________________________ , _______________

cognoms nom

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Assignatura: PROCESSAMENT DE SENYAL Data: 3 de juliol de 1997

Professors: J.B. Mariño, C. Nadeu i J. Vidal **Temps: 2,5 h.**

Qüestions (3 punts, 1 punt per qüestió)

Responeu-les en aquest mateix full, sense superar l'espai assignat a cada qüestió.

1. Diseñamos un sistema de compresión de imágenes de 256x256 basado en la transformada KL sobre bloques de 8x8. Nos planteamos la posibilidad de cuantificar los coeficientes transformados (calculados como $X_i^j = \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_j \quad i = 1,...,64$ para cada uno de los bloques $\mathbf{x}_j$ de la imagen j =1,…,32^2) de forma diferencial dentro de cada bloque, es decir, $\hat{X}_1^j = Q[X_1^j] \quad \hat{X}_i^j = Q[X_i^j - a \ X_{i-1}^j] \quad i = 2,...,64 \quad \forall j$

   a) ¿Podemos ganar algo en compresión? Demuéstrelo.

   b) ¿Ganaríamos en compresión si cuantificáramos cada uno de los coeficientes diferencialmente entre bloques, es decir, $\hat{X}_i^1 = Q[X_i^1] \quad \hat{X}_i^j = Q[X_i^j - b \ X_i^{j-1}] \quad j = 2,...,32^2 \quad \forall i$? Razónese.

2. En el esquema de codificación de voz de análisis por síntesis de la figura 1, comente muy brevemente cual es el papel que juegan los bloques 1 y 2.

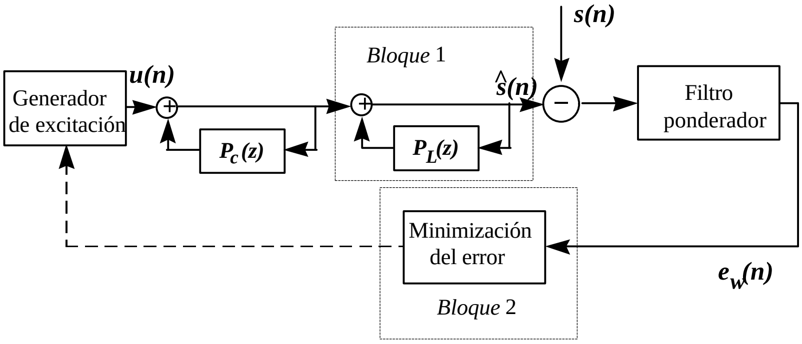


Figura 1

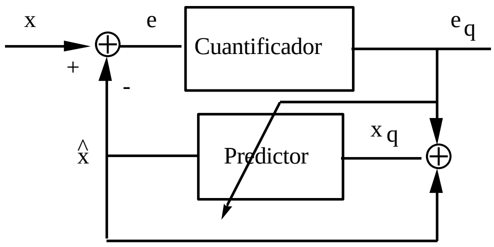
3. Se desea estimar el espectro de una secuencia de N muestras. Para ello se convoluciona su periodograma con la transformada de Fourier de la ventana triangular de duracion M muestras. Se pide:

   a) ¿Como afecta a la varianza del estimador la relación entre los valores de M y N?

   b) ¿Para qué valor de M se obtiene la máxima varianza? ¿Qué podemos decir del sesgo en ese caso?

   c) ¿Está relacionado este estimador con el estimador sesgado del periodograma?

Problema 1 (4 punts)



La figura muestra el esquema de codificación DPCM en el que el predictor se ha hecho adaptativo. Como se indica en la figura la predicción se realiza a partir de la señal codificada $x_q(n)$ y la adaptación mediante el error de predicción cuantificado $e_q(n)$.

a) Demuestre que el error en la codificación

$$\varepsilon(n) = x(n) - x_q(n)$$

es igual al error en la cuantificación

$$\varepsilon_q(n) = e(n) - e_q(n)$$

Exprese la relación señal a ruido S/N de codificación en función de la ganancia de predicción G_p y la relación señal a ruido S/N_q de cuantificación.

b) Escriba la relación entrada-salida del predictor y la ecuación de adaptación de su respuesta impulsional.

En la situación de la figura el predictor puede interpretarse como un filtro de Wiener que minimiza $e_q(n)$ con $x_q(n)$ como dato.

c) Exprese $e_q(n)$ en función de x(n), la respuesta del predictor y el error de cuantificación $\varepsilon_q(n)$. Compruebe que $e_q(n)$ puede interpretarse como el error de predicción de $x_q(n)$ a partir de muestras anteriores.

d) Suponiendo que $\varepsilon_q(n)$ es blanco con potencia σ_q^2 e incorrelado con x(n), obtenga la correlación de $x_q(n)$. Escriba las ecuaciones que permiten obtener el predictor con el error cuadrático medio mínimo.

e) Obtenga el predictor óptimo de orden 1 y la potencia del error de predicción. Determine la relación señal a ruido de codificación, cuando $r_x(0) >> \sigma_q^2$ (relación señal a ruido alta), en función de la ganancia de predicción del predictor óptimo de x(n) y la relación señal a ruido de cuantificación.

Problema 2 (3 punts)

Siguin $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_{N-1}$ els vectors de la transformació Karhunen-Loéve discreta (DKLT), o transf. de Hottelin, d'un procés aleatori x(n) que presenta matriu d'autocorrelació **R**. Primer de tot es demana:

a) Demostrar que les matrius **R** i $\mathbf{R}^{-1}$ presenten els mateixos autovectors i que els autovalors d'una són els inversos dels de l'altra.

Suposarem ara que x(n) és un procés AR d'ordre 1 de la forma x(n)=ρx(n-1)+w(n), on w(n) és soroll blanc. **Volem comprovar que la DCT coincideix amb la DKLT en aquest tipus de procés, sempre que ρ →1**. Per això, prenent N=3, es demana:

b) Escriure la matriu d'autocorrelació 3x3 de x(n) en funció de ρ i r(0). Sabent que $\mathbf{R}^{-1}$ és proporcional a la matriu **B**

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 - r a & -a & 0 \\ -a & 1 & -a \\ 0 & -a & 1 - r a \end{pmatrix}$$

calcular el valor de α en funció de ρ.

c) Si els coeficients transformats amb DCT són

$$C(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a_k(n) x(n)$$

on $a_k(n) = \dfrac{c}{\sqrt{N}} \cos \dfrac{(2n+1)kp}{2N}, \quad 0 \le n, k \le N-1,$ essent $c = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ \sqrt{2}, & k \ne 0, \end{cases}$

trobar els vectors $\mathbf{c}_i$ de la transformació per a N=3, comprovant que són ortonormals.

d) Fent ρ →1, i deixant **B** en funció de α, verificar que els vectors $\mathbf{c}_i$ de la DCT són els autovectors de la matriu **B** i demostrar així, amb l'ajuda de l'apartat (a), que aquests vectors $\mathbf{c}_i$ són idèntics als vectors $\mathbf{a}_i$ de la DKLT.