

· INTRODUCCIÓ	2
· ÀREA A: CAMP ELÈCTRIC-CORRENT ALTERN	
- Conceptes fonamentals, bibliografia i material específic.....	3
- Relació de mòduls.....	4
- A1 Caràcter vectorial de les magnituds de corrent altern.....	5
- A2 Mesura de la part real i la part imaginària de la impedància.....	7
- A3 Dependència amb la freqüència de la impedància d'un condensador.....	9
- A4 Relació entre la geometria i la capacitat d'un condensador Mesura de la permitivitat del buit	11
- A5 Efecte d'un dielèctric sobre la capacitat d'un condensador Mesura de la constant dielèctrica.....	13
· ÀREA B: CAMP MAGNÈTIC	
- Conceptes fonamentals, bibliografia i material específic.....	15
- Relació de mòduls.....	27
- B1 Fonts de camp magnètic. Sonda Hall.....	25
- B2 Caràcter vectorial del camp magnètic.....	27
- B3 Dependència lineal de B amb el corrent en una bobina.....	29
- B4 Dependència de B amb la distància a la font.....	31
- B5 Dependència del camp B creat per un imant amb la distància.....	33
- B6 Dependència angular dels components del camp B.....	35
- B10 Observació del corrent induït.....	36
- B11 Inducció mútua entre dues bobines.....	38
- B12 Mesura del coeficient d'inducció mútua.....	40
- B13 Mesura de d'autoinducció d'una bobina.....	42
- B20 Mesura del camp B pel mètode de la bobina exploradora.....	44
- B21 Mesura del camp magnètic terrestre.....	46
- B22 Dependència amb la distància del camp creat per una bobina. Ús de la bobina exploradora	47
· ANNEXOS:	
- Annex 1: Estimació d'errors en les mesures. Resum.....	48
- Annex 2: Taula de constants.....	50
· BIBLIOGRAFIA	51

INTRODUCCIÓ

- Les pràctiques s'estructuren en un conjunt de **mòduls**. Alguns són obligatoris i altres opcionals: correspon al professor, sobre la marxa del curs, decidir quin mòdul es fan i quan.

• **ABANS D'ANAR AL LABORATORI** convé que l'alumne, quan ja sàpiga quin són els mòduls que haurà de realitzar, faci un treball de preparació que consisteix a:

1. Llegir els **objectius**, la part de **teoria** (si n'hi ha) i la de **muntatge i realització** que s'inclou en cada guió.

- Completar la informació, si cal, amb l'ajut de la **bibliografia** que es facilita.
- Veure les característiques del material que s'utilitza.

2. Realitzar els **exercicis** proposats al final del guió, destinats a facilitar la comprensió o els processos de càlculs posteriors.

• **AL LABORATORI** s'han de seguir les pautes donades en la **realització**. No sempre s'especifiquen totes les condicions i, per tant, l'alumne ha de decidir, segons el seu criteri, algunes qüestions. En cas de dubte, cal que demani l'ajuda del professor.

Si convé fer alguna gràfica, s'indica el tipus de paper que es necessita (mil·limetrat, logarítmic, etc.) o bé que es realitza per mitjà de l'ordinador i s'imprimeix.

El guió dona unes possibles variants a la realització, que poden fer-se opcionalment, per indicació del professor, si es vol complementar l'experiència i es té temps.

• **AL FINALITZAR LA SESSIÓ DE LABORATORI**, cal entregar un **INFORME** concís que segueixi les pautes generals explicades a continuació i les indicacions (escrites en **negreta**) donades al guió, si bé cal afegir-hi totes les consideracions i conclusions importants a què s'hagi arribat. No hi ha guia per a les variants. Al final del guió es plantegen algunes **qüestions complementàries** com a ajuda per treure conclusions o per motivar l'alumnat a ampliar coneixements.

• **PRESENTACIÓ DELS INFORMES**. Es convenient que els informes de cada pràctica tinguin la següent estructura, sense repetir la informació demanada en aquesta publicació.

NOM / GRUP / EQUIP / DATA

TÍTOL

OBJECTIUS

Expressar breument què es pretén fer en aquesta pràctica

MUNTATGE EXPERIMENTAL

Esquema, marges de mesura. Escales utilitzades, error de resolució de l'aparell.

RESULTATS EXPERIMENTALS

Presentar els resultats experimentals de manera clara i ordenada (preferiblement en forma de taula), amb les corresponents unitats, i l'error (si s'escau). Atenció al nombre de xifres significatives.

INTERPRETACIÓ

Tractament de les dades, representació gràfica, obtenció de paràmetres físics i discussió dels resultats

CONCLUSIONS

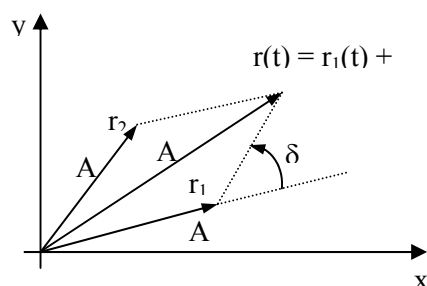
Comenteu si el resultat està d'acord amb el que preveu la teoria. Si no ho està, analitzar possibles causes.

♦ SUMA DE FASORS

A tota funció harmònica $x(t) = A \cos(\varphi(t))$ d'amplitud A i fase $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$, s'hi pot associar un vector $\mathbf{r}(t)$ de mòdul A , que forma un angle φ amb l'eix x . Si $x(t)$ és el component x del vector \mathbf{r} , aquest gira amb una velocitat angular ω . D'aquest tipus de vectors se'n diu fasors.

A la suma de dues funcions harmòniques d'amplituds A_1 i A_2 , de fases inicials φ_{10} i φ_{20} i d'igual freqüència ω , s'associa un vector que és la suma vectorial dels seus corresponents vectors, \mathbf{r}_1 i \mathbf{r}_2 .

Si coneixem el desfasament $\delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10}$, podem aplicar el teorema del cosinus per trobar l'amplitud A de la suma, que serà igual a $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\delta\varphi$.



L'expressió anterior se simplifica quan els dos components estan:

- en fase: $\delta\varphi = 0 \rightarrow A = A_1 + A_2$
- en contrafase: $\delta\varphi = \pi \rightarrow A = |A_1 - A_2|$
- en quadratura: $\delta\varphi = \pm\pi/2 \rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2$

♦ CONCEPTE D'IMPEDÀNCIA. ÚS D'EXPONENTS COMPLEXOS

En aplicar una tensió sinusoidal de la forma $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ sobre un element de circuit, apareixerà un corrent del tipus $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi_0)$. La impedància és la relació entre aquestes dues magnituds: cal que ens descrigui no només la relació entre les seves amplituds, $Z = V_0/I_0$ (mòdul de la impedància), sinó també el desfasament entre aquestes φ_0 (argument).

Si les magnituds V i I es descriuen fent ús d'exponents complexos, $V(t) = \text{Re}(\mathbf{V}_0 \cdot \exp(j\omega t))$, $I(t) = \text{Re}(\mathbf{I}_0 \cdot \exp(j\omega t))$, on \mathbf{V}_0 i \mathbf{I}_0 són complexos que indiquen no sols l'amplitud sinó també la fase inicial, la impedància es defineix simplement com la relació existent entre aquestes amplituds complexos: $\mathbf{Z} = \mathbf{V}_0/\mathbf{I}_0$.

♦ CAPACITAT D'UN CONDENSADOR

La capacitat C d'un condensador és la relació existent entre la càrrega Q de cadascuna de les seves plaques i la diferència de potencial V entre aquestes. Depèn només de la seva geometria i del dielèctric utilitzat.

Per la llei de Gauss, el camp a la superfície d'un conductor està relacionat amb la densitat de càrrega lliure: $E = \sigma_0/\epsilon_0\epsilon_r$. Per tant, si el camp és uniforme, $Q_0 = S \cdot \sigma_0$, $V = E \cdot d$, on S i d són la superfície de les plaques i la separació entre aquestes, la capacitat serà $C = \epsilon_0\epsilon_r S/d$.

A1 CARÀCTER VECTORIAL DE LES MAGNITUDS DE CORRENT ALTERN

- ♦ OBJECTIUS
 - Comprovar el caràcter fasorial de les magnituds en un corrent altern
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: cap

A2 MESURA DE LA PART REAL I LA PART IMAGINÀRIA DE LA IMPEDÀNCIA

- ♦ OBJECTIUS
 - Concepte d'impedància.
 - Obtenció del mòdul de la impedància.
 - Obtenció de l'argument, la resistència i la reactància.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: A1 (Caràcter vectorial de les magnituds de corrent altern)

A3 DEPENDÈNCIA AMB LA FREQUÈNCIA DE LA IMPEDÀNCIA D'UN CONDENSADOR

- ♦ OBJECTIUS
 - Obtenció experimental d'una llei empírica.
 - Mesura de la capacitat d'un condensador.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: A1 (Caràcter vectorial de les magnituds de corrent altern)
A2 (Mesura de la part real i la part imaginària de la impedància)

A4 RELACIÓ ENTRE LA GEOMETRIA I LA CAPACITAT D'UN CONDENSADOR. MESURA DE LA PERMITIVITAT DEL BUIT

- ♦ OBJECTIUS
 - Observar la dependència de la capacitat amb la distància entre plaques
 - Estimar el valor de la permitivitat en el buit
 - Valorar la importància de l'error de vores
- ♦ TEMPS: 45 minuts
- ♦ PREREQUISITS: cap

A5 EFECTE D'UN DIELÈCTRIC SOBRE LA CAPACITAT D'UN CONDENSADOR. MESURA DE LA CONSTANT DIELÈCTRICA

- ♦ OBJECTIUS:
 - Comprovar que la inclusió d'un dielèctric augmenta la capacitat
 - Mesurar la constant dielèctrica de diferents materials
- ♦ TEMPS: 45 minuts
- ♦ PREREQUISITS: A4 (Relació entre la geometria i la capacitat d'un condensador. Mesura de la permeabilitat del buit).

♦ OBJECTIUS

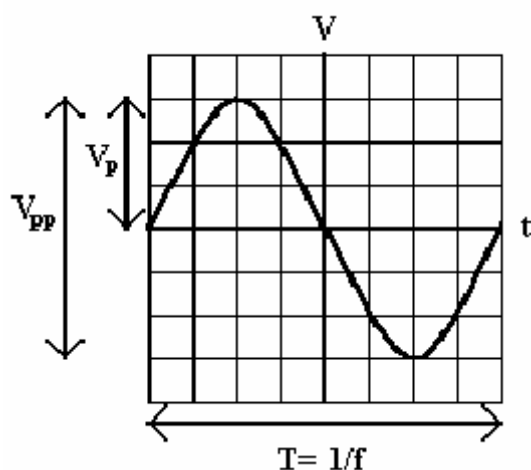
- Comprovar el caràcter fasorial de les magnituds en un corrent altern.
- Operar amb les magnituds representatives de senyals harmònics.

♦ TEMPS: 30 minuts

♦ PREREQUISITS: cap

♦ TEORIA

Quan en un circuit circula un corrent altern sinusoidal d'una certa freqüència, tant les tensions com els corrents que hi intervenen es poden representar per vectors rotatoris que s'anomenen fasors. La freqüència de rotació coincideix amb la freqüència d'oscil·lació dels senyals i la fase entre aquests dos fasors es dibuixa com una fase fixa. Si cal sumar dues d'aquestes magnituds ho haurem de fer com si suméssim dos vectors. Així doncs, l'amplitud de la suma no coincideix, generalment, amb la suma d'amplituds, com el mòdul de la suma de dos vectors no és, en general, la suma dels seus mòduls.



Les magnituds de corrent altern o règim estacionari poden venir caracteritzades per diferents magnituds. Temporalment per la seva freqüència f o el seu període T , i en magnitud pel seu valor de pic V_P , pel seu valor pic a pic V_{PP} o pel seu valor eficaç V_{eff} , entre d'altres. A la figura es mostren algunes d'aquestes magnituds.

Com que el valor mitjà d'un senyal sinusoidal és 0, una manera numèrica de representar-lo és amb el seu valor eficaç.

$$V_{eff} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt\right)} = \frac{V_P}{\sqrt{2}} = \frac{\text{Amplitud}}{\sqrt{2}}$$

Per treure el valor mitjà (quadràtic mitjà), s'eleva al quadrat la funció i se'n treu el valor mitjà. Del resultat, se'n fa l'arrel quadrada. Per a senyals sinusoidals aquest coincideix amb el valor de pic (l'amplitud) partit per $\sqrt{2}$. Precisament aquest és el valor que nosaltres llegim en el polímetre quan hi mesurem alguna magnitud en mode AC.

Si es col·loquen dos elements de circuit en sèrie, en fer-hi passar un corrent altern, la tensió V entre els extrems és la suma vectorial de les tensions V_1 i V_2 que cauen entre els extrems de cadascun dels elements.

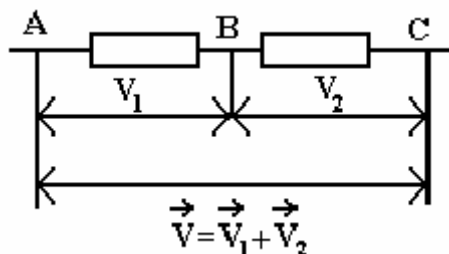
Si podem mesurar les amplituds de la tensió de cada component i del conjunt, podem calcular també el desfasament $\delta\varphi$ utilitzant el teorema del cosinus, si bé no podem distingir-ne el seu signe correcte (veure mòdul A2).

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 29.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Es prenen dos elements de circuit i es connecten en sèrie a la sortida d'impedància $600\Omega/50\Omega$ segons el generador, de manera que hi circuli el mateix corrent.

S'aplica un senyal sinusoidal de freqüència 500 Hz i d'amplitud entre 1V i 2 V.



- Munteu dues resistències en sèrie, **mesurant amb el polímetre les tres tensions V_1, V_2 i V** . Comproveu que V_1 i V_2 estan en fase.
- Col·loqueu el condensador i la bobina, **mesurant amb el polímetre les tres tensions V_1, V_2 i V** . Comproveu que V_1 i V_2 estan en contrafase.
- Realitzeu la mateixa operació amb la bobina i la resistència. Quin desfasament tindran les tensions V_1 i V_2 en aquest cas? (utilitzeu l'expressió del mòdul A2).

Observeu també aquests fets a l'oscil·loscopi. Per fer-ho, és necessari utilitzar els **dos canals**. No oblideu que les masses dels dos canals estan internament curtcircuitades (al mateix potencial). Així doncs les haureu de connectar al mateix punt del vostre circuit, concretament al punt **B**. D'aquesta manera mesuràrieu les tensions $V_{AB} = (V_A - V_B)$ i $V_{CB} = -V_{BC}$; per tant, haureu d'invertir un canal. Així, dos senyals que estan en fase apareixen també en fase a l'oscil·loscopi.

♦ EXERCICIS PREVIS

A1.a) Determineu V si $V_1 = 0,490$ V, $V_2 = 0,883$ V i l'angle que formen és de 0° , 180° , 90° o 60° .

A1.b) Si $V = 1,342$ V, $V_1 = 1,055$ V, i $V_2 = 0,340$ V, determineu el valor del desfasament entre V_1 i V_2 . Quin és el seu signe?

A1.c) Representeu gràficament dues funcions harmòniques desfasades, **indicant quina és cadascuna**. En concret representeu $y_1 = A_1 \cos(\omega t)$ i $y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$ per a $\varphi = +90^\circ$ i -30°

♦ OBJECTIUS

- Concepte d'impedància.
- Obtenció del mòdul de la impedància.
- Obtenció de l'argument, la resistència i la reactància.

♦ TEMPS: 30 minuts

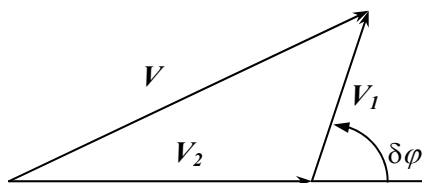
♦ PREREQUISITS: A1 (Caràcter vectorial de les magnituds de corrent altern)

♦ TEORIA

Tant el corrent altern I que circula per un element, com la tensió V que cau a través seu, es poden representar per mitjà de vectors rotatoris: el seu fasor ens indica no sols l'amplitud A , sinó també la fase inicial ϕ_0 . Per establir relacions entre els vectors és convenient representar-los com a nombres complexos, que presenten l'avantatge de tenir definides les operacions producte i divisió entre si mateixos.

Si el corrent que circula per un tram d'un circuit és $I(t) = \text{Re}(\mathbf{I} \cdot \exp(j\omega t))$ i la caiguda de tensió és $V(t) = \text{Re}(\mathbf{V} \cdot \exp(j\omega t))$, on \mathbf{I} i \mathbf{V} són nombres complexos, es defineix la impedància complexa d'aquest tram (a una certa freqüència) com la relació $\mathbf{Z} = \mathbf{V} / \mathbf{I}$, on el mòdul de \mathbf{Z} és la relació entre els mòduls de \mathbf{V} i \mathbf{I} (amplituds dels senyals), i el seu argument és la diferència entre els seus arguments, és a dir la diferència de fase entre $V(t)$ i $I(t)$.

Per determinar la impedància d'un element \mathbf{Z} , cal mesurar la tensió a l'element V_Z i el corrent \mathbf{I} que hi circula. Per mesurar el corrent es col·loca en sèrie una resistència de referència R_{ref} , que podem mesurar prèviament amb un polímetre, i mesurant l'amplitud de la caiguda de tensió a la resistència, V_R , podem calcular el mòdul (amplitud) de la intensitat, $I = V_R / R_{ref}$. El mòdul de la impedància \mathbf{Z} valdrà $Z = R_{ref} \cdot V_Z / V_R$, on V_Z es l'amplitud de la caiguda de la tensió a l'element. Per obtenir l'argument haurem de mesurar l'amplitud de la tensió V entre els extrems del conjunt. Tenint en compte que es compleix la relació vectorial $\mathbf{V} = \mathbf{V}_Z + \mathbf{V}_R$, podem obtenir l'angle utilitzant el teorema del cosinus:



$$\cos(\delta\phi) = -\cos(180^\circ - \delta\phi) = \frac{V^2 - V_1^2 - V_2^2}{2 \cdot V_2 \cdot V_1}$$

on V_2 representa el fasor associat a V_R , V_1 representa el fasor associat a V_Z , i V el de la tensió total. L'angle $\delta\phi$ és l'argument de la impedància de l'element ja que la intensitat \mathbf{I} i V_2 estan en fase. L'angle que formen \mathbf{V} i V_2 seria l'argument de la impedància del circuit.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 29.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Cal disposar la resistència de referència R_{ref} (mesurada prèviament) en sèrie amb l'element desconegut (una bobina amb valor nominal de 56 mH) i aplicar-hi un senyal sinusoidal amb el generador de funcions.

- a) Mesureu R_{ref} amb el polímetre (abans d'incloure-la al circuit).
- b) Munteu el circuit, aplicant un senyal sinusoidal de freqüència $f = 500$ Hz i utilitzeu el polímetre per a mesurar el valor eficaç de les tensions V_R , V_Z i V .
- c) Calculeu el **mòdul** de la impedància a la freqüència f .
- d) Calculeu l'**argument** de la impedància. Determineu-ne el **signe** amb l'oscil·loscopi.
- e) Determineu la **part real** R (resistència) i la part **imaginària** X (reactància) a la freqüència f . Quina relació existeix entre X i f ?
- f) Mesureu la impedància de la bobina a la freqüència de 1000 Hz. Compareu els valors de R i X amb els obtinguts a la freqüència de 500 Hz.

VARIANTS

- Calculeu la part real G i la imaginària B de l'admitància Y (invers de la impedància $Y = 1/Z$).

♦ EXERCICIS PREVIS

A2. a) Si la resistència de referència val $R_{ref} = 472 \pm 2 \Omega$ i al connectar en sèrie la resistència i l'element obtenim $V_R = 0,872$ V, $V_Z = 1,182$ V i $V = 1,532$ V, calculeu el mòdul de Z , el seu argument, la part real R i la part imaginària X .

♦ OBJECTIUS

- Obtenció experimental d'una llei empírica.
- Mesura de la capacitat d'un condensador.

♦ TEMPS: 30 minuts

- ♦ PREREQUISITS: A1 (Caràcter vectorial de les magnituds de corrent altern)
A2 (Mesura de la part real i la part imaginària de la impedància)
-

♦ TEORIA

Quan s'aplica una tensió de la forma $V = V_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ a un condensador, apareix una càrrega $Q = CV_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ en cada una de les plaques. El corrent I que va a una placa produeix l'augment de la seva càrrega, $I = dQ/dt$, i, per tant, $I = -\omega CV_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega CV_0 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$.

Veiem que V i I estan desfasats 90° (I està avançat respecte a V) i que la relació entre amplituds és $Z = 1/\omega C$ (mòdul de Z).

Utilitzant complexos: si $V = V \exp(j\omega t)$, $I = dQ/dt = C dV/dt = j\omega C V \exp(j\omega t)$, i per tant, $Z = 1/(j\omega C)$.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 29.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Cal disposar el condensador en sèrie amb una resistència de referència mesurada prèviament i mesurar les tensions V_R , V_Z i V a diferents freqüències, des de 50 Hz fins a 5000 Hz. Convé organitzar els resultats en una taula.

- Mesureu el valor de R_{ref} .
- Apliqueu senyals sinusoidals, de diferents freqüències, mesurant en cada cas les tres tensions: V_R , V_Z i V . No convé alterar la freqüència fins que no s'hagin fet les tres mesures.
- Calculeu el mòdul de Z a cada freqüència.
- Representeu la gràfica** de $Z(f)$ en un paper mil·limetrat. Quin tipus de dependència hi observeu?
- Linealitzeu la gràfica**, representant $1/Z$ en funció de f . Calculeu el pendent i determineu la capacitat del condensador a partir d'aquest pendent.

VARIANTS

- Comproveu que les tensions de R i de Z estiguin en quadratura, utilitzant el valor de la tensió V .
-

♦ EXERCICIS PREVIS

A3. a) S'ha obtingut la següent taula de valors. La resistència de referència és $R_{ref} = 182 \, \Omega$. Calculeu la impedància per a cada freqüència.

f (Hz)	V _Z (mV)	V _R (mV)	V (mV)	Z (ohm)	1/Z (S)
50	1478	106	1495		
100	1330	188	1328		
200	985	276	1017		
500	482	340	592		
1000	253	355	437		
2000	127	357	380		
5000	51	362	364		

Representeu la gràfica de $Z(f)$ i de $1/Z(f)$ calculant el valor de la capacitat a partir del seu pendent.

♦ OBJECTIUS

- Observar la dependència de la capacitat amb la distància entre plaques
- Estimar el valor de la permitivitat en el buit
- Valorar la importància de l'error de vores

♦ TEMPS: 45 minuts

♦ PREREQUISITS: cap

♦ TEORIA

Un condensador pla està format per dues plaques metàl·liques paral·leles que es carreguen amb càrregues iguals i de signe oposat. La seva capacitat C es defineix com la relació entre la càrrega Q que té cada una de les plaques i la tensió V que hi ha entre elles en posar-hi aquesta càrrega. Si no hi ha cap dielèctric diferent de l'aire al seu interior, C depèn exclusivament de la **geometria** del condensador.

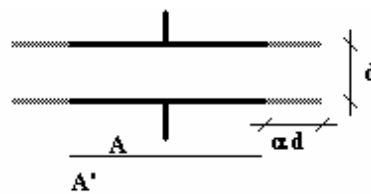
En un condensador pla ideal, format per plaques indefinides molt properes, el camp elèctric E al seu interior es pot considerar uniforme i perpendicular a les plaques. El flux de E a través d'una superfície tancada que envolti totalment la placa positiva serà AE i per la llei de Gauss és igual a Q/ϵ_0 (on ϵ_0 és la permitivitat del buit). Per tant :

$$C = Q/V = \epsilon_0 A/d$$

on A és l'àrea de la placa i d és la separació entre plaques.

Per tant, la capacitat és inversament proporcional a la separació d , que podem comprovar representant C en funció de A/d . El pendent d'aquest gràfic és la constant ϵ_0 .

Com que en realitat la separació d no és infinitament petita per comparació a les dimensions de les plaques, el camp elèctric E ja no és uniforme a prop de les vores (efecte de vores) i l'expressió anterior no és exacta, sinó aproximada, ja que part del camp "s'escampa" per fora del condensador. Podem corregir aquest error considerant que les plaques "efectives" són una mica més grosses que les "reals", afegint-hi una vora d'amplada proporcional a d al voltant de les plaques. Aleshores, la capacitat és proporcional a l'àrea efectiva: $C = \epsilon_0 (A + \alpha d P)/d$, on P és el perímetre de les plaques i α és un factor de l'ordre de la unitat. Per tant, el gràfic $C(A/d)$ no passarà per l'origen, però el seu pendent continuarà essent ϵ_0 .



♦ BIBLIOGRAFIA : Tipler 24

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Per fer aquesta experiència es fan servir dues làmines conductores disposades sobre làmines gruixudes de PVC perquè siguin prou planes. La làmina inferior té unes guies cilíndriques que encaixen amb la làmina superior, i les manté degudament enfrontades.

Cada làmina té la seva parella. No intenteu ajuntar dues làmines no aparellades.

Per separar adequadament les làmines, es disposa d'unes arandelles (d'un gruix aproximat d'1 mm) que es posen entorn de les guies. Cal posar sempre el mateix nombre d'arandelles a cada una de les quatre guies, de manera que les làmines siguin paral·leles. La primera arandella està fixada a la placa i per tant no es pot treure.

La capacitat es mesura amb un capacímetre (PROMAX CP-534C), que cal utilitzar triant l'escala més adequada (usualment 200 pF o 2000 pF). Els seus dos terminals es connecten respectivament a cada una de les plaques. No convé tocar-les mentre es mesura, ja que es produeix una pertorbació apreciable.

- Mesureu el gruix mitjà de les arandelles g amb un peu de rei. Per fer-ho més exacte convé mesurar el gruix de 10 arandelles. Mesureu les dimensions de les plaques (cal considerar només l'àrea recoberta per l'elèctrode) i calculeu l'àrea A de les plaques del condensador.
- Mesureu la capacitat del condensador C_n per a unes quantes separacions diferents (des de $n = 2$ fins a $n = 10$ arandelles).
Feu una taula on consti el nombre d'arandelles n , la capacitat C_n , la separació entre plaques $d = n \cdot g$ i la relació entre l'àrea i la separació A/d .
- Representeu la capacitat C en funció de A/d . Observeu si dóna una recta, tal com preveu la teoria, i trobeu el pendent de la recta. A partir d'aquesta, estimeu el valor de ϵ_0 (permitivitat dielèctrica del buit) amb les unitats corresponents.
- Compareu els valors obtinguts de ϵ_0 amb el valor que donen els llibres. Quin error heu comès?

VARIANTS

- A partir del gràfic, trobeu el valor de la capacitat que correspondria a $A/d = 0$. Calculeu el perímetre de les plaques i calculeu el valor del factor adimensional α , que ens dóna la importància de l'efecte de vores. Quins factors creieu que poden influir en el valor de α ?

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Assumint que l'error de vores es pot modelar prenent una àrea efectiva igual a $A' = A + \alpha dP$, discutiu de quina manera això afecta els resultats obtinguts.
- Existeix alguna altra causa d'error?

♦ EXERCICIS PREVIS

A4.a) Un condensador pla està format per dues plaques rectangulars de 24,0 x 15,0 cm, separades una distància de 6,0 mm. Trobeu el valor esperat de la seva capacitat si es negligeix l'efecte de vores. Estimeu l'error degut a la imprecisió de les dimensions.

A4.b) En el condensador anterior, trobeu la capacitat esperada si considereu que l'efecte de vores es pot modelar com si les plaques es perllonguessin una longitud d per a cada costat ($\alpha = 1$). Quin percentatge d'error suposa negligir aquest efecte?

A4.c) Dues plaques de 500 cm² d'àrea se separen per mitjà de n separadors de 2,5 mm de gruix. En mesurar la capacitat en funció del nombre de separadors s'obté:

$C(1) = 191 \text{ pF}$; $C(2) = 98 \text{ pF}$; $C(3) = 73 \text{ pF}$; $C(4) = 58 \text{ pF}$; $C(5) = 47 \text{ pF}$; $C(6) = 46 \text{ pF}$.

Trobeu el valor de la permitivitat dielèctrica del buit ϵ_0 a partir del pendent del gràfic $C(A/d)$.

♦ OBJECTIUS:

- Comprovar que la inclusió d'un dielèctric augmenta la capacitat
- Mesurar la constant dielèctrica de diferents materials.

♦ TEMPS : 45 minuts

♦ PREREQUISITS: A4

♦ TEORIA

Quan un dielèctric o aïllant s'interposa entre les plaques d'un condensador, la seva capacitat augmenta en una relació ϵ_r (constant dielèctrica) que només depèn del material dielèctric. Això implica que per a una mateixa càrrega a les plaques (càrrega lliure), el camp elèctric dins el dielèctric és inferior al que es produiria en el buit. Això s'interpreta per la creació d'una distribució de dipols elèctrics al seu interior.

Així doncs, la capacitat valdrà $C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$, on $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ és el que anomenem permitivitat absoluta d'un material.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 24

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

S'usen les mateixes plaques que en el mòdul A4, però no cal usar les arandelles separadores, ja que aquesta funció la realitza el propi dielèctric.

En aquest cas convé prémer les plaques per aplanar el dielèctric i eliminar així la cambra d'aire que es forma entre les làmines.

La capacitat es mesura amb el capacímetre PROMAX CP-534C.

Per no complicar els càlculs, en aquest cas no considerarem l'efecte de vores.

Es disposa de làmines dielèctriques de tres materials diferents:

PVC (grisa) - **METACRILAT** (transparent) - **NILÓ** (blanca)

Tenim làmines de PVC de tres gruixos diferents (aproximadament 1, 3 i 10 mm), mentre que dels altres materials només hi ha làmines de 3 mm.

- a) Mesureu el gruix de cada una de les làmines, i les dimensions dels elèctrodes. Utilitzeu un peu de rei i un regle mil·limetrat respectivament.
- b) Mesureu la capacitat de les tres làmines de PVC (de 1, 3 i 10 mm de gruix aproximat). Representeu la capacitat C en funció de A/d . Comproveu-ne la relació lineal.
A partir del pendent, trobeu la permitivitat absoluta $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$.
Assumint el valor de ϵ_0 donat a les taules, trobeu la constant dielèctrica ϵ_r del PVC.
- c) Mesureu la capacitat de les tres làmines de 3 mm dels diferents materials, PVC - METACRILAT - NILÓ, fent diverses mesures en cada cas (intenteu eliminar la bombolla d'aire que queda entre la làmina i l'elèctrode).

Calculeu la constant dielèctrica estimada $\epsilon_r = Cd/A\epsilon_0$ en cada cas (sense cap mena de correcció).

Compareu els tres valors obtinguts.

QUESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Les mesures de la constant dielèctrica del PVC segons els mètodes b) i c) probablement no coincideixen. Discutiïu quin dels dos mètodes us sembla més fiable.

♦ EXERCICIS PREVIS

A5.a) Un condensador pla de plaques de 24,0 x 15,0 cm i 6,0 mm de gruix conté un dielèctric de constant dielèctrica $\epsilon_r = 3,4$. Quina és la seva capacitat?

A5.b) Si l'anterior condensador es connecta a un generador de 12 V, quin és el camp E en el seu interior?, quina és la càrrega total Q d'una placa?, quina és la densitat superficial de càrrega lliure?

A5.c) En el cas anterior, quant valen els vectors D i P ? Quina és la densitat de càrrega lligada?

Com que és probable que bona part de les pràctiques de magnetisme es facin abans de les explicacions teòriques, convé que es realitzin com a treballs de **descobriment** de fenòmens i de lleis físiques.

Per tal de tenir una vista panoràmica **cultural** del treball que es vol realitzar, convé fer alguna lectura prèvia. Per exemple: les introduccions als capítols 26, 27 i 28 del llibre de Tipler, al capítol 28 del llibre de Lea i Burke o als capítols 29 i 30 del llibre de Serway i Jewett.

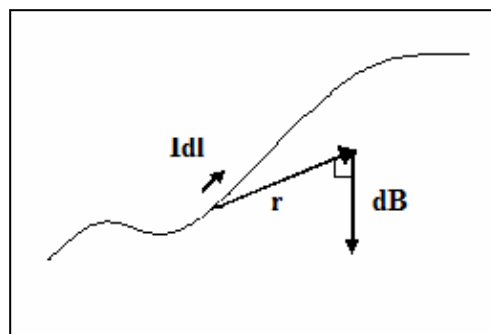
♦ EL CAMP MAGNÈTIC

Una càrrega en moviment, quan es mou dins d'un camp magnètic \mathbf{B} , experimenta una força $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (definició operacional del camp magnètic).

Com a conseqüència, sobre un element de corrent $I d\mathbf{l}$ hi actua una força:

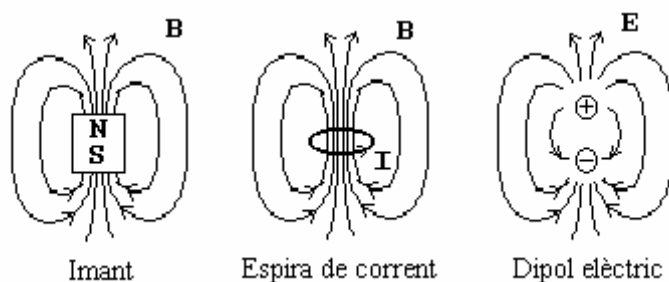
$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

La unitat de camp magnètic en el SI és el tesla, tot i que també s'utilitza el gauss. ($1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$).



Un element de corrent genera un camp magnètic en un punt situat segons un vector de posició \mathbf{r} $d\mathbf{B} = \mu_0/4\pi I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}/r^2$ (Llei de **Biot i Savart**), on $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$, és la permeabilitat magnètica del buit i $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$.

El camp magnètic \mathbf{B} pot ser creat tant per mitjà de material ferromagnètic (un imant) com per càrregues elèctriques en moviment (un corrent I circulant per una bobina). Tant en un cas com en l'altre se'n diu un dipol magnètic, ja que en podem distingir dos pols: el nord (o pol positiu) d'on surten les línies de \mathbf{B} , i el sud (o pol negatiu), a on entren les línies de \mathbf{B} . La forma de les línies del camp \mathbf{B} a fora del dipol magnètic és similar a la de les línies del camp \mathbf{E} creat per un dipol elèctric, tal com es mostra aproximadament a la figura següent:



♦ INDUCCIÓ MAGNÈTICA

Quan s'altera el flux del camp magnètic a través d'una bobina, s'indueix una força electromotriu que impulsa les càrregues elèctriques a circular-hi. La força electromotriu induïda és igual a la derivada respecte al temps del flux magnètic que la travessa (Llei de **Faraday**); no importa la manera com s'hagi aconseguit aquesta variació.

El sentit del corrent induït és tal que crea un camp \mathbf{B} induït que s'oposa a la variació del camp que s'ha produït (Llei de **Lenz**).

♦ CAMP MAGNÈTIC CREAT PER UNA BOBINA

El camp magnètic **B**, creat per una espira circular de radi **R** per on circula un corrent **I**, es pot obtenir superposant els camps produïts per cada element del corrent.

Així, en el centre de l'espira **B** té la direcció de l'eix i val

$$B = \frac{\mu_0}{2R} I$$

El **moment magnètic m** d'una espira de corrent d'àrea **A** es defineix com **m**=**I**·**A** . Per a una espira circular $m = I\pi R^2$. Sobre l'eix de l'espira, a una distància **z** del centre,

$$B = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} I = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

que queda reduïda a l'expressió anterior quan $z = 0$. Observem l'analogia d'aquesta expressió i la del camp **E** creat per un dipol elèctric de moment dipolar **p**.

$$\text{Per a } z \gg R \text{ es pot aproximar per a } B = \frac{\mu_0 R^2}{2z^3} I = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{z^3} .$$

En un punt qualsevol de l'espai, situat a una distància **r** del centre (si $r \gg R$), el camp **B** es pot expressar en coordenades esfèriques:

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} 2 \cos \theta \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} \sin \theta$$

Això fa que el camp magnètic generat per una espira de moment magnètic **m** sigui similar al camp elèctric creat per un dipol.

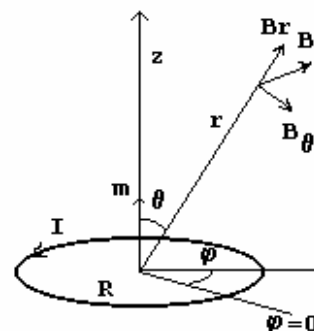
Si una bobina consta de **N** espires, el seu moment **m** és **N** vegades el d'una sola espira.

♦ CAMP MAGNÈTIC CREAT PER UN IMANT

En el cas de distàncies grans enfront de la mida de l'imant (camp llunyà), aquest es comporta igual que una bobina amb un moment magnètic **m**; per tant, seran igualment vàlides les expressions anteriors.

S'anomena **pol nord** la zona d'on emergeixen les línies del camp **B** i **pol sud**, el lloc on aquestes entren dins de l'imant.

El vector d'**imantació M** ens indica el grau de magnetització d'un material, de manera que **M** = **m**/Volum.



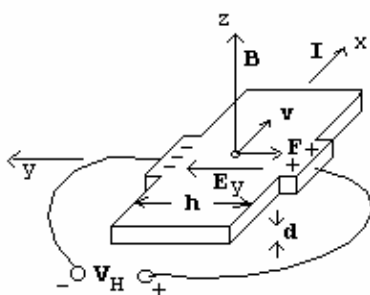
◆ EFECTE HALL

Quan un corrent circula per un conductor perpendicularment a un camp magnètic \mathbf{B} , els portadors de càrrega (que tenen una velocitat de desplaçament \mathbf{v}) experimenten una força lateral que produeix una acumulació de càrrega als costats, la qual produirà un camp elèctric perpendicular al corrent i al camp magnètic (camp Hall E_y). En condicions estacionàries, la força produïda per aquest camp ha de compensar la força magnètica i, per tant, $\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} = E_y$

Associada a aquest camp elèctric es produeix una diferència de potencial proporcional al camp magnètic: $V_H = h E_y = h v B$. Si es coneix la velocitat \mathbf{v} , la tensió Hall és proporcional al valor de B . La velocitat dels portadors es pot calcular tenint en compte que $I = h d j = h d q n v$, on j és la densitat del corrent. Si la densitat de portadors n es manté constant, v és proporcional a I .

En realitat el que es mesura és el component B_z del camp, ja que la presència de camp magnètic en la direcció del corrent x o en la direcció y no produeix aquest efecte.

Per tal d'obtenir un senyal apreciable s'utilitzen materials semiconductors, cosa que fa que la densitat dels portadors (i per tant la velocitat) sigui molt variable amb la temperatura. Això té l'inconvenient que la constant de proporcionalitat entre la tensió Hall i el camp B es pot alterar fàcilment amb la temperatura.

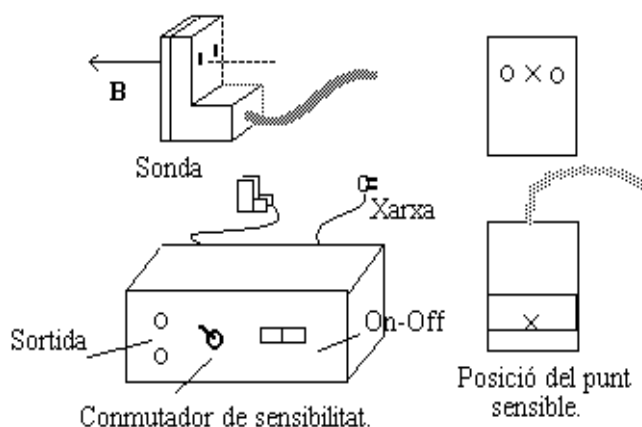


♦ SONDA HALL I CAIXA ADAPTADORA

La sonda Hall està col·locada dins una càpsula de llautó, orientada de manera que és sensible al camp magnètic que va en la direcció que es veu a la figura. El seu punt sensible està situat a l'interior, entre els dos cargols de la tapa, a una distància de 3 mm.

A la caixa adaptadora hi ha una font d'alimentació que subministra el corrent necessari per a la sonda i un amplificador de la tensió Hall. A l'exterior hi ha els terminals de sortida del senyal (on hi ha una tensió contínua proporcional al camp). L'amplificador ha estat ajustat de manera que la sensibilitat de la sonda sigui de **10mV/gauss** o d'**1mV/gauss**, segons la posició del commutador. Cal tenir en compte que l'amplificador **se satura per a tensions de sortida superiors a 1 V**, i que per tant cal usar la sensibilitat de 1 mV/gauss si el camp és gran.

A causa de la poca estabilitat del senyal, convé posar en marxa la sonda una estona abans de fer cap mesura (cinc minuts).



◆ FONTS DE CAMP MAGNÈTIC

· BOBINA

Per usar-la amb corrent continu cal connectar-la a una font d'alimentació. Prèviament s'ha d'ajustar el corrent màxim (I_{\max}) per tal de no cremar la bobina (s'ha d'ajustar a 1,6 A). (Cal posar inicialment el control de corrent al mínim i el de tensió, al màxim, i s'ha de curtcircuitar la font. A continuació s'ha d'augmentar gradualment el corrent màxim fins a arribar al valor desitjat.)

Per controlar el corrent de la bobina s'utilitza l'ajust de tensió (i l'ajust fi de tensió). Convé connectar la font només el temps necessari per realitzar la mesura.

Radi mitjà: $R = 4,6 \pm 0,05 \text{ cm}$
Corrent màxim: 2 A

· IMANT

S'usa un imant de ferrita.

Volum: $V = 15 \text{ cm}^3$

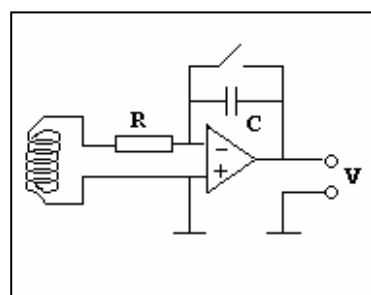
◆ BOBINA EXPLORADORA

Consisteix en una bobina de $N = 1000$ espires i de superfície $S = 1,63 \text{ cm}^2$ (per a cada espira), que disposa d'un connector BNC per tal que es pugui connectar directament a l'oscil·loscopi. Sobre els laterals de la bobina hi ha dues fletxes (una de vermella i una de negra) que indiquen de quina manera ha estat bobinada. Un corrent que circuli seguint el sentit de les fletxes sortirà de la malla per anar cap a l'ànima del cable de connexió; per tant, s'observarà a l'oscil·loscopi com un senyal positiu.

$N = 1000$ espires
 $S = 1,63 \text{ cm}^2$ (per a cada espira)

◆ INTEGRADOR

Consisteix bàsicament en un condensador de capacitat C , en el qual l'increment de la diferència de potencial entre les plaques és proporcional a la càrrega ΔQ que ha arribat a una d'aquestes. En la pràctica, l'integrador conté un amplificador operacional (de baix offset) que permet mesurar la tensió en el condensador sense descarregar-lo. Com es pot deduir del circuit, aquest inverteix la tensió que mesura (proporcional a la càrrega del condensador):



$$\Delta\Phi = -R\Delta Q = -RC\Delta V = RC\Delta V_{\text{mesura}}$$

L'integrador disposa d'un pulsador que serveix per descarregar el condensador, amb la qual cosa la lectura de V es fa nul·la. Usualment, cal prémer aquest pulsador (RESET) abans de cada mesura.

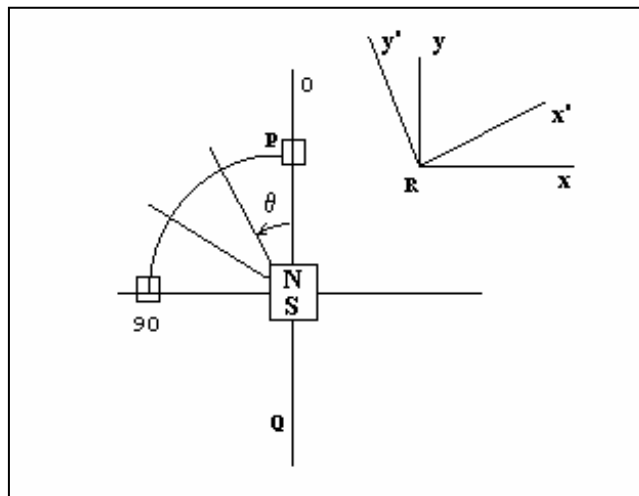
$R = 10,0 \pm 0,5 \text{ k}\Omega$ $C = 1,0 \pm 0,1 \text{ }\mu\text{F}$

♦ SUPORT DE LA SONDA

Serveix per aguantar la sonda a l'alçada de l'eix de la bobina quan aquesta es posa vertical (eix horitzontal). El disseny d'aquest suport permet col·locar la sonda just al mig de la bobina.

♦ PLANTILLES PER SITUAR ELS ELEMENTS

Permeten disposar els elements (bobina, imant, sonda, etc.) d'una manera còmoda sobre la taula i determinar-ne fàcilment la posició (per als mòduls en els quals és important la situació dins l'espai).



ANNEX

MAGNETISME. CRONOLOGIA

Aquesta és una limitada cronologia de com es van anar coneixent i estudiant els fenòmens que denominem electromagnètics.

1000 aC. Huang-ti. Aconsegueix una victòria militar gràcies al fet que els seus carruatges porten instal·lades figuretes d'home amb una mà estesa cap endavant (sempre indicaven el sud).

600 aC. Tales de Mileto. Esmenta l'existència de la magnetita o pedra imant Fe_3O_4 , *lithos magnetis*. Durant segles, l'estudi del magnetisme es va limitar als efectes de l'atracció i repulsió entre pedres imant i altres imants naturals, com la Terra. Notícies escrites d'aquests estudis són:

1296. Pedro Peregrino. Croat francès, descriu l'ús de la brúixola en navegació i aplica el nom de pols als extrems de l'agulla imantada (força concentrada en els pols).

1496. Cristòfol Colom. Llibre de bord, anotació del 13 de setembre: "*Abans de caure la nit, la brúixola indicava una desviació cap el nord-est(...)*"

1600. Willian Gilbert. *De magnete*. Atracció i repulsió entre pols, el pol Nord i el pol Sud; mostra que la Terra genera un camp magnètic similar al d'una esfera tallada de magnetita imantada uniformement.

1750. John Michell. Els pols apareixen sempre com a dipols.

1785. Charles Coulomb. Els pols interaccionen com $1/r^2$.

1820.H.C. Oersted. Professor d'electricitat, galvanisme i magnetisme (actualment: electrostàtica, efectes del corrent continu, imants, brúixoles i magnetisme de la Terra), descobreix el 15 de febrer de 1820 que un corrent elèctric exerceix una força sobre un imant.

1820,18/IX, H.C.Oersted presenta la seva observació a l'Acadèmia de Ciències de França.

Dues setmanes més tard, A.M. Ampère afirma que una espira galvànica es comporta, pel que fa a efectes magnètics, com un imant a distàncies suficientment grans.

Quatre setmanes més tard, J.B. Biot i F.Savart demostren que, si la força magnètica és perpendicular al corrent, $F=IBL$.

Pierre de Laplace dedueix que la força magnètica deguda a un element de corrent varia amb $1/r^2$. Biot estudia la dependència angular.

A.M. Ampère i F.Arago, i independentment **H. Davy**, inventen l'electroimant de nucli de ferro.

1826. A.M. Ampère. *Théorie des phénomènes electro-dynamiques*.

1831. Michael Faraday i independentment **Joseph Henry** observen els corrents induïts magnèticament. Fenomen electromagnètic.

1864. J.C. Maxwell. *Teoria dinàmica del camp electromagnètic*, teoria clàssica completa del camp electromagnètic. Demostra que una càrrega accelerada ha de radiar camp electromagnètic, ones electromagnètiques, que es propaguen a la velocitat de la llum, la qual també és una ona electromagnètica. Unifica l'electricitat, el magnetisme i l'òptica.

1876. H.A. Rowland. Demostra que els efectes magnètics de càrregues en moviment són idèntics als dels corrents elèctrics.

1888. H.Hertz. Demostra experimentalment l'existència de les ones electromagnètiques.

1905. A. Einstein. *Sobre l'electrodinàmica dels cossos mòbils*. La teoria electromagnètica de Maxwell és una teoria relativísticament invariant.

B1 FONTS DE CAMP MAGNÈTIC. SONDA HALL

- ♦ OBJECTIUS
 - Familiaritzar-se amb el sistema de mesura.
 - Identificar els imants i els corrents elèctrics com a fonts del camp magnètic.
 - Unitat del camp magnètic B. Ordre de magnitud de B.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: cap

B2 CARÀCTER VECTORIAL DEL CAMP MAGNÈTIC

- ♦ OBJECTIUS
 - Observar el caràcter vectorial del camp magnètic B.
 - Identificar el sentit de B.
 - Obtenir el vector B a partir dels seus components.
 - Independència del vector B del sistema de coordenades.
- ♦ TEMPS: 40 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

B3 DEPENDÈNCIA LINEAL DE B AMB EL CORRENT EN UNA BOBINA

- ♦ OBJECTIUS
 - Comprovar la dependència lineal de B amb el corrent que el crea.
 - Observar l'ordre de magnitud dels camps magnètics mesurats.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

B4 DEPENDÈNCIA DE B AMB LA DISTÀNCIA A LA FONT

- ♦ OBJECTIUS
 - Observar la dependència del camp B sobre l'eix d'una bobina amb la distància al centre.
 - Entendre el significat de camp llunyà.
 - Usar el paper logarítmic.
 - Veure els avantatges d'un gràfic normalitzat.
- ♦ TEMPS: 45 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall), B3 (recomanable)

B5 DEPENDÈNCIA DEL CAMP B CREAT PER UN IMANT AMB LA DISTÀNCIA

- ♦ OBJECTIUS
 - Determinar la dependència amb la distància (camp llunyà).
 - Usar el paper logarítmic. Calcular un pendent.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

B6 DEPENDÈNCIA ANGULAR DELS COMPONENTS DEL CAMP B

♦ OBJECTIUS

- Determinar la dependència de B_θ i B_r amb l'angle per al camp llunyà.
- Comparar el camp del dipol elèctric i el del dipol magnètic.
- Usar un gràfic normalitzat.

♦ TEMPS: 30 minuts

♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall), B2 (Caràcter vectorial), B5 (Dependència de B amb la distància)

B10 OBSERVACIÓ DEL CORRENT INDUÏT

♦ OBJECTIUS

- Observar el fenomen de la inducció magnètica.
- Fer la comprovació qualitativa de la llei de Faraday-Lenz.

♦ TEMPS: 20 minuts

♦ PREREQUISITS: cap

B11 INDUCCIÓ MÚTUA ENTRE DUES BOBINES

♦ OBJECTIUS

- Fer l'observació qualitativa i quantitativa del fenomen.
- Observar la forma del senyal induït: obtenir-ne la derivada.
- Fer la comprovació quantitativa de la llei de Faraday.
- Comprovar la llei de Biot i Savart: camp creat per una espira.

♦ TEMPS: 25 minuts

♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

B12 MESURA DEL COEFICIENT D'INDUCCIÓ MÚTUA

♦ OBJECTIUS

- Mesurar el coeficient d'inducció mútua.
- Comprovar que M_{21} no depèn de la freqüència.
- Dependència amb la geometria.
- Reciprocitat del fenomen: $M_{12} = M_{21}$.

♦ TEMPS: 20 minuts

♦ PREREQUISITS: B11 (Inducció mútua entre dues bobines)

B13 MESURA DE D'AUTOINDUCCIÓ D'UNA BOBINA

♦ OBJECTIUS

- Mesurar la impedància d'una bobina.
- Dependència de la impedància amb la freqüència.
- Mesurar el component resistiu d'una bobina.
- Dependència de l'autoinducció amb la geometria.

♦ TEMPS: 25 minuts

- ♦ PREREQUISITS: A2 (Mesura de la part real i la part imaginària de la impedància)

B20 MESURA DEL CAMP B PEL MÈTODE DE LA BOBINA EXPLORADORA

- ♦ OBJECTIUS
 - Comprendre aquest mètode.
 - Mesurar la variació de flux entre dues situacions.
 - Mesurar un camp magnètic.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

B21 MESURA DEL CAMP MAGNÈTIC TERRESTRE

- ♦ OBJECTIUS
 - Usar una bobina exploradora per mesurar el camp magnètic de la Terra.
 - Mesurar els tres components del camp.
 - Fer la minimització i l'estimació de l'error.
 - Fer l'orientació l'un vector en 3D. Coordenades esfèriques.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B2 (Caràcter vectorial del camp magnètic)
B20 (Mesura de B pel mètode de la bobina exploradora)

B22 DEPENDÈNCIA AMB LA DISTÀNCIA DEL CAMP CREAT PER UNA BOBINA. ÚS DE LA BOBINA EXPLORADORA

- ♦ OBJECTIUS
 - Optimitzar les mesures mitjançant un senyal altern.
 - Fer la mesura acurada de la dependència amb r.
- ♦ TEMPS: 30 minuts
- ♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

♦ OBJECTIUS

- Familiaritzar-se amb un sistema de mesura de camps magnètics.
- Identificar imants i corrents elèctrics com a fonts del camp magnètic.
- Unitats de camp magnètic **B**. Ordre de magnitud de **B**.
- Ordre de magnitud de l'error en la mesura de **B**.

♦ TEMPS: 20-30 minuts

♦ PREREQUISITS: cap

♦ TEORIA

Podem detectar i mesurar el camp **B** mitjançant una sonda basada en l'efecte Hall. Per la mateixa naturalesa d'aquest efecte, la sonda només respon als camps magnètics paral·lels a una direcció determinada de la sonda i ens dona un senyal proporcional al component del camp magnètic en aquesta direcció (projecció de **B**), que per a un determinat punt de l'espai serà màxim quan el camp estigui orientat paral·lelament a aquesta direcció. D'aquesta manera, orientant la sonda cap a diferents direccions, podem conèixer la direcció, el sentit i el mòdul del camp magnètic. La unitat de **B** (S.I.) és el tesla (T), que equival a 10^4 gauss (G). Els camps que mesurarem són de l'ordre de $(0,1 - 10^3)$ G.

- ♦ BIBLIOGRAFIA: Definició i unitats: Tipler 27 i Eisberg-Lerner 23-2.
Efecte Hall: Tipler 24-4, Berkeley II 6-9 i Eisberg-Lerner 23-5.
-

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Per tal que la sonda s'estabilitzi tèrmicament cal connectar el seu adaptador a la xarxa elèctrica una estona (cinc minuts) abans de començar a fer qualsevol mesura o ajust. Connecteu el polímetre o l'oscil·loscopi (tensió DC) a l'adaptador i comproveu que el senyal que dona la sonda s'altera en apropar-hi un imant.

Seleccioneu en principi la sensibilitat de 10 mV/G.

- a) Mantenint la sonda lluny de qualsevol font de camp magnètic, i amb una certa orientació, comproveu que dona un senyal petit (senyal de fons). Aquest senyal és degut a dues causes: a l'error de zero de l'aparell i al camp magnètic de la Terra.
Mesureu el senyal després de girar la sonda 90 i 180 graus. Com que això no canvia l'error de zero però sí el senyal produït pel camp terrestre podeu tenir una idea de la importància de cadascun.
És important remarcar que aquest senyal, en absència d'imat, depèn de l'orientació.
- b) Observeu que hi ha fluctuacions aleatòries del senyal i estimeu-ne l'ordre de magnitud. Això ens donarà una idea de quin és el menor camp magnètic que podem mesurar.
- c) Després d'observar la descripció de la sonda Hall i el seu esquema (*pàgina 14*), identifiqueu sobre la sonda el punt i la direcció en què és sensible al camp **B**. Identifiqueu quin haurà de ser el sentit de **B** per tal d'obtenir un senyal positiu.

Col·loqueu l'imat sobre la plantilla (eix N-S horitzontal) i mesureu el senyal obtingut en posar la sonda en el punt P de l'eix de l'imat, orientant-la adequadament al llarg del seu eix. Aparteu l'imat i torneu a fer la mesura. La diferència entre aquestes quantitats mesura el camp exclusivament a causa de l'imat (correcció del senyal de fons).

Comproveu que el signe del senyal és correcte (les línies de camp magnètic surten pel pol N i entren al pol S).

- d) Busqueu les especificacions de la sonda: per a cada sensibilitat de la sonda, determineu el factor pel qual haureu de multiplicar la lectura del voltímetre per expressar B en gauss (o en tesla).

A partir del senyal (en volts) obtingut en el punt P, **calculeu el valor de B** (en tesla i en gauss).

Compareu el camp magnètic creat per l'imat en el punt P amb el camp magnètic terrestre (d'uns 0,4-0,6G). És important l'error produït per aquest darrer?

Tenint en compte les fluctuacions observades a la sonda, quin **error** (aproximat) podríem atribuir a les mesures de B?

En fer cada mesura cal tenir present les següents dades:

sensibilitat de la sonda	G/mV
valor màxim de B	G
escala del multímetre	V
error de resolució	G
fluctuació del camp	G

Per tant : $B(P) = (\quad \pm \quad) G = (\quad \pm \quad) T$

- e) Altereu la posició de la sonda respecte a l'imat, i també l'orientació.

Intenteu descobrir en quins llocs el camp és màxim i quin és el seu sentit prop dels pols.

Si mesureu el camp a prop de l'imat pot ser que se satori la sonda. En aquest cas heu de disminuir la sensibilitat.

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- De què depèn la sensibilitat de la sonda? (Vegeu la teoria de l'efecte Hall.)
- Podríem mesurar camps més petits si amplifiquéssim més el senyal de sortida?
- Com es podria eliminar l'error produït pel camp terrestre?

♦ EXERCICIS PREVIS

B1.a) Ens donen una sonda que té una sensibilitat de 50 mV per gauss; la tensió màxima a la sortida és de 4,0 V i en absència de camp magnètic ens dona un senyal aleatori de l'ordre de 10 mV. Quin és el màxim camp B que podem mesurar amb aquesta sonda (en tesles i en gauss)? Quin és el mínim?

♦ OBJECTIUS

- Observar el caràcter vectorial del camp magnètic **B**.
- Identificar el sentit de **B**.
- Obtenir el vector **B** a partir dels seus components.
- Independència del vector **B** del sistema de coordenades.

♦ TEMPS: 30-40 minuts

♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

♦ TEORIA

Com que la sonda Hall és sensible únicament a la projecció de **B** sobre una direcció determinada de la sonda, la podem utilitzar per determinar els diferents components del camp segons uns eixos ortogonals de coordenades, de manera que podem mesurar els diferents components del vector **B**.

Si s'utilitza un altre sistema de coordenades, els components obtinguts seran diferents, però representaran el mateix vector.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Es col·loca l'imant sobre la taula en el lloc marcat per la plantilla, amb l'eix orientat en la direcció Y. Es prepara la sonda Hall. Identifiqueu la posició del punt sensible de la sonda per tal de col·locar-la exactament sobre el punt R en què es vol mesurar el camp. El punt sensible es troba entre els dos cargols, a 3 mm cap a l'interior.

a) Mesureu el **component B_x** amb la sonda orientada segons l'eix x i expresseu-ne el resultat en gauss, amb el signe corresponent. Sense moure la sonda del lloc, retireu l'imant fins a una posició llunyana i torneu a fer la mesura sense imant (el que mesureu ara depèn de l'error de zero i del camp magnètic de la Terra). Aneu amb compte amb el **signe** de cada una d'aquestes mesures. La diferència entre les mesures és el valor del component **B_x** del camp creat exclusivament per l'imant.

b) Mesureu el **component B_y** , seguint el mateix procediment i orientant la sonda en la direcció Y. En cada cas heu de pensar en quin sentit va el camp magnètic (que no sols depèn del senyal obtingut, sinó també de l'orientació de la sonda).

Dibuixeu el vector, a escala, sobre un gràfic B_x , B_y . Calculeu el **mòdul** i l'**angle** que forma amb l'eix X.

c) Preneu uns nous eixos de coordenades X' i Y' que estiguin girats 30° respecte a X i Y. Mesureu els **components de B segons X' i Y'** ($B_{x'}$ i $B_{y'}$). Dibuixeu el vector que en resulta segons les noves coordenades.

Dibuixeu el vector i calculeu el **mòdul** i l'**angle** que forma amb l'eix X' .

d) Estimeu aproximadament quin ha estat l'error experimental i **analitzeu la coherència** dels resultats obtinguts segons els dos sistemes. (Cal considerar iguals dues magnituds si la seva diferència és menor que l'error experimental.)

- e) Col·loqueu la sonda sobre el punt R i mesureu el valor del camp en la direcció en què, segons els vostres càlculs, ha d'anar dirigit el camp magnètic. Mesureu-lo també en la direcció perpendicular al camp.

Comproveu si els resultats són coherents amb les observacions anteriors.

VARIANTS

- Construïu sobre el punt R un sistema de coordenades de manera que:

1. La primera sigui paral·lela al vector r (radial).
2. La segona sigui perpendicular a la primera (transversal).

Mesureu els components radial B_r i transversal B_θ del camp magnètic. Calculeu-ne el mòdul.

◆ EXERCICIS PREVIS

B2.a) Un vector B (en 2D) té un mòdul $B = 16 \text{ G}$ i està orientat de tal manera que forma un angle $\varphi = 30^\circ$ amb l'eix X .

- Quins són els components B_x i B_y d'aquest vector?

- Quins són els components $B_{x'}$ i $B_{y'}$ segons un sistema de referència girat un angle de -45° respecte a l'anterior?

B2.b) S'han mesurat els components del camp magnètic en un punt i s'ha obtingut $B_x = 40 \pm 3 \text{ G}$ i $B_y = -25 \pm 3 \text{ G}$.

Sobre el mateix punt s'ha mesurat el camp segons unes coordenades girades $+30^\circ$ respecte a les anteriors s'obté $B_{x'} = 32 \pm 3 \text{ G}$ i $B_{y'} = -34 \pm 3 \text{ G}$. Són coherents els resultats?

B3

DEPENDÈNCIA LINEAL DE B AMB EL CORRENT EN UNA BOBINA

♦ OBJECTIUS

- Comprovar la dependència lineal de B amb el corrent que el crea.
- Observar l'ordre de magnitud dels camps magnètics mesurats.

♦ TEMPS: 20-30 minuts

PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

♦ TEORIA

Per la llei de Biot i Savart, el camp magnètic creat per un circuit qualsevol és proporcional al corrent I que hi circula. En el cas d'una bobina formada per N espires circulars de radi R, el camp magnètic en el centre és $B = N \cdot \mu_0 I / 2R$.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 27-2 i Eisberg-Lerner 23-5.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Amb un suport adequat, cal situar la sonda en el centre de la bobina de manera que es pugui mesurar el camp **B** al llarg del seu eix. La bobina s'alimenta amb corrent continu per mitjà d'una font. Cal usar el limitador de corrent (a 1,6 A) per tal de no sobreescalfar accidentalment la bobina. (Vegeu B: *Material específic, bobina.*)

- Mesureu B** (en tesles) per a diferents valors del **corrent I** que circula per la bobina, des de 0 A fins a 1,5 A, i organitzeu els resultats en una taula.
Repetiu les mesures canviant el sentit del corrent (corrent negatiu). Per fer-hi passar un corrent negatiu, commuteu els cables de connexió de la bobina.
- Dibuixeu el gràfic B(I)** des de $I = -1,5$ A fins a 1,5 A en una gràfica única. Ajusteu tots els punts en una sola recta i calculeu-ne el **pendent**.
- Analitzeu si el **sentit** del camp magnètic concorda amb el sentit del corrent. (Cal tenir en compte la forma com s'han realitzat totes les connexions.)
- A partir del radi R de la bobina i del nombre d'espires N, calculeu el camp magnètic que ha de produir un corrent de 1 A en el centre de la bobina. Contrasteu-ho amb els resultats experimentals obtinguts (pendent).

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Com influeix el camp magnètic terrestre en les mesures realitzades de **B**?
Com influeix en el resultat final?
- Com s'alteren els resultats si no està ben ajustat el zero de la sonda?
I si apareix una deriva amb el temps?
- Tenint en compte el valor de dB/dI , quin corrent s'ha de fer passar per la bobina per obtenir en el centre un camp d'1 gauss? Com aconseguiríem un camp d'1 tesla?

♦ EXERCICIS PREVIS

B3.a) Calculeu el camp magnètic creat per un corrent $I = 2,50 \pm 0,05$ A en el centre d'una bobina de radi $R = 4,2 \pm 0,1$ cm que conté 200 espises.

B3.b) Calculeu el camp magnètic creat pel corrent anterior si circula per un solenoide del mateix radi i el mateix nombre d'espises, les quals hi estan distribuïdes uniformement al llarg de 20 cm.

♦ OBJECTIUS

- Observar la dependència del camp B sobre l'eix d'una bobina, amb la distància al centre.
- Entendre el significat de camp llunyà.

♦ TEMPS: 45-60 minuts

- ♦ PREREQUISITS:**
- B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)
-
- B3, recomanable (Dependència lineal de B amb el corrent en una bobina)

♦ TEORIA

El camp creat per una espira sobre el seu eix està dirigit en la direcció d'aquest i val:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} I$$

Per tant, per a punts llunyans ($z \gg R$), el camp és proporcional a z^{-3} i per a punts propers ($z \ll R$) és aproximadament igual al valor en el seu centre.

- ♦ BIBLIOGRAFIA:**
- Tipler 27-2, Berkeley II 6-5 i Eisberg-Lerner 23-5.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Utilitzeu una plantilla adequada per situar la bobina (en posició vertical) i la sonda (sobre un suport perquè estigui a l'alçada del centre de la bobina). Apliqueu-hi un corrent d'1,5 A (no mantingueu el corrent mentre no mesureu).

- Mesureu el camp B** en diferents punts de l'eix, des de 20 cm fins al centre. Per tal de corregir l'error de fons, podeu tallar el corrent o, millor encara, invertir-lo (en aquest cas haureu de dividir per 2 la diferència de lectures).
- Representeu el gràfic lineal de B(z)** sobre paper mil·limetrat.
Observeu-ne la forma per a $z \ll R$ i per a $z \gg R$.

VARIANTS

- Normalitzeu els valors de B, dividint-los pel seu valor màxim B(0), i els valors de z, dividint-los per R. D'aquesta manera, els resultats obtinguts seran els mateixos per a qualsevol bobina circular.

- Representeu-ho en un paper logarítmic doble. Cal veure que els **últims punts** tendeixen a alinear-se asimptòticament, cosa que significa que $B = C \cdot z^n$.
Calculeu-ne el pendent: significa l'exponent de l'expressió anterior. Contrasteu-ho amb el valor teòric de n.

- Representeu, en paper doble logarítmic, B en funció de $\sqrt{R^2 + z^2}$. Comproveu l'expressió del camp i mesureu el valor del pendent. És l'esperat?

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Com influeix el camp terrestre? Què es podria fer per evitar o compensar aquesta influència?
 - A quina distància B creada per la bobina és semblant al camp B de la Terra?
-

♦ EXERCICIS PREVIS

B4.a) A partir de l'expressió de B sobre l'eix d'una bobina, trobeu els valors de B (normalitzats respecte a B en el centre) per a $z = 0, R, 2R, 3R$, etc.

B4.b) Trobeu l'expressió de $B(z)$ per als punts propers al centre ($z \ll R$).

B5

DEPENDÈNCIA DEL CAMP B CREAT PER UN IMANT AMB LA DISTÀNCIA

♦ OBJECTIUS

- Determinar la dependència amb la distància (camp llunyà).
- Usar el paper logarítmic. Calcular un pendent.

♦ TEMPS: 30-40 minuts

♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)

♦ TEORIA

Per a distàncies relativament grans, el camp magnètic creat per un imant decreix amb el cub de la distància. (Vegeu B: Camp magnètic creat per un imant.)

Si es representa el logaritme de B en funció del logaritme de r, s'obté que:

$$\log(B) = \log(C) - \alpha \log(r)$$

Així doncs, el pendent α de la recta ens dóna el tipus de dependència de B amb r.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 27.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Es col·loca l'imant sobre una plantilla i se'n mesura el camp magnètic mitjançant la sonda Hall. Cal mesurar el senyal en absència de camp (apartant l'imant).

Cal situar el punt sensible de la sonda sobre els punts on es vol mesurar el camp i orientar-la en la direcció correcta.

a) Mesureu el **camp radial** $B_r(r)$ sobre els punts de l'eix de l'imant des de 2 cm fins a 20 cm i ordeneu les dades en una taula.

b) **Representeu sobre un paper logarítmic doble** el camp B_r en funció de la distància r. Determineu el **pendent** del gràfic logarítmic (observeu que és adimensional). Interpreteu el resultat i contrasteu-ho amb el valor predit per la teoria.

VARIANTS

- Mesureu B_0 sobre els punts de la recta perpendicular a l'eix, i que passa pel seu centre. Representeu sobre el mateix gràfic log- log. Determineu-ne el pendent. Analitzeu-ne els resultats. Quina diferència hi ha amb el cas anterior?

- A partir de l'expressió del camp llunyà, estimeu el valor del mòdul del moment magnètic **m** de l'imant.

Calculeu el valor del mòdul del vector d'imatació $M = \mathbf{m}/V$ (volum de l'imant).

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Si en mesurar el camp magnètic en el punt P no col·loquem la sonda en el lloc correcte, sinó que ens desplacem una distància igual a un 10% de la distància al centre, en quina proporció s'altera el camp magnètic mesurat?

♦ EXERCICIS PREVIS

B5.a) A partir de l'expressió del camp creat per un dipol magnètic (vegeu la teoria), trobeu les expressions de la constant C per al camp B_r sobre l'eix ($\theta=0$). Trobeu l'expressió de C per a B_θ a l'eix ($\theta=90^\circ$).

B5.b) Si un imant té un moment magnètic $m = 0,80 \text{ Am}^2$, quin camp produirà en un punt de l'eix que dista 4,0 cm del centre de l'imant? I a 8,0 cm? I en un punt de la recta perpendicular a l'eix situat també a 4,0 cm? Quines són les direccions i els sentits del camp?

B5.c) Quin moment magnètic té un imant cilíndric de 0,8 cm de radi i 1,2 cm de longitud, magnetitzat amb $M = 1,2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$? Quin corrent hauria de passar per una bobina de les mateixes dimensions que l'imant que tingués 80 voltes?

♦ OBJECTIUS

- Determinar la dependència de B_θ i B_r amb l'angle, per al camp llunyà.
- Estudiar la forma del camp magnètic creat per un dipol magnètic.
- Usar un gràfic normalitzat.

♦ TEMPS: 30 minuts

- ♦ PREREQUISITS: B1 (Fonts del camp magnètic. Sonda Hall)
B2 (Caràcter vectorial)
B5 (Dependència de B amb la distància)
-

♦ TEORIA

Les expressions dels components del camp creat per un dipol són:

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} 2 \cos \theta \qquad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} \sin \theta$$

- ♦ BIBLIOGRAFIA: Berkeley II 10,3.
-

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Es col·loca l'imant sobre la plantilla (eix N-S en la direcció Y) i es mesura amb la sonda Hall sobre els punts situats a una distància constant de l'imant ($r = 5,0$ cm).

a) **Mesureu** $B_r(r = 5, \theta)$ al llarg d'un quadrant i poseu les dades en una taula. Feu una mesura cada 15° .

b) **Mesureu** $B_\theta(r = 5, \theta)$ per als mateixos punts d'abans.

c) Normalitzeu tots els valors de B respecte a $B_r(r = 5, \theta = 0)$. Això significa dividir tots els valors de B per aquest valor, de manera que els valors obtinguts han de ser independents de l'imant i de r. **Representeu gràficament els valors normalitzats** de les dues sèries de mesures respecte a l'angle θ . Analitzeu la concordança entre el resultat i la predicció teòrica.

VARIANTS

- Representeu els vectors del camp magnètic **B** en cada un dels punts anteriors.
- Mesureu les coordenades B_x i B_y per als punts anteriors i representeu-ne els vectors. Coincideixen els resultats?

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- A partir de l'expressió del camp creat per un dipol, quin és el flux de **B** a través d'una superfície esfèrica de radi r si el dipol està situat en el centre d'aquesta?
-

♦ EXERCICIS PREVIS

B6.a) A partir de l'expressió de B_r i B_θ , trobeu els components B_x i B_y a un punt de coordenades (r, θ) (veure pag-16) per a un dipol magnètic **m** orientat segons la direcció Y.

♦ OBJECTIUS

- Observar el fenomen de la inducció magnètica.
- Comprendre qualitativament la llei de Faraday-Lenz.

♦ TEMPS: 20-30 minuts

♦ PREREQUISITS: cap

♦ TEORIA

El fenomen de la inducció magnètica apareix quan **s'altera el flux del camp magnètic** que travessa una espira (o una bobina). Aquesta alteració produeix un **corrent induït a la bobina**, que serà més gran com més petita sigui la seva resistència total.

Segons la llei de **Faraday**, en la bobina s'indueix una **força electromotriu** igual a la derivada del flux de **B** respecte al temps, amb independència que aquesta variació es produeixi pel moviment de la bobina, de la font del camp magnètic o alterant el corrent que crea aquest camp. El sentit del corrent induït és tal que el corrent que produeix crea un camp magnètic que tendeix a compensar la variació de flux que l'ha produït (llei de **Lenz**): $E = - d\phi / dt$.

El camp magnètic creat per una espira de corrent en un punt de l'eix té la direcció i sentit en què avançaria un llevataps quan el féssim girar tal com circula el corrent a l'espira.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 28 ; Berkeley II 7-1 a 5; Eisberg-Lerner 25-3 .

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

S'agafa la bobina exploradora i es connecta directament a un dels canals de l'oscil·loscopi. Com que aquest té impedància elevada, la tensió que mesura és (aproximadament) directament la fem generada a la bobina quan s'altera el flux de **B** que la travessa.

L'oscil·loscopi ha d'estar en posició DC, la sensibilitat ha de ser màxima i es recomana que la velocitat d'escombrat sigui lenta (per exemple: 100 ms/div.).

Cal identificar els pols de l'imant i la direcció i el sentit de les línies de camp **B** que en surten.

a) Poseu l'imant sobre la taula (pol N mirant amunt) i apropau-hi una de les cares de la bobina, de manera que l'eix sigui paral·lel al de l'imant, tot observant el senyal obtingut a l'oscil·loscopi. Comproveu que:

- Només hi ha senyal quan moveu la bobina.
- El senyal és més gran si moveu més de pressa la bobina.
- Canvia el sentit del senyal quan allunyeu la bobina.
- Per a un mateix moviment, el sentit del senyal s'inverteix en presentar l'altra cara de la bobina.
- També s'inverteix el sentit del senyal si és el pol S el que mira cap amunt.

b) Agafeu la bobina exploradora i, tenint en compte la manera com estan fetes les connexions (descrites per les fletxes negra i vermella), identifiqueu en quin sentit circula el corrent per les seves espirs quan a l'oscil·loscopi s'observa un senyal positiu.

Apropau la bobina a un lloc on hi hagi un camp magnètic dirigit cap amunt i **analitzeu en quin sentit hi ha circulat el corrent induït**. Es compleix la llei de Lenz?

- c) Deixeu la bobina sobre la taula i observeu el senyal a l'oscil·loscopi en apropar i allunyar l'imant de la bobina. Comproveu que la inducció depèn exclusivament del moviment relatiu entre els dos objectes.

Resultats i conclusions

Intenteu extreure CONCLUSIONS del conjunt de les observacions realitzades per tal de comprendre el fenomen de la inducció. Dibuixeu un esquema de l'imant, indicant-hi els pols, i de la bobina, dibuixada com una sola espira, indicant-hi el sentit del corrent induït i del camp que aquest corrent crearia, \mathbf{B}_{ind} , en algun dels casos especificats a l'apartat *a*.

VARIANTS

- Podeu girar l'imant sobre si mateix (sense canviar de lloc el centre) i observar quin senyal es produeix.

♦ EXERCICIS PREVIS

B10.a) Si una bobina de 500 espires de 2 cm^2 cada una passa d'un lloc en què $B = 100 \text{ G}$ (degudament orientada) a un lloc on no n'hi ha, en un temps de 0,5 segons, quin serà el valor mitjà de la tensió induïda? Quina escala de l'oscil·loscopi haurem d'utilitzar per observar-la?

♦ OBJECTIUS

- Fer l'observació qualitativa i quantitativa del fenomen.
- Observar la forma del corrent induït: obtenir-ne la derivada.
- Fer la comprovació quantitativa de la llei de Faraday.
- Comprovar la llei de Biot i Savart: camp creat per una espira.

♦ TEMPS: 30-40 minuts

♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

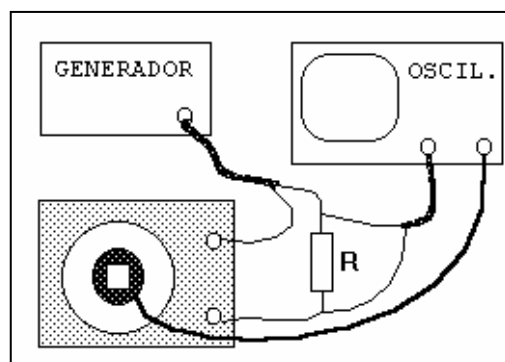
♦ TEORIA

Quan dues bobines estan a prop, el camp magnètic creat pel corrent que circula per l'una travessa l'altra, amb la qual cosa es produeix un flux ϕ no nul. Si el corrent varia amb el temps, el flux ϕ variarà de manera semblant, amb la qual cosa s'induirà una força electromotriu igual a $\mathcal{E} = -d\phi/dt$ (lleï de Faraday). Així doncs, cal esperar que la funció $V_2(t)$ a la segona bobina sigui proporcional a la derivada del corrent $I_1(t)$ a la primera.

♦ BIBLIOGRAFIA: Berkeley II 7-6 i Eisberg-Lerner 27-5.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Es connecta la bobina grossa a la sortida (50 Ω) del generador de funcions. Per tal de poder mesurar el corrent I_1 que hi circula, cal posar una resistència de 10 Ω en sèrie (que mesurarem prèviament amb el ohmímetre) i mesurar-ne la caiguda de tensió V_1 amb el canal I de l'oscil·loscopi. La bobina petita (exploradora) es connecta directament al canal II de l'oscil·loscopi, V_2 . Com que la impedància és alta, V_2 és igual a la força electromotriu induïda \mathcal{E} . Poseu la bobina petita en el centre de la grossa, amb els eixos paral·lels.



a) Apliqueu-hi un senyal triangular de freqüència 100 Hz i observeu la forma del corrent i de la f.e.m. induïda.

- **Representeu** les dues funcions. La segona funció, és proporcional a la derivada de la primera?
- Mesureu els valors extrems de la **f.e.m. induïda**.
- Mesureu la diferència ΔI entre els valors màxims i mínims del **corrent**, i el temps Δt que triga el senyal a passar de l'un a l'altre. Calculeu $dI/dt = \Delta I/\Delta t$.
- Calculeu la **relació entre \mathcal{E} i dI/dt** , expressant-ho amb les seves unitats.

b) Apliqueu-hi ara un senyal sinusoïdal de freqüència **1000 Hz**. Com han canviat les formes dels senyals?

- **Representeu les funcions $I_1(t)$ i $\mathcal{E}(t)$** . Quin desfasament tenen entre si? Quina va més avançada?
- Invertiu les cares de la bobina i observeu de nou.
- Mesureu les **amplituds I_0 del corrent i de la fem \mathcal{E}_0** . Calculeu l'amplitud de $dI/dt, \omega I_0$.

- Calculeu en aquest cas la relació entre les amplituds de E i de dI/dt , i compareu-la amb la del anterior. Què observeu?

- c) En aquest últim cas (sinusoïdal, 1000 Hz) calculeu l'**amplitud del camp magnètic B_{esperat}** que s'espera trobar al centre de la bobina a partir de les característiques de la bobina grossa i del corrent que hi circula.
- d) Calculeu, tenint en compte la llei de Faraday, l'**amplitud B_0 del camp magnètic** en el centre de la bobina a partir de la fem induïda E_0 que heu mesurat, de la freqüència del camp i de les característiques de la bobina exploradora.

Si $B = B_0 \cdot \sin \omega t$, llavors $\phi \approx B_0 N_{\text{BE}} S_{\text{BE}} \sin \omega t$ i per tant segons la llei de Faraday:

$$E(t) = -E_0 \cdot \cos \omega t = -d\phi/dt \approx -B_0 N_{\text{BE}} S_{\text{BE}} \omega \cos \omega t$$

Així, l'amplitud de B_0 serà aproximadament: $B_0 \approx E_0 / (N S_{\text{BE}} \omega)$

- e) Estimeu-ne els errors. Coincideix el B_0 mesurat amb el valor B_{esperat} dins del marge d'error?

♦ EXERCICIS PREVIS

B11.a) En un punt de l'espai hi ha un camp magnètic altern d'amplitud $B_0 = 12$ G i freqüència 2000 Hz. Quina serà la amplitud de la f.e.m. induïda en una bobina de 500 espires de $3,0 \text{ cm}^2$ de superfície col·locada en aquell punt?

♦ OBJECTIUS

- Mesurar el coeficient d'inducció mútua.
- Comprovar que M_{21} no depèn de la freqüència.
- Dependència amb la geometria.
- Reciprocitat del fenomen: $M_{12} = M_{21}$.

♦ TEMPS: 30 minuts

♦ PREREQUISITS: B11 (Inducció mútua entre dues bobines)

♦ TEORIA

El coeficient d'inducció mútua M_{21} entre dues bobines es defineix com la relació existent entre el flux magnètic ϕ_2 a la segona bobina i el corrent I_1 a la primera, quan el corrent a la segona és nul. M_{21} depèn de la geometria del sistema (nombre d'espores, mida, forma i orientació relativa de les bobines) i de les característiques magnètiques del medi, i és independent del corrent que hi circula.

Si s'aplica un corrent $I_1(t) = I_0 \cos \omega t$, el flux serà igual a $\phi_2(t) = M_{21} I_0 \cos \omega t$ i, per tant, generarà una força electromotriu: $E(t) = -\omega M_{21} I_0 \sin \omega t = -E_0 \sin \omega t$.

Obtindrem el valor de M_{21} a partir de la mesura de les amplituds I_0 i E_0 .

En el sistema internacional, la unitat de M_{21} és el henry.

♦ BIBLIOGRAFIA: Tipler 28-6 ; Berkeley II 7-6, 7 i Eisberg-Lerner 25-5.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Tal com s'ha fet al mòdul B11, amb un generador de senyal es fa passar un corrent sinusoïdal per la bobina grossa i es posa una resistència de 10Ω en sèrie per tal de mesurar-ne el corrent I_0 . La bobina petita es connecta directament a l'oscil·loscopi per mesurar la fem E_0 .

- Col·loqueu la bobina petita en el centre de la bobina grossa, amb els eixos paral·lels. Apliqueu-hi una freqüència de 1000 Hz i el màxim corrent possible sense que es deformi el senyal. Measureu les **amplituds I_0 i E_0** , i calculeu el **coeficient d'inducció mútua** per a aquesta disposició.
- Comproveu que M_{21} no depèn de la freqüència. Mantenint al seu lloc les bobines, measureu les amplituds **I_0 i E_0** per a unes quantes freqüències des de 200 Hz fins a 5 KHz, i construïu una taula. (Cal mesurar I_0 cada vegada, ja que disminueix en aplicar freqüències altes a causa de l'autoinducció de la bobina.)
Calculeu la **relació E_0/I_0** i **representeu-la** segons la freqüència: ha de sortir una recta. Calculeu M_{21} a partir del seu pendent.
- Mantenint la disposició de les bobines, feu passar el corrent per la petita mentre es mesura la fem induïda a la grossa. Measureu **I_0 i E_0** a 1000 Hz i calculeu el valor de M_{12} . Comproveu que el coeficient d'inducció mútua sigui el mateix.

VARIANTS

- Measureu M_{21} col·locant la bobina petita paral·lela a la grossa però fora del seu centre. Ha augmentat o ha disminuït, el valor de M_{21} ? Què passa si es posa a l'exterior de la bobina grossa? Què passarà si l'allunyem?
- Col·loqueu la bobina petita de manera que el seu eix sigui perpendicular a l'eix de la grossa. Quant val M_{21} ?

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Si no disposem les bobines concèntricament, augmenta o disminueix el coeficient d'autoinducció?
 - Com s'alteraria el valor de M_{21} si es dupliqués el nombre de voltes d'una de les bobines?
 - Què passaria amb el valor de M_{21} si hi apropéssim un material ferromagnètic?
-

♦ EXERCICIS PREVIS

B12.a) Observem que en fer passar un corrent altern d'amplitud 0,25 A i freqüència 50 Hz per una bobina, en una altra bobina propera s'indueix una fem de 12 mV. Quin és el coeficient d'inducció mútua entre les dues bobines?

B12.b) Dues bobines estan situades de forma concèntrica. La primera té 200 espires i 5,0 cm de radi, i la segona, 500 espires i 1,0 cm de radi. Estimeu-ne el coeficient d'inducció mútua.

♦ OBJECTIUS

- Mesurar la impedància d'una bobina.
- Dependència de la impedància amb la freqüència.
- Mesurar el component resistiu d'una bobina.
- Dependència de l'autoinducció amb la geometria.

♦ TEMPS: 30 minuts

♦ PREREQUISITS: A2 (Mesura de la part real i la part imaginària de la impedància)

♦ TEORIA

Si en un circuit hi ha una L , entre els seus terminals es produirà una tensió: $V = d\phi/dt = L \cdot dI/dt$.

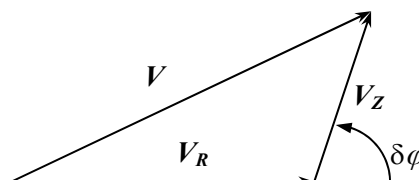
Si el corrent és sinusoidal, $dI/dt = j\omega I$, la seva impedància serà $Z = V/I = j\omega L$.

Com que el fil de la bobina té una certa resistència òhmica R_B , la impedància total serà $Z = R_B + j\omega L$.

Si aquesta impedància es connecta en sèrie amb una resistència R_{ref} , la tensió total caiguda al llarg dels dos elements V és la suma **vectorial** de les tensions caigudes a la bobina V_Z i a la resistència V_R .

L'argument de Z el trobem per mitjà del teorema del cosinus:

$$\cos(\delta\varphi) = \frac{V^2 - V_R^2 - V_Z^2}{2 \cdot V_R \cdot V_Z}$$



I el seu mòdul serà $Z = R_{ref} \cdot V_Z / V_R$.

♦ BIBLIOGRAFIA: Autoinducció: Tipler 28-6, Berkeley II 7-8 i Eisberg-Lerner 25-5.

Impedància de la bobina: Tipler 29; Berkeley II 8-3,4 i Eisberg-Lerner 26-7, 8.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Connecteu la bobina en sèrie a una resistència de referència ($R_{ref} = 180 \Omega$) i apliqueu-hi un senyal sinusoidal de freqüència f amb un generador de senyals. Sense alterar el circuit, mesureu la tensió entre els terminals de la bobina V_Z , la de la resistència V_R i la tensió total V caiguda entre els dos elements, mitjançant el polímetre (tensió AC): això ens permetrà conèixer el mòdul i l'argument de la impedància de la bobina.

- Connecteu la bobina grossa en sèrie a la resistència. Measureu les tensions V_Z , V_R i V a diverses freqüències, des de 1000 Hz fins a 5000 Hz, i feu una taula. Convé realitzar les tres mesures sense tocar la freqüència, procurant obtenir la màxima precisió possible.
- Amb el polímetre es mesura directament la resistència de referència R_{ref} . Per a cada freqüència, calculeu el **mòdul de la impedància** de la bobina. **Representeu-lo** segons la freqüència.

- c) Mitjançant el teorema del cosinus, calculeu els valors de l'**argument de la impedància** per a cada una de les freqüències. Calculeu la **part real** de la impedància de la bobina i la **part imaginària**. **Representeu-los** segons la freqüència. Es comporta com prediu la teoria?
- d) A partir dels gràfics anteriors, deduiu el valor de **R_B** i de **L** .
- e) **Mesureu L de la bobina exploradora** (a una sola freqüència). Per tal de simplificar, podeu negligir la part real de la impedància i assumir que la part imaginària ωL coincideix amb el mòdul RV_Z/V_R .

VARIANTS

- Observeu els senyals V_Z i V_R amb l'oscil·loscopi i porteu-los cada un a un canal (cal connectar la massa al punt mitjà i invertir un dels dos senyals). Vegeu quin dels dos avança respecte a l'altre i estimeu el desfasament (argument de Z).

- Agafeu dues bobines grosses i poseu-les juntes i paral·leles; connecteu-les en sèrie de manera que el corrent hi circuli en el mateix sentit. Mesureu l'autoinducció L_A del conjunt.

Mantenint-ne la posició, connecteu-les de manera que el corrent hi passi en sentit contrari i mesureu L_B . Mesureu també cada bobina per separat, L_1 i L_2 . Trobeu quina relació hi ha entre L_A , L_B i la suma $L_1 + L_2$.

QÜESTIONS COMPLEMENTÀRIES

- Si l'autoinducció d'una bobina és L , quin valor esperem que tingui l'autoinducció de dues bobines idèntiques connectades en sèrie i col·locades de manera que el flux produït per l'una passi íntegrament per dintre de l'altra (és equivalent a una bobina amb nombre d'espires doble)?

♦ EXERCICIS PREVIS

B13.a) Es construeix un solenoide enrotllant 200 voltes de fil de coure sobre un cilindre de 10 cm de llarg i 2,0 cm de diàmetre. Cada metre de fil té una resistència de $0,12 \Omega$. Calculeu l'autoinducció L i la resistència R . Calculeu la impedància a les freqüències $f = 50 \text{ Hz}$ i $f = 2000 \text{ Hz}$.

B13.b) Una bobina d'impedància $Z = 80 + j 250 \Omega$ es connecta en sèrie a una $R_{\text{ref}} = 200 \Omega$ i a un generador de fem $2,0 \text{ V}$ i impedància de sortida de 600Ω . Calculeu el corrent I i les tensions V_Z , V_R i V .

♦ OBJECTIUS

- Comprendre aquest mètode de mesura de camps magnètics. Comparar-lo amb les mesures fetes amb la sonda Hall.
- Mesurar la variació de flux entre dues situacions.
- Mesurar un camp magnètic.

♦ TEMPS: 30-40 minuts

♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

♦ TEORIA

Quan una bobina petita (bobina exploradora) es col·loca en un punt determinat on hi ha un camp magnètic **B**, orientada en una direcció determinada, el flux Φ que la travessa és aproximadament igual al producte de la superfície per **N** i pel component del camp **B** en la direcció perpendicular al pla de les espirs. Si allunyem la bobina fins a un punt on no hi hagi camp, la variació de flux serà

$$\Delta\Phi = -\Phi_{\text{inicial}} = -\mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{N}$$

Si el circuit de la bobina es tanca amb una resistència total **R**, el corrent que hi circula durant aquest procés és $I = E/R = -d\Phi/dt(1/R)$, on **E** és la força electromotiu induïda.

Per tant, $d\Phi = -R \cdot I \cdot dt$

Integrant aquesta última entre la situació inicial (1) i la final (2):

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\Phi_{\text{inicial}} = -R \int I dt = -R \Delta Q$$

Coneguda **R**, per mesurar $\Delta\Phi$ només cal mesurar la càrrega elèctrica que ha circulat per la bobina durant el procés: $\Delta\Phi = -R \Delta Q$. Això s'aconsegueix per mitjà de l'integrador, que emmagatzema en un condensador **C** la càrrega que circula per la bobina, i produeix una certa tensió ΔV :

$$\Delta\Phi = R \cdot C \cdot \Delta V_{\text{mesura}}$$

Finalment,

$$B = -\frac{R}{S N} \Delta Q = -\frac{R C}{S N} \Delta V_{\text{mesura}}$$

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Connecteu la bobina exploradora a l'integrador. La seva tensió de sortida es pot llegir amb l'oscil·loscopi o amb el polímetre (tensió DC). Després de prémer el polsador, la tensió s'ha de fer zero i s'ha de mantenir a zero si no hi ha canvis de flux magnètic a la bobina. Si no és així, l'integrador s'ha d'ajustar (aviseu el professor).

a) Col·loqueu la bobina sobre la plantilla al punt **P**, sobre la recta on volem col·locar l'eix de l'imant (orientant la bobina de forma que el seu eix coincideixi amb aquesta recta).

Poseu l'integrador a zero i, a continuació, apropau l'imant fins al seu lloc, amb l'orientació adequada.

Mesureu la **tensió** ΔV_{mesura} . Calculeu quanta **càrrega** ha circulat per la bobina en aquest procés.

Calculeu quina ha estat la **variació de flux** a través de la bobina exploradora i calculeu el **valor mitjà del camp magnètic** a l'entorn del punt **P**, que és la zona on havíeu posat la bobina.

b) En el punt **R**, mesureu el component **X** del camp magnètic seguint aquest mateix procediment, col·locant la bobina exploradora sobre aquest punt, orientada en la direcció **X**. Mesureu també el component **Y**.

c) **Representeu el vector camp magnètic al punt R** segons una escala determinada. Calculeu el mòdul i l'angle que forma amb l'eix X.

Resultats i conclusions

Consistirà només en la representació del vector **B**, a partir de les seves coordenades, en els punts P i R.

VARIANTS

- En lloc d'allunyar la bobina, podeu invertir-ne la posició; així, la variació de flux serà igual a menys dues vegades el flux inicial.

♦ EXERCICIS PREVIS

B20.a) El corrent que circula per una bobina exploradora, que té en sèrie una resistència $R = 1500 \, \Omega$, es porta a un condensador de capacitat $400 \, \text{nF}$. Després d'un cert temps, la tensió en el condensador ha augmentat $240 \, \text{mV}$. Quina ha estat la variació de flux a través de la bobina?

♦ OBJECTIUS

- Usar una bobina exploradora per mesurar el camp magnètic de la Terra.
- Mesurar els tres components del camp.
- Fer la minimització i l'estimació de l'error.
- Fer l'orientació d'un vector en 3D. Coordenades esfèriques.

♦ TEMPS: 30 minuts

- ♦ PREREQUISITS: B2 (Caràcter vectorial del camp magnètic)
B20 (Mesura del camp B pel mètode de la bobina exploradora)
-

♦ TEORIA

Si es gira una bobina de N espises de secció A de manera que se n'intercanviïn les cares, la variació de flux és igual al doble del flux inicial i, per tant, $\Delta\Phi = 2 \cdot A \cdot N \cdot B$. Realitzant aquesta operació segons tres direccions perpendiculars, podem mesurar els tres components del camp magnètic.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

S'agafa una bobina grossa i s'hi connecta l'integrador. Cal comprovar que no experimenta cap deriva important, ja que si l'experimentés caldria ajustar-lo. Cal prendre un sistema de coordenades en què els eixos siguin paral·lels a les arestes del laboratori. Per fer l'experiència convé que no hi hagi cap font de camp magnètic a prop, així com cap material ferromagnètic (vigileu les parts metàl·liques de la taula!).

- a) Orienteu la bobina de manera que l'eix apunti la direcció **x** (definida anteriorment), poseu a zero l'integrador i doneu mitja volta a la bobina. **Mesureu la variació de flux** i estimeu el **component x** del camp magnètic. Analitzeu-ne el sentit.
Repetiu la mesura diverses vegades, calculeu-ne el **valor mitjà** i estimeu-ne l'error.
- b) Mesureu els **components y i z**.
- c) Calculeu la **projecció de B sobre l'horitzontal i l'angle que forma amb l'eix x**. Representeu aquest vector sobre el pla horitzontal. On és el nord?
Calculeu el **mòdul de B i l'angle que forma amb la vertical**. Representeu el vector **B** sobre el pla vertical que el conté.

VARIANTS

- Mesureu el camp en un altre punt de l'espai segons les mateixes coordenades. Coincideixen els resultats?
- Agafeu un altre sistema de coordenades i mesureu-ne de nou tots els components. Els resultats són coherents amb els anteriors?

♦ OBJECTIUS

- Optimitzar les mesures mitjançant un senyal altern.
- Fer la mesura acurada de la dependència amb r .
- Veure els avantatges dels gràfics normalitzats.

♦ TEMPS: 30 minuts

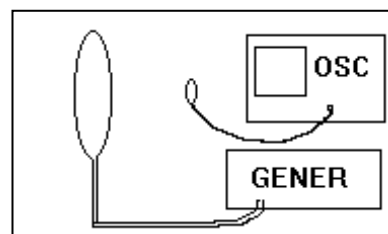
♦ PREREQUISITS: B10 (Observació del corrent induït)

♦ TEORIA

El camp magnètic creat per una bobina decreix ràpidament amb la distància (és proporcional a r^{-3}), però la mesura de camps magnètics febles és dificultada per la presència de “soroll” (error aleatori), derives dels aparells i superposició d’altres camps com ara el camp terrestre (errors sistemàtics). La millor manera de evitar aquests errors consisteix a fer que el corrent que crea el camp magnètic sigui altern. Així, en mesurar la part alterna del senyal, totes les pertorbacions contínues queden automàticament eliminades.

♦ MUNTATGE I REALITZACIÓ

Disposeu la bobina grossa sobre la plantilla de forma que el seu eix sigui horitzontal. S’alimenta amb un generador de senyal (corrent sinusoïdal) i la bobina exploradora es connecta a l’oscil·loscopi per mesurar la fem induïda i poder calcular l’amplitud del camp magnètic.



a) Es col·loca la bobina exploradora en un punt de l’eix, s’aplica un senyal sinusoïdal a la bobina, i es busca la **frequència** per a la qual la resposta és màxima (màxima sensibilitat). Cal aplicar la màxima amplitud al generador mentre no es deformi el senyal.

b) Sense canviar ni la freqüència ni l’amplitud del generador, **measureu la tensió pic a pic** de la resposta V (proporcional al camp B) per a diferents punts de l’eix de la bobina des del centre fins a una distància de 80 cm.

c) Normalitzeu V (respecte a $V(0)$) i z (respecte al radi R). Això significa dividir els valors per un valor de referència per obtenir una quantitat adimensional. Com que V és proporcional a B , un cop normalitzades, les funcions $V(z)$ i $B(z)$ coincideixen.

$$V_{norm} = \frac{V}{V(0)} = B_{norm} = \frac{B}{B(0)}$$

Representeu la relació $B(z)$ normalitzada en un gràfic log-log. A partir de quin punt és una recta? Trobeu el **pendent** del gràfic. Quina llei segueix la dependència de B amb z ?

Resum de l'estimació i tractament dels errors associats a les mesures, tant directes com indirectes. Per a una completa comprensió del tema és aconsellable estudiar el guió de pràctiques de *Física I*, on estan desenvolupats tots aquests conceptes.

A. ERRORS ABSOLUTS I RELATIUS

L'error absolut Δx és la diferència estimada entre la mesura realitzada i el valor real. Té les dimensions de la magnitud mesurada.

L'error relatiu és el quocient entre l'error i la mesura, $\Delta x/x$ (cal multiplicar-lo per cent per expressar-ho en tant per cent).

B. MESURES DIRECTES

Una mesura és directa quan el valor obtingut de la mesura es llegeix directament de l'aparell de mesurament, sense necessitat de fer-hi operacions o transformacions.

B.1. MESURES ORDINÀRIES

Si només es fa una mesura, només es pot estimar l'error a causa de la resolució (sensibilitat) i precisió dels aparells de mesurament.

B.1.1. Mesures analògiques

Si la **resolució** de l'escala en què es mesura és x_r , l'error de resolució és la meitat: $\Delta x_r = x_r/2$. Si la **precisió** de l'aparell és ϵ_p (error relatiu en tant per cent), l'error associat a la precisió serà $\Delta x_p = \epsilon_p x/100$, on x és la lectura efectuada.

L'error total de la mesura serà la suma d'ambdós:

$$\Delta x = \Delta x_r + \Delta x_p = x_r/2 + \epsilon_p x/100.$$

B.1.2. Mesures digitals

Les característiques de l'aparell ens informen de l'error, i ens dona un percentatge d'error, $\epsilon\%$, associat a la mesura, més un o diversos dígitos que es refereixen a dígitos de la xifra de menys pes (D) que es llegeix al *display*.

Si les característiques ens indiquen $\epsilon\% + N$ dígitos, l'error de la mesura seria:

$$\Delta x = N D + \epsilon x / 100.$$

Exemple: mesura = 10,82 mV, error = 0,8% + 2 dígitos

$$\Delta x = 2 \text{ A } 0,01 + 0,8 \text{ A } 10,82 / 100 = 0,02 + 0,087 = 0,11 \text{ mV}$$

B.2. MESURES ESTADÍSTIQUES

Si es poden fer diverses mesures, és possible que no coincideixin exactament entre elles, fet que manifesta l'existència d'altres errors diferents dels produïts per l'aparell de mesurament. Si s'han fet N mesures, la millor estimació de la magnitud que volem mesurar consisteix en el valor mitjà \bar{x} de totes:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Així, podem obtenir el valor de:

- la desviació estàndard:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{N}{N-1} [\bar{x}^2 - (\bar{x}^2)]} \quad \text{con} \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2$$

- l'error de la mitjana:

$$\Delta \bar{x} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Aquesta operació està implementada a les calculadores amb funcions estadístiques.

El valor de l'error total de la mesura es pot calcular aproximadament sumant a l'error estadístic els errors de resolució i de precisió (o els determinats per les característiques de l'aparell de mesurament en el cas de mesures digitals):

$$\Delta x = \frac{s}{\sqrt{N}} + \frac{x_r}{2} + \Delta x_p$$

Nota: estrictament, l'error total seria l'arrel quadrada de la suma dels quadrats dels errors.

C. MESURES INDIRECTES: PROPAGACIÓ DE L'ERROR

Quan una magnitud z es calcula a partir de les altres magnituds mesurades x i y , l'error Δz s'ha de calcular a partir dels errors obtinguts Δx i Δy i de l'operació efectuada per obtenir z :

- Si $z = x + y$, o bé $z = x - y$, llavors se sumen els errors absoluts: $\Delta z = \Delta x + \Delta y$.
- Si $z = A \cdot x$, l'error absolut serà A vegades més gran que el de x : $\Delta z = A \cdot \Delta x$.
- Si $z = x \cdot y$ o $z = x/y$, s'han de sumar els errors relatius: $\Delta z/z = \Delta x/x + \Delta y/y$.

D. PRESENTACIÓ DELS RESULTATS

- L'error absolut o relatiu mai no s'ha d'expressar amb més de 2 xifres significatives.
- El valor de la mesura ha de tenir la seva última xifra significativa d'igual pes que l'última xifra de l'error absolut. Per exemple: $10,82 \pm 0,11$ mV.

Nota: són xifres significatives totes les que s'expressen en el resultat o en l'error, exceptuant-ne els zeros a l'esquerra.

NOM	SÍMBOL	VALOR I UNITATS
Constant gravitatòria	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$
Constant de Coulomb	$k_e = 1/4\pi\epsilon_0$	$8,988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$
Permitivitat del buit	ϵ_0	$8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Càrrega fonamental	e	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Permeabilitat del buit	$\mu_0 = 4\pi k_m$	$4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$
Velocitat de la llum en el buit	c	$2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$
Constant de Planck	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$
Constant de Boltzmann	k	$1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Magnetó de Bohr	μ_B	$9,27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$
Nombre d'Avogadro	N_A	$6,022 \times 10^{23} \text{ partícules/mol}$
Unitat de massa atòmica	u	$1,661 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$
Massa del protó (en repòs)	m_p	$1,673 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938,3 \text{ MeV}/c^2$
Massa de l'electró	m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$

BIBLIOGRAFIA

- Tipler-Mosca, *Física para la ciencia y la tecnología* Volumen 2: Electricidad y magnetismo. Luz. Física Moderna.
Ed. Reverté, 5ena edició 2005.
- Serway, Física, Tomo II
Ed. McGraw-Hill, 4a edició 1997
- Gorri, J.A.; Albareda, A.; Toribio, E.: *Oscilaciones y Ondas*, 2a. ed. Edicions UPC, 1995.
- Eisberg, R.M.; Lerner, L.S.: *Física, Fundamentos y Aplicaciones*. Vol. II.
Ed. McGraw-Hill, 1984.