Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

Radiació i Ones Guiades

14 de gener de 2010

Data notes provisionals: 25 de gener de 2010

Límit d'al·legacions: 26 de gener de 2010

Data notes revisades: 29 de gener de 2010

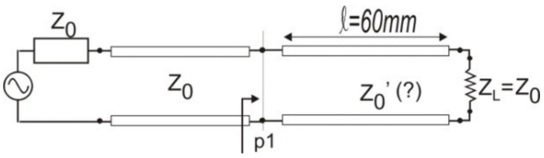
Professors: Albert Aguasca, Ignasi Corbella, Xavier Fàbregas, Francesc Torres, Mercè Vall-llossera.

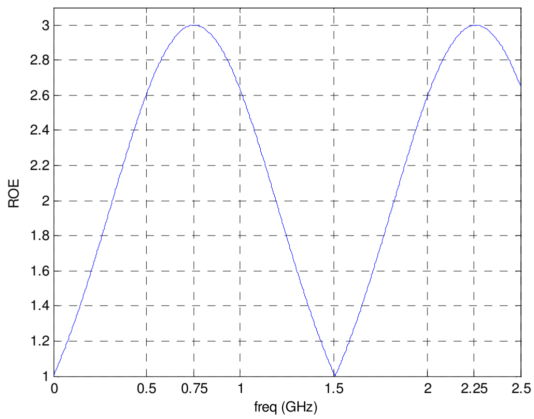
Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 3 hores
- Comenceu cada exercici en un full apart.

PROBLEMA 1

Con el siguiente montaje se pretende medir la impedancia característica **Z_0'** de una línea de transmisión coaxial de longitud física **ℓ=60mm**. Si se varía la frecuencia del generador en el punto **p1** de la línea con **Z_0=50Ω** se observa una ROE según la gráfica adjunta.





a) Determine los dos posibles valores de la impedancia característica **Z_0'** ,así como la velocidad de propagación **v_p** en la línea. ¿Cuál será el valor de la constante dieléctrica **ε_r**?

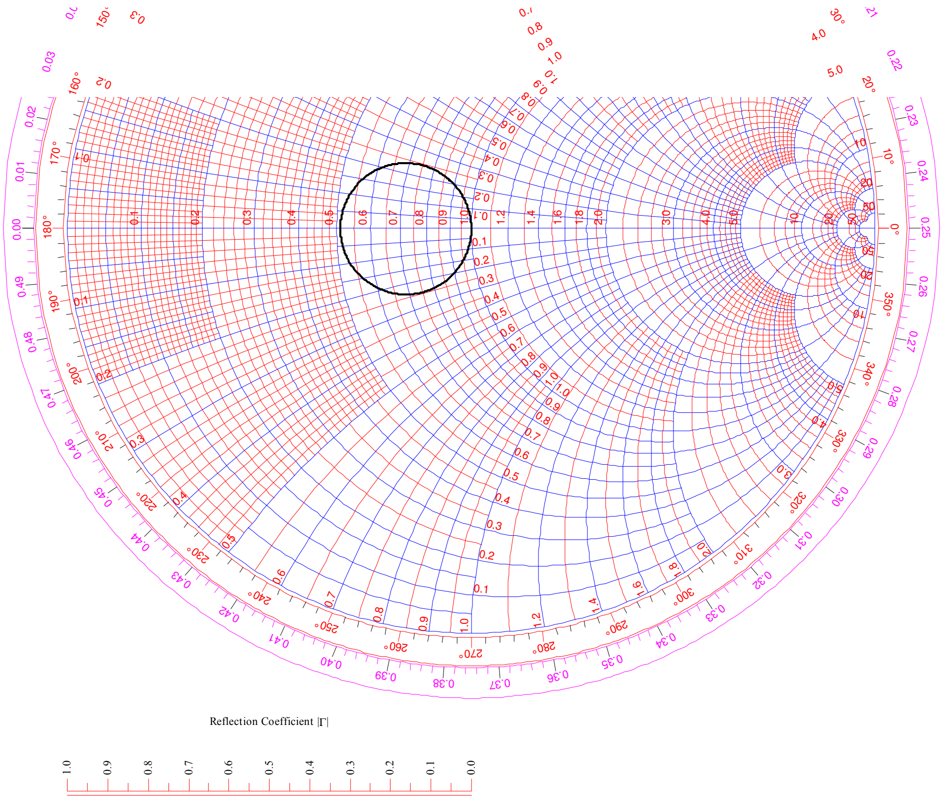
b) Si se representa, mediante la Carta de Smith adjunta al problema, la evolución frecuencial del coeficiente de reflexión en el punto **p1** de la línea con **Z_0**, suponiendo como posibles valores de **Z_0' 70Ω y 35.71Ω** (que no tienen porque coincidir con los obtenidos en el apartado anterior), justifique como se puede concretar el valor de la impedancia característica **Z_0'**.

c) A partir de las medidas del apartado a), si se considera que el generador está directamente conectado en el punto **p1** y éste presenta una V_{ca}=1V_{ef} determine la potencia disipada (en mW y dBm) en la carga $Z_L=Z_0$ para los casos de f=**750MHz** y **1.5GHz.**

d) Si la línea de longitud **ℓ=60mm** fuese de impedancia **Z_0'=Z_0** y **ε_r**=4, y a la frecuencia de 3GHz presentase unas pérdidas de 0.2dB/m, determine la fracción de potencia que se disipa en la línea de transmisión y la que se disipa en la carga si se considera el mismo generador del apartado c)

e) Para el caso del apartado d), si se asume que la línea es de bajas pérdidas y ecualizada, concrete los valores de R(Ω/m), G (S/m), C (pF/m) y L (μH/m). Compruebe que para estos valores la línea es de bajas pérdidas para la frecuencia de 3GHz.

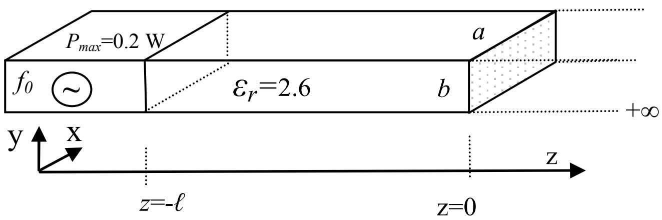
h) A partir de los parámetros primarios obtenidos en el apartado anterior determine la tangente de pérdidas del material dieléctrico empleado.



PROBLEMA 2

El montaje de la figura adjunta se ha realizado mediante una guía rectangular (a>b) sin pérdidas, rellena de un material dieléctrico (ε_r=2.6) y de longitud infinita. La relación entre la frecuencia de corte y la constante de fase de los modos de propagación viene dada por:

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2 = \left(m\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(n\frac{\pi}{b}\right)^2 \text{ con } k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$



a) Sabiendo que la frecuencia de corte del modo dominante es f_c=4,08 GHz y que el ancho de banda monomodo es de 3.338 GHz, calcular las dimensiones *a* y *b* de la guía (**<u>en cm</u>**).

b) En el caso anterior, si se mantiene el valor de *a* ¿se puede conseguir, variando únicamente el valor de *b,* un ancho de banda monomodo de 4.5 GHz? Razone la respuesta.

c) Las componentes de campo electromagnético del modo dominante en el plano transversal XY vienen dadas por: $E_y = E_0 sen\left(\pi\frac{x}{a}\right)$, $H_x = -\frac{E_0}{Z_{TE}} sen\left(\pi\frac{x}{a}\right)$ y $H_z = H_0\cos\left(\pi\frac{x}{a}\right)$

Con E_0 y H_0 los fasores de campo eléctrico y magnético máximos en el interior de la guía. Escriba la expresión del valor instantáneo de campo eléctrico de una onda progresiva en el interior de la guía para cualquier coordenada (*x,y,z*) e instante *t* : $\mathcal{E}_y^+(x,y,z,t)$.

d) El generador de frecuencia f=6,5 GHz está perfectamente adaptado y tiene una potencia disponible (máxima) de 200 mW. Calcule el factor de dispersión de la guía de ondas a la frecuencia de trabajo dado por $FD=\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$ la constante de fase del modo dominante β (**en rad/cm**) y la longitud de onda en la guía λ_g (**en cm**).

e) En el caso anterior, determine el valor máximo del campo eléctrico (**en V_{ef}/m**) dentro de la guía $\left|E_0^+\right|$ si la potencia transmitida por el modo dominante es $P_T=\frac{1}{2}ab\frac{\left|E_0^+\right|^2}{Z_{TE}}$ W, con $\left|E_0^+\right|$(V_{ef}/m) y $Z_{TE}=\frac{\eta}{FD}$ la impedancia de onda. NOTA: utilice los valores *a*=2,3 cm y *b*=1,25 cm, no necesariamente coincidentes con el valor calculado en el apartado a)

f) En z=0 se sitúa un plano conductor, calcule la primera coordenada z<0 (**en cm**) para la cual el campo eléctrico en el centro de la guía es máximo.

g) Si se considera un plano conductor situado en z=0, halle la expresión fasorial del campo eléctrico en el interior de la guía de ondas para z<0, $E_y(x,y,z)$. Determine el valor del fasor campo eléctrico para la coordenada x=a/4, y=b/2 y z=-$\lambda_g/8$. **Exprese el resultado en función del valor $\left|E_0^+\right|$ del apartado e) y considere la fase del generador igual a cero y la longitud de la guía ℓ=$2\lambda_g$.**

h) Para una señal de banda estrecha que se propague por la guía en el modo dominante con frecuencia de portadora $\omega_0=2\pi f_0$ la velocidad de grupo viene dada por la expresión $v_g=\left(\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_0}\right)^{-1}$ (m/s). Partiendo de la expresión que da la constante de fase ($k_c^2=k^2-\beta^2$) halle la expresión de la velocidad de grupo v_g en función del factor de dispersión FD.

i) ¿Qué retardo (**en µs**) introducirá un tramo de guía de longitud 20 m para una señal de banda estrecha ($\Delta f=27MHz$) y frecuencia de portadora 6.5 GHz?

PROBLEMA 3

El experimento Telstar consistía en demostrar la capacidad que podían tener satélites activos para la transmisión de canales en banda ancha. Con este objetivo el 10 de Julio de 1962 se lanzó el Telstar 1 (figura 1) que fue el primer satélite capaz de retransmitir las primeras imágenes de televisión. La estación base transmisora estaba situada en Andover (USA) y se contaba con dos estaciones base receptoras, una ubicada en Pleumer-Bodou (Francia) y otra Goonhilly Downs (Inglaterra) (figura 3). El satélite fue emplazado en una órbita baja con una distancia a las estaciones que iba de los 4000 km a los 7400 km. Debido a la órbita no geosíncrona el paso útil del satélite por el océano atlántico se limitaba a 20 minutos en cada órbita. El satélite constaba de una antena transmisora y una antena receptora que podían considerarse isotrópicas (radian igual en todas las direcciones del espacio) y con una eficiencia de pérdidas de η_l=0.95 y un transpondedor ubicado entre las dos antenas (figura 2) que convertía la señal recibida a la frecuencia de 6.69 GHz a 4.12 GHz y posteriormente la amplificaba para retransmitirla. Las tres estaciones base constaban de tres gigantescos reflectores de bocina iguales con un área efectiva A_{ef}=158 m^2 y una eficiencia de pérdidas de η_l=0.97. Para evitar el efecto de la rotación Faraday, debido a la ionosfera, todas las antenas utilizadas en el proyecto estaban polarizadas circularmente a derechas. A partir de los datos de la tabla 1 contestar a los siguientes apartados:

a) Calcular el ancho de haz, en grados, de las antenas de las estaciones base si se consideran los diagramas de radiación en los planos principales iguales.

b) Si se define la longitud efectiva de una antena como la relación entre la tensión inducida en circuito abierto sobre los bornes de la antena y la intensidad de campo incidente en la onda $l_{ef} = \frac{|V_{ca}|}{|E|}$. Deducir la expresión que relaciona la longitud efectiva de una antena con su área efectiva.

c) El transpondedor disponía de una ganancia variable (CAG) capaz de fijar la potencia de salida independientemente de la distancia entre la estación base transmisora y el satélite. Obtener la Ganancia mínima y máxima del transpondedor G_{TP}, en dB, para tener una potencia a la salida del transpondedor de 2 W

d) Obtener la relación de señal a ruido máxima y mínima que podía recibirse a la salida de un receptor conectado a la antena de las estaciones base receptoras. El receptor contaba con un factor de ruido F=0.43 dB y el ancho de banda de ruido era de B=5 MHz.

Las antenas del satélite no presentaban una polarización circular a derecha perfecta. Si el campo incidente sobre la antena de la estación base receptora fuese $\vec{E_i} = E_0(\hat{\theta} + j0.5\hat{\phi})e^{jkr}$ calcular

e) El vector de polarización unitario incidente $\widehat{e_i} = A\widehat{e_L} + B\widehat{e_R}$ en función de los vectores unitarios de polarización circulares a izquierda $\widehat{e_L}$ y derecha $\widehat{e_R}$

f) Pérdida de relación señal a ruido a la salida del receptor de la estación base receptora debido a la desadaptación por polarización.

Figura 1. El satélite Telstar 1

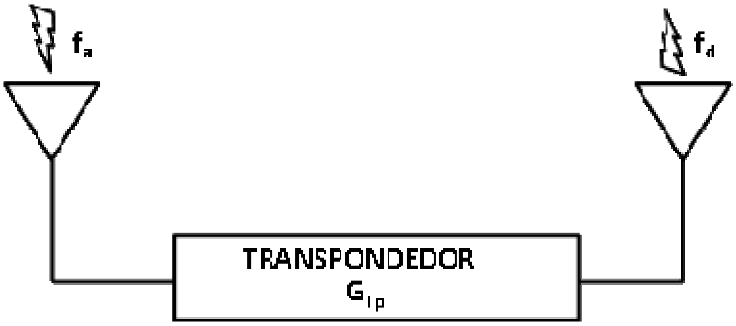


Figura 2. Configuración del satélite Telstar 1

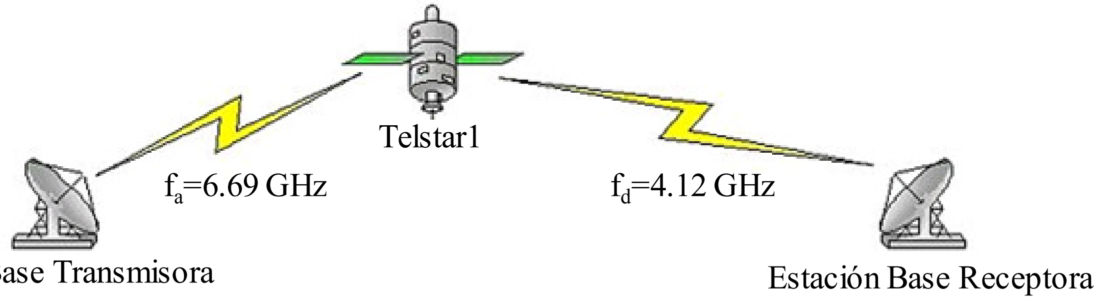


Figura 3. Configuración Estaciones Base-Satélite

<table>
<tr><th>Estación Base Transmisora</th><th>Satélite (Telstar 1)</th><th>Estación Base Receptora</th></tr>
<tr><td><u>Antenas:</u>
-$\mathbf{A_{ef}}$=158 m^2
-Polarización circular a derechas
-Eficiencia de pérdidas: $\boldsymbol{\eta_l}$=0.97</td><td><u>Antenas:</u>
-Isotrópicas con polarización circular a derechas
-Eficiencia de pérdidas:
$\boldsymbol{\eta_{lsat}}$=0.95</td><td><u>Antenas:</u>
-$\mathbf{A_{ef}}$=158 m^2
-Polarización circular a derechas
-Eficiencia de pérdidas: $\boldsymbol{\eta_l}$=0.97
-Temperatura de antena:$\mathbf{T_a}$=35K</td></tr>
<tr><td><u>Transmisor:</u>
-Potencia entregada a la antena: $\mathbf{P_{ent}}$=1KW</td><td><u>Transpondedor:</u>
-Potencia a la salida: $\mathbf{P_{sal}}$=2W</td><td><u>Receptor:</u>
-Ancho de Banda: B=5MHz
-Factor de ruido del receptor:
F= 0.43 dB</td></tr>
<tr><td>-Frecuencia enlace ascendente:
$\mathbf{f_a}$= 6.69 GHz</td><td></td><td>-Temperatura ambiente:
$\mathbf{T_{amb}}$=300K
-Frecuencia enlace descendente:
$\mathbf{f_d}$=4.12 GHz</td></tr>
<tr><td colspan="3">Otros datos: T_0=290K, Distancia mínima y màxima estación base-satélite: 4000 km, 7400 km.
Constante de Boltzmann k=$1.38\cdot10^{-23}$ J/K</td></tr>
</table>

Tabla 1. Datos para la realización del problema

PROBLEMA 1

a) Es pot identificar que $f = 750\,MHz$ $\quad l = \lambda/4$

$f = 1,5\,GHz$ $\quad l = \lambda/2 \Rightarrow \lambda = 120\,mm$ @ $1,5\,GHz$

$\lambda = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\, f} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_r \cong 2,77}$

Per $f = 750\,MHz$ $\quad Z_{in} = {Z_0'}^2 / Z_0$

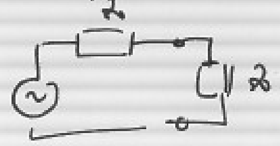
i $|\rho_{in}| = \frac{S-1}{S+1} \Rightarrow |\rho_{in}| = 1/2$ per tant $Z_{in} = \begin{cases} 3Z_0 \\ \frac{1}{3} Z_0 \end{cases}$

d'aquí que $Z_0' = \sqrt{Z_0 \cdot Z_{in}} = \begin{cases} \underline{86,6\,\Omega} \\ \underline{28,86\,\Omega} \end{cases}$

b) Sabem que si $l = \lambda/4$ $Z_{in} \in \mathbb{R}e$ $\quad Z_0' = \sqrt{Z_0 \cdot Z_{in}}$, com a la carta d'Smith Z_{in} Real és $Z_{in} < Z_0$, necessàriament $Z_0' < Z_0 \longrightarrow$ Només opció $\boxed{Z_0' = 35,71\,\Omega}$

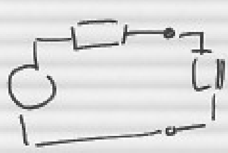
NOTA: $Z_L \in \mathbb{R}e$, a l'extrem de $l = \lambda/4$ $\quad Z_{in} \in \mathbb{R}e$.

c) Per $f = 1,5\,GHz$ $\quad Z_{in} = Z_0$



$P_L = P_{AVS} = \frac{|V_{ca}|^2}{4 Z_0} = 5\,mW$ ó $\sim 7\,dBm$

Per $f = 750\,MHz$ $\quad Z_{in} = {Z_0'}^2 / Z_0$

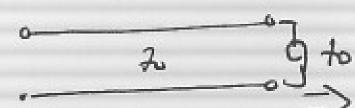


Z_{in}, $\rho_{in} = 1/2$

$P_L = P_{AVS}\left(1 - |\rho_{in}|^2\right)$

$= 3,75\,mW \simeq 5,74\,dBm$

d) Només ona incident, ja que $Z_0' = Z_0$



$P_{in} = P^+ = \frac{|V_{ca}|^2}{4 Z_0}$

$P_L = P_{in} \cdot e^{-2\alpha l}$

$\alpha_{N/m} = \alpha_{dB/m} \cdot \frac{1}{8,686} = 0,023\,N/m$

$P_L = P_{in} \cdot 0,9972 \simeq 99,72\,\%$ de P_{in}.

la resta es dissipa en la línia

e) $Z_0 \simeq \sqrt{L/C} = \frac{1}{v_p C}$ $\qquad C = 133,33\,pF/m$.

$L = C \cdot Z_0^2 = 0,333\,\mu H/m$

si igualitzat $\frac{R}{\omega L} = \frac{G}{\omega C}$

a més $\alpha = 1/2\left[R/Z_0 + G Z_0\right]$

$\left\{ \begin{array}{l} R = 1,15\,\Omega/m \\ G = R\frac{C}{L} = R/Z_0^2 \end{array} \right.$

h) $\alpha_d = 1/2\, G Z_0$; $\quad \frac{G}{\omega C} = tg\,\delta_e = 3,66 \cdot 10^{-4}$

R.O.G PROBLEMA 2. 14 enero 2010

a) $f_{c_{TE10}} = \frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r}} = 4.08\cdot 10^9$; $\underline{\underline{a}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\varepsilon_r} f_{c_{TE10}}} = \underline{\underline{2.28\,cm}}$; $f_{c_{20}} = 2 f_{c_{TE10}} = 8.16\,GHz$

$f_{c_{TE01}} = \frac{c_0}{2b\sqrt{\varepsilon_r}} = f_{c_{TE10}} + BW_{monomodo} = 7.418\,GHz$; $\underline{\underline{b}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\varepsilon_r} f_{c_{TE01}}} = \underline{\underline{1.254\,cm}}$

b) NO. $BW_{MAX} = f_{c_{TE20}} - f_{c_{TE10}} = 4.08\,GHz$

c) $\mathcal{E}_y^+(x,y,z,t) = Re\left\{ E_0^+ \operatorname{sen}\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \right\} = |E_0^+| \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta z + \varphi^+)$

d) $P_{MAX} = P^+ = 0.2\,W$; $F.D = \sqrt{1 - \left(\frac{4.08}{6.5}\right)^2} = 0.7785$; $\lambda = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 2.862\,cm$

$\lambda_g = \frac{\lambda}{F.D} = \underline{\underline{3.677\,cm}}$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \underline{\underline{1.71\,rad/cm}}$

e) $P^+ = \frac{1}{2} ab \frac{|E_0^+|^2}{Z_{TE}}$; $Z_{TE} = \frac{\eta}{F.D} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}\,F.D} = 300.3\,\Omega$; $|E_0^+| = \sqrt{\frac{2P^+ Z_{TE}}{ab}} = \underline{\underline{646'42\,Volt/m}}$

f) $z_{MAX} = -\frac{\lambda_g}{4} = -\frac{3.677}{4} = \underline{\underline{-0.919\,cm}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{con } E_{MIN} = 0 \text{ en } z=0 \\ \text{Plano conductor} \end{array} \right.$

g) $E(x,y,z) = E_0^+ \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} + E_0^- \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{+j\beta z} = \left\{ \begin{array}{c} cc \text{ en } z=0 \\ E_0^- = -E_0^+ \end{array} \right\} =$

$= -2j E_0^+ \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\beta z$; O. Estacionaria pura

$E\left(\frac{a}{4}, \frac{b}{2}, -\frac{\lambda_g}{8}\right) = -2j E_0^+ \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{\cancel{\lambda_g}} \cdot \frac{\cancel{\lambda_g}}{8}\right) = \underline{\underline{j E_0^+}}$

h) $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_c^2}$; $\frac{\delta\beta}{\delta\omega} = \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_c^2}} \cdot \cancel{2}\left(\frac{\omega}{c}\right) \cdot \frac{1}{c} = \frac{k}{c\sqrt{k^2 - k_c^2}}$

$\underline{\underline{V_g}} = \left(\frac{\delta\beta}{\delta\omega}\right)^{-1} = c\sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2} = \underline{\underline{c \cdot FD}}$

i) $\tau = \frac{\ell}{V_g}$; $V_g = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} F.D \Big|_{6.5\,GHz} = 1.448\cdot 10^8\,m/s$; $\underline{\underline{\tau = 0.138\,\mu s}}$

Para una señal de banda estrecha

EXAMEN RIOG

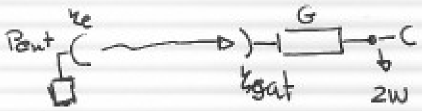
Problema 3)

a) $D = \frac{4\pi}{(\Delta\Theta)^2} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} \Rightarrow \Delta\Theta = \frac{\lambda}{\sqrt{A_{ef}}}$ → Estación Base Transmisora $\boxed{\Delta\Theta = 0'2^\circ}$; → Estación Base Receptora $\boxed{\Delta\Theta = 0'33^\circ}$

$\lambda = \frac{c}{f}$ → $f = 6'69\,GHz$ $\lambda = 4'48\,cm$; → $f = 4.12\,GHz$ $\lambda = 7'28\,cm$

b) $A_{ef} = \frac{P_{max}}{P_{in}} = \frac{|V_{ca}|^2/4R_r}{\frac{|E_i|^2}{\eta}} = \frac{\eta}{4R_r}\left(\frac{|V_{ca}|}{|E_i|}\right)^2 = \frac{\eta}{4R_r} l_{ef}^2 \Rightarrow \boxed{l_{ef} = \sqrt{\frac{4R_r A_{ef}}{\eta}}}$

c)



$P_{rad} = P_{out}\eta_e = 0'97\,KW = 29'87\,dBW$

$D_{sat} = 1$ (antena isotrópica) $= 0\,dB$

$D_T = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = 59'9\,dB$

$\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2$ pérdidas espacio libre $= L_r$ → $L_{4000km} = -181\,dB$; → $L_{7400km} = -186'3\,dB$

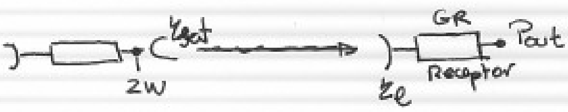
$\underline{P_{rad} \cdot D_T D_{sat}}\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 \eta_{sat}\, G_{TP} = 2W$

$G_{TP}(dB) = 3\,dBW - P_{rad}(dBW) - D_T(dB) - D_{sat}(dB) - L_r(dB) - 10\log(\underbrace{\eta_{sat}}_{-0'22dB})$

$r = 4000km$ $\boxed{G_{TP} = 94'4\,dB}$

$r = 7400km$ $\boxed{G_{TP} = 99'7\,dB}$

d)



$P_{rad} = P_{out} \cdot \eta_{sat} = 2 \cdot 0'95 = 1'9\,W = 2'79\,dBW$

$D_{sat} = D_T = 0\,dB$

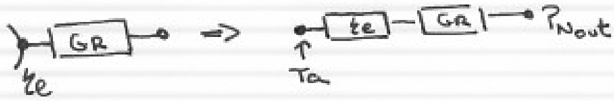
$D_R = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = 55'7\,dB$

Pérdidas espacio libre → $L_{4000km} = -176'8\,dB$; → $L_{7400km} = -182'1\,dB$

$P_{out} = P_{rad}(dB) + D_{sat}(dB) + D_R(dB) + L_r(dB) + 10\log(\underbrace{\eta_e}_{-0'13dB}) + G_R(dB)$

$r = 4000km \to P_{out} = -118'4\,dBW + G_R(dB)$

$r = 7400km \to P_{out} = -123'7\,dBW + G_R(dB)$



$P_{Nout} = KBG_R\,(T_a\eta_e + T_{amb}(1-\eta_e) + T_o(F_R - 1)) = G_R K B T_{eq}$

$T_{eq} = T_a\eta_e + T_{amb}(1-\eta_e) + T_o(F_R - 1) = 73'13\,K$

$$P_{Nout} = 10\log(KT_{eq}B) + G_R(dB) = -142'97\ dBW$$

$$(S/N)_{r=4000km} = P_{out} - P_{Nout} = -118'39\,dBW + G_R(dB) - (-142'97\,dBW + G_R(dB)) = \boxed{24'6\,dB}$$

$$(S/N)_{r=7400km} = -123'73\,dBW + G_R(dB) + 142'97\,dBW - G_R(dB) = \boxed{19'2\,dB}$$

Otro método de resolución → usando Friis

T_a —[L_e]—[G_R]—

$$G_T = L_e \cdot G_R$$

$$T_{eq_T} = T_{eq_1} + \frac{T_{eq_2}}{L_e} = T_{amb}\left(\frac{1}{L_e} - 1\right) + \frac{T_0(F-1)}{L_e} = 40'4K$$

$$(S/N) = 10\log\left(\frac{P_{rad}\cdot D_{sat} D_R \cdot L_r}{KB(T_a + T_{eq_T})}\right)$$ se obtiene el mismo resultado que con el método anterior

e) $\hat{e}_L = \frac{\hat{\theta} - j\hat{\phi}}{\sqrt{2}}$, $\hat{e}_R = \frac{\hat{\theta} + j\hat{\phi}}{\sqrt{2}}$ en el caso de onda propagándose en e^{+jkr}

$\vec{E}_i = E_0(\hat{\theta} + j\hat{\phi}\cdot 0'5)e^{jkr}$ su vector unitario $\hat{e}_i = \frac{\hat{\theta} + j0'5\hat{\phi}}{\sqrt{1'25}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\hat{\theta} + j\frac{\hat{\phi}}{2}\right)$

$$\frac{2}{\sqrt{5}}\left(\hat{\theta} + j\frac{\hat{\phi}}{2}\right) = A\left(\frac{\hat{\theta} - j\hat{\phi}}{\sqrt{2}}\right) + B\left(\frac{\hat{\theta} + j\hat{\phi}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= A + B \\ \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\frac{1}{2} &= -A + B \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2B \qquad \boxed{B = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = 0'95}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2A \qquad \boxed{A = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = 0'32}$$

$$\boxed{\hat{e}_i = 0'95\,\hat{e}_R + 0'32\,\hat{e}_L}$$

f) La pérdida de (S/N) se debe a la pérdida de señal por las pérdidas por desadaptación por polarización. Son directamente C_p (dB)

método 1) Trabajando en la base de polarizaciones ~~lineales~~ $\hat{e}_R, \hat{e}_L$

$$\hat{e}_t = \hat{e}_R^* = \frac{\hat{\theta} - j\hat{\phi}}{\sqrt{2}} \qquad C_p = |\hat{e}_i \cdot \hat{e}_t|^2 = |0'95|^2 = 0'9 \Rightarrow \boxed{C_p = -0'44\,dB}$$

método 2) utilizando la base de polarización lineal $\hat{\theta}, \hat{\phi}$. $\hat{e}_t = \frac{\hat{\theta} - j\hat{\phi}}{\sqrt{2}}$ circular derechas con e^{-jkr}

$$C_p = \left|\frac{2}{\sqrt{5}}\left(\hat{\theta} + \frac{\hat{\phi}}{2}j\right)\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\theta} - j\hat{\phi})\right|^2 = \frac{2}{5}\left|1 + \frac{1}{2}\right|^2 = \frac{9}{10}$$

$$\boxed{C_p = -0'44\,dB}$$

→ la antena capta la componente de polarización circular que incide sobre ella

$$\hat{e}_{Ri} \cdot \hat{e}_{Rt} = 1 \qquad \hat{e}_{Li} \cdot \hat{e}_{Lt} = 1$$