m_0}{2}\,j_0 d\,\mathbf{i}\ \ (y>\frac{d}{2});\ \mathbf{B}=\frac{m_0}{2}\,j_0 d\,\mathbf{i}\ \ (y<-\frac{d}{2})$$

$$\text{b) } \mathbf{B}=-m_0 j_0 y\,\mathbf{i}\ \ (0<y<\frac{d}{2});\ \mathbf{B}=-m_0 j_0 y\,\mathbf{i}\ \ (-\frac{d}{2}<y<0)$$

$$\text{c) } \mathbf{m}=IS(-sen(a)\mathbf{i}+\cos(a)\mathbf{j}) \qquad \text{d) } \mathbf{G}=\frac{m_0}{2}\,j_0 dIS\cos(a)\mathbf{k}$$

$$\text{e) } \Phi=\frac{m_0}{2}\,j_0 dS\,sen(a) \qquad \text{f) } e=-\frac{m_0}{2}\,j_0 dS?\ \cos(?\,t)$$

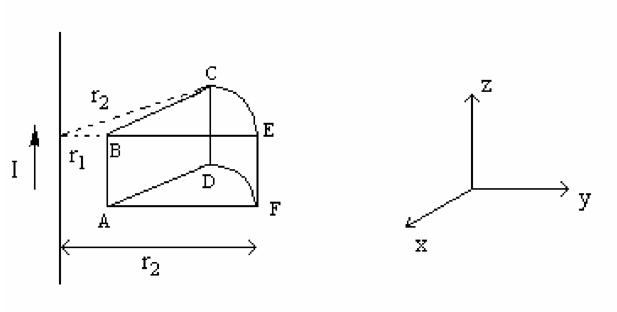


2.42 (o) Una espira rectangular ABCD de resistència R té els costats verticals, de longitud *a*, situats a distàncies r_1 i r_2 d'un corrent vertical I molt llarg. El corrent no està contingut en el pla de l'espira.
a) Calculeu el flux que travessa l'espira ajudant-vos de la superfície tancada de la figura i tenint en compte que la superfície DCEF és cilíndrica, centrada en el corrent. Raoneu el resultat.

b) Si pel fil, hi circula un corrent altern $I = I_0 \sin \omega t$, calculeu la força electromotriu i la intensitat induïdes a l'espira (preneu com a sentit positiu de gir el ABCD).
c) Representeu gràficament aquesta f.e.m. induïda i la intensitat I en funció del temps per a un període.

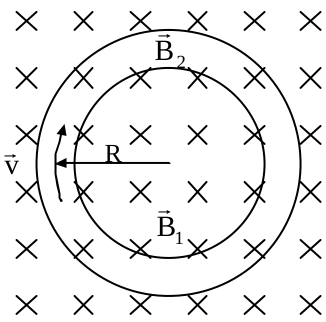
a) $\Phi_{ABCD} = \frac{\mu_0}{2\pi} I a \ln \frac{r_2}{r_1}$

b) $\varepsilon = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_0\, \omega a \ln\frac{r_2}{r_1} \cos \omega t$; $I_I = \varepsilon_I / R$



2.43 (o) Un mètode per mesurar la intensitat d'un camp magnètic és el de l'anomenada "bobina exploradora", bobina que col·loquem, inicialment, amb el seu pla normal al camp i a la qual donem, ràpidament, un quart de volta, de manera que el seu pla quedi paral·lel al camp. La bobina està connectada a un mesurador de la quantitat de càrrega total Q, que circularà mentre aquesta bobina es mogui.
a) Exposeu, breument, el funcionament teòric del mètode experimental i demostreu que el camp magnètic ve donat per $B = R \cdot Q / N \cdot A$, on R és la resistència conjunta de la bobina i l'aparell, N el nombre d'espires de la bobina i A l'àrea de cada espira.
b) Es podria usar aquest mètode per determinar la direcció del camp, quan no el coneixem?

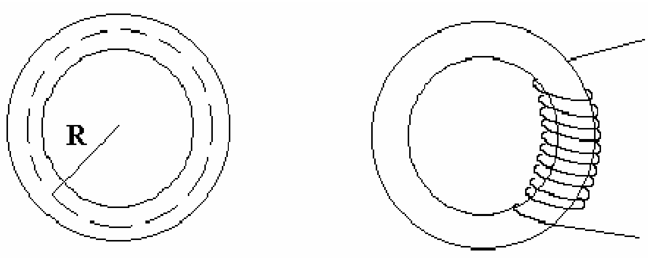
2.44 (c) Un betatró té una anella de radi R = 0,4 m on hi ha un camp magnètic $\mathbf{B_2}$ perpendicular a l'anella.
a) Raoneu per què en introduir-hi un electró, aquest descriurà una òrbita circular i calculeu el camp magètic $\mathbf{B_2}$ a l'instant en què entra en el betatró, si la velocitat inicial de l'electró és:
$v_o = 1{,}4\times10^6$ m/s
b) Calculeu la força magnètica que actua sobre l'electró.
c) Calculeu el treball que realitza el camp magnètic $\mathbf{B_2}$ en una volta.



Un altre camp magnètic $\mathbf{B_1}$ travessa perpendicularment l'òrbita. Aquest camp augmenta amb el temps: B_1=kt ($k=5\times10^3$ Tesla/s)
d) Calculeu el flux magnètic a través de la superfície que tanca l'òrbita.
e) Determineu la f.e.m. induïda i el camp elèctric **E** induït (mòdul, direcció i sentit).
f) Suposant que la massa de l'electró no varia (massa no relativista) calculeu l'acceleració tangencial de l'electró i el treball realitzat pel camp **E** en una volta (en eV).
g) Raoneu la relació que ha d'existir entre $\mathbf{B_1}$ i $\mathbf{B_2}$ perquè l'òrbita tingui sempre el mateix radi.

a) 0,20 G	b) $4{,}5\times10^{-18}$ N	c) Nul	d) $2{,}5\times10^3$ tWb (t en s)
e) $2{,}5\times10^3$ V, 10^3 V/m	f) $1{,}75\times10^{14}$ m/s^2, $2{,}5\times10^3$ eV		g) $B_2 = B_1/2$

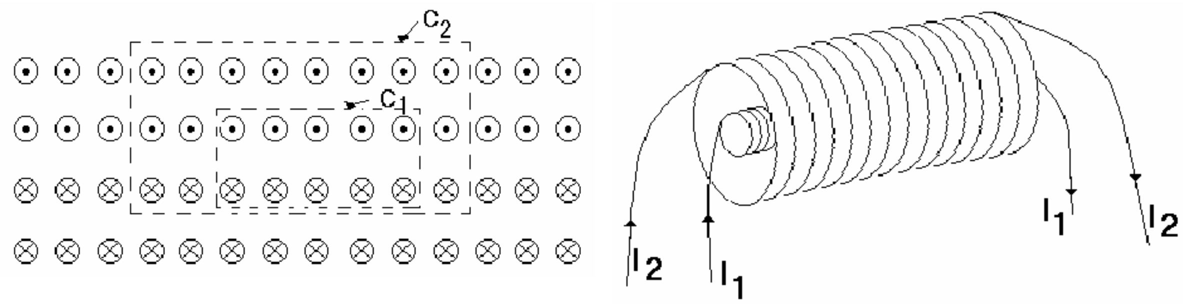
2.45 (o) Un solenoide tancat sobre si mateix, amb forma de tor, rep el nom de solenoide toroïdal. Si el radi de les espires, r = 0,50 cm, és molt menor que el radi mitjà del toroide R = 6,0 cm, podem considerar que el camp magnètic que està confinat en el seu interior, és uniforme.



a) Utilitzant la llei d'Ampère, obteniu el camp magnètic, tenint en compte que hi ha 10 espires/cm i la intensitat de corrent és de 3,2 A.
b) Sobre l'enrotllament anterior col·loquem una altra bobina de 100 espires. Calculeu el coeficient d'inducció mútua.

a) $4,0\times10^{-3}$ T b) $9,9\times10^{-6}$ H

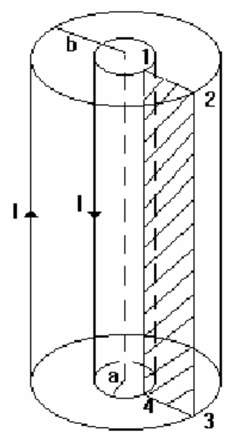
2.46 (o) Construïm un solenoide amb n_1 espires per unitat de longitud, amb un radi R_1 i d'una longitud **l (**l >> R_1). Per aquest solenoide passa un corrent constant de I_1 A.
Construïm un altre solenoide de forma coaxial al solenoide anterior i envoltant-lo de n_2 espires per unitat de longitud, de radi R_2 i d'igual longitud l (l >> R_2)
Per aquest solenoide fem que circuli un corrent I_2, en el mateix sentit que I_1.



Tenint en compte que el camp creat per un solenoide és nul en l´espai exterior i que el camp és constant en l´espai interior de cada solenoide,
a) calculeu el camp total existent des de r = 0 fins a r = R_2, amb les hipòtesis normals, per a cada solenoide suposat aïllat.
(Denomineu camp $\mathbf{B}_1$ el camp creat pel solenoide de R_1, suposat aïllat, i $\mathbf{B}_2$ el creat pel solenoide de R_2, suposat també aïllat).
b) Comproveu si es compleix la llei d'Ampère per a les línies de circulació C_1 i C_2 indicades en la figura.
c) Calculeu el flux magnètic total Φ_1 que travessa el solenoide de radi R_1, i el flux Φ_2 per al de radi R_2.
d) Calculeu el coeficient d'inducció mútua entre ambdós solenoides i comproveu que M_{12} i M_{21} tenen el mateix valor.

a) $0<r<R_1$: $B=B_1+B_2$ $R_1<r<R_2$:$B=B_2$ $R_2<r$:$B=0$ on $B_1 = \mu_0\, n_1 I_1$ $B_2 = \mu_0\, n_2 I_2$
c) $\Phi_1 = \mu_0\, n_1\, l\, \pi\, R_1^2\,(n_1 I_1 + n_2 I_2)$ $\Phi_2 = \mu_0\, n_2\, l\, \pi\, (R_1^2 n_1 I_1 + R_2^2 n_2 I_2)$
d) $M_{12} = M_{21} = \mu_0\, l\, \pi\, R_1^2\, n_1 n_2$

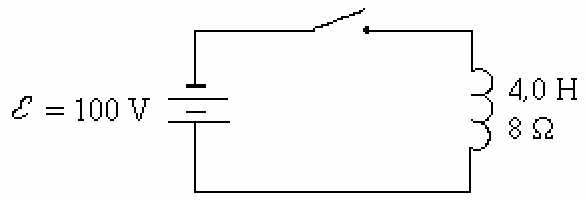
2.47 (o) Un cable coaxial de longitud l està formada per dues làmines cilíndriques coaxials de radis a i b>a. Per ambdues superfícies circulen corrents paral·lels als seus eixos, de la mateixa intensitat I però en sentits oposats.



a) Enuncieu la llei d'Ampère i apliqueu-la a la determinació del camp magnètic **B**(r), creat per la línia de transmissió.
b) Calculeu el flux magnètic a través de la secció del conductor 1234.
c) Determineu la funció de densitat l'energia emmagatzemada en el camp magnètic.
d) Calculeu l'energia per unitat de longitud de línia.
e) Quin és el coeficient d'autoinducció per unitat de longitud de línia?

a) $B(r) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\quad a < r < b$	b) $\dfrac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \dfrac{b}{a}$
c) $\dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$	d) $\dfrac{U}{l} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I^2 \ln \dfrac{b}{a} = \dfrac{1}{2}\dfrac{L}{l} I^2$
e) $\dfrac{L}{l} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \ln \dfrac{b}{a}$	

2.48 (o) Una bobina de 8 ohm de resistència i una autoinducció de 4,0 H es connecta sobtadament a una diferència de potencial constant de 100 V. Suposem que l'instant de la connexió és t = 0 i que en aquest instant el corrent és nul.



a) Trobeu les expressions del corrent I i de dI/dt en funció del temps i representeu-les gràficament.
b) Quant valdrà la intensitat després d'un temps molt llarg?
c) Quant temps haurem d'esperar perquè el valor de dI/dt sigui 1/e vegades el valor inicial? Quant valdrà I llavors?
d) Quanta energia s'emmagatzema en la bobina quan s'arriba al valor final del corrent?

a) $I = 12{,}5\cdot(1-e^{-t/0{,}5})$ A; $dI/dt = 25\cdot e^{-t/0{,}5}$ A/s
b) I = 12,5 A
c) τ=0,5 s   I = 7,9 A
d) 312 J

2.49 (o) Quin és el període d'oscil·lació d'un circuit LC compost per una bobina de 2 mH i un condensador de 20 μF?

1,26 ms

2.50 (o) *DISSENY D'UN OSCIL·LADOR*

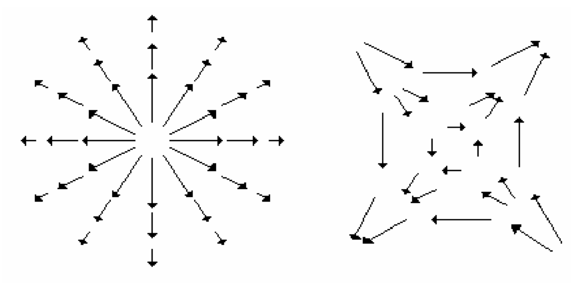
I. Hem de construir un condensador pla, que tingui una capacitat de 1,0 μF, usant dues plaques metàl·liques quadrades de 10 cm de costat i un dielèctric de permitivitat relativa ε_r = 6,28.
a) Quin gruix ha de tenir el dielèctric que separa les armadures si negligim els efectes a les vores? Deduïu la fórmula usada per a la capacitat.
b) Si connectem el condensador construït als borns d'una bateria de 9 V, quines són la càrrega elèctrica i l'energia electrostàtica emmagatzemada en el condensador?

II. Un solenoide de 0,50 m de longitud té 120 espires per centímetre. El radi de la secció recta circular és de 5,0 cm. El bobinatge s'ha realitzat amb un fil metàl·lic d'1,0 mm de diàmetre i d'una resistivitat igual a 2,0 μΩcm.
c) Quina és la resistència del solenoide?
d) Quina és la magnitud del camp magnètic en l'interior del solenoide quan és recorregut per un corrent constant de 5,0 A? Deduïu l'expressió usada a partir del teorema d'Ampère.
e) Determineu el flux de camp magnètic d'una secció recta de l'interior del solenoide.
f) Calculeu el coeficient d'autoinducció del solenoide rebutjant l'efecte de les vores.

III. El condensador carregat de la manera descrita a l'apartat b), el connectem al solenoide.
g) Expliqueu, qualitativament, què succeeix amb l'energia emmagatzemada internament en el condensador. Amb quina freqüència oscil·la o quant trigarà a atenuar-se?

a) 0,56 μm	b) 9 μC, 40,5 μJ	c) 48 Ω	d) $7{,}5\times10^{-2}$ T
e) $5{,}9\times10^{-4}$ Wb	f) 0,71 H	g) 188,8 Hz , t ≈ 93 s	

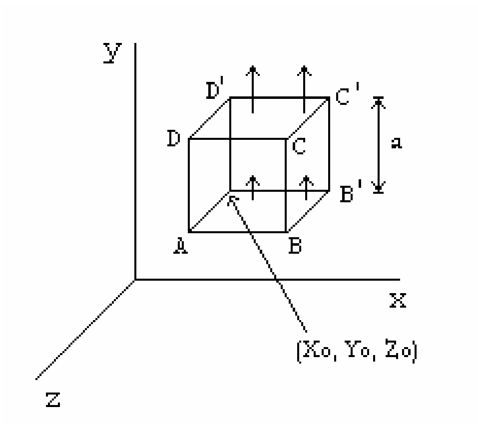
2.51 (o) En els diagrames següents es representen dos camps vectorials en què hem intentat que la longitud de les fletxes sigui proporcional a la magnitud del camp vectorial corresponent en aquell punt. En qualsevol pla paral·lel al del dibuix els diagrames són idèntics. Un dels diagrames representa un camp electrostàtic i l'altre un camp magnètic estacionari.



a) La divergència d'aquests camps, és diferent de zero en algun punt?
b) El rotacional, pot ser igual a zero?
c) Alguna d'aquestes figures podria correspondre a un camp electrostàtic?
d) Ídem, un camp magnètic?

2.52 (o) El camp vectorial que es mostra en la figura es descriu analíticament de la forma **A**=(0,αy, 0). El quadrat ABCD és la base d'un cub de costat a, tal com es mostra en la figura.

a) Quin és el valor de la integral del camp **A** (circulació) al llarg del camí ABCDA? És conservatiu, aquest camp?
b) Quin és el flux del camp **A** a través de la cara DCC'D'? I a través de ABB'A'?
c) Quin és el flux a través de la superfície total del cub?
En funció de les respostes anteriors:
d) Podria, un camp magnètic, tenir aquesta forma?
e) Podria tenir aquesta forma un camp elèctric?
f) I un camp electrostàtic? Si es donés aquest últim cas, on haurien d'estar les càrregues elèctriques?



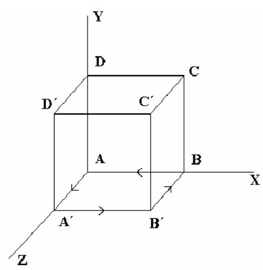
a) 0, és conservatiu	b) $\alpha a^2(y_0+a)$; $-\alpha a^2 y_0$	c) αa^3	d) no	e) si
f) si, distribuïda uniformement				

2.53 (o) Construïm un cub de costat igual a *1* recolzat sobre els eixos x, y i z, tal com es mostra en la figura.
a) Si existís en l'espai un camp elèctric de la forma:

$\mathbf{E} = \alpha_1 z\, \mathbf{k}$

Trobeu el valor del flux d'aquest a través de la superfície del cub. Quina és la càrrega elèctrica tancada al seu interior?
b) Demostreu que no pot haver-hi un camp magnètic **B** que sigui de la forma

$\mathbf{B} = \alpha_2\, z\, \mathbf{k}$

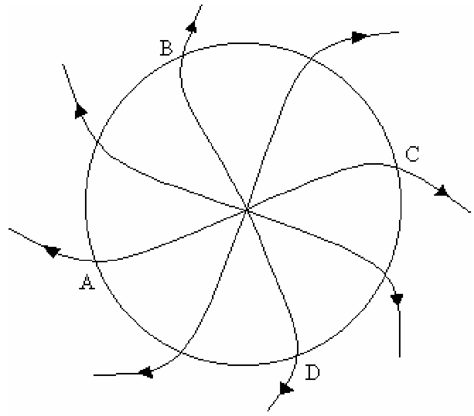


a) $Q = \varepsilon_0\, \alpha_1\, l^3$
b) div $\mathbf{B} = \alpha_2 \neq 0$

2.54 (o) Sobre la figura de l'exercici anterior:
a) Si el camp elèctric fos de la forma: $\mathbf{E} = \beta_1 t\, \mathbf{k}$, quina seria la circulació del camp magnètic al llarg de ABCDA?
b) Si trobéssim que la circulació del camp magnètic **B** al llarg de la línia ABCDA és C, i no existeix camp elèctric, trobeu el valor de la densitat de corrent **j** (suposat uniforme).
c) Si hi hagués un camp magnètic $B = \beta_2 t\, \mathbf{k}$ trobeu la circulació del camp elèctric **E** al llarg de la línia ABCDA.

a) $\mu_0 \varepsilon_0 \beta_1 l^2$	b) $j_z = \dfrac{C}{\mu_0 l^2}$	c) $-\beta_2 l^2$

2.55 (o) La figura representa les línies de camp d'un camp vectorial, amb simetria cilíndrica (en plans paral·lels a la gràfica, el camp és idèntic).



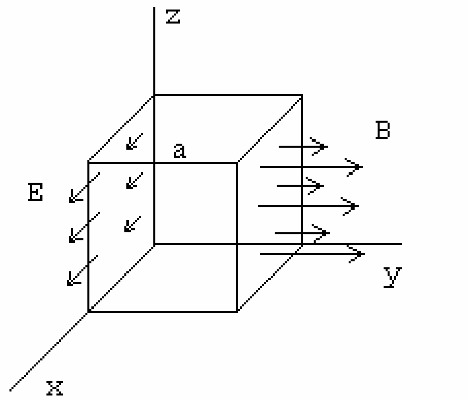
a) Determineu si la circulació al llarg del camí ABCDA és positiva, negativa o nul·la.
b) Determineu si el flux a través de la superfície cilíndrica, de secció recta assenyalada pel camí ABCDA i l'eix de simetria, és nul o no.
c) Poden representar les línies assenyalades un camp magnètic i/o un camp elèctric?
d) És conservatiu, aquest camp? Podem parlar de potencial en un punt?

a) positiva	b) no és nul	c) poden representar un camp elèctric	d) no es conservatiu

2.56 (o) En una regió cúbica de l'espai de costat a, un vèrtex de la qual està situat a l'origen O d'un sistema de coordenades XYZ, coexisteixen un camp elèctric **E** i un camp magnètic **B**, que tenen les expressions analítiques següents:

$$\mathbf{E} = \alpha\left(1+\frac{x}{a}\right)\mathbf{i}$$

$$\mathbf{B} = \gamma\left(1+\frac{x}{a}\right)\mathbf{j}$$



En el dibuix, les fletxes intenten representar esquemàticament aquests camps.
Utilitzant raonadament les lleis integrals o bé les diferencials del camp electromagnètic:

a) Calculeu la càrrega total Q situada a l'interior del cub, i també la seva densitat de càrrega ρ.
b) Calculeu el corrent I que travessa cada cara del cub, tot raonant-ne el sentit. Com és el vector densitat de corrent **j**?
c) Trobeu les expressions analítiques de les densitats d'energia elèctrica η_E i magnètica η_B , i calculeu l'energia electromagnètica total situada a l'interior del cub.

a) $\alpha\,\varepsilon_0\,a^2;\ \dfrac{\alpha}{a}\varepsilon_0$

b) $\dfrac{\gamma a}{\mu_0};\ \mathbf{j} = \dfrac{\gamma}{a\,\mu_0}\mathbf{k}$

c) $\eta_E = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\alpha^2\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^2 \qquad \eta_B = \dfrac{1}{2\mu_0}\gamma^2\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^2 \qquad U = \dfrac{7}{6}a^3\left(\varepsilon_0\alpha^2 + \dfrac{\gamma^2}{\mu_0}\right)$