POTENCIAL ELECTROSTÀTIC

1.17 (b) Una càrrega puntual $q = +1{,}1\times10^{-9}$ C està situada a l'origen. Considerant que el potencial és zero a l'infinit, situeu les superfícies equipotencials a intervals de 20 V des de 20 fins a 100 V i feu-ne un esquema a escala. Estan igualment separades, aquestes superfícies?

No

1.18 (b) En dos dels vèrtexs d'un triangle equilàter de 2,0 m de costat, estan situades dues càrregues positives iguals, de 2,0 μC.

a) Quin és el potencial en el tercer vèrtex?

b) Quant treball haurem de realitzar per transportar una càrrega positiva de 4μC des de l'infinit fins a aquest vèrtex, mantenint fixes les altres càrregues?

c) Respongueu a les preguntes anteriors si la càrrega situada en un dels vèrtexs la substituïm per una de –2,0 μC.

a) 18 kV	b) $7{,}2\times10^{-2}$ J	c) 0 KV, 0 J

1.19 (b) El potencial elèctric en una regió de l'espai ve donat per $V = c(2x^2 + yz)$, en què c és una constant.

Trobeu el camp elèctric **E** (x, y, z) a la mateixa regió i avalueu-lo en el punt (2, 1, 2) m.

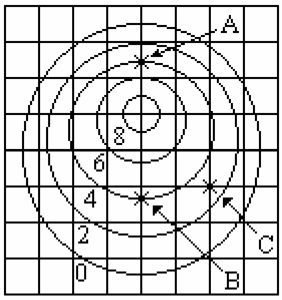
E = -c(4x,z,y); **E** = (-8c,-2c,-c)

1.20 (b) La figura mostra línies equipotencials i el valor del potencial en volts. La distància entre dues línies del reticulat representa 1 cm.

a) El mòdul del camp és més gran en el punt A o en el punt B?

b) Trobeu el camp **E** als punts A, B i C.

c) Dibuixeu les línies de camp que passen pels punts A,B i C.



$\mathbf{E}_A$=(0,400) V/m	$\mathbf{E}_B$=(0,-200) V/m	$\mathbf{E}_C$=(180,-180) V/m

1.21 (b) Una càrrega de +3,00 μC està a l'origen i una altra de -3,00 μC a l'eix X a la posició x = 4,00 m. Si l'origen del potencial és a l'infinit,

a) Calculeu el potencial en el punt x = 2,00 m de l'eix X.

b) Calculeu el camp elèctric en x = 2,00 m de l'eix X.

a) 0 V	b) $1{,}35\times10^{4}$ V/m

1.22 (o) Una anella de radi R, carregada uniformement amb càrrega -Q, està situada en el pla x = 0, amb el seu centre a l'origen de coordenades.

a) Calculeu el potencial creat per l'anella en el punt de l'eix OX, P(x,0,0).

b) A partir del resultat obtingut en l'apartat anterior calculeu el component x, E_x del camp elèctric creat per l'anella en el punt P.

c) Raoneu com han de ser els components E_y i E_z del camp. Podríeu calcular el valor d'aquests components a partir del resultat obtingut a l'apartat a?.

a) $V = -\dfrac{kQ}{\sqrt{x^2 + R^2}}$ b) $E_x = -\dfrac{kQx}{\left(\sqrt{x^2+R^2}\right)^3}$ c) nul·les; no

1.23 (o) Una càrrega -Q està distribuïda uniformement en un disc de radi R, situat en el pla x=0, amb el seu centre a l'origen de coordenades.

a) Calculeu el potencial en un punt qualsevol de l'eix P(x,0,0).

b) A partir del resultat anterior calculeu el component E_x del camp elèctric.

c) Trobeu l'expressió aproximada del camp per a $x << R$ i per a $x >> R$

Suggeriment: considereu el disc format per anelles carregades i utilitzeu el resultat de l'exercici anterior.

a) $-\dfrac{2kQ}{R^2}\left(\sqrt{x^2+R^2} - x\right)$

b) $\dfrac{2kQ}{R^2}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} - 1\right)$

c) x<<R, $E_x(x,0,0) = -\dfrac{2kQ}{R^2}$ x>>R, $E_x(x,0,0) \approx -\dfrac{kQ}{x^2}$

1.24 (o) Un full infinit de càrrega, situat en el pla z=0, té una densitat superficial de $\sigma=2{,}00\times10^{-6}$ C/m^2. Determineu el camp elèctric en un punt situat:

a) a 1 cm del full.

b) a 1 m del full.

Considereu els punts A(0,0,1), B(0,1,1) i C(0,1,2), on les coordenades estan expressades en metres.

c) Determineu les diferències de potencial (V_B-V_A), (V_C-V_B) i (V_C-V_A).

d) Quina forma tindran les superfícies equipotencials?

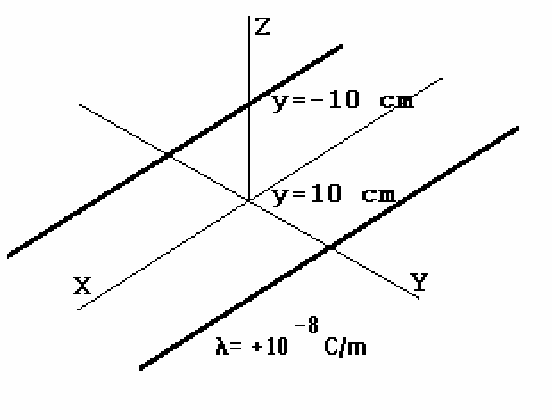
e) A quina distància estan entre si les superfícies equipotencials amb una diferència de potencial de 100 V?

a) $1{,}13\times10^5$ V/m
b) $1{,}13\times10^5$ V/m
c) 0; $-1{,}13\times10^5$ V; $-1{,}13\times10^5$ V
d) z = cte.
e) 0,88 mm

1.25 (o) Un fil indefinit té una densitat de càrrega lineal λ_0.

a) Determineu el camp elèctric creat pel fil en funció de la distància al fil *r*.

b) Determineu l'expressió del potencial, prenent com a referència un punt situat a una distància *a* del fil. $V(a) = 0$



Disposem dos fils paral·lels, en la direcció X .
En l'un $\lambda = +\lambda_0$, i passa per (0, *a* ,0), en l'altra $\lambda = -\lambda_0$ i passa per (0, -*a* ,0), essent *a* = 10 cm. (vegeu la figura).

c) Determineu l'expressió del camp per a un punt genèric del pla x = 0.

d) Raoneu per què el pla *y* = 0 és equipotencial.

e) Calculeu el potencial del punt (5 cm , 5 cm , 0).

Dades: V(y=0) = 0, $\lambda_0 = +1{,}00\text{x}10^{-8}$ C/m

e) 198 V

1.26 (o) *POTENCIAL D'UNA ESFERA MASSISSA.*

Una càrrega *Q* està uniformement distribuïda en el volum d'una esfera de radi R.

a) Deduïu el camp i el potencial elèctric (suposant V(∞) = 0) a les regions:

I) $r < R$; II) $r > R$.

b) Obteniu $E(0)$, $E(R)$, $V(0)$ i $V(R)$.

c) Dibuixeu qualitativament les gràfiques $E(r)$ i $V(r)$.

a) $V_I = \frac{3}{2}\frac{kQ}{R} - \frac{1}{2}kQ\frac{r^2}{R^3}$ $\qquad V_{II} = \frac{kQ}{r}$

b) $E_0 = 0\,; E(R) = \frac{kQ}{R^2}$ $\qquad V(0) = \frac{3}{2}\frac{kQ}{R}$ $\qquad V(R) = \frac{kQ}{R}$

1.27 (c) *POTENCIAL A L'INTERIOR D'UN ÀTOM. EXPERIENCIA DE RUTHERFORD.*

Podem prendre un model de àtom en el que una càrrega +Ze està uniformement distribuïda en una esfera de radi R_n (el nucli), i un núvol de càrrega -Ze ho està en tot el volum d'una esfera de radi R_a (els electrons)

Per a un àtom d'or: Z = 79, $R_n = 6{,}0\times10^{-15}$ m, $R_a = 1{,}4\times10^{-10}$ m.

a) Calculeu els potencials en l'origen V(0), en la superfície del nucli $V(R_n)$ i a una distància del centre $V(R_a)$, deguts a la càrrega del nucli.

b) Feu el mateix per als potencials deguts a la càrrega dels electrons.

Compareu els resultats. Demostreu que en les proximitats del nucli l'efecte dels electrons es negligible.

Rutherford va bombardejar aquest àtom amb partícules alfa de càrrega q_α = +2e i de massa $m_\alpha = 6{,}7\times10^{-27}$ kg. Suposem que aquestes partícules incideixen radialment sobre l'àtom, arribant des d'un punt molt llunyà amb una velocitat $v = 1{,}5\times10^7$ m/s (no relativista).

c) Calculeu l'energia cinètica inicial de les partícules α (en electronvolts) i calculeu la distància de màxima aproximació al nucli a què arriben, r_m.
Demostreu que aquestes partícules només poden rebotar al xocar amb l'àtom si el radi del nucli és molt més petit que el radi de l'àtom.

a) $V(0) = 2{,}8\times10^7$ V	$V(R_n) = 1{,}9\times10^7$ V	$V(R_a) = 810$ V
b) $V(0)= V(R_n) = -1200$ V	$V(R_a) = -810$ V	
c) $4{,}7\times10^6$ eV	$4{,}8\times10^{-14}$ m	

1.28 (o) Definim un triangle equilàter d'un metre de costat i de vèrtexs A, B i C. Una càrrega positiva de 3,0 μC és en el punt A. A continuació afegim una càrrega idèntica a l'anterior en el vèrtex B.
a) Quina és l'energia electrostàtica del sistema format?
b) Quant treball necessitem per dur una càrrega positiva de 6 μC des de l'infinit fins a C?
c) Quina és ara l'energia electrostàtica del sistema format?
d) Responeu un altre cop les preguntes anteriors, si la càrrega situada en el vèrtex B la substituïm ara per una de negativa de 3,0 μC.

a) $8{,}1\times10^{-2}$ J		
b) 0,32 J		
c) 0,41 J		
d) $-8{,}1\times10^{-2}$ J;	0;	$-8{,}1\times10^{-2}$ J

1.29 (o) Podem descriure una molècula d'aigua com dues càrregues +e positives (H^+) a una distància $l = 2{,}0$Å d'una càrrega negativa -2e ($O^=$) formant-hi un angle de $\varphi = 120°$. (Vegeu la figura del problema 1.7)
a) Calculeu l 'energia electrostàtica emmagatzemada, discutiu el sentit físic del signe (+ ó -) d'aquesta energia i raoneu si les forces electrostàtiques poden fer possible l'estabilitat de la molècula de l'aigua.

a) $-3{,}9\times10^{-18}$ J = - 25 eV

1.30 (o) Dues superfícies esfèriques concèntriques de radis R_1 i R_2 (tal que $R_2 > R_1$) es carreguen uniformement amb càrregues -Q i +4 Q, respectivament.
a) Representeu el valor del camp E en funció de la distància r al centre O. Obteniu prèviament les expressions del camp per a $r<R_1$, $R_1<r<R_2$ i $r>R_2$.
b) Trobeu i representeu el potencial elèctric V.

Comproveu que l'energia de formació d'aquest sistema és: $\dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{8}{R_2}\right)$

c) Utilitzant l'expressió 1/2 ?V dq
d) Utilitzant l'expressió 1/2 ?$\varepsilon_o E^2$ dVol
e) Sumant l'energia de formació d'ambdues superfícies esfèriques i la d'interacció mútua.

1.31 (o) Una estructura cilíndrica coaxial de longitud $L = 1{,}0\times10^3$ mm està constituïda per un conductor central de radi 8,0 mm i una cobertura conductora de 2,0 mm de gruix i 10,0 mm de radi interior. Si carreguem el conductor interior amb una densitat de càrrega $\lambda = 10$ μC/m i l'exterior amb $\lambda_c = 40$ μC/m.

a) Expresseu segons la distància r a l'eix, el valor de **E** $(0 < r < \infty)$

b) Calculeu la diferència de potencial entre el conductor central i un punt situat a 24,0 mm del centre.

a) per a $R_1<r<R_2$ $E = 1{,}8\times10^5\cdot1/r$; per a $R_2<r<\infty$ $E = 9{,}0\times10^5\cdot1/r$
b) $V = 6{,}6\times10^5$ V

1.32 (o) Un conductor cilíndric molt llarg, de longitud L, radi R_1 i càrrega +Q distribuïda uniformement, s'envolta amb una closca metàl·lica, de forma cilíndrica i coaxial amb l'anterior, d'igual longitud L, radi R_2 i gruix negligible, carregat uniformement amb una càrrega -Q.

a) Aplicant el teorema de Gauss, calculeu el camp **E**(r) per a tots els punts de l'espai.

b) Calculeu la diferència de potencial ΔV entre els dos cilindres.

c) Calculeu l'energia emmagatzemada en una closca cilíndrica elemental de radi r, gruix dr i volum $2\pi rL dr$ situat dins de l'espai entre els dos cilindres. Integreu l'expressió anterior per trobar l'energia emmagatzemada entre els dos cilindres.

d) Comproveu que l'expressió que en resulta és igual a ½ Q ΔV

a) $E = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}$ per $R_1 < r < R_2$

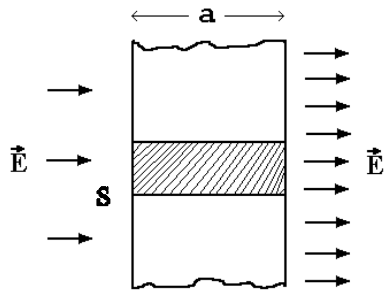
b) $\Delta V = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

c) $dU = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}\dfrac{dr}{r}$; $U = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

1.33 (c) *FORÇA SOBRE UNA DISTRIBUCIÓ PLANA DE CÀRREGA*

Una placa de gruix "*a*" conté una distribució volumètrica de càrrega que podem representar per una funció $\rho(x)$.

Demostreu que la força elèctrica total que actua sobre un cilindre de base S (ombrejat en la figura) es igual a la càrrega tancada en el seu interior per el valor mig del camp en els seus extrems. O sigui que val:



$$F = \sigma S\left(\frac{E(a)+E(0)}{2}\right) \quad \text{on} \quad \sigma = \int_0^a \rho(x)dx$$

Suggeriment: Cal expressar ρ com a funció de dE/dx , i integrar segons la variable E .

1.34 (o) Una superfície esfèrica de radi r té una càrrega Q distribuïda uniformement. Tenint en compte els resultats del problema anterior on la força depèn del valor mig del camp a un costat i altre de la superfície, calculeu el treball realitzat contra les forces electrostàtiques que es necessita per reduir el radi una quantitat "dr".
On queda emmagatzemada l'energia que s'ha donat a l'esfera?

$$\boxed{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr}$$