Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA **Dept. Teoria del Senyal i Comunicacions**	**ComII.** 2008-11-03 Grup 10 M.Cabrera. Durada: 1:30.

Ejercicio 1 (5p.)

Sea una modulación binaria para la cual se especifican los símbolos en la tabla adjunta.

Símbolos $s_m(t)$	**Probabilidad** P_m	**Energía** E_m
$s_1(t)$	$P_1 = p$	E_1
$s_2(t)$	$P_2 = q = 1 - p$	$E_2 > E_1$

La señal se transmite por un canal ideal $h_c(t) = \delta(t)$ de ruido *w(t)* blanco gaussiano de media nula y densidad espectral $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$, se proyecta en el espacio de señal y se detecta según un detector MAP.

Se pide:

a. Asumiendo que el vector de señal a la salida del proyector sobre el espacio de señal, se distribuye: $\mathbf{y}|\mathbf{s}_m : N\left(\mathbf{s}_m, \frac{N_0}{2}\mathbf{I}\right)$, aplique el criterio MAP $\max_{\mathbf{s}_m}\left(\Pr\left(\mathbf{s}_m|\mathbf{y}\right)\right)$ y obtenga la métrica a maximizar o minimizar.

b. Aplique la métrica obtenida en el apartado anterior sobre el caso siguiente para deducir las dos zonas de decisión.

$$s_1(t) = +\sqrt{E_1}\,\tfrac{1}{\sqrt{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)$$
$$s_2(t) = -\sqrt{E_2}\,\tfrac{1}{\sqrt{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)$$

c. Si $q = 4p$ calcule la relación necesaria entre E_1, E_2 para que la frontera en tal caso (apartado b) sea $\mathbf{y} = 0$. Para esta situación exprese ambas energías E_1 por un lado y E_2 por otro, en función de la energía promedio por bit E_b y del parámetro N_0

d. Calcule la BER en las condiciones del apartado anterior y en función del cociente $\dfrac{E_b}{N_0}$

Sol:

Apartado c:	$E_1 = E_b - qN_0 \ln\frac{q}{p}; \quad E_2 = E_b + pN_0 \ln\frac{q}{p};$
Apartado d:	$BER = pQ\left(\sqrt{2\left(\frac{E_b}{N_0} - q\ln\frac{q}{p}\right)}\right) + qQ\left(\sqrt{2\left(\frac{E_b}{N_0} + p\ln\frac{q}{p}\right)}\right)$

Ejercicio 2 (5p.)
El espacio de señal de una modulación de 16 símbolos equiprobables, viene dado por:

$$
\begin{aligned}
&s_1(t) = -s_2(t) = A\left(+\cos\left(2\pi \tfrac{t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{2t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{4t}{T}\right)\right)\sqrt{\tfrac{2}{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)\\
&s_3(t) = -s_4(t) = A\left(-\cos\left(2\pi \tfrac{t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{2t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{4t}{T}\right)\right)\sqrt{\tfrac{2}{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)\\
&s_5(t) = -s_6(t) = A\left(+\cos\left(2\pi \tfrac{t}{T}\right) - \cos\left(2\pi \tfrac{2t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{4t}{T}\right)\right)\sqrt{\tfrac{2}{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)\\
&s_7(t) = -s_8(t) = A\left(+\cos\left(2\pi \tfrac{t}{T}\right) + \cos\left(2\pi \tfrac{2t}{T}\right) - \cos\left(2\pi \tfrac{4t}{T}\right)\right)\sqrt{\tfrac{2}{T}}\Pi\left(\tfrac{t-T/2}{T}\right)\\
&s_9(t) = -s_{10}(t) = Bs_1(t)\\
&s_{11}(t) = -s_{12}(t) = Bs_3(t)\\
&s_{13}(t) = -s_{14}(t) = Bs_5(t)\\
&s_{15}(t) = -s_{16}(t) = Bs_7(t)\\
&B > 1
\end{aligned}
$$

La señal se transmite por un canal ideal $h_c(t) = \delta(t)$ de ruido *w(t)* blanco gaussiano de media nula y densidad espectral $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$, se proyecta en el espacio de señal y se detecta según un detector MAP.

Se pide:

a. Proponga una base ortonormal generadora del espacio de señal y obtenga las coordenadas de los vectores del espacio de señal.
b. Para una energía promedio de bit dada, E_b, calcule las constantes A, B que igualan la mínima distancia, d, a la que cada símbolo puede tener un símbolo vecino. Es decir, $d = d_i = \min_j d_{ij}; \quad i = 1,..M = 16$. Calcule también la distancia d.
c. Obtenga una cota superior para la probabilidad de error a partir únicamente de símbolos colindantes a la distancia d y en función del cociente $\frac{E_b}{N_0}$.

Sol:

Apartado b:	$B = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}}; \quad A^2 = \frac{4}{5+2\sqrt{3}} E_b; \quad d^2 = \frac{16}{5+2\sqrt{3}} E_b$
Apartado c:	$p_e < \frac{5}{2} Q\left(\sqrt{\frac{8}{5+2\sqrt{3}} \frac{E_b}{N_0}}\right)$