ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Senyals i Sistemes I **Examen Final P04: 7 de juny de 2004** **Duració: 3 hores**

No es permet l'ús de calculadores, llibres o apunts. Les respostes de diferents exercicis s'han d'entregar en fulls separats.

La data de publicació de les notes s'anunciarà mitjançant el campus digital

---

Problema 1.- Sigui el sistema de la figura 1.1

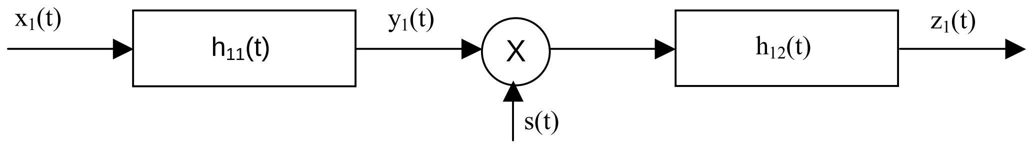

Figura 1.1

a) Analitzi les propietats de linealitat, invariància, causalitat i estabilitat del sistema global, és a dir del sistema T_1 que relaciona $z_1(t)$ amb $x_1(t)$: $z_1(t)=T_1[x_1(t)]$, essent:

$$h_{11}(t)=\prod\left(\frac{t}{8T}\right),\ h_{12}(t)=\delta(t-T),\ s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2nT)$$

b) Trobi la sortida $z_1(t)$ per $x_1(t)=\prod\left(\frac{t}{8T}\right)$, utilitzant $h_{11}(t)$, $h_{12}(t)$ i $s(t)$ de l'apartat anterior.

L'esquema anterior es pot utilitzar per multiplexar dos senyals en el domini temporal. Per això, es construeix el sistema que es mostra en la figura 1.2.

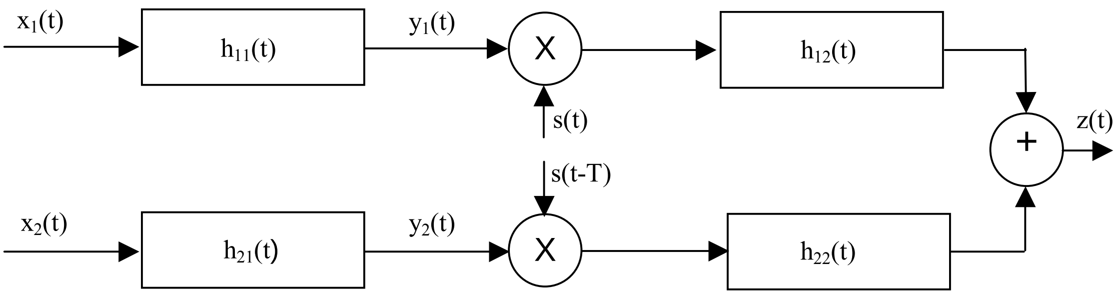

Figura 1.2

amb $h_{12}(t)=\delta(t)$, $h_{22}(t)=\delta(t)$, $s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2nT)$

Suposi pels apartats c), d) i e) que $h_{11}(t)=\delta(t)$, $h_{21}(t)=\delta(t)$

c) Dibuixi la sortida z(t) pel cas particular $x_1(t)=\prod\left(\frac{t}{8T}\right)$ i $x_2(t)=\Lambda\left(\frac{t}{8T}\right)$

d) Trobi la sortida del sistema en el domini freqüencial Z(f) en funció de $X_1(f)$ i $X_2(f)$.

e) En general, donat un valor de T, quin és l'ampla de banda màxim de $X_1(f)$ i $X_2(f)$ per poder recuperar aquest dos senyals sense pèrdues a partir de Z(f)? Dissenyi un sistema, proposant un diagrama de blocs, per recuperar separadament els senyals $x_1(t)$ i $x_2(t)$ a partir de z(t).

f) Els filtres $h_{11}(t)$ i $h_{21}(t)$ poden actuar com a filtres antialiasing. Expliqui perquè serveix un filtre antialiasing. Proposi i justifiqui una expressió per aquests dos filtres en funció de T (suposi'ls ideals). Per aquesta situació, obtingui i dibuixi aproximadament el mòdul de Z(f) pels senyals definits a l'apartat c).

Problema 2.- Es desitja dissenyar un dispositiu triplicador de freqüència per tons purs. El triplicador en qüestió ve descrit per la relació T[.] :

$$T[A\cos(2\pi f_0 t)] \quad = \quad B\cos(2\pi(3f_0)t)$$

Interessa que el dispositiu pugui operar correctament dins d'un determinat marge d'amplituds A i de freqüències f_0. Per això, s'examinaran les següents alternatives:

Alternativa 1

1) Donat l'esquema de la figura 2.1, trobi el valor de β, en funció de la resta de paràmetres, per tal de que l'esquema operi com un triplicador de freqüència. En l'expressió resultant, verifiqui que β no depèn de la freqüència f_0 del to d'entrada però sí de l'amplitud A del to d'entrada.

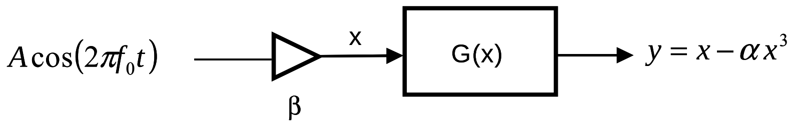

Figura 2.1

Alternativa 2

2) Donat l'esquema de la figura 2.2, trobi els valors de f_h i de D_h, en funció de la resta de paràmetres, per tal de que l'esquema operi com un triplicador de freqüència. A diferència de l'alternativa 1, raoni (o bé verifiqui sobre l'expressió resultant) que el dispositiu opera com a triplicador de freqüència independentment de l'amplitud A d'entrada, però no independentment de la freqüència f_0 del to d'entrada.

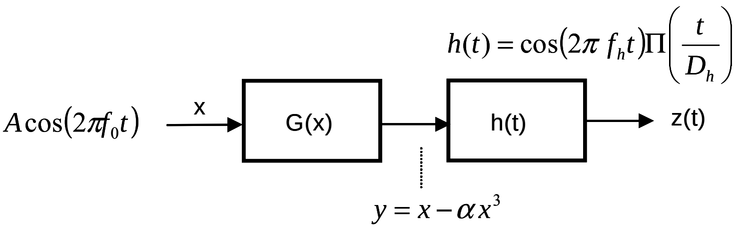

Figura 2.2

Alternativa 3

3) Per millorar les prestacions de les alternatives 1 i 2, es proposa l'alternativa 3 (figura 2.3) per permetre que el dispositiu operi sobre un marge d'amplituds A i freqüències f_0 del to d'entrada. Es demana que determini:

a) El valor de la constant β de l'esquema de la figura 2.3. Verifiqui en l'expressió resultant que el comportament és independent de la freqüència i de l'amplitud del to d'entrada.
b) El marge de freqüències $F_1 \leq f_0 \leq F_2$ en funció de la banda B del filtre H(f) en el qual el dispositiu opera com a triplicador de freqüència.

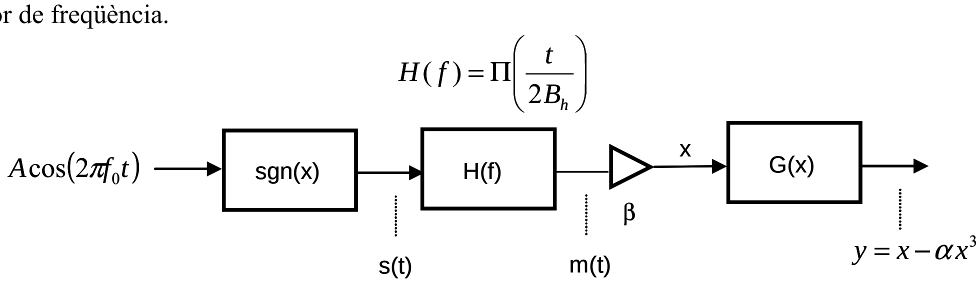

Figura 2.3

4) Analitzi el rendiment en potència de cadascun dels subsistemes de la figura 2.3. És a dir, calculi la relació entre la potència de sortida i la potència d'entrada de cadascun dels blocs de la figura 2.3. Obtingui també la correlació creuada entrada-sortida pel sistema global.

Problema 3.- Suposi's un filtre de banda eliminada que presenta les següents característiques:

- Comportament maximalment pla a les bandes de pas.
- Comportament d'arrissament constant a la banda atenuada.
- Obtingut per transformació de freqüència a partir d'un prototipus pas baix.
- Pulsacions de tall a α_p=3 dB: ω_{p1}=1 i ω_{p2}=2.5.
- Ordre del filtre: 6.
- Zero de transmissió a la pulsació $\sqrt{3}$.

Es demana:

a) Dibuixi de forma aproximada les gràfiques d'atenuació del prototipus α(Ω) i del filtre α(ω), indicant-hi els valors donats a les especificacions anteriors. Indiqui també la posició aproximada de Ω_a (pulsació límit de la banda atenuada del prototipus).
b) Dedueixi l'expressió matemàtica que permet calcular la posició dels zeros de transmissió del prototipus a partir de Ω_a i del seu ordre.
c) Trobi el valor de Ω_a.
d) Doni el valor de tots els zeros de transmissió del prototipus, així com la pulsació de tall a 3 dB Ω_p.
e) Obtingui l'expressió completa de la funció característica del prototipus $F(\Omega^2)$.
f) Calculi tots els zeros d'atenuació i de transmissió del filtre de banda eliminada.
g) Calculi l'amplada de la banda atenuada del filtre de banda eliminada i el valor mínim de l'atenuació en aquesta banda. Torni a dibuixar α(ω) ara però de forma més exacta, mostrant els valors que ha calculat.

Deixi indicat tots els càlculs numèrics que requeririen l'ús de calculadora, però només aquests.