Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

MICROONES
11 de Juny de 2007

Data notes provisionals: 25/06
Fi d'al·legacions: 28/06
Data notes revisades: 02/07

Professors: Adolf Comerón, Núria Duffo, Xavier Fàbregas i Francesc Torres.

Informacions addicionals:

- Cal realitzar **només tres** dels quatre problemes proposats
- Temps: 3 hores. Comenci cada exercici en un full apart.

PROBLEMA 1

En el circuit de la figura, la xarxa de dos accessos s'excita amb un generador senoidal de tensió de pic en circuit obert V_G=1 V_p i impedància interna Z_G=Zo=50 Ω. La xarxa de dos accessos presenta la següent matriu de paràmetres de dispersió [S], referida a Zo:

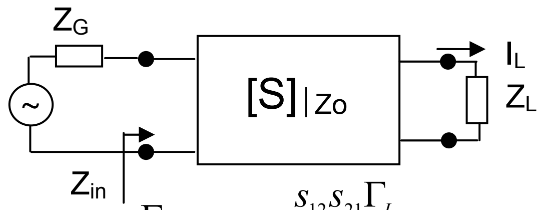
$$[S]=\begin{bmatrix} \alpha\angle\phi & -j\beta\angle\phi \\ -j\beta\angle\phi & \alpha\angle\phi \end{bmatrix},$$

$\beta=\sqrt{1-\alpha^2}$,

$\alpha<1$

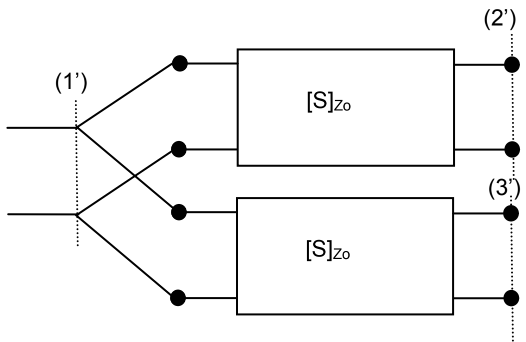
on α i β són reals i positius

V_G=1 V_p



$$\Gamma_{in}=s_{11}+\frac{s_{12}s_{21}\Gamma_L}{1-s_{22}\Gamma_L}$$

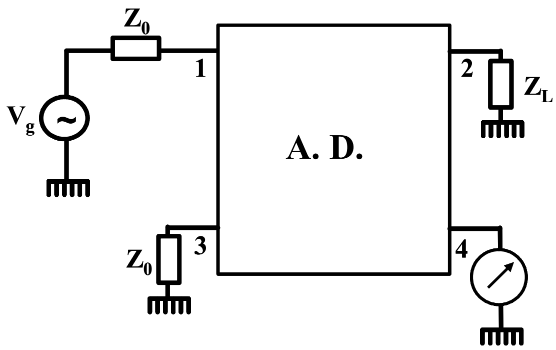
a) Detalleu , **<u>de forma raonada</u>**, las propietats de la xarxa de dos accessos.
b) Si φ=60º, determineu la longitud ℓ mínima expressada com una fracció de la longitud d'ona (λ) dels trams de línia de transmissió que hauria d'afegir en els accessos d'entrada y sortida per a que s_{11} i s_{22} fossin reals. Escriviu la matriu S resultant.
c) Calculeu la màxima potència P_{max} (**<u>mW</u>**) que pot lliurar el generador de la figura, així como l'ona de potència normalitzada a_1 (**<u>√W</u>**) que el generador produiria.
d) Determineu el valor de α sabent que les pèrdues de retorn (adaptació a l'entrada) de la xarxa quan $Z_L=Z_o$ és de 9.54 dB. Calculeu la potència (**<u>mW</u>**) lliurada a una càrrega $Z_L=Z_o$, la potència dissipada per la xarxa de 2 accessos y la potència reflectida cap al generador.
e) En el cas φ=0, deriveu l'equació que relaciona V_g i el fasor de corrent I_L sobre la càrrega quan Z_L=0 en funció de V_g, α i Z_0. **<u>En aquesta equació ha d'aparèixer explícitament els símbols V_g, I_L y α</u>**. Determineu el valor I_L <u>en mA.</u>
f) Calculeu el valor dels paràmetres s_{11}' y s_{21}' referits a Zo d'una xarxa de tres accessos formada quan es connecten en paral·lel l'accés (1) de dues xarxes idèntiques a la de l'enunciat, tal i com s'indica a la figura adjunta (considereu φ=0) .



PROBLEMA 2

L'acoblador direccional sense pèrdues de la figura presenta la següent matriu de paràmetres S referits a Z_0=50Ω

$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{12} \\ 0 & S_{13} & S_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad |S_{12}|>|S_{13}|$$



La potència disponible del generador és de 10 dBm, en el port 2 s'ha connectat una càrrega Z_L=75Ω i en el port 4 un detector de potència (adaptat al port).

a) Indiqueu quins parells són els accessos desacoblats, els acoblats i les vies directes. Si la potència mesurada en el detector és de -15 dBm calculeu $|S_{12}|$, $|S_{13}|$ i $\arg(S_{12}S_{13}^*)$

b) Determineu l'acoblament C(dB), les pèrdues d'inserció IL(dB) i la potència reflectida en el port 1 P_1^- (dBm)

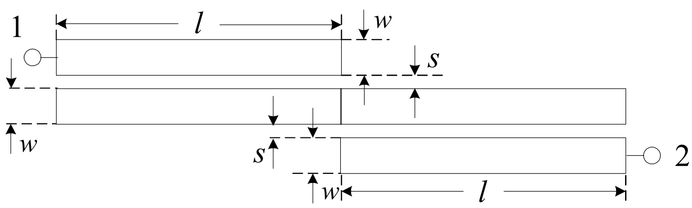
c) Quina càrrega s'hauria de connectar en el port 3 per aconseguir que la potència mesurada en el detector sigui P_4=0W.

d) Si al circuit de l'apartat anterior li substituïm el detector de potència per un generador canònic idèntic al connectat al port 1 quina és la potencia dissipada a la càrrega Z_L (P_2)

e) Si l'acoblador presentés les següents no idealitats $|S_{jj}|=0,05,\ j=1,2,3,4$ i $|S_{14}|=|S_{23}|=0,03$ trobeu les pèrdues de retorn , l'aïllament i la directivitat (Nota: considereu que el canvi en els valors de $|S_{12}|$ i $|S_{13}|$ és negligible).

PROBLEMA 3

La figura mostra l'esquema d'un filtre de línies acoblades realitzat en strip-line sobre un substrat amb $\varepsilon_r = 2.17$.



a) Raoneu quin és l'ordre del filtre.

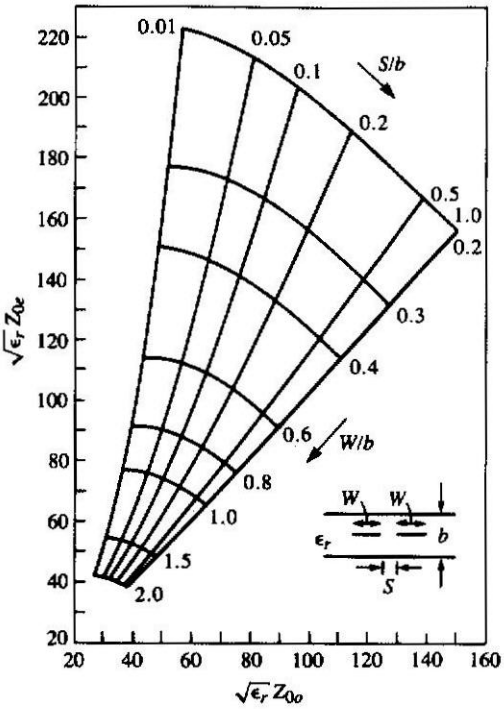
b) Si la freqüència central és $f_0 = 10\ GHz$, determineu l.

c) Sabent que la pèrdua d'inserció per al prototipus passa-baix d'un filtre amb resposta de Butterworth amb ampla de banda definit convencionalment a $3\ dB$ és $L'(\omega') = 10\log\left[1+\left(\omega'/\omega_1'\right)^{2n}\right]$, on n és l'ordre del filtre , determineu l'ample de banda a 3 dB del filtre si es vol que l'atenuació a $9\,GHz$ sigui de $10\ dB$. **Nota:** $\dfrac{\omega'}{\omega_1'} = \dfrac{1}{W}\left(\dfrac{f}{f_0} - \dfrac{f_0}{f}\right)$.

d) Determineu Z_{0e} i Z_{0o} per a les seccions de línies acoblades si la impedància de referència és $Z_0 = 50\,\Omega$. **Nota:** $\bar{J}_{01} = \sqrt{\dfrac{\pi W}{2\,\omega_1'\,g_1}}$, $\bar{J}_{ii+1} = \dfrac{\pi W}{2\,\omega_1'\sqrt{g_i g_{i+1}}}$, $\bar{J}_{nn+1} = \sqrt{\dfrac{\pi W}{2\,\omega_1'\,g_n g_{n+1}}}$;

$\bar{Z}_{0e} = \sqrt{1+\bar{J}^2} + \bar{J}$.

e) Determineu els valors aproximats de w/b i s/b, on b és el gruix del substrat, a partir de la gràfica adjunta. (indiqueu com hi arribeu sobre un esquema de la gràfica en el full que entregueu).



Valors dels elements del prototipus passa- baix per a filtres de Butterworth amb ample de banda definit a $3\ dB$					
$g_0 = 1,\ \omega_1' = 1$					
Ordre	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
1	2.000	1.000			
2	1.414	1.414	1.000		
3	1.000	2.000	1.000	1.000	
4	0.7654	1.848	1.848	0.7654	1.000

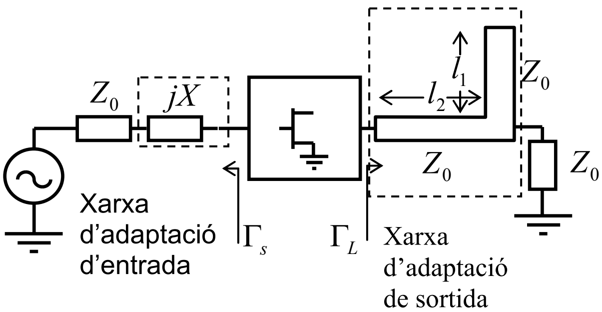
PROBLEMA 4

Un transistor FET de GaAs presenta els següents paràmetres S: (Z_0=50) a 4 GHz i per a un cert punt de polarització:

$$[S] = \begin{bmatrix} \mathbf{0.69\angle -162^\circ} & \mathbf{0.102\angle 7^\circ} \\ \mathbf{4.762\angle 62^\circ} & \mathbf{0.23\angle -156^\circ} \end{bmatrix}$$

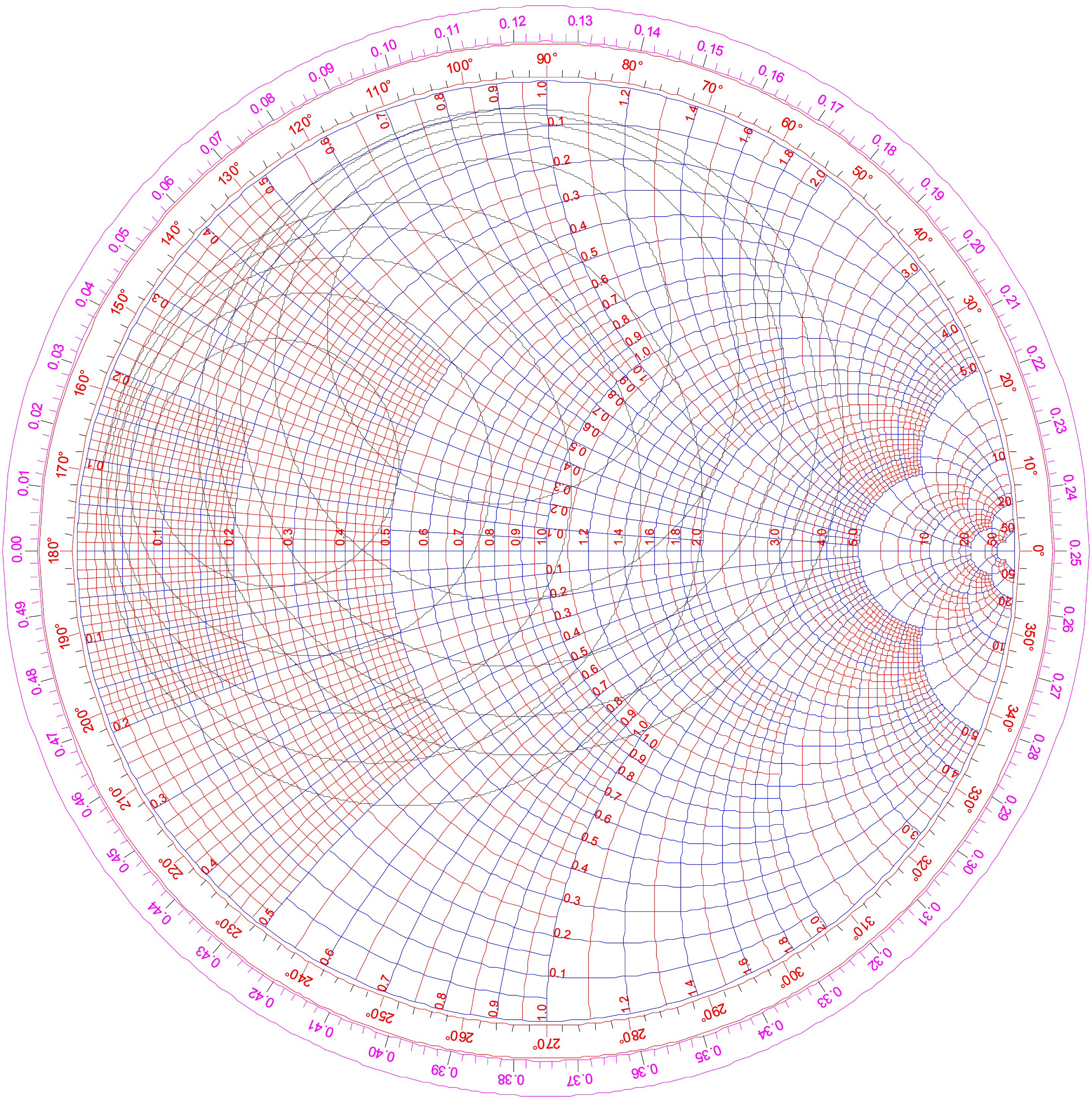
El valor de Γ_{Sopt} que dona mínim soroll, Fmin=0.3dB, és Γ_{Sopt}=0.59$\angle$102º.

A la Carta de Smith adjunta es presenten els cercles de Guany constant a l'entrada (amb un decrement d'1 dB d'un al següent) i Factor de Soroll constant (amb un increment de 0.2dB d'un cercle al següent).

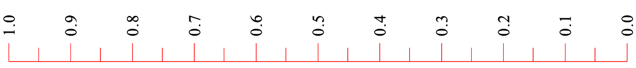


a) Calculeu el Guany màxim unilateral
b) Raonar quins són els cercles de G_S constant i quins els de F constant i establir sobre la Carta de Smith la zona on el factor de soroll F≤0.5dB i a la vegada el guany a la entrada G_S≥ -0.2dB
c) De totes les solucions del apartat b) per a Γ_S, escolliu la que presenti soroll mínim i que a la vegada es pugui sintetitzar amb una xarxa com la de la figura.
d) Trobeu el valor de Γ_L que proporcioni màxim G_L amb l'aproximació unilateral.
e) Trobar el valor del Guany unilateral i del Factor de Soroll, aproximadament.
f) Calculeu les longituds l_1 i l_2 (en mm) que sintetitzen Γ_L (preneu ε_{ref}=4).

$$\boldsymbol{G_T = \frac{\left(1-|\Gamma_S|^2\right)|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_L|^2\right)}{\left|\left(1-S_{11}\Gamma_S\right)\left(1-S_{22}\Gamma_L\right)-S_{12}S_{21}\Gamma_S\Gamma_L\right|^2}}$$



Reflection Coefficient $|\Gamma|$



RESOLUCIÓ DE L'EXAMEN FINAL DE MICROONES PRIMAVERA 07

PROBLEMA 1

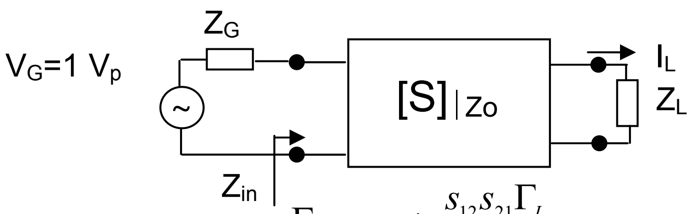
En el circuit de la figura, la xarxa de dos accessos s'excita amb un generador senoidal de tensió de pic en circuit obert V_G=1 V_p i impedància interna Z_G=Zo=50 Ω. La xarxa de dos accessos presenta la següent matriu de paràmetres de dispersió [S], referida a Zo:

$$[S]=\begin{bmatrix} \alpha\angle\phi & -j\beta\angle\phi \\ -j\beta\angle\phi & \alpha\angle\phi \end{bmatrix},$$

$$\beta=\sqrt{1-\alpha^2},$$

$$\alpha<1$$

on α i β són reals i positius



$$\Gamma_{in}=s_{11}+\frac{s_{12}s_{21}\Gamma_L}{1-s_{22}\Gamma_L}$$

a) Detalleu , **<u>de forma raonada</u>**, las propietats de la xarxa de dos accessos.

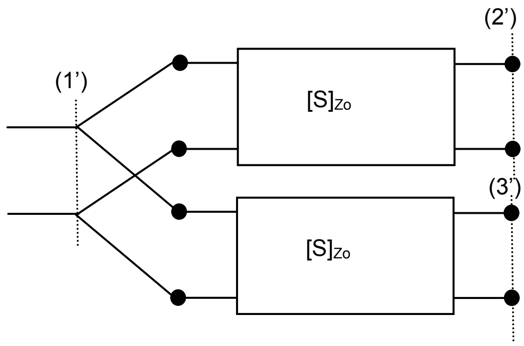
b) Si φ=60º, determineu la longitud ℓ mínima expressada com una fracció de la longitud d'ona (λ) dels trams de línia de transmissió que hauria d'afegir en els accessos d'entrada y sortida per a que s_{11} i s_{22} fossin reals. Escriviu la matriu S resultant.

c) Calculeu la màxima potència P_{max} (**<u>mW</u>**) que pot lliurar el generador de la figura, així como l'ona de potència normalitzada a_1 (<u>√**W**</u>) que el generador produiria.

d) Determineu el valor de α sabent que les pèrdues de retorn (adaptació a l'entrada) de la xarxa quan Z_L=Z_o és de 9.54 dB. Calculeu la potència (**<u>mW</u>**) lliurada a una càrrega Z_L=Z_o, la potència dissipada per la xarxa de 2 accessos y la potència reflectida cap al generador.

e) En el cas φ=0, deriveu l'equació que relaciona V_g i el fasor de corrent I_L sobre la càrrega quan Z_L=0 en funció de V_g, α i Z_0. **<u>En aquesta equació ha d'aparèixer explícitament els símbols V_g, I_L y α</u>**. Determineu el valor I_L <u>en mA.</u>

f) Calculeu el valor dels paràmetres s_{11}' y s_{21}' referits a Zo d'una xarxa de tres accessos formada quan es connecten en paral·lel l'accés (1) de dues xarxes idèntiques a la de l'enunciat, tal i com s'indica a la figura adjunta (considereu φ=0) .



RESOLUCIÓ PROBLEMA 1

a) Detalleu , **de forma raonada**, las propietats de la xarxa de dos accessos.

- Passiva: Els mòduls dels paràmetres S són més petits que 1:

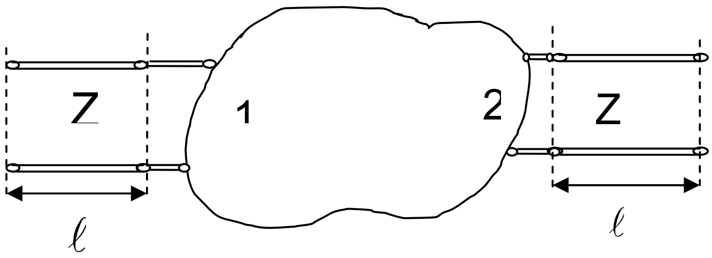
$$[S]=\begin{bmatrix} \alpha\angle\phi & -j\beta\angle\phi \\ -j\beta\angle\phi & \alpha\angle\phi \end{bmatrix} \quad ,\beta=\sqrt{1-\alpha^2}\ ,\alpha<1$$

- Sense pèrdues: la matriu és unitària: $[S][S]^{+}=[I]$

$$\begin{bmatrix} \alpha\angle\phi & -j\beta\angle\phi \\ -j\beta\angle\phi & \alpha\angle\phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha\angle-\phi & j\beta\angle-\phi \\ j\beta\angle-\phi & \alpha\angle-\phi \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha^2+\beta^2 & j\beta\alpha-j\beta\alpha \\ j\beta\alpha-j\beta\alpha & \alpha^2+\beta^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Simètrica: $S_{12}=S_{21}$ i $S_{11}=S_{22}$
- Recíproca: $S_{12}=S_{21}$

b) Si φ=60º, determineu la longitud ℓ mínima expressada com una fracció de la longitud d'ona (λ) dels trams de línia de transmissió que hauria d'afegir en els accessos d'entrada y sortida per a que s_{11} i s_{22} fossin reals. Escriviu la matriu S resultant.



$$S_{11}'=S_{11}e^{-2j\beta\ell}=\alpha e^{j\phi}e^{-2j\beta\ell}$$

Per a que aquest nou paràmetre sigui real ha de ser la fase igual a 0 o 180º. La mínima longitud serà quan:

$$\phi-2\beta\ell=0$$

$$\ell=\frac{1}{2\beta}\phi=\frac{\lambda}{2*2\pi}\frac{\pi}{3}=\frac{\lambda}{12}$$

I això és vàlid tant per l'entrada com per a la sortida.

Llavors, els nous paràmetres S queden:

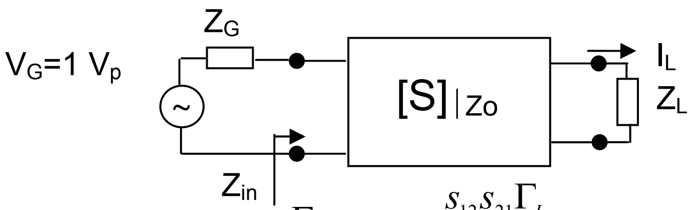
$$S_{11}'=S_{22}'=\alpha$$

$$S_{12}'=S_{21}e^{-2j\beta\ell}=-j\beta$$

I la matriu:

$$[S]=\begin{bmatrix} \alpha & -j\beta \\ -j\beta & \alpha \end{bmatrix} \quad ,\beta=\sqrt{1-\alpha^2}\ ,\alpha<1$$

c) Calculeu la màxima potència P_{max} (**mW**) que pot lliurar el generador de la figura, així com l'ona de potència normalitzada a_1 (**√W**) que el generador produiria.



$$\Gamma_{in} = s_{11} + \frac{s_{12}s_{21}\Gamma_L}{1 - s_{22}\Gamma_L}$$

Donat que el generador és canònic, la màxima potència es lliurarà quan $Z_{in} = Z_0$ i per tant,

$$P_{\max} = \frac{1}{2}|a_1|^2 = \frac{1}{8}\frac{V_G^2}{Z_0} = 2{,}5mW$$

L'ona de potència normalitzada que el generador produiria és igual a:

$$a_1 = \frac{b_s}{1 - \Gamma_{in}\Gamma_g} = b_s$$

I per tant,

$$b_s = V_G \frac{\sqrt{Z_0}}{\left(Z_g + Z_0\right)} = \frac{V_G}{2\sqrt{Z_0}} = 0{,}0707\sqrt{W}$$

d) Determineu el valor de α sabent que les pèrdues de retorn (adaptació a l'entrada) de la xarxa quan $Z_L = Z_o$ és de 9.54 dB. Calculeu la potència (**mW**) lliurada a una càrrega $Z_L = Z_o$, la potència dissipada per la xarxa de 2 accessos y la potència reflectida cap al generador.

$$R.L. = -20 * \log|S_{11}| = 9{,}54$$

$$\alpha = |S_{11}| = 0{,}33 = \frac{1}{3}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \alpha^2} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

- Potència lliurada a la càrrega:

$$P_L = \frac{1}{2}|b_2|^2 - \frac{1}{2}|a_2|^2 = \frac{1}{2}|b_2|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right) = \frac{1}{2}|b_2|^2$$

I llavors:

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1$$

$$|b_2|^2 = \beta^2 |a_1|^2$$

$$P_L = \frac{1}{2}\frac{8}{9}|a_1|^2 = \frac{8}{9}P_{\max} = 2{,}22mW$$

- Potència dissipada per la xarxa de dos accessos:

És una xarxa sense pèrdues, per tant la potència dissipada és zero

- Potència reflectida cap a generador:

$$P_1^- = \frac{1}{2}|b_1|^2$$
$$b_1 = S_{11}a_1$$

Per tant, substituint:

$$P_1^- = \frac{1}{2}|b_1|^2 = \frac{1}{2}\alpha^2|a_1|^2 = \frac{1}{9}P_{max} = 0.28mW$$

e) En el cas φ=0, deriveu l'equació que relaciona V_g i el fasor de corrent I_L sobre la càrrega quan Z_L=0 en funció de V_g, α i Z_0. **En aquesta equació ha d'aparèixer explícitament els símbols V_g, I_L y α**. Determineu el valor I_L en mA.

Posem un curtcircuit a la porta 2 i per tant $a_2=-b_2$

$$I_L = -I_2 = -\frac{1}{\sqrt{Z_0}}(a_2 - b_2) = \frac{2}{\sqrt{Z_0}}b_2$$

Per altre banda:

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 - S_{22}b_2$$
$$b_2 = \frac{S_{21}a_1}{1+S_{22}} = \frac{-j\beta}{1+\alpha}a_1$$

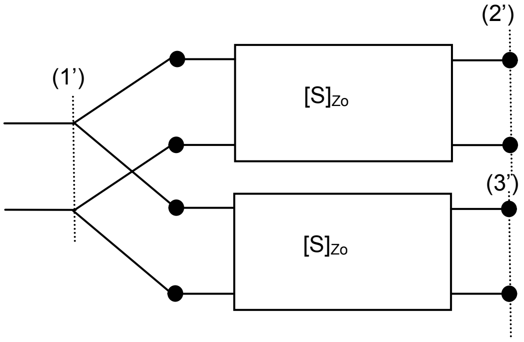
Llavors, substituint aquesta equació a la primera:

$$I_L = \frac{2}{\sqrt{Z_0}}b_2 = \frac{2}{\sqrt{Z_0}}\frac{-j\beta}{1+\alpha}a_1 = \frac{2}{\sqrt{Z_0}}\frac{-j\beta}{1+\alpha}\frac{V_g}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{-j\sqrt{1-\alpha^2}}{1+\alpha}\frac{V_g}{Z_0}$$

Determineu el valor I_L en mA:

$$I_L = \frac{-j\sqrt{1-\alpha^2}}{1+\alpha}\frac{V_g}{Z_0} = \frac{-j\sqrt{1-\frac{1}{9}}}{1+\frac{1}{3}}\frac{1}{50} = -j14{,}14mA$$

f) Calculeu el valor dels paràmetres s_{11}' y s_{21}' referits a Zo d'una xarxa de tres accessos formada quan es connecten en paral·lel l'accés (1) de dues xarxes idèntiques a la de l'enunciat, tal i com s'indica a la figura adjunta (considereu φ=0) .



- Càlcul de s_{11}':

$$S_{11}^{'} = \left.\frac{b_1^{'}}{a_1^{'}}\right|_{a_2^{'}=a_3^{'}=0} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

Per altre banda, la Z_{in} és el paral·lel de les dues impedàncies presentades pels dos quadripols, que a més a més són iguals:

$$Z_{in} = \frac{Z_{in1}}{2} = \frac{Z_0 \dfrac{1+S_{11}}{1-S_{11}}}{2} = \frac{Z_0 \dfrac{1+1/3}{1-1/3}}{2} = Z_0$$

Per tant, s_{11}'=0

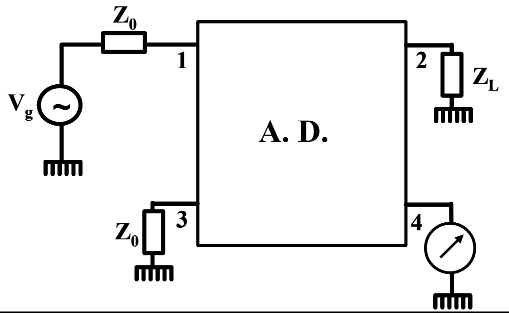
- Càlcul de s_{21}':

$$S_{21}^{'} = \left.\frac{b_2^{'}}{a_1^{'}}\right|_{a_2^{'}=a_3^{'}=0} = \left.\frac{V_2^{'}}{V_1^{'}}\right|_{a_2^{'}=a_3^{'}=0} \left(1+S_{11}^{'}\right) = \left.\frac{V_2^{'}}{V_1^{'}}\right|_{a_2^{'}=a_3^{'}=0} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{a_2=0} = \frac{S_{21}}{1+S_{11}} = -j\frac{\sqrt{2}}{2}$$

PROBLEMA 2

L'acoblador direccional sense pèrdues de la figura presenta la següent matriu de paràmetres S referits a Z_0=50Ω

$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{12} \\ 0 & S_{13} & S_{12} & 0 \end{bmatrix} \qquad |S_{12}|>|S_{13}|$$



La potència disponible del generador és de 10 dBm, en el port 2 s'ha connectat una càrrega Z_L=75Ω i en el port 4 un detector de potència (adaptat al port).

a) Indiqueu quins parells són els accessos desacoblats, els acoblats i les vies directes. Si la potència mesurada en el detector és de -15 dBm calculeu $|S_{12}|$, $|S_{13}|$ i $\arg(S_{12}S_{13}^*)$

b) Determineu l'acoblament C(dB), les pèrdues d'inserció IL(dB) i la potència reflectida en el port 1 P_1^- (dBm)

c) Quina càrrega s'hauria de connectar en el port 3 per aconseguir que la potència mesurada en el detector sigui P_4=0W.

d) Si al circuit de l'apartat anterior li substituïm el detector de potència per un generador canònic idèntic al connectat al port 1 quina és la potencia dissipada a la càrrega Z_L (P_2)

e) Si l'acoblador presentés les següents no idealitats $|S_{jj}|=0,05,\ j=1,2,3,4$ i $|S_{14}|=|S_{23}|=0,03$ trobeu les pèrdues de retorn , l'aïllament i la directivitat (Nota: considereu que el canvi en els valors de $|S_{12}|$ i $|S_{13}|$ és negligible).

RESOLUCIÓ PROBLEMA 2

a) Indiqueu quins parells són els accessos desacoblats, els acoblats i les vies directes. Si la potència mesurada en el detector és de -15 dBm calculeu $|S_{12}|$, $|S_{13}|$ i $\arg(S_{12}S_{13}^*)$

Segons la matriu de paràmetres adjunta, els accessos desacoblats són el 1 i el 4 per una banda i el 2 i el 3 per l'altre. Com que $|S_{12}|>|S_{13}|$ diem que la via directa es des de la porta 1 a la 2 i l'acoblada és la 1 amb la 3. Si el senyal entrés per la porta 2, la via directa seria de la 2 a la 1 i l'acoblada de la 2 a la 4, etc. Per tant,

1-4, 2-3 desacoblades

1-2, 3-4 directa

1-3, 2-4 acoblades

Com que l'acoblador no té pèrdues, podem aplicar unitarietat:

$$\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{12} \\ 0 & S_{13} & S_{12} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & S_{12}^* & S_{13}^* & 0 \\ S_{12}^* & 0 & 0 & S_{13}^* \\ S_{13}^* & 0 & 0 & S_{12}^* \\ 0 & S_{13}^* & S_{12}^* & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fent els productes de les dues matrius, trobem les següents equacions:

$$1F \times 1C \rightarrow |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1$$

$$1F \times 4C \rightarrow S_{12}S_{13}^* + S_{13}S_{12}^* = 0$$

De la primera equació podem extreure una relació de mòduls:

$$|S_{13}| = \alpha$$

$$|S_{12}| = \sqrt{1-\alpha^2}$$

I de la segona una de fases:

$$S_{12}S_{13}^* = -S_{13}S_{12}^* \Rightarrow \varphi_{12} - \varphi_{13} = \pi + \varphi_{13} - \varphi_{12}$$

$$2\varphi_{12} = \pm\pi + 2\varphi_{13} \Rightarrow \varphi_{12} = \pm\frac{\pi}{2} + \varphi_{13}$$

$$\arg\left(S_{12}S_{13}^*\right) = \pm\frac{\pi}{2}$$

La potència mesurada en el detector és igual a:

$$10 * \log P_4 = -15dBm \quad \Rightarrow P_4 = 0,0316mW$$

$$P_4 = \frac{1}{2}|b_4|^2 - \frac{1}{2}|a_4|^2\Big|_{a_4=0} = \frac{1}{2}|b_4|^2$$

La potència disponible de generador és igual a:

$$10 * \log P_{avs} = 10dBm \quad \Rightarrow P_{avs} = 10mW$$

$$P_{avs} = \frac{1}{2}|a_1|^2$$

Podem escriure la quarta i la segona equació dels paràmetres S:

$$b_4 = S_{13}a_2 + S_{12}a_3\Big|_{a_3=0, a_2=\Gamma_L b_2} = S_{13}\Gamma_2 b_2$$

$$b_2 = S_{12}a_1 + S_{13}a_4\Big|_{a_4=0, a_1=b_s} = S_{12}a_1$$

Substituïm b_2 de la primera equació per la segona i traiem mòduls:

$$\left.\begin{array}{l} b_4 = S_{13}\Gamma_2 S_{12} a_1 \\ \Gamma_2 = \dfrac{75-50}{75+50} = \dfrac{1}{5} \\ |b_4|^2 = \alpha^2 \dfrac{1}{25}\left(1-\alpha^2\right)|a_1|^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0,0316mW = \dfrac{10mW}{25}\alpha^2\left(1-\alpha^2\right) \\ 0,079 = \alpha^2\left(1-\alpha^2\right) = \alpha^2 - \alpha^4 \end{array}$$

$$\alpha^4 - \alpha^2 + 0,079 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1 \pm 0,83}{2} = 0,086$$

$$|S_{13}| = \sqrt{0,086} = 0,29 \quad , \quad |S_{12}| = 0,95$$

b) Determineu l'acoblament C(dB), les pèrdues d'inserció IL(dB) i la potència reflectida en el port 1 P_1^- (dBm)

$$\left.\begin{array}{c} C = -10 * \log |S_{13}|^2 \\ |S_{13}| = 0,29 \end{array}\right\} C = 10,63dB$$

$$\left.\begin{array}{c} IL = -10 * \log |S_{12}|^2 \\ |S_{12}| = 0,95 \end{array}\right\} IL = 0.39dB$$

Per altre banda:

$$\left.\begin{array}{l} P_1^- = \frac{1}{2}|b_1|^2 \\ b_1 = S_{12}a_2 + S_{13}a_3 = S_{12}\Gamma_2 b_2 = S_{12}^2 \frac{1}{5}|a_1|^2 \\ a_3 = 0 \\ a_2 = \Gamma_2 b_2 \\ b_2 = S_{12}a_1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} P_1^- = \frac{1}{25}|S_{12}|^2 \frac{1}{2}|a_1|^2 = 0,36mW \\ P_1^-(dBm) = 10 * \log\left(\frac{1}{25}|S_{12}|^2\right) + 10dBm = -4,37dBm \end{array}$$

c) Quina càrrega s'hauria de connectar en el port 3 per aconseguir que la potència mesurada en el detector sigui P_4=0W.

$$P_4 = \frac{1}{2}|b_4|^2 = 0W$$

$$b_2 = S_{12}a_1$$

$$b_3 = S_{13}a_1$$

$$b_4 = S_{13}a_2 + S_{12}a_3 = S_{13}\frac{1}{5}b_2 + S_{12}\Gamma_3 b_3 = S_{13}S_{12}\frac{1}{5}a_1 + S_{12}\Gamma_3 S_{13}a_1 = 0$$

$$\Gamma_3 = -\frac{1}{5} \Rightarrow Z_3 = Z_0 \frac{1-\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}} = \frac{4}{6}Z_0 = 33,3\Omega$$

d) Si al circuit de l'apartat anterior li substituïm el detector de potència per un generador canònic idèntic al connectat al port 1 quina és la potencia dissipada a la càrrega Z_L (P_2)

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{12} \\ 0 & S_{13} & S_{12} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \Gamma_2 b_2 \\ -\Gamma_2 b_3 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \frac{1}{2}|b_2|^2\left(1-|\Gamma_2|^2\right) = \frac{1}{2}|a_1|^2\left(1-|\Gamma_2|^2\right) = 10mW\,\frac{24}{25} = 9{,}6mW$$

$$b_2 = S_{12}a_1 + S_{13}a_1 = \left(S_{12}+S_{13}\right)a_1$$

$$\left.\begin{array}{c} \varphi_{12} = \pm\frac{\pi}{2} + \varphi_{13} \\ S_{13} = \alpha e^{j\varphi} \\ S_{12} = j\sqrt{1-\alpha^2}e^{j\varphi} \end{array}\right\} \begin{array}{l} b_2 = \left(j\sqrt{1-\alpha^2}+\alpha\right)e^{j\varphi}a_1 \\ |b_2|^2 = \left(1-\alpha^2+\alpha^2\right)|a_1|^2 = |a_1|^2 \end{array}$$

e) Si l'acoblador presentés les següents no idealitats $|\boldsymbol{S_{jj}}| = \mathbf{0{,}05},\ \boldsymbol{j} = \mathbf{1,2,3,4}$ i $|\boldsymbol{S_{14}}| = |\boldsymbol{S_{23}}| = \mathbf{0{,}03}$ trobeu les pèrdues de retorn , l'aïllament i la directivitat (Nota: considereu que el canvi en els valors de $|\boldsymbol{S_{12}}|$ **i** $|\boldsymbol{S_{13}}|$ és negligible).

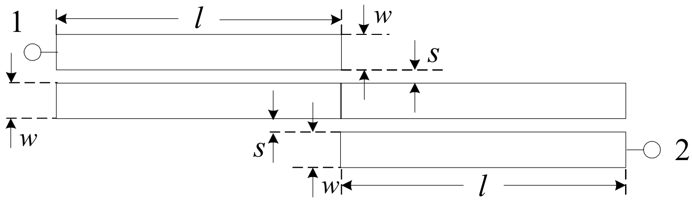
$$\left.\begin{array}{c} RL = -10*\log|S_{ii}|^2 \\ |S_{ii}| = 0{,}05 \end{array}\right\} RL = 26dB$$

$$\left.\begin{array}{c} I = -10*\log|S_{14}|^2 \\ |S_{14}| = 0{,}03 \end{array}\right\} I = 30{,}45dB$$

D=I-C=30,45-10,63=19,83dB

PROBLEMA 3

La figura mostra l'esquema d'un filtre de línies acoblades realitzat en strip-line sobre un substrat amb $\varepsilon_r = 2.17$.



a) Raoneu quin és l'ordre del filtre.

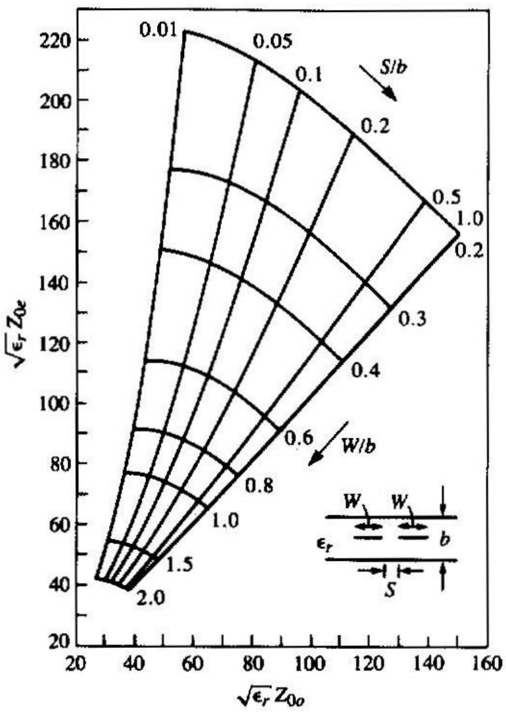
b) Si la freqüència central és $f_0 = 10\ GHz$, determineu l.

c) Sabent que la pèrdua d'inserció per al prototipus passa-baix d'un filtre amb resposta de *Butterworth* amb ampla de banda definit convencionalment a $3\ dB$ és $L'(\omega') = 10\log\left[1+\left(\omega'/\omega_1'\right)^{2n}\right]$, on n és l'ordre del filtre , determineu l'ample de banda a 3 dB del filtre si es vol que l'atenuació a $9\,GHz$ sigui de $10\ dB$. **Nota:** $\frac{\omega'}{\omega_1'} = \frac{1}{W}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)$.

d) Determineu Z_{0e} i Z_{0o} per a les seccions de línies acoblades si la impedància de referència és $Z_0 = 50\ \Omega$. **Nota:** $\bar{J}_{01} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_1}}$, $\bar{J}_{ii+1} = \frac{\pi W}{2\,\omega_1' \sqrt{g_i g_{i+1}}}$, $\bar{J}_{nn+1} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_n g_{n+1}}}$;

$\bar{Z}_{0e} = \sqrt{1+\bar{J}^2} + \bar{J}$.

e) Determineu els valors aproximats de w/b i s/b, on b és el gruix del substrat, a partir de la gràfica adjunta. (indiqueu com hi arribeu sobre un esquema de la gràfica en el full que entregueu).



Valors dels elements del prototipus passa- baix per a filtres de *Butterworth* amb ample de banda definit a $3\ dB$					
$g_0 = 1,\ \omega_1' = 1$					
Ordre	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
1	2.000	1.000			
2	1.414	1.414	1.000		
3	1.000	2.000	1.000	1.000	
4	0.7654	1.848	1.848	0.7654	1.000

RESOLUCIÓ PROBLEMA 3

a) Raoneu quin és l'ordre del filtre.

Hi ha dues línies acoblades, per tant dos inversors d'admitàncies. L'ordre del filtre és un menys que el nombre d'inversors. Per tant, l'ordre del filtre és 1.

b) Si la freqüència central és $f_0 = 10\ GHz$, determineu l.

Las línies acoblades dels filtres fets amb inversors d'admitàncies sempre són de longitud igual a $\ell = \frac{\lambda_0}{4}$ essent λ_0 la longitud d'ona corresponent a la freqüència central del filtre. Per tant,

$$\ell = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{c}{4f_0} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}\,4f_0} = 5,09mm$$

c) Sabent que la pèrdua d'inserció per al prototipus passa-baix d'un filtre amb resposta de Butterworth amb ampla de banda definit convencionalment a $3\,dB$ és $L'(\omega') = 10\log\left[1+\left(\omega'/\omega_1'\right)^{2n}\right]$, on n és l'ordre del filtre , determineu l'ample de banda a 3 dB del filtre si es vol que l'atenuació a $9\,GHz$ sigui de $10\,dB$. **Nota:** $\frac{\omega'}{\omega_1'} = \frac{1}{W}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)$.

Per a f=9GHz:

$$\frac{\omega'}{\omega_1'} = \frac{1}{W}\left(\frac{9}{10} - \frac{10}{9}\right) = \frac{0,21}{W}$$

$$L'(\omega') = 10\log\left[1+\left(\omega'/\omega_1'\right)^{2}\right]$$

$$10 = 10\log\left[1+\left(\frac{0,21}{W}\right)^2\right] \Rightarrow 10 = 1 + \left(\frac{0,21}{W}\right)^2$$

$$3 = \frac{0,21}{W} \Rightarrow W = 0,07$$

$$W = \frac{\Delta f}{f_0} \Rightarrow \Delta f = f_0 W = 0,7GHz$$

$$\left.\begin{array}{r} f_2 - f_1 = 0,7GHz \\ \sqrt{f_2 f_1} = 10GHz \end{array}\right\} f_1 + 0,7 - \frac{100}{f_1} = 0 \Rightarrow f_1^2 + 0,7 f_1 - 100 = 0 \Rightarrow f_1 = 9,65GHz$$

$$f_2 = f_1 + 0,7GHz = 10,36GHz$$

d) Determineu Z_{0e} i Z_{0o} per a les seccions de línies acoblades si la impedància de referència és $Z_0 = 50\ \Omega$. **Nota:** $\bar{J}_{01} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_1}}$, $\bar{J}_{ii+1} = \frac{\pi W}{2\,\omega_1' \sqrt{g_i g_{i+1}}}$, $\vec{J}_{nn+1} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_n g_{n+1}}}$; $\bar{Z}_{0e} = \sqrt{1+\bar{J}^2} + \bar{J}$.

Primer de tot, trobarem els valors de les constants dels inversors d'admitàncies. Tenint en compte que el filtre és d'ordre 1, agafarem els valors dels elements del prototipus passa-baix de la taula:

g_1=2, g_2=1. Llavors:

$$\bar{J}_{01} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_1}} = \sqrt{\frac{\pi 0,07}{4}} = 0,23 = \bar{J}_{12}$$

$$\vec{J}_{12} = \sqrt{\frac{\pi W}{2\,\omega_1' g_1 g_2}} = 0,23$$

Ara ja podem calcular les impedàncies en mode parell i imparell:

$$\overline{Z}_{0e} = \sqrt{1+\overline{J}^2} + \overline{J} = 1,26 \Rightarrow Z_{0e} = 63,1\Omega$$

$$\overline{Z}_{0o} = \sqrt{1+\overline{J}^2} - \overline{J} = 0,79 \Rightarrow Z_{0o} = 39,6\Omega$$

e) Determineu els valors aproximats de w/b i s/b, on b és el gruix del substrat, a partir de la gràfica adjunta. (indiqueu com hi arribeu sobre un esquema de la gràfica en el full que entregueu).

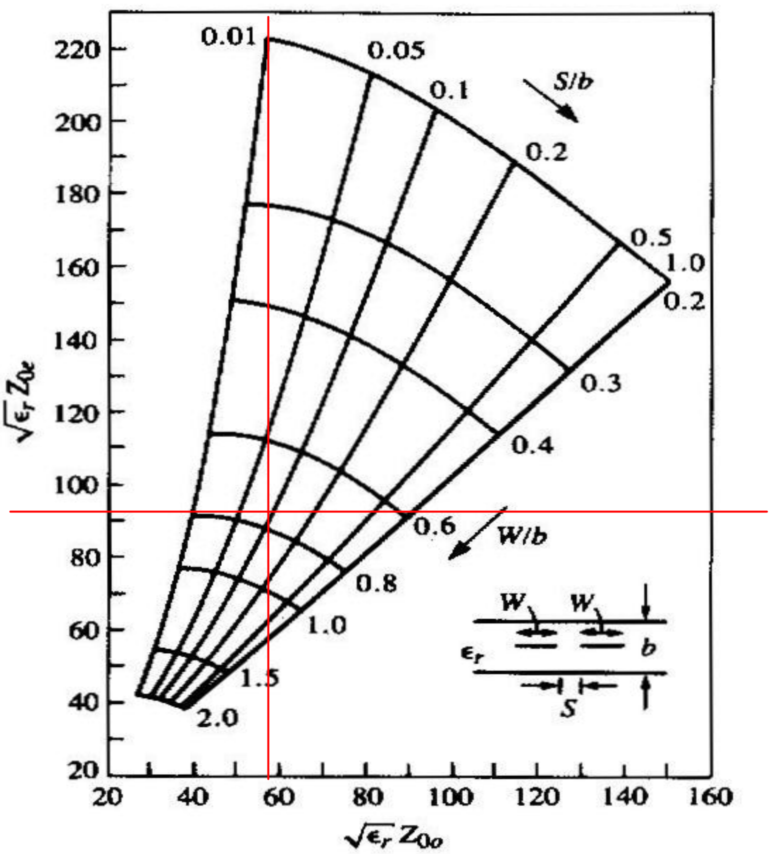
Calculem les variables que apareixen en els eixos de la gràfica adjunta:

$$Z_{0e}\sqrt{\varepsilon_r} = 1,26 * 50 * \sqrt{2,17} = 92,8$$

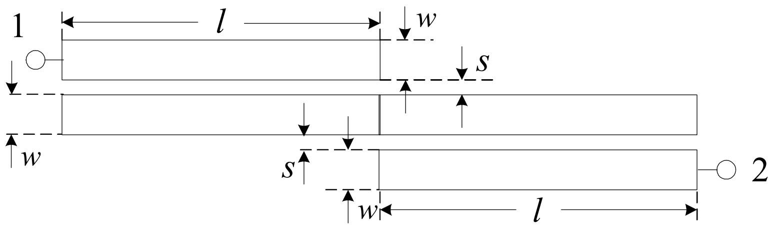
$$Z_{0o}\sqrt{\varepsilon_r} = 0,79 * 50 * \sqrt{2,17} = 58,2$$

I a partir d'aquests valors, trobem w/b i s/b:

s/b≈0,1 i w/b≈0,78



Aprofitant que és un filtre d'ordre 1 podem trobar la resposta S_{21} de tot el filtre (suposant que les línies són ideals). I a més a més podem aplicar simetria per calcular els paràmetres S del conjunt:



El circuit meitat consistirà en dues línies acoblades i per tant els paràmetres S seran els d'aquestes amb dues portes acabades en circuit obert:

$$S'_{11} = S'_{22} = \frac{1-\alpha^2-\alpha^2\sin^2\beta\ell}{\left(\sqrt{1-\alpha^2}\cos\beta\ell + j\sin\beta\ell\right)^2}$$

$$S'_{12} = S'_{21} = \frac{2j\alpha\sqrt{1-\alpha^2}\sin\beta\ell}{\left(\sqrt{1-\alpha^2}\cos\beta\ell + j\sin\beta\ell\right)^2}$$

Però ara hem de trobar el coeficient de reflexió en mode parell i imparell:

$$\Gamma_{in}^{e} = S_{11}^{'} + \frac{S_{12}^{'} S_{21}^{'}}{1 - S_{22}^{'}}$$

$$\Gamma_{in}^{o} = S_{11}^{'} - \frac{S_{12}^{'} S_{21}^{'}}{1 + S_{22}^{'}}$$

I per tant, la resposta total del filtre serà:

$$S_{21} = \frac{\Gamma_{in}^{o} + \Gamma_{in}^{e}}{2}$$

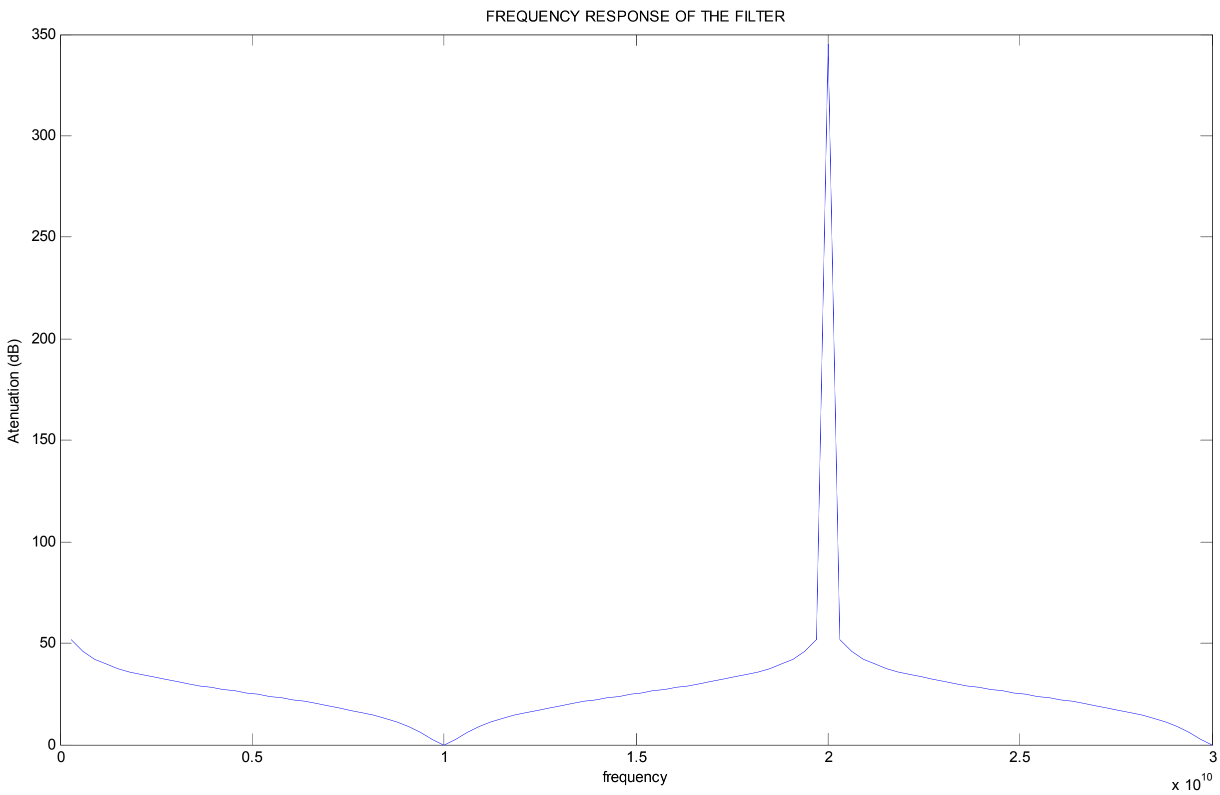
$$L = -10 * \log_{10} |S_{21}|^{2}$$

La representació d'aquesta resposta és la de la següent figura, on podem veure que és periòdica:

- A 10 GHz tenim atenuació 0 (és un Butterworth, i a la freqüència central presenten un 0 d'atenuació).

- A la freqüència doble, 20 GHz, l'atenuació és infinita (per les línies acoblades, que tenen un acoblament igual a 0).

- Veiem que a la freqüència triple torna a presentar un mínim d'atenuació.



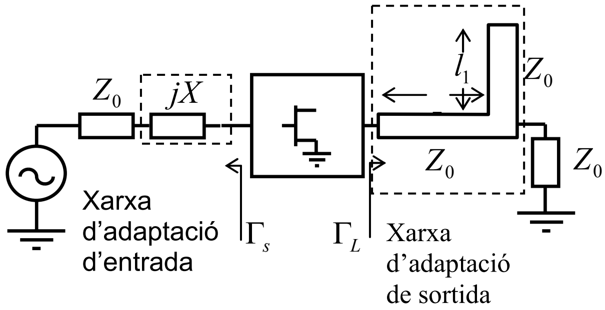
PROBLEMA 4

Un transistor FET de GaAs presenta els següents paràmetres S: (Z_0=50) a 4 GHz i per a un cert punt de polarització:

$$[S] = \begin{bmatrix} \mathbf{0.69\angle -162°} & \mathbf{0.102\angle 7°} \\ \mathbf{4.762\angle 62°} & \mathbf{0.23\angle -156°} \end{bmatrix}$$

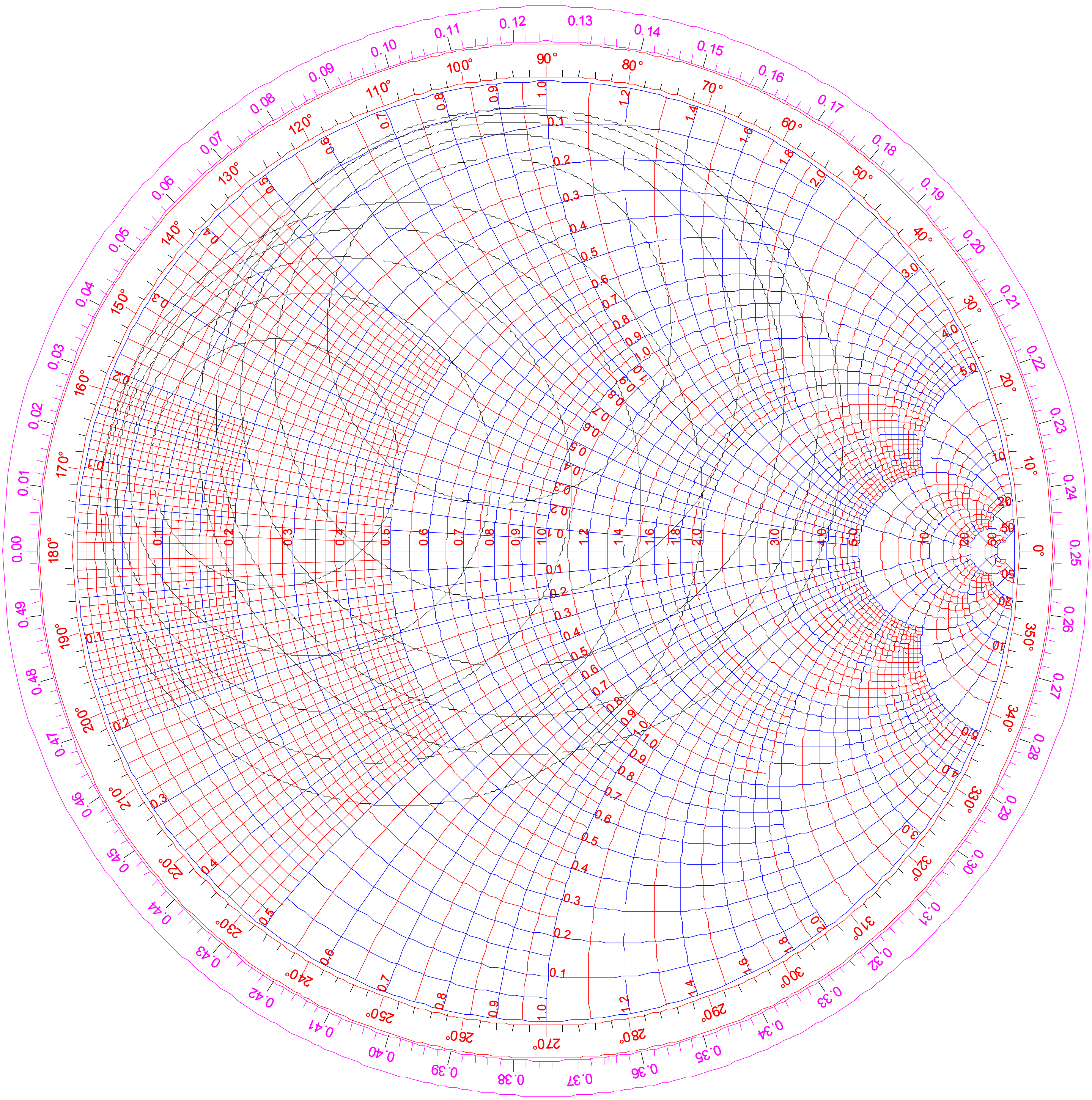
El valor de Γ_{Sopt} que dona mínim soroll, Fmin=0.3dB, és Γ_{Sopt}=0.59∠102º.

A la Carta de Smith adjunta es presenten els cercles de Guany constant a l'entrada (amb un decrement d'1 dB d'un al següent) i Factor de Soroll constant (amb un increment de 0.2dB d'un cercle al següent).

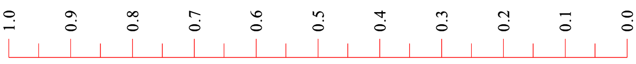


a) Calculeu el Guany màxim unilateral
b) Raonar quins són els cercles de G_S constant i quins els de F constant i establir sobre la Carta de Smith la zona on el factor de soroll F≤0.5dB i a la vegada el guany a la entrada G_S≥ -0.2dB
c) De totes les solucions del apartat b) per a Γ_S, escolliu la que presenti soroll mínim i que a la vegada es pugui sintetitzar amb una xarxa com la de la figura.
d) Trobeu el valor de Γ_L que proporcioni màxim G_L amb l'aproximació unilateral.
e) Trobar el valor del Guany unilateral i del Factor de Soroll, aproximadament.
f) Calculeu les longituds l_1 i l_2 (en mm) que sintetitzen Γ_L (preneu ε_{ref}=4).

$$G_T = \frac{\left(1-|\Gamma_S|^2\right)|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_L|^2\right)}{\left|\left(1-S_{11}\Gamma_S\right)\left(1-S_{22}\Gamma_L\right)-S_{12}S_{21}\Gamma_S\Gamma_L\right|^2}$$



Reflection Coefficient |Γ|



RESOLUCIÓ PROBLEMA 4

a) Calculeu el Guany màxim unilateral

$$G_{TU} = G_S G_I G_L$$

$$G_{S\max} = \left.\frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-S_{11}\Gamma_S|^2}\right|_{\Gamma_S=S_{11}^*} = \frac{1}{1-|S_{11}|^2} = 1.9 \rightarrow G_{S\max}(dB) = 2.8dB$$

$$G_I = |S_{21}|^2 = 22.7 \rightarrow G_I(dB) = 13.5dB$$

$$G_{L\max} = \left.\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}\right|_{\Gamma_L=S_{22}^*} = \frac{1}{1-|S_{22}|^2} = 1.1 \rightarrow G_{L\max}(dB) = 0.24dB$$

Per tant,

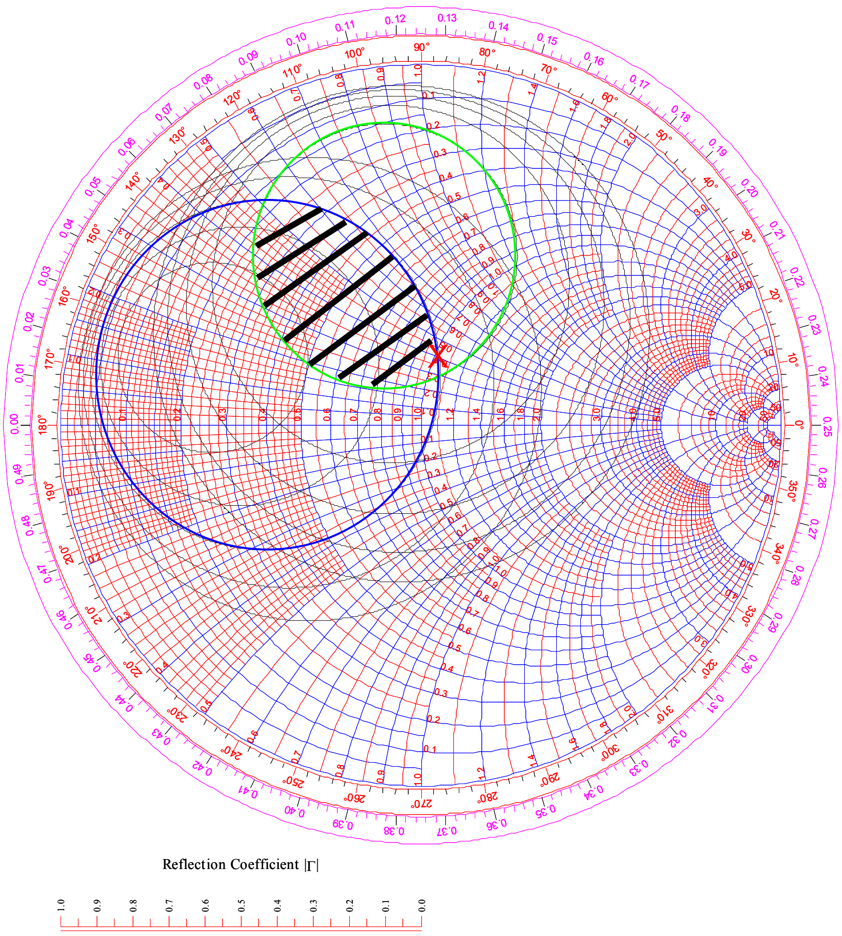
$$G_{TU\max} = G_S G_I G_L = 45.7$$

$$G_{TU\max}(dB) = 16.6dB$$

b) Raonar quins són els cercles de G_S constant i quins els de F constant i establir sobre la Carta de Smith la zona on el factor de soroll F≤0.5dB i a la vegada el guany a la entrada $G_S \geq$ -0.2dB

Els cercles de factor de soroll constant són els que contenen el punt Γ_{Sopt}=0.59∠102º (els que estan més a dalt) i els de Guany constant són el que contenen el punt Γ_S=S11*= **0.69∠162°** que són els que estan a sota dels anteriors.

El punt de Factor de Soroll mínim es Fmin=0.3 dB i van pujant 0.2 dB. Per tant, el primer cercle és el de F=0.5 dB i qualsevol punt interior té un F≤0.5dB (pintat de verd)



El punt de Guany màxim és el S11*=$\mathbf{0.69\angle 162°}$ i presenta un guany de 2.8 dB i cada cercle decreix 1 dB, per tant, $G_S \geq$ -0.2dB es correspon amb el tercer cercle (pintat de blau) La intersecció dels dos cercles dóna els punts demanats (ratllat)

c) De totes les solucions del apartat b) per a Γ_S, escolliu la que presenti soroll mínim i que a la vegada es pugui sintetitzar amb una xarxa com la de la figura.

Soroll mínim: ha de estar sobre el cercle de G=-0.2dB (que és el mínim guany de la zona ratllada i mínim soroll) i a la vegada com que la xarxa només és una jX, vol dir que el punt escollit ha de tenir part real igual a 1. L'hem marcat a la Carta de Smith amb una creu vermella. Es correspon al valor:

$\boldsymbol{Z_S \cong 1 + j0.4}$. Per tant, de la xarxa de la figura $\boldsymbol{jX = j0.4}$ i el valor del coeficient de reflexió és: $\boldsymbol{\Gamma_S = 0.19\angle 78.7°}$

d) Trobeu el valor de Γ_L que proporcioni màxim G_L amb l'aproximació unilateral.

El valor que proporciona màxim guany de sortida amb l'aproximació unilateral es correspon a:

$$\boldsymbol{\Gamma_L = \Gamma_{out}^* = \left(S_{22} + \frac{S_{21} S_{12} \Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right)^* \Bigg|_{S_{12}=0} = S_{22}^* = 0.23\angle 156°}$$

e) Trobar el valor del Guany unilateral i del Factor de Soroll, aproximadament.

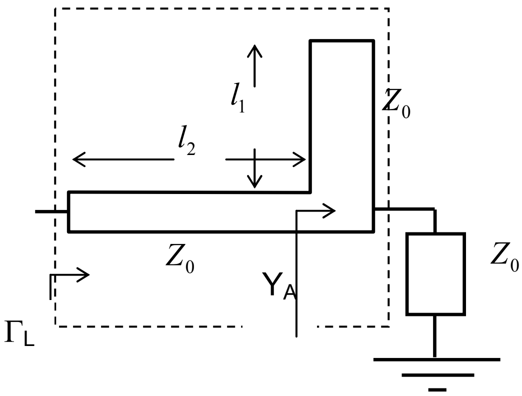
Factor de Soroll: a partir dels cercles: està molt a prop del cercle de F=0.5 dB, per tant ho podem aproximar per aquest valor.

Guany:

$$\boldsymbol{G_{TU} = G_S(dB) + G_I(dB) + G_L(dB) = 13.54dB}$$
$$\boldsymbol{G_S(dB) = -0.2dB}$$
$$\boldsymbol{G_I(dB) = 13.5dB}$$
$$\boldsymbol{G_{L\max}(dB) = 0.24dB}$$

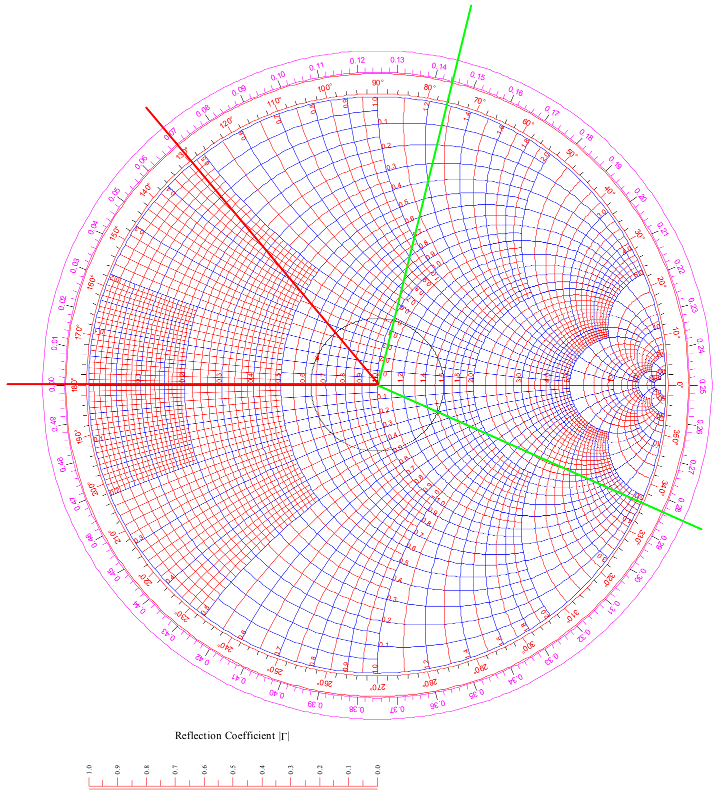
f) Calculeu les longituds l_1 i l_2 (en mm) que sintetitzen Γ_L (preneu ε_{ref}=4).

$\boldsymbol{\Gamma_L = S_{22}^* = 0.23\angle 156°}$



Situem aquest punt sobre la Carta de Smith (punt vermell). El valor de la impedància corresponen és: $\boldsymbol{\bar{Z}_L = 0.65 + j0.12}$. Passem a representar el diametralment oposat que es correspon a la seva admitància Y_L (punt blau) que és igual a : $\boldsymbol{\bar{Y}_L = 1.5 - j0.3}$ i a partir d'aquest punt ens movem cap a càrrega per un cercle de radi constant (mòdul de coeficient de reflexió constant), fins que la part real sigui igual a 1: Re(Y_A)=1. De les dues solucions possibles, agafarem la primera que dóna l_2 mínima: $l_2 = (0.284 - 0.144)\lambda = 0.12\lambda$.

Punts inicial i final marcats en verd. Tot això ho representem a la següent Carta de Smith:



El punt que hem trobat és el $\overline{Y}_A = \mathbf{1} + \boldsymbol{j}\mathbf{0.48}$.

Per sintetitzar la part imaginària, veiem en la figura que fem servir un stub acabat en circuit obert $\overline{Y}_{stub} = \boldsymbol{j}\mathbf{0.48}$

De nou, a la Carta de Smith ens situem al punt de circuit obert d'admitàncies (admitància 0) i ens movem cap a generador fins al punt $\overline{Y}_{stub} = \boldsymbol{j}\mathbf{0.48}$ (punts inicial i final en vermell) i trobem $l_1 = 0.07\lambda$

Per calcular les dues longituds en mm, hem de trobar el valor de la longitud d'ona:

$$\lambda = \frac{3x10^8}{4x10^9\sqrt{4}} = 37.5mm$$

Por tant, les longituds són:

$$l_1 = 0.07\lambda = 2.625\ mm$$
$$l_2 = 0.14\lambda = 5.25\ mm$$