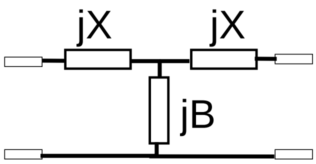
RESOLUCIÓ EXAMEN TARDOR 2010/2011

PROBLEMA 1

Es vol dissenyar un inversor de impedàncies amb el circuit de la figura.



a) Enumeri les propietats que ha de tenir un circuit per poder ser un inversor de impedàncies i raoni per què el circuit proposat és factible.
b) Calculi els quatre paràmetres S referits a $Z_0 = 50\Omega$ del quadripol.
c) Trobi l'equació que relaciona $\overline{X}$ i $\overline{B}$ per tal de ser un inversor d'impedàncies
d) Amb la condició anterior (apartat c), trobi la matriu S i la constant $\overline{K}$
e) Si es vol fer un inversor de constant $\overline{K} = 1/2$, $Z_0 = 50\Omega$ i f_0 = 1GHz, trobi els valors de les capacitats i/o bobines que sintetitzen el circuit.
f) Si es carrega la porta 2 amb una càrrega igual a 100 Ω, trobi el coeficient de reflexió a l'entrada
g) Si es connecta amb un generador canònic de 50mW de potència disponible, calculi la potència que arriba a la càrrega.

RESOLUCIÓ PROBLEMA 1

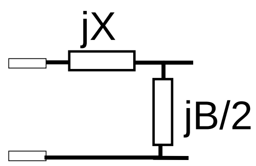
a) Enumeri les propietats que ha de tenir un circuit per poder ser un inversor de impedàncies i raoni per què el circuit proposat és factible.

Un inversor d'impedàncies és un circuit passiu, sense pèrdues, recíproc, simètric i amb el paràmetre S_{11} real i negatiu.

El circuit proposat és passiu, sense pèrdues, recíproc, és simètric i el que no sabem és com és la fase del S_{11}. Com que els valors de X i B estan per determinar, imposarem una equació per tal que aquesta fase sigui igual a 180. Per tant, el circuit és factible

b) Calculi els quatre paràmetres S referits a $Z_0 = 50\Omega$ del quadripol.

Apliquem simetria. El circuit meitat és:



Mode parell:deixem pla simetria en circuit obert:

$$\bar{Z}_e = j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right)$$

$$\Gamma_e = \frac{\bar{Z}_e - 1}{\bar{Z}_e + 1} = \frac{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) - 1}{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) + 1}$$

Mode imparell: deixem pla de simetria en curt circuit:

$$\bar{Z}_o = j\bar{X}$$

$$\Gamma_o = \frac{\bar{Z}_o - 1}{\bar{Z}_o + 1} = \frac{j\bar{X} - 1}{j\bar{X} + 1}$$

Llavors, per simetria:

$$S_{11} = S_{22} = \frac{1}{2}(\Gamma_e + \Gamma_o) = \frac{1}{2}\left(\frac{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) - 1}{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) + 1} + \frac{j\bar{X} - 1}{j\bar{X} + 1}\right)$$

I de la mateixa forma:

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{2}(\Gamma_e - \Gamma_o) = \frac{1}{2}\left(\frac{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) - 1}{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) + 1} - \frac{j\bar{X} - 1}{j\bar{X} + 1}\right)$$

c) Trobi l'equació que relaciona $\bar{X}$ i $\bar{B}$ per tal de ser un inversor d'impedàncies

El paràmetre S_{11} ha de ser real i el S_{21} imaginari pur. Per tant, les parts reals de Γ_e i Γ_o han de ser iguales i las parts imaginàries canviades de signe:

$$\Gamma_o = \frac{j\bar{X} - 1}{j\bar{X} + 1} = \frac{\bar{X}^2 - 1}{\bar{X}^2 + 1} + j\frac{2\bar{X}}{\bar{X}^2 + 1}$$

$$\Gamma_e = \frac{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) - 1}{j\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right) + 1} = \frac{\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right)^2 - 1}{\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right)^2 + 1} + j\frac{2\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right)}{\left(\bar{X} - \frac{2}{\bar{B}}\right)^2 + 1}$$

Per tant, igualant les parts reals o les parts imaginàries canviades de signe, surt que:

$$\bar{X} = \frac{1}{\bar{B}}$$

d) Amb la condició anterior (apartat c), trobi la matriu S i la constant $\bar{K}$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\bar{X}^2 - 1}{\bar{X}^2 + 1}$$
$$S_{21} = S_{12} = \frac{-j2\bar{X}}{\bar{X}^2 + 1}$$

Tenint en compte que en un inversor d'impedàncies, el paràmetre $S_{11} = \frac{\bar{K}^2 - 1}{\bar{K}^2 + 1}$,
Resulta: $\bar{X} = \pm\bar{K}$

e) Si es vol fer un inversor de constant $\bar{K} = 1/2$, $Z_0 = 50\,\Omega$ i f_0 = 1GHz, trobi els valors de les capacitats i/o bobines que sintetitzen el circuit.

Hi ha dues solucions, segons agafem el signe de l'equació anterior.

$$\begin{cases} \bar{X}_a = +\bar{K} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{2\pi f L}{Z_0} \rightarrow L = 3{,}98nH \\ \bar{X}_b = -\bar{K} = -\dfrac{1}{2} = \dfrac{-1}{2\pi f C Z_0} \rightarrow C = 6{,}37pF \end{cases}$$

I en quant a les B:

$$\begin{cases} \bar{B}_a = +\dfrac{1}{\bar{K}} = 2 = \dfrac{2\pi f C}{Y_0} \rightarrow C = 6{,}37pF \\ \bar{B}_b = -\dfrac{1}{\bar{K}} = -2 = \dfrac{-1}{2\pi f L Y_0} \rightarrow L = 3{,}98nH \end{cases}$$

Per tant, la primera solució (a), és igual a una T formada per 2 bobines en sèrie i una capacitat en paral·lel i la segona solució (b) consisteix en dues capacitats sèrie i una bobina en paral·lel:

f) Si es carrega la porta 2 amb una càrrega igual a 100 Ω, trobi el coeficient de reflexió a l'entrada

Sabem que:

$$\overline{Z_{in}} = \frac{\bar{K}^2}{\overline{Z_L}} = \frac{1}{8}$$

Llavors

$$\Gamma_{in} = \frac{\overline{Z_{in}} - 1}{\overline{Z_{in}} + 1} = -7/9$$

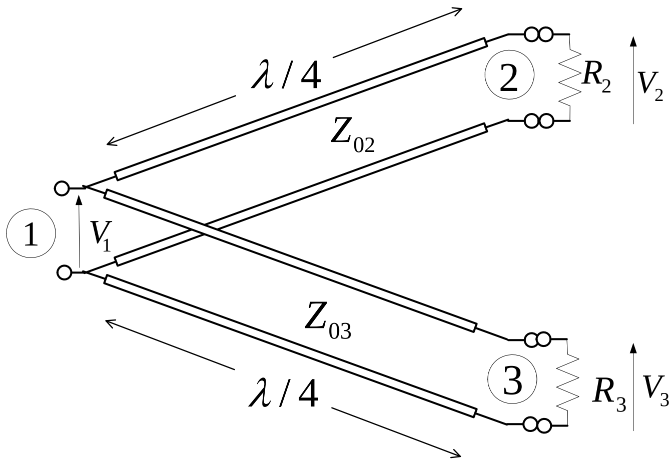
g) Si es connecta amb un generador canònic de 50mW de potència disponible, calculi la potència que arriba a la càrrega.

Com que l'inversor no té pèrdues, la potència que arriba a la càrrega serà la potència entregada a la porta 1:

$$P_L = P_{avs}(1 - |\Gamma_{in}|^2) = 50mW\left(1 - \frac{49}{81}\right) = 19{,}75mW$$

<u>PROBLEMA 2</u>

Com a part del disseny d'un divisor de Wilkinson dissimètric es considera l'estructura de la figura.



a) Calculeu V_2 i V_3 en funció de V_1 i de, respectivament, R_2 y Z_{02} pel que fa a V_2 i de R_3 i Z_{03} pel que fa a V_3.

b) Trobeu la relació entre Z_{02} i Z_{03} si es vol que la relació entre les potències P_{L2} i P_{L3} lliurades a R_2 i R_3 respectivament sigui $P_{L2}/P_{L3} = \alpha$ i que $V_2 = V_3$.

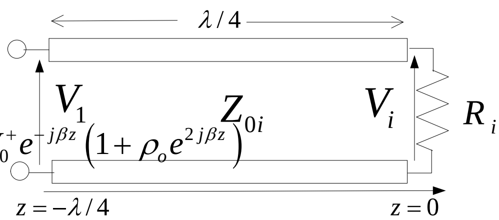
c) Si s'imposa que $R_2 R_3 = Z_0^2$, trobeu R_2 i R_3 en funció d'α i de Z_0.

d) En les condicions dels apartats anteriors, trobeu els valors que han de prendre Z_{02} i Z_{03} en funció d'α i de Z_0 perquè la impedància d'entrada que presenta l'accés 1 sigui Z_0.

RESOLUCIÓ PROBLEMA 2

a) Calculeu V_2 i V_3 en funció de V_1 i de, respectivament, R_2 y Z_{02} pel que fa a V_2 i de R_3 i Z_{03} pel que fa a V_3.

Considerem la situació genèrica



Dins de la línia de transmissió tenim

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z) = V^+(z)\left[1 + \rho(z)\right] = \left\{\begin{matrix} V^+(0) = V_0^+ \\ \rho(0) = \rho_0 \end{matrix}\right\} = V_0^+ e^{-j\beta z}\left(1 + \rho_o e^{2j\beta z}\right)$$

amb $\rho_o = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{R_i - Z_{0i}}{R_i + Z_{0i}}$. La relació entre V_i i V_1 es pot trobar particularitzant l'expressió anterior de $V(z)$ a $z = -\lambda/4$ per trobar V_1 i a $z = 0$ per trobar V_i. Així:

$$V_i = V(0) = V_0^+(1 + \rho_0)$$

$$V_1 = V(-\lambda/4) = \{\beta = 2\pi/\lambda\} = jV_0^+(1 - \rho_0) \Rightarrow V_0^+ = -j\frac{V_1}{1 - \rho_0} \Rightarrow V_i = -jV_1\frac{1 + \rho_0}{1 - \rho_0}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1+\rho_0}{1-\rho_0} = \frac{R_i}{Z_{0i}} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{V_i = -j\frac{R_i}{Z_{0i}}V_1}}$$, de manera que $\boxed{\begin{array}{l} V_2 = -j\dfrac{R_2}{Z_{02}}V_1 \\ V_3 = -j\dfrac{R_3}{Z_{03}}V_1 \end{array}}$.

b) Trobeu la relació entre Z_{02} i Z_{03} si es vol que la relació entre les potències P_{L2} i P_{L3} lliurades a R_2 i R_3 respectivament sigui $P_{L2}/P_{L3} = \alpha$ i que $V_2 = V_3$.

Si volem $V_2 = V_3$, segons el resultat de l'apartat anterior s'ha de complir $\underline{\underline{\frac{R_2}{Z_{02}} = \frac{R_3}{Z_{03}} \Rightarrow \frac{R_3}{R_2} = \frac{Z_{03}}{Z_{02}}}}$.

Per altra banda, $P_{L2} = \frac{1}{2}\frac{|V_2|^2}{R_2}$, $P_{L3} = \frac{1}{2}\frac{|V_3|^2}{R_3}$, de manera que, si mantenim V_2 i V_3 iguals, $\underline{\underline{\alpha = \frac{P_{L2}}{P_{L3}} = \frac{R_3}{R_2}}}$. Així, $\boxed{\frac{Z_{02}}{Z_{03}} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha}}$.

c) Si s'imposa que $R_2 R_3 = Z_0^2$, trobeu R_2 i R_3 en funció d'α i de Z_0.

De l'apartat anterior tenim $\frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\alpha}$. Ara imposem $R_2 R_3 = Z_0^2$. Resolent el sistema de dues equacions amb dues incògnites resultant trobem $\boxed{\begin{array}{l} R_2 = \dfrac{Z_0}{\sqrt{\alpha}} \\ R_3 = \sqrt{\alpha}Z_0 \end{array}}$.

d) En les condicions dels apartats anteriors, trobeu els valors que han de prendre Z_{02} i Z_{03} en funció d'α i de Z_0 perquè la impedància d'entrada que presenta l'accés 1 sigui Z_0.

Les impedàncies d'entrada respectives que presenten les línies que van als accessos 2 i 3 són $Z_2 = \frac{Z_{02}^2}{R_2}$ i $Z_3 = \frac{Z_{03}^2}{R_3}$. Com que les entrades de les línies es connecten en paral·lel a l'accés 1, l'admitància d'entrada que presentarà aquest accés serà, de manera genèrica $Y_{in1} = \frac{R_2}{Z_{02}^2} + \frac{R_3}{Z_{03}^2}$. Si volem que la impedància d'entrada sigui Z_0, s'haurà de satisfer $Y_{in1} = \frac{R_2}{Z_{02}^2} + \frac{R_3}{Z_{03}^2} = \frac{1}{Z_0}$. Amb les relacions de l'apartat anterior, aquesta relació es converteix en $\underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{\alpha}Z_{02}^2} + \frac{\sqrt{\alpha}}{Z_{03}^2} = \frac{1}{Z_0^2}}}$. Per altra banda, de l'apartat b) tenim $\underline{\underline{\frac{Z_{02}}{Z_{03}} = \frac{1}{\alpha}}}$. Aquestes dues darreres equacions formen un sistema la solució del qual és $\boxed{\begin{array}{l} Z_{02} = \dfrac{(1+\alpha)^{1/2}}{\alpha^{3/4}}Z_0 \\ Z_{03} = \alpha^{1/4}(1+\alpha)^{1/2}Z_0 \end{array}}$

PROBLEMA 3

Es vol fer un filtre passa-banda amb una freqüència central de $4GHz$, un ampla de banda relatiu del 12% i una resposta de Chebyscheff amb arrissat de $1\,dB$ a la banda de pas, que tingui un rebuig de més de $15\,dB$ a la freqüència de $3.6\,GHz$. Sabent que fora de la banda de pas ($\omega > \omega_1'$) el prototip passa-baixos d'un filtre de Chebyscheff presenta $\left|s_{21}'(\omega')\right|^2 = \dfrac{1}{1+\varepsilon\cosh^2\left[n\cosh^{-1}\left(\left|\dfrac{\omega'}{\omega_1'}\right|\right)\right]}$,

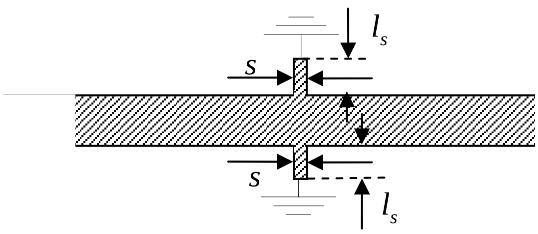
amb $\varepsilon = 10^{L_{AR}/10} - 1$ on L_{AR} és el valor en dB de l'arrissat dins de la banda de pas,

a) Determineu l'ordre mínim necessari del filtre.

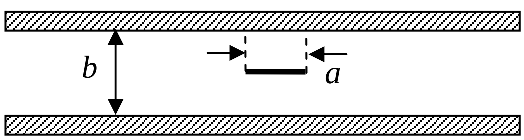
b) Si el filtre es realitza amb línies de transmissió en $\lambda_0/2$ i inversors d'impedància, dibuixeu esquemàticament l'estructura del filtre, amb el nombre d'inversors i de seccions de línia que correspongui al resultat de l'apartat anterior.

c) Calculeu les constants normalitzades dels inversors d'impedància.

d) Si el filtre es fa en stripline i els inversors d'impedància es realitzen amb stubs simètrics molt fins i molt curts curtcircuitats (vegeu figura), calculeu les susceptàncies normalitzades que ha de presentar cadascun dels stubs de cada parell.



e) Si el filtre es realitza en stripline en un substrat de $\varepsilon_r = 2.17$ i gruix $b = 0.508\,mm$ (vegeu figura) i per a una impedància de referència $Z_0 = 50\,\Omega$, calculeu aproximadament la llargada dels diferents stubs que formen els inversors d'impedància sabent que la impedància característica dels stubs és $Z_{0s} = 100\,\Omega$



f) Calculeu l'amplada i la llargada aproximades de les línies entre cada parell de stubs, sabent que són d'impedància característica $Z_0 = 50\,\Omega$.

Notes:

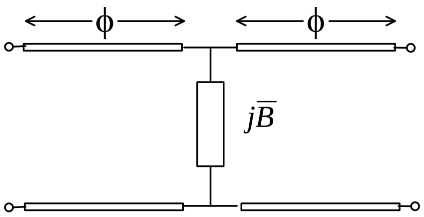
1. Transformació passa-baixos / passa-banda: $\dfrac{\omega'}{\omega_1'} = \dfrac{1}{w}\left(\dfrac{f}{f_0} - \dfrac{f_0}{f}\right)$.

2. $\bar{K}_{01} = \sqrt{\dfrac{\pi w}{2\omega_1' g_0 g_1}}$, $\bar{K}_{i\,i+1} = \dfrac{\pi w}{2\omega_1'\sqrt{g_i g_{i+1}}}$, $\bar{K}_{n\,n+1} = \sqrt{\dfrac{\pi w}{2\omega_1' g_n g_{n+1}}}$

3. Elements del prototip passa-baixos per a filtres de Chebyscheff d'$1\ dB$ d'arrissat i $g_0 = 1$, $\omega_1' = 1$

Ordre n del filtre	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11
1	1.0178	1.0000									
2	1.8220	0.6850	2.6599								
3	2.0237	0.9941	2.0237	1.0000							
4	2.0991	1.0644	2.8312	0.7892	2.6599						
5	2.1350	1.0911	3.0010	1.0911	2.1350	1.0000					
6	2.1547	1.1041	3.0635	1.1518	2.9368	0.8101	2.6599				
7	2.1666	1.1115	3.0937	1.1735	3.0937	1.1115	2.1666	1.0000			
8	2.1744	1.1161	3.1108	1.1838	3.1488	1.1695	2.9686	0.8175	2.6599		
9	2.1798	1.1192	3.1215	1.1896	3.1747	1.1896	3.1215	1.1192	2.1798	1.0000	
10	2.1836	1.1213	3.1287	1.1933	3.1891	1.1990	3.1739	1.1763	2.9825	0.8210	2.6599

4. Fórmules de l'inversor d'impedància fet amb una susceptància en paral·lel:



$$\phi = \frac{1}{2} arctg \frac{2}{\overline{B}}$$

$$\left|\overline{B}\right| = \frac{1-\overline{K}^2}{\overline{K}}$$

5. La susceptància d'entrada d'un stub en curtcircuit de longitud l_s i impedància característica Z_{0s} és $B_{in} = -\frac{1}{Z_{0s}} ctg \beta l_s$, amb β la constant de fase de la línia del stub.

6. Fórmules aproximades de síntesi de stripline:

$\frac{a}{b} = x$ (si $\sqrt{\varepsilon_r} Z_0 < 120\ \Omega$) ; $\frac{a}{b} = 0.85 - \sqrt{0.6 - x}$ (si $\sqrt{\varepsilon_r} Z_0 > 120\ \Omega$) ; $x = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r} Z_0} - 0.441$ amb Z_0 en Ω

RESOLUCIÓ PROBLEMA 3

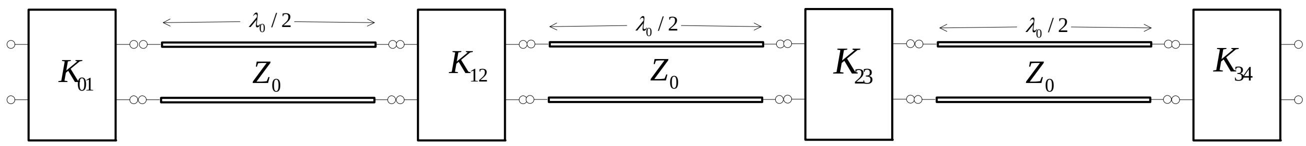
a) Determineu l'ordre mínim necessari del filtre.

Fent servir la transformació pas-baix / pas-banda $\frac{\omega'}{\omega_1'} = \frac{1}{w}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)$, tenim que per $w = 0.12$, $f_0 = 4\ GHz$ i $f = 3.6\ GHz$, $\underline{\underline{\frac{\omega'}{\omega_1'} = -1.76}}$. Per altra banda banda, si $L_{AR} = 1dB$, tenim $\underline{\underline{\varepsilon = 10^{L_{AR}/10} - 1 = 10^{0.1} - 1 = 0.259}}$. La pèrdua d'inserció (rebuig) en dB del filtre per a $\frac{\omega'}{\omega_1'} = -1.76$ serà doncs

$L_A = 10\log\left\{1 + 0.259\cosh^2\left[n\cosh^{-1}(1.76)\right]\right\} = 10\log\left[1 + 0.259\cosh^2(1.17n)\right] \Rightarrow$ n ha de ser l'enter més petit que satisfaci $\underline{\underline{n > \frac{1}{1.17}\cosh^{-1}\sqrt{\frac{10^{L_a/10}-1}{0.259}} = \{L_A = 15\ dB\} = 2.63}}$. Així, $\boxed{n = 3}$.

b) Si el filtre es realitza amb línies de transmissió en $\lambda_0/2$ i inversors d'impedància, dibuixeu esquemàticament l'estructura del filtre, amb el nombre d'inversors i de seccions de línia que correspongui al resultat de l'apartat anterior.

) Cal 3 seccions de línia i 4 inversors:



c) Calculeu les constants normalitzades dels inversors d'impedància.

De la taula dels valors dels elements dels prototips pas-baix per a filtres de Chebyscheff d'$1\ dB$ d'arrissat per a *n*=3 tenim $g_1 = 2.0237$, $g_2 = 0.9941$, $g_3 = 2.0237$, $g_4 = 1$, cosa que ens porta a una estructura simètrica amb

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{K}_{01} = \bar{K}_{34} &= \sqrt{\frac{\pi \times 0.12}{2 \times 2.0237}} = 0.305 \\ \bar{K}_{12} = \bar{K}_{23} &= \frac{\pi \times 0.12}{2\sqrt{2.0237 \times 0.9941}} = 0.133 \end{aligned}}$$

d) Si el filtre es fa en stripline i els inversors d'impedància es realitzen amb stubs simètrics molt fins i molt curts curtcircuitats (vegeu figura), calculeu les susceptàncies normalitzades que ha de presentar cadascun dels stubs de cada parell.

Segons la fórmula general que relaciona el valor absolut de la susceptància en paral·lel amb la constant de l'inversor, $\left|\bar{B}\right| = \dfrac{1-\bar{K}^2}{\bar{K}^2}$. Ara bé, stubs molt curts acabats en curtcircuit donaran susceptàncies negatives; per tant, les susceptàncies normalitzades de cada parell de stubs en paral·lel hauran de ser

$$\bar{B}_{01} = \bar{B}_{34} = \frac{\bar{K}_{01}^2 - 1}{\bar{K}_{01}} = -2.97$$

$$\bar{B}_{12} = \bar{B}_{23} = \frac{\bar{K}_{12}^2 - 1}{\bar{K}_{12}} = -7.39$$

Per tant, cada stub del parell en paral·lel haurà d'aportar la meitat de la susceptància total:

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{B}_{s01} = \bar{B}_{s34} &= \frac{\bar{B}_{01}}{2} = -1.49 \\ \bar{B}_{s12} = \bar{B}_{s23} &= \frac{\bar{B}_{12}}{2} = -3.69 \end{aligned}}$$

e) Si el filtre es realitza en stripline en un substrat de $\varepsilon_r = 2.17$ i gruix $b = 0.508\ mm$ (vegeu figura) i per a una impedància de referència $Z_0 = 50\Omega$, calculeu aproximadament la llargada dels diferents stubs que formen els inversors d'impedància sabent que la impedància característica dels stubs és $Z_{0s} = 100\Omega$

Coneixent la susceptància que ha de proporcional el stub, la seva impedància característica i la seva constant de fase, la llargada es determina com

$$\underline{\underline{l_s = \frac{1}{\beta}\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{B_s Z_{0s}}\right) = \frac{v_p}{\omega_0}\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{B_s Z_{0s}}\right) = \frac{c}{2\pi f_0\sqrt{\varepsilon_r}}\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{B_s Z_{0s}}\right)}}$$

Per altra banda, les susceptàncies dels stubs desnormalitzades respecte de $Z_0 = 50\ \Omega$ valdran

$$B_{s01} = B_{s34} = \frac{\overline{B}_{s01}}{Z_0} = -\frac{1.49}{50} = -0.030\ S$$

$$\underline{\underline{B_{s12} = B_{s23} = \frac{\overline{B}_{s12}}{Z_0} = -\frac{3.69}{50} = -0.074\ S}}$$

I tenint en compte que $f_0 = 4\ GHz$ i $\varepsilon_r = 2.17$, les longituds per als stubs dels primer i quart parells les trobem com

$$\boxed{\begin{aligned} l_{s01} = l_{s34} &= \frac{c}{2\pi f_0\sqrt{\varepsilon_r}}\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{B_{s01}Z_{0s}}\right) = \frac{3\times10^8}{2\pi\times4\times10^9\sqrt{2.17}}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{0.030\times100}\right) = \\ &= 2.61\times10^{-3} m = 2.61\ mm \end{aligned}}$$

Igualment

$$\boxed{\begin{aligned} l_{s12} = l_{s23} &= \frac{c}{2\pi f_0\sqrt{\varepsilon_r}}\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{B_{s12}Z_{0s}}\right) = \frac{3\times10^8}{2\pi\times4\times10^9\sqrt{2.17}}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{0.074\times100}\right) = \\ &= 1.09\times10^{-3} m = 1.09\ mm \end{aligned}}$$

f) Calculeu l'amplada i la llargada aproximades de les línies entre cada parell de stubs, sabent que són d'impedància característica $Z_0 = 50\Omega$.

Les línies han de ser d'impedància característica $Z_0 = 50\ \Omega$. Com que $\varepsilon_r = 2.17$, tenim $\underline{\underline{\sqrt{\varepsilon_r}Z_0 = \sqrt{2.17}\times50 = 73.65\ \Omega < 120\ \Omega}}$, per tant la seva amplada a vindrà donada per $\underline{\underline{a = b\,x = 0.508\,x\ mm}}$, amb $\underline{\underline{x = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}Z_0} - 0.441 = \frac{30\pi}{\sqrt{2.17}\times50} - 0.441 = 0.84}}$, de manera que l'amplada de les línies haurà de ser $\boxed{a = 0.508\times0.84 = 0.43\ mm}$.

Per determinar les seves longituds, cal saber les longituds associades als inversors d'impedància, donades de manera genèrica per $\underline{\underline{l_i = \frac{\lambda_0}{4\pi}arctg\frac{2}{\overline{B}} = \frac{c}{4\pi\sqrt{\varepsilon_r}f_0}arctg\frac{2}{\overline{B}}}}$

Això dóna per al primer i quart inversors

$$\underline{\underline{l_{i01} = l_{i34} = \frac{c}{4\pi\sqrt{2.17}f_0}arctg\frac{2}{\overline{B}_{01}} = -\frac{3\times10^8}{4\pi\sqrt{2.17}\times4\times10^9}arctg\frac{2}{2.97} = -2.40\ mm}},$$

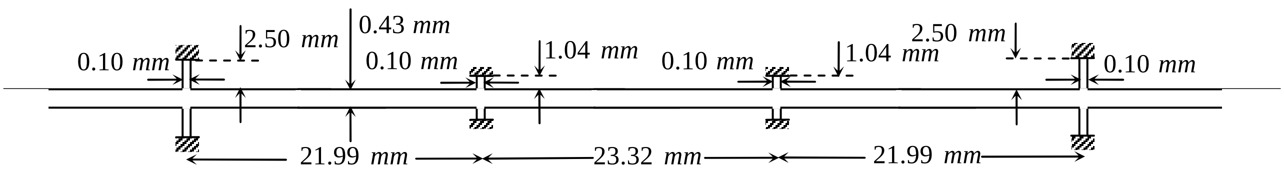
i per al segon i tercer

$$l_{i12} = l_{i23} = \frac{c}{4\pi\sqrt{2.17}\, f_0} \, arctg \frac{2}{\overline{B}_{12}} = -\frac{3\times 10^8}{4\pi\sqrt{2.17}\times 4\times 10^9} \, arctg \frac{2}{7.39} = -1.07 \; mm \, .$$

Així, la llargada de la primera i tercera línies haurà de ser

$$\boxed{l_1 = l_3 = \frac{\lambda_0}{2} + l_{i01} + l_{i12} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_3}\, f_0} + l_{i01} + l_{i12} = 25.46 - 2.40 - 1.07 = 21.99 \; mm},$$

i la de la segona



$$\boxed{l_2 = \frac{\lambda_0}{2} + 2l_{i12} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_3}\, f_0} + 2\,l_{i12} = 25.46 - 2\times 1.07 = 23.32 \; mm}$$

PROBLEMA 4

El circuit de la figura mostra l'esquema d'un amplificador a 3 GHz realitzat en microstrip. El transistor presenta els següents paràmetres S i de soroll (referits a Z_0 = 50 Ω):

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.876_{<-60,8^{o}} & 0.056_{<54,2^{o}} \\ 5,117_{<123^{o}} & 0.564_{<-39,1^{o}} \end{bmatrix} \; ; \quad F_{min} = 0.315 \text{ dB} \; ; \quad \Gamma_{opt} = 0.78_{<51^{o}}$$

A les Carta de Smith adjunta es representen els cercles d'estabilitat del transistor i alguns cercles de Guany i de Factor de Soroll constant. Amb aquestes dades, es demana:

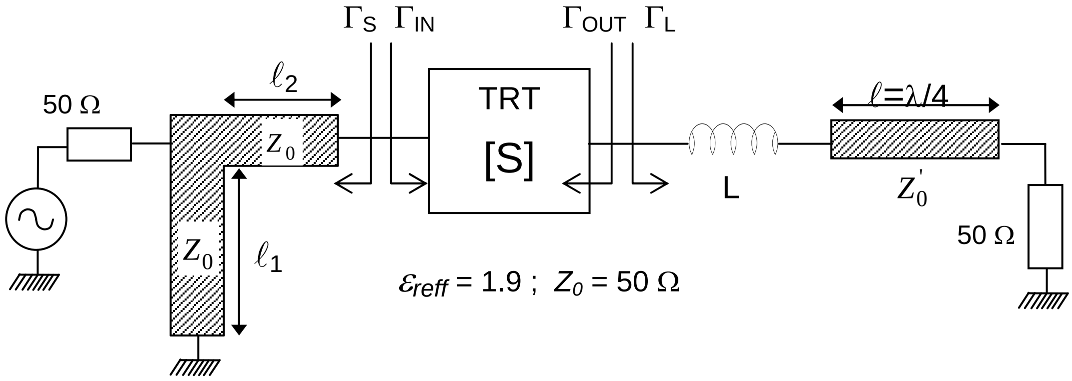
a) Calcular el guany de transferència de potència unilateral màxim $G_{TUmàx}$ pel transistor indicat. Quins són els valors que han de tenir Γ_S i Γ_L per poder obtenir-lo ?

b) Calculi les longituds ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ (en mm), els valors de L i de Z_0' necessaris a les xarxes d'adaptació per assolir el $G_{Tumàx}$. Quan val el factor de soroll assolit ? Raoni la resposta.

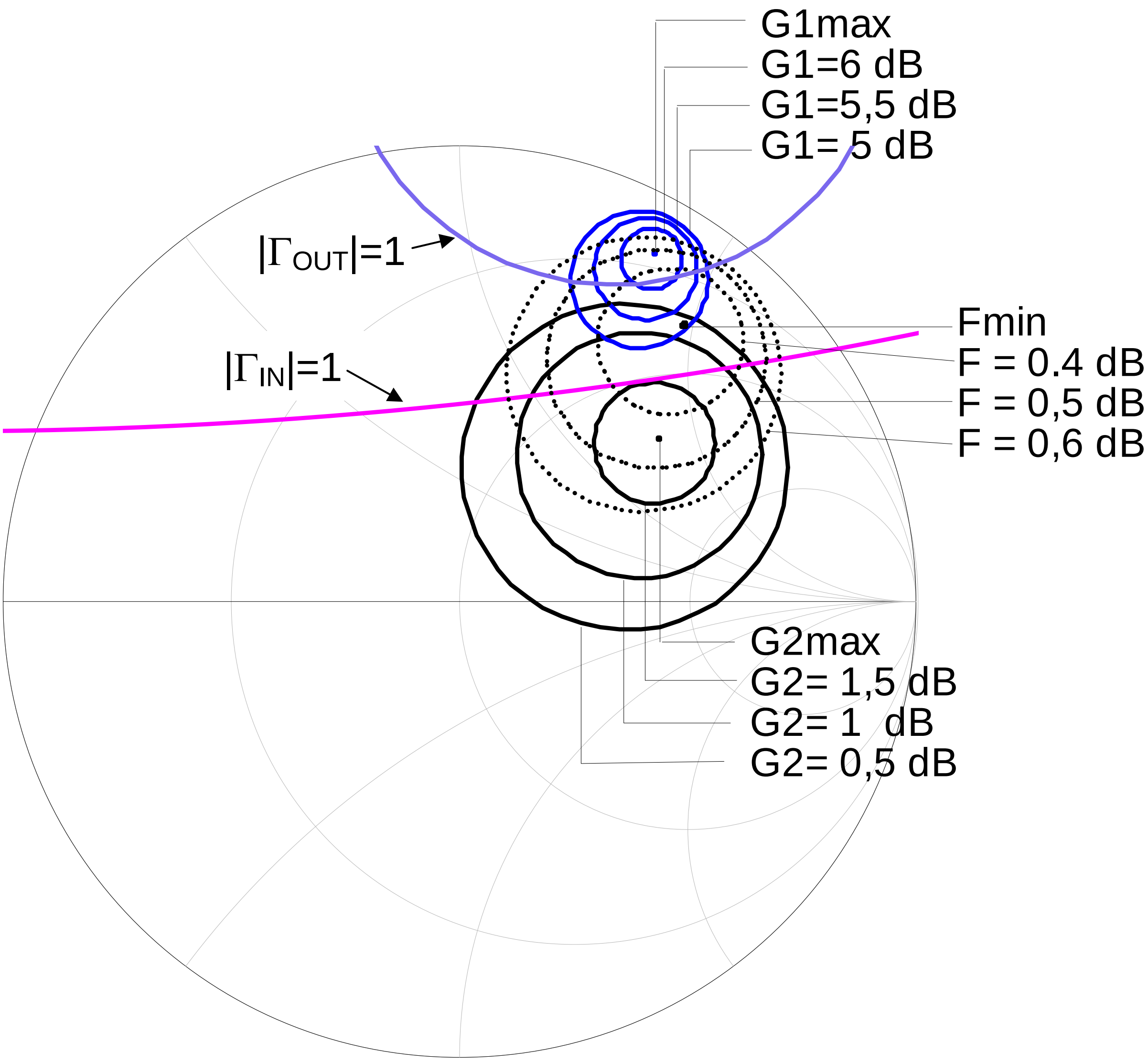
c) Quins són els valors que han de tenir Γ_S i Γ_L per obtenir un disseny de mínim soroll (mantenint el máxim guany unilateral possible compatible amb aquesta condició) ? Quan val en aquest cas el guany unilateral ? Raoni la resposta.

d) Recalcular els valors dels elements de les xarxes d'adaptació pel disseny de l'apartat c).

e) Són estables els dissenys realitzats als apartats b) i c) ? Raoni la resposta. Si no ho són, indiqui un possible valor de Γ_S i Γ_L per assegurar l'estabilitat.



$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_L|^2\right)\left(1-|\Gamma_s|^2\right)}{\left|(1-S_{11}\Gamma_s)(1-S_{22}\Gamma_L)-S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_s\right|^2}$$



RESOLUCIÓ PROBLEMA 4

a) Calcular el guany de transferència de potència unilateral màxim $G_{TUmàx}$ pel transistor indicat. Quins són els valors que han de tenir Γ_S i Γ_L per poder obtenir-lo ?

$$G_{TUmax} = \frac{|S_{21}|^2}{(1-|S_{11}|^2)(1-|S_{22}|^2)} = 165{,}1 \longrightarrow 22{,}17dB$$

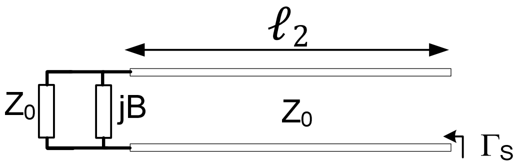
O també:

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 14{,}8dB$$
$$G_{Smax} = \frac{1}{(1-|S_{11}|^2)} = 6{,}33dB$$
$$G_{Lmax} = \frac{1}{(1-|S_{22}|^2)} = 1{,}66dB$$

Per obtener-ho, ha de ser:

$$\Gamma_S = S_{11}^*$$
$$\Gamma_L = S_{22}^*$$

b) Calculi les longituds ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ (en mm), els valors de L i de $Z_0^{'}$ necessaris a les xarxes d'adaptació per assolir el $G_{Tumàx}$. Quan val el factor de soroll assolit ? Raoni la resposta.



Ha de ser:

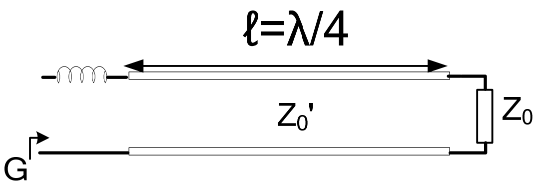
$$\Gamma_S = S_{11}^* = 0.876_{\angle 60{,}8^\circ}$$

Situem Γ_S a la Carta de Smith ($\bar{Z}_S = 0{,}3 + j1{,}7$,) passem a admitàncies($\bar{Y}_S = 0{,}09 - j0{,}58$) i ens movem cap a càrrega fins que la part real de la admitancia normalitzada sigui igual a 1. Tenim dues solucions

$$\bar{Y}_1 = \begin{cases} 1 - j3{,}7 \longrightarrow \dfrac{\ell_2}{\lambda} = 0{,}415 - 0{,}29 = 0{,}125 \rightarrow \ell_2 = 9{,}06mm \\ 1 + j3{,}7 \longrightarrow \dfrac{\ell_2}{\lambda} = 0{,}415 - 0{,}21 = 0{,}205 \rightarrow \ell_2 = 14{,}9mm \end{cases}$$

$$\begin{cases} Si\ \ell_2 = 0{,}125\lambda \rightarrow \dfrac{\ell_1}{\lambda} = 0{,}292 - 0{,}25 = 0{,}042 \rightarrow \ell_1 = 3{,}04mm \\ Si\ \ell_2 = 0{,}205\lambda \rightarrow \dfrac{\ell_1}{\lambda} = 0{,}208 + 0{,}25 = 0{,}458 \rightarrow \ell_1 = 33{,}2mm \end{cases}$$

Per a la xarxa de sortida:



$$\Gamma_L = S_{22}^* = 0.564_{\angle 39{,}1^\circ}$$

A partir de Γ_L , trobem la impedancia normalitzada corresponen: $\bar{Z}_L = 1{,}55 + j1{,}65$ La bobina sintetitza la part imaginària, per tant:

$$\bar{X} = 1{,}65 = \frac{2\pi f L}{Z_0} \longrightarrow L = 4{,}377nH$$

Llavors $Z_1 = 1{,}55 * 50\Omega = 77{,}5 = \frac{Z_0'^2}{Z_0} \longrightarrow Z_0' = 62{,}25\Omega$

Per saber el factor de soroll assolit, situem el valor de Γ_S a la Carta de Smith i veiem que F=0,5dB.

c) Quins són els valors que han de tenir Γ_S i Γ_L per obtenir un disseny de mínim soroll (mantenint el máxim guany unilateral possible compatible amb aquesta condició) ? Quan val en aquest cas el guany unilateral ? Raoni la resposta.

Per a l'entrada el valor ha de ser el óptim per a soroll mínim:

$$\Gamma_S = \Gamma_{opt} = 0.78_{\angle 51^\circ}$$

Mirant la Carta de Smith, per a aquest valor, Gs=5dB

Per a la sortida, es pot mantenir la condició de màxim guany a la sortida:G_L=G_{Lmax}

$$\Gamma_L = S_{22}^* = 0.564_{\angle 39{,}1^\circ}$$

El màxim guany llavors és:

$$G_{TU} = 5 + 14{,}8 + 1{,}66 = 20{,}84dB$$

d) Recalcular els valors dels elements de les xarxes d'adaptació pel disseny de l'apartat c).

La xarxa de sortida no canvia. Per a la xarxa d'entrada:

$$\Gamma_S = 0.78_{\angle 51^\circ}$$

Situem Γ_S a la Carta de Smith, passem a admitàncies($\bar{Y}_S = 0{,}15 - j0{,}47$) i ens movem cap a càrrega fins que la part real de la admitancia normalitzada sigui igual a 1. Tenim dues solucions

$$\bar{Y}_1 = \begin{cases} 1 - j2{,}5 \longrightarrow \dfrac{\ell_2}{\lambda} = 0{,}429 - 0{,}302 = 0{,}127 \rightarrow \ell_2 = 9{,}2mm \\ 1 + j2{,}5 \longrightarrow \dfrac{\ell_2}{\lambda} = 0{,}429 - 0{,}196 = 0{,}233 \rightarrow \ell_2 = 16{,}9mm \end{cases}$$

$$\begin{cases} Si\ \ell_2 = 0{,}127\lambda \rightarrow \dfrac{\ell_1}{\lambda} = 0{,}31 - 0{,}25 = 0{,}06 \rightarrow \ell_1 = 4{,}35\ mm \\ Si\ \ell_2 = 0{,}205\lambda \rightarrow \dfrac{\ell_1}{\lambda} = 0{,}189 + 0{,}25 = 0{,}439 \rightarrow \ell_1 = 31{,}8mm \end{cases}$$

e) Són estables els dissenys realitzats als apartats b) i c) ? Raoni la resposta. Si no ho són, indiqui un possible valor de Γ_S i Γ_L per assegurar l'estabilitat.

El disseny de l'apartat b) no és estable doncs el valor de màxim guany a l'entrada queda dins del cercle de $|\Gamma_{out}| > 1$. Per a la sortida no hi hauria problema doncs el màxim guany a la sortida queda a la zona $|\Gamma_{in}| < 1$

El disseny de l'apartat c) en canvi el valor de Γ_{opt} queda a la zona estable, $|\Gamma_{out}| < 1$, per tant és estable tant a l'entrada com a la sortida.