

<p>ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ</p> <p>EXAMEN FINAL DE CAMPS ELECTROMAGNÈTICS</p> <p><b>Professors:</b> D. Artigas, F. Canal, F. Dios, J. Recolons</p>	
Data: 21.1.98	Durada: 3h.
Publicació notes: 30 de gener	

**NOTA:** Escolliu tres problemes dels quatre proposats.

### Problema 1 (Ecuaciones de Maxwell)

En un medio material se propaga un campo eléctrico de fasor:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \left[ 3 e^{-jbz} e^{-az} + e^{jbz} e^{az} \right] \hat{y} \quad V/m$$

donde **b** es la constante de propagación, **a** el coeficiente de atenuación, la pulsación es  $\omega = 10^8 \text{ rad/s}$ ,  $\epsilon_r = 19.5$  y  $\mu = 4\mu_0 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ . Si realizamos una medida del vector de Poynting, en  $z = 0$  obtenemos  $P = 0.05 \text{ W/m}^2$  y en  $z = 1 \text{ m}$  es nulo. Hallar:

- La constante de propagación **b** y el coeficiente de atenuación **a**.
- La densidad de corriente volumica y la conductividad considerando que todas la pérdidas son por conducción.

**Nota:** Un medio con pérdidas es aquel en el que el vector de Poynting medio de una onda decrece con la distancia. En el caso que nos ocupa, es debido a que el medio posee una cierta conductividad y por lo tanto se inducen corrientes que disipan energía (pérdidas por conducción).

### Problema 2 (Polarización e incidencia de ondas planas)

Una onda plana uniforme de frecuencia  $f = 180 \text{ MHz}$  tiene por fasor campo eléctrico:

$$\vec{E}_i(\vec{r}) = E_{0i} \left\{ \frac{3}{2} j(\hat{x} - 2\hat{z}) + 2\sqrt{5}\hat{y} \right\} \exp(-j\vec{k}_i \cdot \vec{r})$$

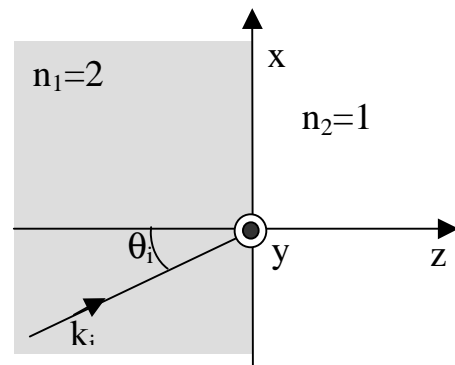
Esta onda incide oblicuamente desde un medio dieléctrico perfecto no magnético con índice de refracción  $n_1=2$  sobre el espacio vacío.

- ¿Cuál es la polarización y sentido de la onda incidente?
- Calcular el ángulo de Brewster y el ángulo crítico del sistema.
- Obtener el valor del ángulo de incidencia  $q_i$ .
- Escribir los vectores de onda para las ondas incidente, reflejada y transmitida.
- Obtener los valores de los coeficientes  $r_{||}$  y  $r_{\perp}$  en esta situación.
- Calcular el fasor campo eléctrico de la onda reflejada.
- ¿Cuál es la polarización y sentido de la onda reflejada?

**NOTA:** Fórmulas de Fresnel:

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos q_i - n_2 \cos q_t}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t} \quad t_{\perp} = \frac{2n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t}$$

$$r_{||} = \frac{n_1 \cos q_t - n_2 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i} \quad t_{||} = \frac{2n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i}$$



### Problema 3 (Guías de onda)

Considérese una guía de ondas rectangular, de paredes conductoras, tal como se muestra en la figura 2. Para una frecuencia de 10 GHz calcule el número de modos que pueden propagarse en la guía en los dos casos siguientes:

- si  $\mu = \mu_0$ ;
- si  $\mu = 9 \mu_0$ .

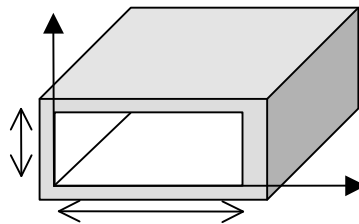


Fig.2

Un método habitual para aumentar el número de modos admitidos por la guía, sin variar la frecuencia, consiste en introducir una lámina dieléctrica. Tómese una guía como la de la figura 3, donde sólo una parte de su interior está ocupado por el dieléctrico. Tendremos una situación intermedia entre los casos a) y b) descritos anteriormente. El campo eléctrico de los modos del tipo  $TE_{m0}$  tiene ahora la forma:

$$E_x = E_z = 0 \quad ; \quad E_y(x, z) = \begin{cases} (A \operatorname{sen} a_1 x + B \cos a_1 x) e^{-jbz} & (0 \leq x \leq d) \\ (C \operatorname{sen} a_2 x + D \cos a_2 x) e^{-jbz} & (d \leq x \leq a) \end{cases}$$

- c) Calcular el valor *máximo* que pueden tomar las constantes  $a_1$  y  $a_2$  para que se satisfaga la ecuación de onda en ambas regiones, (en el caso de modos guiados);
- d) Obtener las *cuatro* relaciones en las que intervienen las constantes  $A, B, C, D, a_1$  y  $a_2$  que se derivan de las condiciones de contorno aplicables a este problema;
- e) A partir de las expresiones anteriores se llega a una ecuación de dispersión (no resoluble analíticamente) en la que intervienen las constantes  $a, d, a_1$  y  $a_2$ . Escribala.
- f) Se comprueba que con  $a=0.02$  m. y los valores extremos de  $a_1$  y  $a_2$  obtenidos en el apartado c) son posibles los valores  $d=0,75$  cm y  $d=1,5$  cm para satisfacer la ecuación de la guía. ¿Qué información puede obtenerse de esos datos?, o dicho de otra forma ¿qué tienen de particular esos valores?

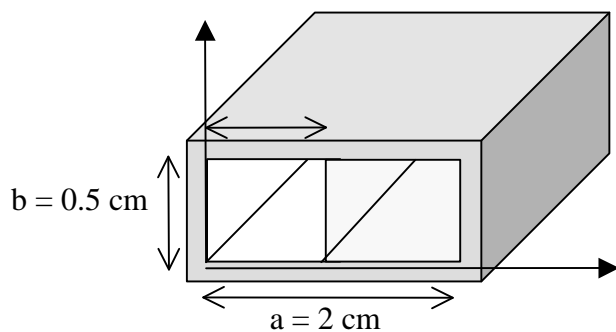


Fig. 3

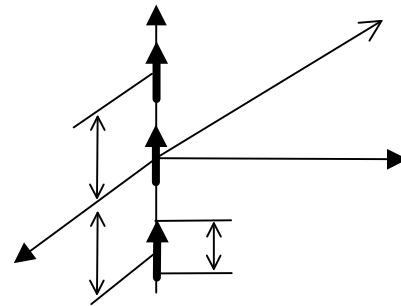


Fig. 4

#### Problema 4 (Radiación)

Un sistema radiante está formado por tres dipolos cortos, alineados verticalmente, y separados una distancia  $d$ , con las corrientes idénticas y en fase, de amplitud  $I_0$  (en R.S.P). El campo radiado a grandes distancias por un único dipolo es:

$$\vec{E}_{rad}(\vec{r}) = \frac{jk}{4\pi} \mathbf{h} \frac{I_0 h}{r} \sin \theta e^{-jkr} e^{jk\vec{r}_0 \cdot \hat{\mathbf{q}}} \hat{\mathbf{q}}$$

donde  $\vec{r}_0$  indica la posición del dipolo respecto al origen de coordenadas.

- a) Calcule el campo eléctrico radiado por todo el sistema a grandes distancias.
- b) Obtenga el vector de Poynting medio.
- c) Calcule el diagrama de radiación para  $d = \lambda$ .
- d) Calcule los ceros del diagrama de radiación y dibuje una sección del mismo en el plano vertical.