

		Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS	Senyals i Sistemes II Data d'examen: 16-5-2008
---	---	--	--

Professors: G. Haro, J. Hernando, J.B. Mariño, A. Oliveras, J. Ruiz, J. Salavedra, P. Salembier.
 Codi de la prova: **230 11485 63 0 00**

Temps: 1 h 45 min

- Responen a cada problema en fulls separats.
- El vostre nom ha de figurar en tots els fulls que utilitzeu, en format: COGNOMS, NOM.
- Justifiqueu tots els resultats. Els resultats sense justificació no seran valorats en la correcció.
- No podeu utilitzar llibres, apunts, taules, formularis, calculadores o telèfon mòbil.

Problema 1:

5 punts

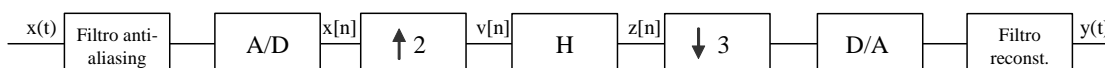
La respuesta a $x[n] = (-1)^n + u[n]$ de un sistema causal y estable $H(z)$ de orden 1 es $y[n] = \{1 - 0,75 \cdot 0.5^n\} u[n]$. Se pide:

- Función de transferencia $H(z)$ del sistema, incluida la constante multiplicativa y la ROC.
- Una ecuación en diferencias finitas de orden 1 que cumpla el sistema.
- Respuesta frecuencial y dibujo de su módulo.
- Respuesta impulsional $h[n]$.
- Respuesta del sistema a la secuencia $\delta[n] - 0,5 \delta[n-1]$.
- Amplitud de la respuesta del sistema a la secuencia $\cos(0,5\pi n)$.
- Respuesta del sistema a $u[n]$ si $y[-1]=1$.
- Respuesta impulsional $h'[n]$ de un sistema no causal cuya función de transferencia tenga la misma expresión analítica de la $H(z)$ obtenida en a).

Problema 2:

3 punts

Considere el sistema de la figura siguiente:



$x(t)$ es una señal sinusoidal de frecuencia 1kHz. La frecuencia de muestreo de la conversión A/D es de 6 kHz, y la de la conversión D/A es de 4 kHz. La frecuencia de corte del filtro anti-aliasing es de 3 kHz y la del filtro reconstructor es de 2kHz. Ambos filtros son ideales. Se pide:

- Dibujar el espectro de $v[n]$.
- Si $h[n] = \{1, -2\cos\alpha, 1\}$, dibujar el diagrama de polos y ceros del filtro.
- Calcular la respuesta frecuencial $H(e^{j\omega})$ del filtro y dibujar su módulo.
- Calcular α para eliminar la componente frecuencial más baja de $v[n]$.
- Utilizando el valor de α del apartado anterior, dibujar el espectro de la señal a la salida del diezmado e indicar cuáles son las componentes frecuenciales de $y(t)$.

Problema 3:**2 punts**

Volem dissenyar per enfinestrament un filtre FIR passa banda amb les especificacions següents:

Banda de pas $1.5/8$ a $2.5/8$

Banda atenuada inferior: 0 a $1/8$

Banda atenuada superior: $3.12/8$ a 0.5

Es demana:

- a) Determinar l'ample de banda i la freqüència central del filtre ideal
- b) Si es fa ús d'una finestra rectangular, determinar la longitud mínima de la finestra per tal de complir les especificacions
- c) Per a una finestra triangular, determinar la longitud mínima per complir especificacions
- d) Comparar els dissenys amb les dues finestres i explicar les diferències en termes de cost computacional, atenuació a la banda atenuada i arrissament a la banda de pas

Problema 1

$$x(n) = (-1)^n + v(n) \rightarrow y(n) = \left(1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) v(n)$$

a) ceros en $z = -1$
p.o. en $z = \frac{1}{2}$

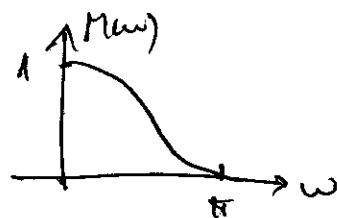
$$H(z) = k \frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$n \rightarrow \infty \quad x(n) = (-1)^n + 1 \rightarrow y(n) = 1$$

$$\rightarrow H(1) = 1 \rightarrow k = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{H(z) = \frac{1}{4} \frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \quad |z| > \frac{1}{2}}$$

b) $y(n) - \frac{1}{2} y(n-1) = \frac{1}{4} (x(n) + x(n-1))$

c) $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{4} \frac{1+e^{j\omega}}{1-\frac{1}{2}e^{j\omega}}$



d) $\frac{1}{4} z^{-1} + \frac{1}{4} \frac{-\frac{1}{2} z^{-1} + 1}{-\frac{1}{2}}$

$$H(z) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \rightarrow h(n) = -\frac{1}{2} \delta(n) + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n v(n)$$

e) $Y(z) = \frac{1}{4} \frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right) = \frac{1}{4} (1+z^{-1}) \rightarrow y(n) = \frac{1}{4} (\delta(n) + \delta(n-1))$

f) $H\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} \left| \frac{1+j}{1-\frac{1}{2}j} \right| = \frac{\sqrt{10}}{10}$

g) $y_{\infty=0}, \quad x(n) = v(n) \rightarrow y(n) = \left(1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) v(n)$
*↑
enunciado
(1)^n se anula*

$y_{\infty}, \quad y(n) - \frac{1}{2} y(n-1) = 0, \quad y(-1) = 1$
 $y(n) = A \left(\frac{1}{2}\right)^n v(n), \quad y(0) - \frac{1}{2} y(-1) = 0 \rightarrow A = \frac{1}{2}$

$$y(n) = y_{\infty=0} + y_{\infty} = \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) v(n)$$

h) $H(z) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \quad |z| < \frac{1}{2} \quad h(n) = -\frac{1}{2} \delta(n) - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n v(-n-1)$

PROBLEMA 2:

A)



B) $H(z) = 1 - 2 \cos \alpha z^{-1} + z^{-2}$

Ceros en: $c_1 = \cos \alpha + j \sin \alpha$, $c_2 = \cos \alpha - j \sin \alpha$

Polo doble en 0

C) $H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} (2 \cos \omega - 2 \cos \alpha)$

Respuesta frecuencial:

$$H(e^{j\omega})|_{\omega=0} = |2 - 2 \cos \alpha|$$

$$H(e^{j\omega})|_{\omega=\pi} = |2 + 2 \cos \alpha|$$

$$H(e^{j\omega}) = 0 \text{ para } \omega = \alpha$$

D) $\alpha = \pi/6$

E) componentes de $y(t) = \pm 1 \text{ kHz}$

Problema 3:

- a) Com que el senyal es farà pel mètode de finestres (reals) les bandes de transició hauran de ser iguals i per tant agafarem la més restrictiva (0.5/8):
- la freqüència central serà: $f_0 = 2/8 = 0.25$.
 - l'ample de banda serà: $B_f = [(2.5+0.250)-(1.5-0.250)]/8 = 3/16$.
- b) La banda de transició estarà determinada per l'ample del lòbul principal de la finestra; l'amplada del lòbul principal d'una finestra rectangular està determinat per la longitud L de la finestra (2/L):
- Banda de transició més estreta: $0.5/8 = 2/L \Rightarrow L=32$.
- c) Donat que una finestra triangular de longitud L_{tr} pot obtenir-se per la convolució de dues rectangulars de longitud L de forma que:

$$L_{tr} = 2L - 1 \text{ i } V_{tr}(e^{j\omega}) = |V_r(e^{j\omega})|^2 \text{ llavors } L_{tr} = 2L - 1 = 63$$

$$\text{Alternativament sabent que: } \Delta\omega_{tr} = \frac{8\pi}{L} = \frac{\pi}{8} \Rightarrow L = 64$$

d)

Finestra	Cost Computacional	Atenuació Banda Atenuada	Arrissament Banda Pas
Rectangular	Baix	Baixa	Alt
Triangular	Alt	Alta	Baix