Control de Comunicacions Òptiques

Grup 10 - 19 de Novembre de 2010

Temps : 1h 15’ Nom:

TEST (6 punts)

Marqueu la resposta correcta. Cada resposta correcta suma 0,4 punts mentre que cada resposta errònia resta 0,1 punts.

1) Podem afirmar que el principi de funcionament de les fonts que hem estudiat és:
   a) LED: absorció estimulada, Làser: emissió estimulada
   b) LED: emissió estimulada, Làser: absorció estimulada
   c) LED: emissió espontània, Làser: emissió estimulada
   d) LED: emissió estimulada, Làser: emissió espontània

2) En quant a la funció de transferència de les fonts estudiades:
   a) És anàloga a la d’un circuit RC en els dos casos
   b) És anàloga a la d’un circuit RLC en els dos casos
   c) És anàloga a la d’un circuit RLC en el cas del LED i a la d’un circuit RC en el cas del làser
   d) És anàloga a la d’un circuit RC en el cas del LED i a la d’un circuit RLC en el cas del làser

3) Un material semiconductor de longitud L presenta un paràmetre de guany g a la freqüència de referència. Si apliquem a l’entrada una ona òptica contínua de potència P_0, a la sortida tindrem una potència:

   a) $P_0 e^{gL}$ b) $P_0 e^{-gL}$ c) $P_0\, gL$ d) P_0 / gL

4) Quina de les següents amplades espectrals es pot correspondre a una font LED comercial.

   a) 0.1 nm b) 1 nm c) 10 nm d) 100 nm

5) En règim estacionari d’oscil·lació, la distribució longitudinal de potència òptica dins de la zona activa d’un làser Fabry-Perot és aproximadament:

   a) Gaussiana b) Exponencial c) Constant d) Lambertiana

6) La superfície de la secció transversal de la zona activa d’un làser, que ha d’acoblar la llum emesa a una fibra òptica monomode, ha de ser de l’ordre de:

   a) 10^{-12} m^2 b) 10^{-10} m^2 c) 10^{-8} m^2 d) 10^{-6} m^2

7) Després de modular sinusoïdalment un LED (τ_{sp}=1ns), l’índex de modulació de la potència òptica és un 75% inferior a l’índex de modulació del corrent estímul. A quina freqüència s’ha modulat ?:

   a) 140 MHz b) 616 MHz c) 882 MHz d) 3.9 GHz

8) Un diode LED (temps de vida del portador τ_{sp}) alimentat en contínua lliura una potència òptica P_0. Si es talla l’alimentació sobtadament, la potència òptica seguirà una evolució:

   a) $P(t)=P_0 e^{-t/\tau_{sp}}$ b) $P(t)=P_0 e^{t/\tau_{sp}}$ c) $P(t)=P_0\left[1-e^{-t/\tau_{sp}}\right]$ d) $P(t)=P_0\left[1-e^{t/\tau_{sp}}\right]$

9) Si el temps que triga la potència emesa pel LED anterior a caure al 1% del seu valor inicial és de 2.3 ns, quant valdrà el temps de vida del portador τ_{sp} ?:

   a) τ_{sp}=0.5 ns b) τ_{sp}=1 ns c) τ_{sp}=1.5 ns d) τ_{sp}=2 ns

10) Es pretén modular digitalment el LED anterior i es fixa que el temps de commutació (10%-90%) sigui com a màxim del 20% del temps de bit. Deduïu quina serà, aproximadament, la màxima velocitat de modulació per a un senyal NRZ ideal:

   a) 360 Mb/s b) 180 Mb/s c) 120 Mb/s d) 60 Mb/s

11) Un làser opera en règim ideal d'emissió estimulada (emissió espontània menyspreable). Simplifiqueu les equacions de ritme per trobar la densitat de fotons, quan el corrent és I=50mA constant. Dades: Dimensions de la cavitat en micres: d=1; W=2.6; L=300 ; índex de refracció: n=3.5; pèrdues totals: 120 cm^{-1}; altres paràmetres es consideren ideals.

a) 3.9 10^{19} m^{-3} b) 3.9 10^{20} m^{-3} c) 3.9 10^{21} m^{-3} d) 3.9 10^{22} m^{-3}

Si el nivell de transparència és zero, a funció de transferència electroòptica normalitzada d'un diode làser, en petita senyal, segueix l'expressió:

$$|M(\omega)|^2 = \frac{1}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right]^2 + \left[2\alpha\frac{\omega}{\omega_c^2}\right]^2} \qquad \alpha = \frac{1}{2\tau_{sp}}\left(\frac{J_0}{J_{th}}\right),\ \omega_c^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}}\left(\frac{J_0}{J_{th}}-1\right)$$

On ω és la polsació de la modulació, ω_c és la freqüència de ressonància, α és la constant d'amortiment, τ_{sp} i τ_{ph} els temps de vida del portador i del fotó respectivament, J_0 és el nivell de contínua del senyal de modulació i J_{th} la densitat de corrent llindar.

12) Per tal de descriure el caràcter ressonant del làser, es pren com a referència la relació α/ω_c . Determineu per quin valor de corrent s'obté un mínim:

a) $J_0 = J_{th}$ b) $J_0 = 1.5J_{th}$ c) $J_0 = 2J_{th}$ d) $J_0 = 2.5J_{th}$

13) Si es pretén que el làser no ressoni mai ($\alpha/\omega_c > 1/\sqrt{2}$), quina condició s'ha de complir ?:

a) $\tau_{ph} \geq 2\tau_{sp}$ b) $\tau_{ph} \geq \tau_{sp}/2$ c) $\tau_{ph} \leq 2\tau_{sp}$ d) $\tau_{ph} \leq \tau_{sp}/2$

Es pretén modular un làser (I_{th}=20 mA) amb un senyal digital. La potència òptica màxima lliurada pel dispositiu és de 5 mW (potència de saturació) mentre que per la zona de treball lineal la potència òptica de sortida segueuix l'expressió: $P_{out} = C_p(I - I_{th})$ on $C_p = 0.25\ W/A$. Per altra banda, el temps de resposta del dispositiu s'aproxima per l'expressió:

$$t_r^2 \approx C_t \frac{\ln(P_{on}/P_{off})}{I_{on} - I_{off}} \text{ on } C_t = 7.82\cdot 10^{-25}\ A\cdot s^2 \ .$$

14) Si es demana que la relació d'extinció de la modulació sigui $ER \equiv P_{on}/P_{off} > 10$, la potència del bit zero P_{off} haurà de ser com a màxim:

a) 50 µW b) 500 µW c) 5 mW d) 50 mW

15) Si a més a més s'exigeix que el temps de resposta sigui inferior a 10 ps el corrent del bit zero I_{off} haurà de ser:

a) 22 mA b) 23 mA c) 24 mA d) 25 mA

PROBLEMA (4 punts)

Marqueu la resposta correcta. Cada resposta correcta suma 0,4 punts mentre que cada resposta errònia resta 0,1 punts.

Es disposa d'un material semiconductor (n=3.5) amb el qual es pretén fabricar un diode làser. Aquest s'ha caracteritzat de manera aïllada i s'ha determinat un guany del material de la forma $g_m = g_p - \gamma\left(f - f_p\right)^2$, on g_p=7500 m^{-1}, γ=1.4·10^{-21} $m^{-1}\cdot s^2$ i f_p=193.57 THz. El làser que es vol fabricar té dimensions W=d=10 μm i L=300 μm. Les pèrdues de scattering d'aquest semiconductor són α_s=500 m^{-1}. Preneu en tot moment un factor de confinament ideal.

1) Trobeu el número de modes d'oscil·lació en la cavitat làser.

a) 18 b) 19 c) 20 d) 21

2) Determineu la freqüència d'oscil·lació dels modes extrems.

a) 192.14 THz / 195.00 THz b) 192.09 THz / 195.00 THz c) 192.14 THz / 195.05 THz d) 192.09 THz / 195.05 THz

3) Quin valor hauria de tenir aproximadament γ per a que la cavitat fos monomode ?.

a) 1.5·10^{-17} $m^{-1}\cdot s^2$ b) 1.5·10^{-18} $m^{-1}\cdot s^2$ c) 1.5·10^{-19} $m^{-1}\cdot s^2$ d) 1.5·10^{-20} $m^{-1}\cdot s^2$

4) Si es defineix el guany efectiu (g_e) com la diferència entre el guany del material i les pèrdues totals, calculeu el seu valor per al mode immediatament superior al mode fonamental.

a) 2423.7 m^{-1} b) 2835.2 m^{-1} c) 3052.3 m^{-1} d) 3250.6 m^{-1}

El guany de pic compleix la següent relació: $g_p = a\left(N - N_0\right)$, on N fa referència a la concentració de portadors, N_0=10^{21} m^{-3} al nivell de transparència i a=7.5·10^{-19} m^2 al paràmetre del guany. Just en l'instant inicial, la concentració de portadors és proporcional al corrent d'alimentació $N = \tau_{sp}\left(I/qV\right)$, on τ_{sp}=1 ns és el temps de vida del portador.

5) Trobeu el corrent d'alimentació que s'ha aplicat.

a) 52.8 mA b) 58.2 mA c) 64.7 mA d) 69.3 mA

6) Trobeu el corrent llindar d'efecte làser per a la cavitat esmentada anteriorment.

a) 27.6 mA b) 33.1 mA c) 37.6 mA d) 43.1 mA

A mesura de que la caviat va assolint el règim d'oscil·lació estacionari, el guany del material es va adaptant per tal de que el valor corresponent a cada mode es vagi igualant a les pèrdues totals. En canvi, a les freqüències no corresponents als modes d'oscil·lació, el guany resta inalterat. Aquest procés s'anomena "hole burning".

7) Determineu la potència òptica del mode fonamental en règim d'oscil·lació estacionari.

a) 3.8 mW b) 4.7 mW c) 7.4 mW d) 8.3 mW

8) La potència òptica associada a cada mode es pot dir que és:

a) proporcional a g_e b) proporcional a g_p c) inv. proporcional a g_e d) inv. proporcional a g_p

9) Trobeu la relació de potències aproximada entre el mode fonamental i els modes extrems.

a) 4 dB b) 6 dB c) 8 dB d) 11.5 dB

10) Quin valor hauria de tenir aproximadament γ per a que la relació de potències entre el mode fonamental i el primer mode secundari fos de 3 dB ?.

a) 7.4·10^{-17} $m^{-1}\cdot s^2$ b) 7.4·10^{-18} $m^{-1}\cdot s^2$ c) 7.4·10^{-19} $m^{-1}\cdot s^2$ d) 7.4·10^{-20} $m^{-1}\cdot s^2$

Constants

$c = 3 \cdot 10^{8}\ m/s$

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19}\ C$

$K_B = 1.38 \cdot 10^{-23}\ J/{}^{o}K$

Formulari LED

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E_g + K_B T/2} \quad , \quad \Delta\lambda \approx \frac{2K_B T}{hc}\lambda_0^2$$

$$I(t) = I_0\left[1 + m_I e^{(j\omega_0 t + \phi)} \cdot u(t)\right] \rightarrow N(t) = \frac{I_0 \tau_r}{qV}\left\{1 + \underbrace{\frac{m_I}{1 + j\omega_0 \tau_r}}_{m_N} e^{j\phi}\left[e^{j\omega_0 t} - e^{-t/\tau_r}\right] \cdot u(t)\right\}$$

$$H(\omega_0) = \eta \frac{hf}{q} \frac{1}{1 + j\omega_0 \tau_r}$$

Formulari LASER

$$g = \Gamma\left(a\left(N - N_0\right) - \gamma\left(\lambda - \lambda_p\right)^2\right) \quad , \quad f_m = m\frac{c}{2nL} \quad , \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_p^2}{2nL}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_r} - v\sum_i g_i S_i \qquad I_{th} = \frac{qV}{\tau_{sp}}\left(N_0 + \frac{1}{\Gamma a}\left(\alpha_s + \frac{1}{2L}\ln\frac{1}{R_1 R_2}\right)\right)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = v\left(g_i - \alpha_t\right)S_i + \beta\frac{N}{\tau_r} \qquad P_{out} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{q\alpha_t L}\left(I - I_{th}\right)$$

$$\left|M\left(\omega_0\right)\right|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2\right]^2 + \left[2\alpha\frac{\omega_0}{\omega_c^2}\right]^2} , \quad \omega_c^2 = \frac{v\Gamma a}{qd}\left(J_0 - J_{th}\right) \quad , \quad 2\alpha = \frac{1}{\tau_{sp}} + \omega_c^2$$

$$t_r = \tau_{sp}\ln\frac{I_{on} - I_{off}}{I_{on} - I_{th}} \quad , \quad t_r^2 = \frac{2qV}{v\Gamma a}\frac{\ln\frac{I_{on} - I_{th}}{I_{off} - I_{th}}}{I_{on} - I_{off}}$$

Resolució:

1-2) Trobeu el número de modes d'oscil·lació en la cavitat làser. Determineu la freqüència d'oscil·lació dels modes extrems. En freqüència els modes d'oscil·lació estan equiespaiats per definició. Donat que la funció del guany és simètrica en freqüència, la quantitat de modes a banda i banda serà la mateixa sempre i quan el mode fonamental coincideixi amb el màxim de la funció de guany.

$$f_m = m \underbrace{\frac{\overbrace{c}^{\Delta f}}{2nL}}_{\approx 142.86\ GHz} \rightarrow m = f_m \frac{2nL}{c} \rightarrow m_0 = \left[\underbrace{f_p \frac{2nL}{c}}_{1354.99} \right] = 1355$$

Es veu com el mode fonamental està pràcticament centrat amb un lleugeríssim desplaçament a la dreta (freqüències grans). Ara s'aplica la condició de que el guany ha de ser superior a les pèrdues totals per tal de generar l'oscil·lació del mode corresponent. D'aquesta manera es troben els modes extrems així com la freqüència associada. Cal tenir en compte que donat que el número de mode creix amb la freqüència, els modes extrems seran l'enter inferior per a la freqüència màxima i l'enter superior per a la freqüència mínima (a l'inrevés que en el cas de tenir un guany definit en longitud d'ona).

$$\alpha_t = \alpha_s + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R} \qquad R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

$$g_m = g_p - \gamma\left(f - f_p\right)^2 \geq \frac{\alpha_t}{\Gamma} \rightarrow f = f_p \pm \underbrace{\sqrt{\frac{1}{\gamma}\left(g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}\right)}}_{\approx 1.48\ THz}$$

$$f_{\max} = f_p + \sqrt{\frac{1}{\gamma}\left(g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}\right)} \approx 195.05\ THz \rightarrow m_{up} = \left\lfloor \underbrace{f_{\max}\frac{2nL}{c}}_{1365.4} \right\rfloor = 1365 \rightarrow f_{up} = m_{up}\frac{c}{2nL} \approx 195.00\ THz$$

$$f_{\min} = f_p - \sqrt{\frac{1}{\gamma}\left(g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}\right)} \approx 192.09\ THz \rightarrow m_{down} = \left\lceil \underbrace{f_{\min}\frac{2nL}{c}}_{1344.6} \right\rceil = 1345 \rightarrow f_{down} = m_{down}\frac{c}{2nL} \approx 192.14\ THz$$

El número de modes d'oscil·lació serà:

$$M = m_{up} - m_{down} + 1 = 21$$

3) Quin valor hauria de tenir aproximadament γ per a que la cavitat fos monomode ?.

Sabent que els modes estan equiespaiats i que el mode fonamental gairebé coincideix amb el màxim de la funció de guany, el càlcul es por fer de manera aproximada. Només cal forçar que la semi-diferència entre la freqüència màxima i mínima sigui menor que la separació entre modes.

$$\frac{f_{\max} - f_{\min}}{2} = \sqrt{\frac{1}{\gamma}\left(g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}\right)} < \Delta f = \frac{c}{2nL} \rightarrow \gamma > \left(\frac{2nL}{c}\right)^2\left(g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}\right) \approx 1.51\cdot 10^{-19} m^{-1}\cdot s^2$$

Si es vulgués fer de manera més precisa (no era necessari) s'hauria d'analitzar de manera aïllada el mode superior i el mode inferior per tal de trobar la condició més restrictiva. De fet, en aquest cas donat que el mode fonamental està lleugerament desplaçat a la dreta, és segur que el mode més restrictiu serà l'inferior.

$$f_{+1} = f_0 + \Delta f = m_0 \frac{c}{2nL} + \frac{c}{2nL} = \left(m_0 + 1\right)\frac{c}{2nL}$$

$$f_{-1} = \left(m_0 - 1\right)\frac{c}{2nL}$$

$$g_m = g_p - \gamma\left(f - f_p\right)^2 \geq \frac{\alpha_t}{\Gamma}$$

$$g_{+1} = g_p - \gamma\left(f_{+1} - f_p\right)^2 < \frac{\alpha_t}{\Gamma} \rightarrow \gamma > \frac{g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}}{\left(f_{+1} - f_p\right)^2} = \frac{g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}}{\left(\left(m_0 + 1\right)\frac{c}{2nL} - f_p\right)^2} \approx 1.48 \cdot 10^{-19} m^{-1} \cdot s^2$$

$$g_{-1} \rightarrow \gamma > \frac{g_p - \frac{\alpha_t}{\Gamma}}{\left(\left(m_0 - 1\right)\frac{c}{2nL} - f_p\right)^2} \approx 1.54 \cdot 10^{-19} m^{-1} \cdot s^2$$

En qualsevol cas, es veu clar que l'aproximació era prou bona.

4) Si es defineix el guany efectiu (g_e) com la diferència entre el guany del material i les pèrdues totals, calculeu el seu valor per al mode immediatament superior al mode fonamental. Determinat el mode fonamental, només cal avaluar la funció de guany als modes veïns. Donada la simetria existent, el guany ha de ser molt paregut en tots dos casos.

$$m_0 = \left[\underbrace{f_p \frac{2nL}{c}}_{1354.99}\right] = 1355 \rightarrow m_{+1} = 1356 \rightarrow f_{+1} = m_{+1}\frac{c}{2nL}$$

$$\rightarrow m_{-1} = 1354 \rightarrow f_{-1} = m_{-1}\frac{c}{2nL}$$

$$g_e \equiv g_m - \alpha_t = g_p - \alpha_t - \gamma\left(f - f_p\right)^2 \xrightarrow{f = f_{+1}} g_p - \alpha_t - \gamma\left(f_{+1} - f_p\right)^2 \approx 3052.3\ m^{-1}$$

$$\xrightarrow{f = f_{-1}} g_p - \alpha_t - \gamma\left(f_{-1} - f_p\right)^2 \approx 3053.4\ m^{-1}$$

5) Trobeu el corrent d'alimentació que s'ha aplicat. Donat que la concentració de portadors és proporcional al corrent d'alimentació en l'instant inicial, i donat que es coneix el guany de pic, es pot determinar quin ha estat aquest corrent.

$$g_p = a\left(N - N_0\right) = a\left(\tau_{sp}\left(I/qV\right) - N_0\right) \rightarrow I = \frac{qV}{\tau_{sp}}\left(\frac{g_p}{a} + N_0\right) = 52.8\ mA$$

$$N = \tau_{sp}\left(I/qV\right) \qquad N_0 = 10^{21}\ m^{-3}$$

$$a = 7.5 \cdot 10^{-19}\ m^2$$

6) Trobeu el corrent llindar d'efecte làser per a la cavitat esmentada anteriorment.

$$I_{th} = \frac{qV}{\tau_{sp}}\underbrace{\left(\frac{\alpha_t}{\Gamma a} + N_0\right)}_{Nth} \approx 33.1\ mA$$

7-8) Determineu la potència òptica del mode fonamental en règim d'oscil·lació estacionari.

$$P_{out} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{q\alpha_t L}\left(I - I_{th}\right) \approx \frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{q\alpha_t L}\left(\underbrace{\frac{qV}{\tau_{sp}}\left(\frac{g_p}{\Gamma a} + \cancel{N_0}\right)}_{I} - \underbrace{\frac{qV}{\tau_{sp}}\left(\frac{\alpha_t}{\Gamma a} + \cancel{N_0}\right)}_{I_{th}}\right) =$$

$$= \frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{\alpha_t}\frac{Wd}{\tau_{sp}\Gamma a}\underbrace{\left(g_p - \alpha_t\right)}_{g_e} \approx 7.4\ mW$$

La potència òptica associada a cada mode es pot dir que és proporcional a g_e.

9) Trobeu la relació de potències aproximada entre el mode fonamental i els modes extrems. Donat que la potència òptica és proporcional al guany efectiu, la relació de potències es pot calcular a partir de la relació entre els guanys efectius. Particularitzant en el cas dels modes extrems i prenent el guany del mode fonamental igual a g_p es té:

$$\frac{P_{out}}{P_{out,m}} \approx \frac{\cancel{\frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{\alpha_t}\frac{Wd}{\tau_{sp}\Gamma a}}\left(g_p - \alpha_t\right)}{\cancel{\frac{1-R}{2\sqrt{R}}\frac{hf}{\alpha_t}\frac{Wd}{\tau_{sp}\Gamma a}}\left(g_m - \alpha_t\right)} = \frac{g_p - \alpha_t}{g_p - \gamma\left(f_m - f_p\right)^2 - \alpha_t} = \frac{1}{1 - \frac{\gamma\left(f_m - f_p\right)^2}{g_p - \alpha_t}} =$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\gamma\left(m\frac{c}{2nL} - f_p\right)^2}{g_p - \alpha_t}} \xrightarrow{m=1365} \approx 11.5\ dB$$

$$\xrightarrow{m=1345} \approx 11.3\ dB$$

Es veu que pràcticament coincideixen com era d'esperar.

10) Quin valor hauria de tenir aproximadament γ per a que la relació de potències entre el mode fonamental i el primer mode secundari fos de 3 dB ?. Només cal forçar la condició següent:

$$\frac{P_{out}}{P_{out,+1}} \approx \frac{1}{1 - \frac{\gamma\left(m_{+1}\frac{c}{2nL} - f_p\right)^2}{g_p - \alpha_t}} > 2 \rightarrow \gamma > \frac{1}{2}\frac{g_p - \alpha_t}{\left(m_{+1}\frac{c}{2nL} - f_p\right)^2} \approx 7.4 \cdot 10^{-20}\ m^{-1} \cdot s^2$$

$$m_{+1} = 1356$$