ESCOLA TECNICA SUPERIOR D’ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Examen final de **CAMPS ELECTROMAGNÈTICS**
Professors: D. Artigas, F. Canal, F. Dios, J. Recolons, M. Sicard

12/01/2004 **Duració:** 3h30’ **Publicació de notes:** 19/01/2004

Problema 1

Tenim un pols de radiació que es propaga en el buit. El camp elèctric en règim temporal arbitrari d’aquest pols pot ser descrit per una funció gaussiana de la forma:

$$\vec{\mathcal{E}}(z,t) = E_0 \exp\left[-(z/z_0 - t/t_0)^2\right]\hat{y}$$

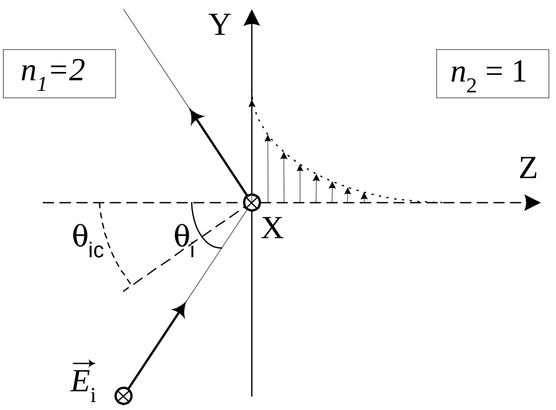
on z_0 i t_0 descriuen la longitud i duració d’aquest pols respectivament.

a) Quina relació hi ha d’haver entre les constants z_0 i t_0?
b) Calculeu-ne el camp magnètic associat.
c) Calculeu el vector de Poynting.

Problema 2

Una ona plana uniforme de freqüència f = 3 MHz, polaritzada linealment en la direcció perpendicular al pla d’incidència, incideix des d’un medi dielèctric d’índex de refracció $n_1 = 2$ sobre l’aire amb un angle d’incidència superior a l’angle crític.

a) Escriviu l’expressió matemàtica dels vectors de propagació de l’ona incident i l’ona transmesa $\vec{k}_i$ i $\vec{k}_t$, en funció de l’angle d’incidència q_i
b) Trobeu l’expressió del camp elèctric i del camp magnètic (fasorials) a l’aire.
c) Trobeu l’expressió del vector de Poynting per al camp transmès en funció de l’angle d’incidència.

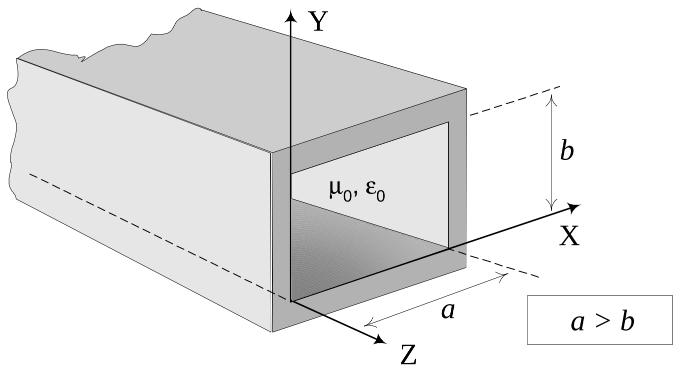


NOTA:

$$t_{\perp} = \frac{2n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t}$$

Problema 3

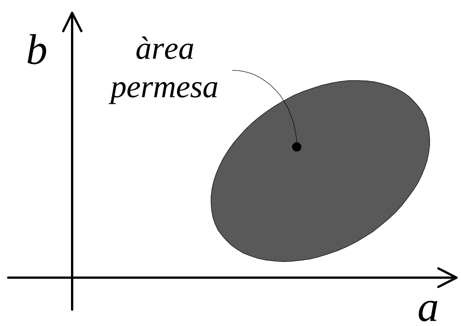
Considerem una guia conductora de parets rectangulars com la de la figura, de costats *a* i *b*, amb $a > b$. La freqüència de treball és de 6 GHz.



a) Determineu els marges de valors per a *a* i *b* en els quals la guia és monomode a aquesta freqüència.

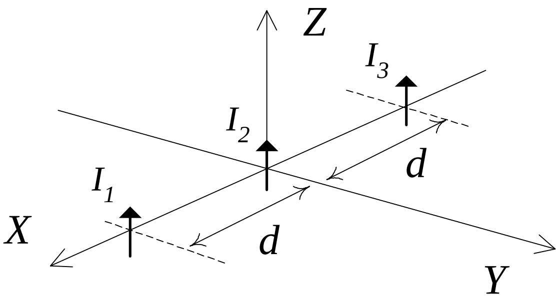
b) A continuació considerem aquesta mateixa guia, però amb un medi dielèctric a l'interior d'índex de refracció $n = 1.5$. Determineu les condicions addicionals necessàries per tal que s'hi propaguin únicament els modes TE_{10} i TE_{01}.

c) Dibuixeu una gràfica aproximada de *b* en funció de *a*, on apareguin les regions que compleixen alhora les condicions dels apartats *a)* i *b)*.



Problema 4

Considerem el sistema radiant format por tres dipols elementals situats sobre l'eix *X* i orientats en la direcció *Z*, en la forma que mostra la figura.



Els corrents que recorren els dipols son iguals en mòdul, però tenen fases diferents: $I_i = |I| \exp(j\psi_i)$, on $\psi_1 = \psi_0$; $\psi_3 = -\psi_0$ i $\psi_2 = 0$. El potencial vector magnètic produït per un dipol elemental situat fora de l'origen pot escriure's de la forma

$$\vec{A}(\vec{r}) \cong \mu_0 \frac{I_0 h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \exp(jk\hat{r} \cdot \vec{r}_0)\, \hat{u}$$

on $\vec{r}_0$ és el vector de posició del dipol, $\hat{u}$ es el vector unitari en la direcció dels corrents i h és la longitud del dipol.

a) Calculeu el campo elèctric total radiat pel sistema.
b) Obteniu el vector de Poynting mig.
c) En el cas en què $\psi_0 = 0$, calculeu quina ha de ser la distància *d* entre els dipols, expressada en funció de la longitud d'ona, per tal que existeixi un nul de radiació en la direcció de l'eix X.
d) Amb el valor de *d* obtingut a l'apartat anterior, calculeu i representeu el diagrama de radiació en el pla *XY* per al cas $\psi_0 = \pi$.

NOTA: $\vec{E}_{rad} = -j\omega\,(A_\theta\,\hat{\theta} + A_\varphi\,\hat{\varphi})$

$$\hat{x} = \hat{r}\,\mathrm{sen}\theta\cos\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\cos\varphi - \hat{\varphi}\,\mathrm{sen}\varphi \qquad \hat{r} = \hat{x}\,\mathrm{sen}\theta\cos\varphi + \hat{y}\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\varphi + \hat{z}\cos\theta$$

$$\hat{y} = \hat{r}\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\,\mathrm{sen}\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi \qquad \hat{\theta} = \hat{x}\cos\theta\cos\varphi + \hat{y}\cos\theta\,\mathrm{sen}\varphi - \hat{z}\,\mathrm{sen}\theta$$

$$\hat{z} = \hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\,\mathrm{sen}\theta \qquad \hat{\varphi} = -\hat{x}\,\mathrm{sen}\varphi + \hat{y}\cos\varphi$$