

1. Una perillosa espècie alienígena s'ha infiltrat entre els humans. Constitueixen ja un 5% de la població i són indistingibles dels humans exepete pel fet que la component Q de la sang té distribució gaussiana amb $m = 10$, $\sigma = 2$ pels humans mentre que pels àliens és $m = 12$, $\sigma = 2$.
 - (a) Un equip exterminador tria persones a l'atzar i desintegra sense més contemplacions aquelles que tenen $Q > 12$. Calculeu les probabilitats que una persona exterminada sigui humana i que una persona que hagi passat el test sigui un àlien.
 - (b) Diem que hi ha hagut error si s'extermina un humà o es deixa anar un àlien. Quin és el nombre mig de persones analitzades fins que es produeix el primer error?
 - (c) Un important lider extraterrestre junt als seus dos ajudants es troba dins d'un grup de 14 persones. Volem separar-ne k triades a l'atzar de forma que la probabilitat que el lider quedi aïllat dels seus ajudants sigui màxima. Calculeu aquesta probabilitat i determineu el valor òptim de k .
 - (d) De quantes persones ha de ser un grup per tal que la probabilitat de no haver-hi àliens sigui la mateixa que la de haver-n'hi exactament un? Quin és el nombre mig d'àliens en aquest grup?

2. Una variable aleatòria X amb $\Omega_X = [0, \infty)$ té funció de densitat

$$f_X(x) = Kx^2e^{-x}, \quad x > 0.$$

- (a) Determineu la constant K i calculeu la funció de distribució de X .
(Indicació: comenceu trobant una primitiva de x^2e^{-x} .)
- (b) El *coeficient d'esbiaixament* $\alpha = \mu_3/\sigma^3$ (μ_3 tercer moment central i σ desviació estàndard) és una mesura de l'asimetria de la funció densitat al voltant de l'esperança. Calculeu els moments m_n de X i utilitzeu-los per a obtenir α .
- (c) Sigui la nova variable $Y = X^2 - 3X + 2$. Calculeu $F_Y(0)$ i $E[Y]$.
- (d) Trobeu la funció de densitat de la variable $Z = e^X$.

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!