Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

Senyals i Sistemes II
24 de Novembre de 2006

Professors: J.R. Casas, J. Hernando, J.B. Mariño, E. Monte, P. Salembier.

Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 1h 30 min
- Responeu a cada problema en fulls separats.
- No podeu utilitzar ni llibres, ni apunts, ni taules, ni formularis, ni calculadora, ni telèfon mòbil.
- Poseu un document d'identificació en un lloc visible.
- El vostre nom ha de figurar en tots els fulls que utilitzeu, en format: COGNOMS, NOM.
- Justifiqueu tots els resultats. Els resultats sense justificació no seran valorats en la correcció.

Problema 1 **4 puntos**

Sea la siguiente secuencia $x_1[n]=\{...0,0,0,0,0,\underline{1},0,0,1,1,0,0,1,1...\}$, que puede expresarse como producto del escalón $u[n]$ y una secuencia periódica $p[n]$. Se pide:

a) Calcular la transformada de Fourier $P_o\left(e^{j\omega}\right)$ de $p_o[n]=\begin{cases} p[n] & n=0,1,2,3 \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$

b) Dibujar el módulo y la fase de $P_o\left(e^{j\omega}\right)$.

c) Los valores de la DFT de 4 muestras $P_o[k]$ de $p_o[n]$.

d) Los valores de ω_o y a_k, k=0,1,2,3, tales que $p[n]=\sum_{k=0}^{3} a_k e^{j\omega_o kn}$.

e) La transformada de Fourier $P\left(e^{j\omega}\right)$ de $p[n]$.

f) La transformada de Fourier $X_1\left(e^{j\omega}\right)$ de $x_1[n]$ en función de la transformada de Fourier $U\left(e^{j\omega}\right)$ del escalón.

Problema 2 **3 puntos**

Se dispone por separado de una señal de voz muestreada a 16kHz previamente filtrada mediante un filtro antialiasing con frecuencia de corte a 7kHz y una señal musical muestreada a 40kHz filtrada mediante un filtro antialiasing con frecuencia de corte a 8.5 kHz. Para poder mezclar ambas señales se ha de representar la señal de voz con una frecuencia de muestreo de 40 kHz. Se pide:

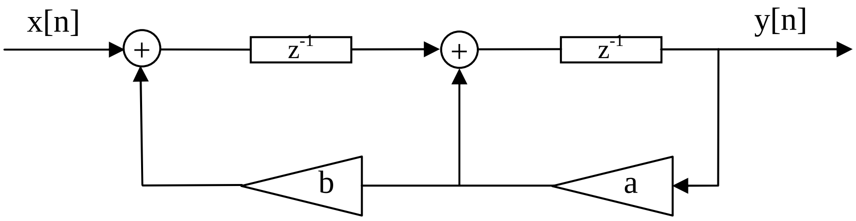
a) El esquema del sistema que permite realizar el cambio de frecuencia de la señal de voz.

b) Las frecuencias límite de la banda de paso y de la banda atenuada del filtro utilizado en el esquema anterior.

c) Si dicho filtro se diseña por el método de la ventana, la respuesta frecuencial y la respuesta impulsional del filtro ideal de partida.

d) Si se procesa una sinusoide de frecuencia discreta 1/5 mediante el sistema de apartado a), la frecuencia discreta de las componentes frecuenciales a la entrada y la salida del filtro y a la salida del sistema completo.

Problema 3 **3 puntos**



Considérese el sistema de la figura, que se considera en reposo. Se pide:

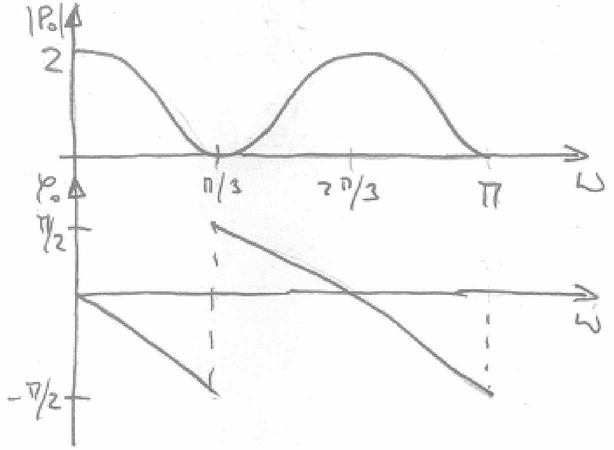
a) Las ecuaciones de análisis del sistema.
b) La función de transferencia del sistema.
c) Para a = -0.5 y b= -0.72, la respuesta del sistema a la entrada $x[n] = (-1)^n + u[n]$.

Problema 1

(a) $p_0[n] = \delta[n] + \delta[n-3]$

$P_0(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{3}{2}\omega}\, 2\cos\frac{3}{2}\omega$

(b)



(c) $P_0[k] = P_0(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi}{4}k} =$

$= 2\delta[k] - \sqrt{2}\, e^{-j\frac{3\pi}{4}}\delta[k-1] - \sqrt{2}\, e^{j\frac{3\pi}{4}}\delta[k-3]$

(d) $p[n] = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3} P_0[k]\, e^{j\frac{2\pi}{4}kn} \Rightarrow$ $\omega_0 = \frac{\pi}{2}$

$a_k = P_0[k]/4$

(e) $P(e^{j\omega}) = \frac{\pi}{2}\sum_{k=0}^{3} P_0[k] \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{\pi}{2}k + 2\pi r\right)$

(f) $X_1(e^{j\omega}) = T\{p[n]\,u[n]\} = P(e^{j\omega}) \circledast_{2\pi} U(e^{j\omega}) =$

$= \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3} P_0[k]\, U\left(e^{j(\omega - \frac{\pi}{2}k)}\right)$

Problema 2

(a) $x \xrightarrow{16\,\mathrm{KHz}} \boxed{\uparrow 5} \xrightarrow{v,\ 80\,\mathrm{KHz}} \boxed{H} \xrightarrow{z,\ 80\,\mathrm{KHz}} \boxed{\downarrow 2} \xrightarrow{40\,\mathrm{KHz}} y$

mcm(16,40) KHz

(b) $f_p = 7/80$ frecuencia más alta de voz a conservar

$f_a = 9/80$ frecuencia más baja del primer alias

(c) $H_I(e^{j\omega}) = \begin{cases} 5 & |\omega| \le 2\pi\frac{f_a+f_p}{2} = \frac{\pi}{5} \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$

$h_I[n] = \dfrac{\operatorname{sen}\frac{\pi}{5}n}{\frac{\pi}{5}n}$

(d)

x	v	z	y
$\pm f$	$\frac{1}{5}(\pm f \pm k)$ $k=0,1,2$	$\pm\frac{1}{5}f$	$\pm\frac{2}{5}f$

Problema 3

(a)

$$Y(z) = V_2(z)$$

$$V_1(z) = z^{-1}\left[X(z) + ab\,V_2(z)\right]$$

$$V_2(z) = z^{-1}\left[V_1(z) + a\,V_2(z)\right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -ab\,z^{-1} \\ -z^{-1} & 1-a z^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1(z) \\ V_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^{-1}X(z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

(b)

$$V_2(z) = \frac{z^{-2}}{\Delta} X(z) = Y(z)$$

$$\Delta = 1 - a z^{-1} - ab\, z^{-2}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-2}}{1 - a z^{-1} - ab z^{-2}}$$

(c)

$$\Delta = 1 + 0.5 z^{-1} - 0.36 z^{-2} \quad z_1 = 0.4,\; z_2 = -0.9$$

$$y[n] = T\{(-1)^n\} + T\{u[n]\}$$

$$T\{(-1)^n\} = H(-1)\,(-1)^n$$

$$T\{u[n]\} = Z^{-1}\left\{H(z)\frac{1}{1-z^{-1}}\right\}$$

ROC : $|z| > 1$

$$y[n] = \frac{50}{7}(-1)^n + \frac{50}{57}u[n] - \frac{50}{39}0.4^n u[n] + \frac{1}{2.47}(-0.9^n u[n]$$