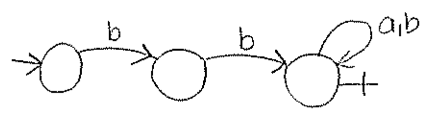
• complementació

$M \to M^C$	Cal que M sigui DFA ! $\Rightarrow$ Determinitzar
	si M és mínim determinista $\Rightarrow$ M^C també mínim determinista
	$\rightarrow$ Passem els estats acceptadors a no acceptadors

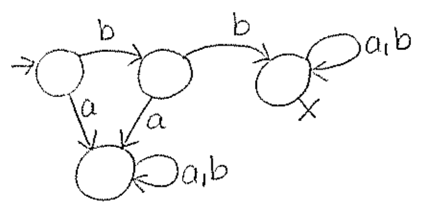
* Llenguatge format pels mots que no comencen amb el prefix bb.

Percem complementari:

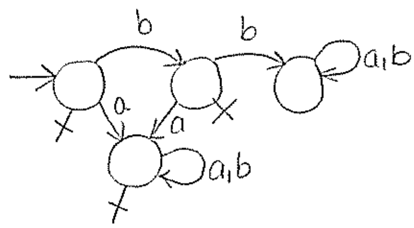
$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists x : w = bbx \}$

NFA : 

Determinitzem $\rightarrow$ afegim un nou estat pou



Complementem :



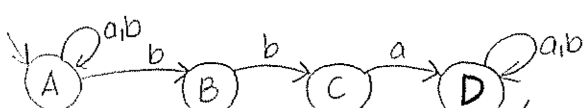
* Llenguatge format pels mots que no contenen la cadena bba. $|w|_{bba} = 0$

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall u,x,v : (w = uxv \wedge |x| = 3) \Rightarrow x \neq bba \}$ $\qquad \neg(a \Rightarrow b) \equiv a \wedge \neg b$

$\downarrow (\forall)$

$(\exists)$ $\bar{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists u,x,v : w = uxv \wedge |x| = 3 \wedge x = bba \}$

$\bar{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists u,v : w = u\,\underline{bba}\,v \}$

NFA : 

Determinitzem :

Posem com a acceptadors els que tinguin una D

comencem pels estats inicials $\longrightarrow$

	a	b
$\rightarrow$ A	A	AB
AB	A	ABC
ABC	AD	ABC
+ AD	AD	ABD
+ ABD	AD	ABCD
+ ABCD	AD	ABCD

Minimitzem :

0-indis :

	A (1)	AB (1)	ABC (1)	AD (2)	ABD (2)	ABCD (2)
a	1	1	2	II	2	2
b	1	1	1	II	2	2

1-indis :

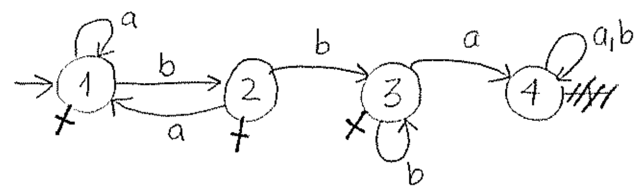
	A (1)	AB (1)	ABC (2)	AD (3)	ABD (3)	ABCD (3)
a	1	1	3	3	3	3
b	1	2	2	3	3	3

A

2-indist:

	1	2	3	4		
	A	AB	ABC	AD	ABD	ABCD
a	1	1	4	4	4	4
b	2	3	3	4	4	4

$\Longrightarrow$ DFA Mínim: $\{A\}\{AB\}$ $\{ABC\}$ $\{AD, ABD, ABCD\}$



Complementem

- **Intersecció**

Fer un nou autòmat que simuli els 2 donats via producte cartesià.

M és DFA $\Rightarrow$ $L(M) = L_1 \cap L_2 = L(M_1) \cap L(M_2)$

Obtindrem un nou autòmat determinista que pot no ser mínim $\Rightarrow$ Minimitzar

considerem estats acceptadors els estats que ho siguin dels 2 autòmats donats $\Rightarrow$ Han de tenir les dues lletres.

$F = F_1 \times F_2$

NFA?

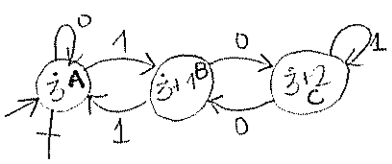
* Autòmat que reconegui $\dot{6}$

$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w = \dot{3} \wedge w = \dot{2} \}$

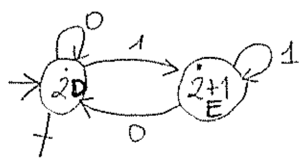
$L_1 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w = \dot{3} \}$

$L_2 = \{ w \in \{0,1\}^* \mid w = \dot{2} \}$

A_1:



A_2:

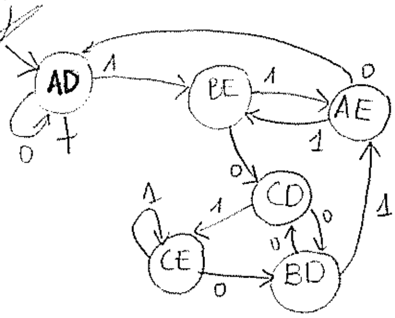


Intersecció:

Acaiem els 2 estats inicials

	1	0
→ AD	BE	AD
BE	AE	CD
AE	BE	AD
CD	CE	BD
CE	CE	BD
BD	AE	CD

fig 1.1

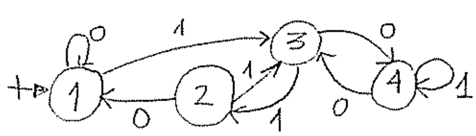


Mínim:

	1	2				
	AD	BE	CD	AE	BD	CE
0	1	2	2	1	2	2
1	2	2	2	2	2	2

	1	2	3			
	AD	AE	BE	CD	BD	CE
0	1	1	3	3	3	3
1	3	3	2	3	2	3

	1	2	3		4	
	AD	AE	BE	BD	CD	CE
0	1	1	4	4	3	3
1	3	3	2	2	4	4



• **unió**

Fer un autòmat que simuli els 2 donats i posar com a acceptadors els estats que no siguin d'algun dels 2 donats.

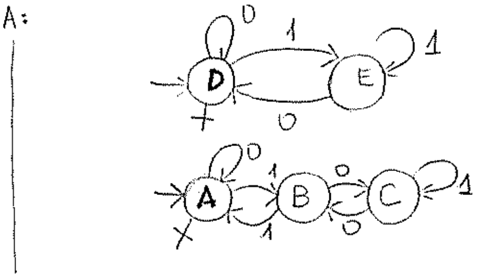
2NFA → unir-lo i determinitzar l'autòmat resultant o bé
Determinitzar els autòmats de partida i fer-ne després el producte cartesià.

2DFA → unió i determinitzar l'NFA resultant o bé
Producte cartesià dels 2 autòmats inicials ⟹ l'autòmat resultant ja és determinista

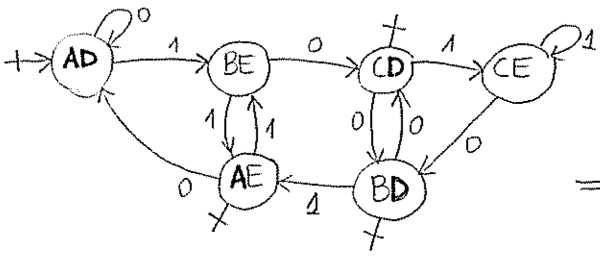
* mots múltiples de 2 o de 3.

junció A_1, A_2 ⟹ NFA

A:



com que la construcció via producte cartesià és idèntica a la intersecció ⟹ tindrem el mateix diagrama de transicions que la figura (1.1 pàg A).
Només difereix en el conjunt d'estats acceptadors ⟹ s'amplia amb 3 nous estats.



Només posem com a acceptadors tots aquells que estiguin formats per algun estat final dels 2DFA's inicials

⟹ falta minimitzar

• **concatenació**

Afegim λ-transicions entre els estats final-inicial dels autòmats a concatenar.
Per eliminar-les, es tracta, simplement, de:

- connectar els estats acceptadors de M_1 amb els successors dels inicials de M_2.
- col·locar com a estat acceptador, si via λ-transicions arribem a un estat acceptador.

* Llenguatge format pels mots en què tot parell de a's consecutives va seguit immediatament per un parell de b's consecutives

$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \forall xy: w = x\underline{aabby}\}$

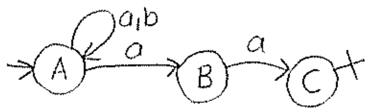
L_1 → conjunt de mots acabats amb dues a's → $\{w \in \{a,b\}^* \mid \exists x: w = xaa\}$
L_2 → conjunt de mots que comencen amb dues b's → $\{w \in \{a,b\}^* \mid \exists y: w = bby\}$

$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \forall xy : (w = xy \wedge x \in L_1) \Rightarrow y \in L_2\}$

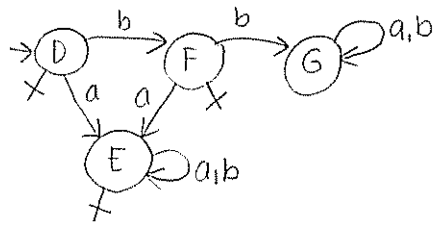
↓ complementar

$\overline{L} = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists x,y : w = xy \wedge x \in L_1 \wedge y \notin L_2\} \equiv \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists x \in L_1 \; \exists y \in \overline{L_2} : w = xy\}$
$\equiv L_1 \cdot \overline{L_2}$

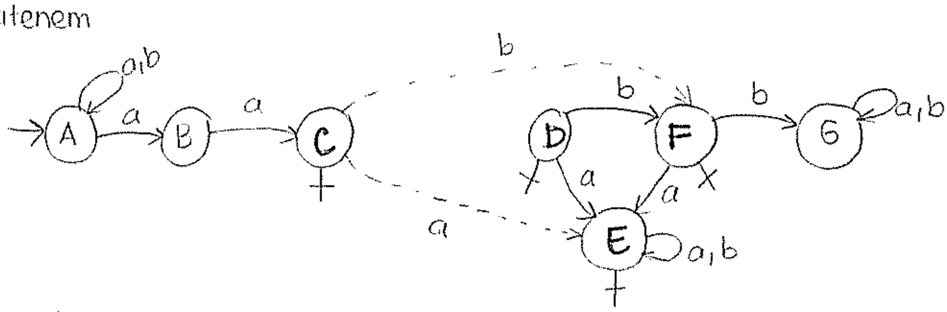
A_1:



A_2^c:



Concatenem



Determinitzem:

	a	b
→A	AB	A
AB	ABC	A
+ ABC	ABCE	AF
+ ABCE	ABCE	AFE
+ AF	ABE	AG
+ AFE	ABE	AGE
+ ABE	ABCE	AE
AG	ABG	AG
+ AGE	ABGE	AGE
+ AE	ABE	AE
ABG	ABCG	AG
+ ABGE	ABCGE	AGE
+ ABCG	ABCEG	AGF
+ ABCGE	ABCEGE	AFGE
+ AGF	ABGE	AG
+ AFGE	ABEG	AGE

Minimitzem:

0-indist:

	1				2							
	A	AB	AG	ABG	ABC	ABCE	AF	AFE	ABE	AGE	AE	ABGE
a	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
b	1	1	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2

	ABCG	ABCGE	AGF	AFGE
a	2	2	2	2
b	2	2	1	2

1-ind:

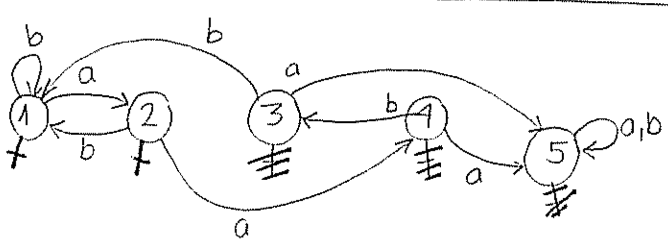
	1		2		3		4							
	A	AG	AB	ABG	AF	AGF	ABC	ABCE	AFE	ABE	AGE	AE	ABGE	ABCG
a	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
b	1	1	1	1	1	1	3	4	4	4	4	4	4	3

	ABCGE	AFGE
a	4	4
b	4	4

2-ind:

	1		2		3		4		5				
	A	AG	AB	ABG	AF	AGF	ABC	ABCG	ABCE	AFE	ABE	AGE	AE
a	2	2	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
b	1	1	1	1	1	1	3	3	5	5	5	5	5

	ABGE	ABCGE	AFGE
a	5	5	5
b	5	5	5



Complementem

• Tancament de Kleene.

* Llenguatge que els mots tenen longitud múlt. 3 i tals que tots els símbols que ocupen posicions múlt. de 3 són a's.

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists x,y,z : w = xayaz \wedge |y| =$

C

- **Revessat**: L regular $\Rightarrow$ L^R regular

Només cal canviar el sentit de les fletxes i intercanviar estats finals amb inicials.
Després de determinitzar són estats finals tots aquells que tenen alguna lletra dels finals abans de determ.

! Els estats pou s'eliminen.

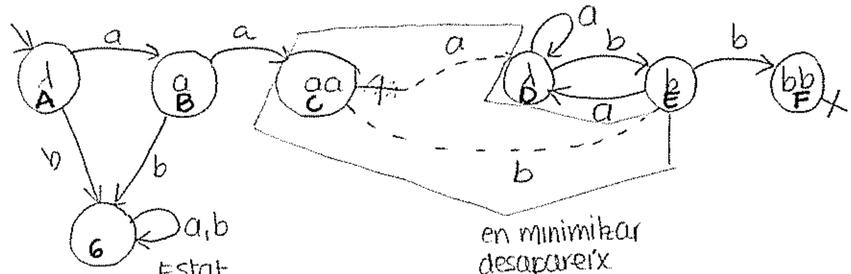
* conjunt de mots que si comencen per aa llavors no contenen dues b's seguides.

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall y : w = aay \Rightarrow |y|_{bb} = 0 \}$

$\bar{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists y : w = aay \wedge |y|_{bb} \neq 0 \}$
$|y|_{bb} > 0$

$\bar{L} = \underbrace{\{aa\}}_{L_1} \underbrace{\{ y \in \{a,b\}^* \mid |y|_{bb} > 0 \}}_{L_2}$

$\bar{L} = L_1 L_2$



Estat pou per determinitzar

en minimitzar desapareix

Falta complementar intercanviar els acceptadors per no acceptadors i viceversa.

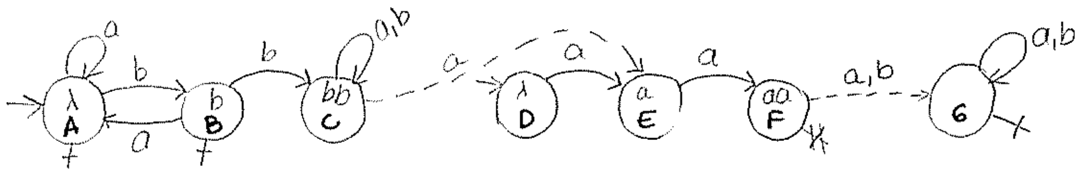
* conjunt de mots en que tot parell d'a's adjacents apareixen davant (no necessàriament de manera consecutiva) d'algun parell de b's adjacents.

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall x,y : w = xaay \Rightarrow |x|_{bb} > 0 \}$

$\bar{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists x,y : w = xaay \wedge |x|_{bb} = 0 \}$

Podem descomposar el llenguatge

$\bar{L} = \underbrace{\{ x \in \{a,b\}^* \mid |x|_{bb} = 0 \}}_{L_1} \underbrace{\{aa\}}_{L_2} \underbrace{\{a,b\}^*}_{L_3}$



Determinitzar

	a	b
A	A	B
B	A	C
C	EC	C
E	F	–
F	G	G
G	G	G
EC	FCE	C
FCE	GCEF	GC
GCEF	GCEF	GC
GC	GCE	GC
GCE	GCEF	GC

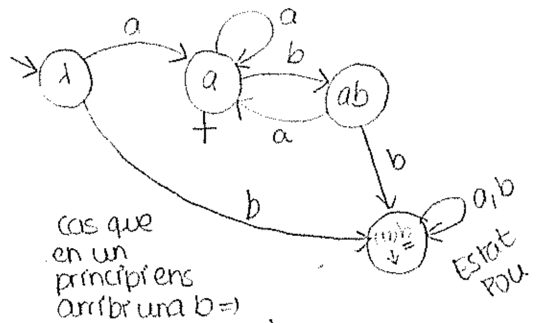
minimitzar i complementar

D

* conjunt de mots en què cada símbol b és immediatament precedit i seguit d'un símbol a

? $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall x,y : w = xby \} \Rightarrow$ $x = \{a,b\}^* a$ $y = a\{a,b\}^*$ $\}$

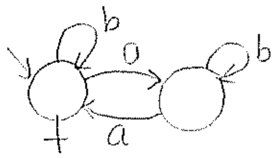
$w = xa|\underline{b}|ay$ l_1 l_2 l_3

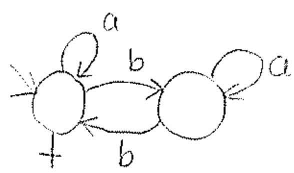


cas que en un principi ens arribi una b ⇒ llavors mai podrà anar precedit d'una a

* conjunt de mots amb un nombre parell de a's i un nombre parell de b's.

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = \dot{2} \wedge |w|_b = \dot{2} \}$

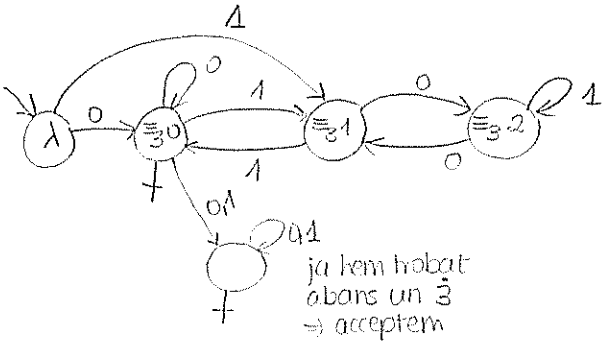




* Mots que no contenen cap prefix que codifiqui en binari un múltiple de 3.

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall x,y : (w = xy \Rightarrow x \neq \dot{3}) \}$

$\overline{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists x,y : w = xy \land x = \dot{3} \land x \neq \lambda \} \equiv \{ x \in \{a,b\}^* \mid x \neq \lambda \land x = \dot{3} \} \{0,1\}^*$



ja hem trobat abans un $\dot{3}$ ⇒ acceptem

Minimitzar i complementar

* Tot prefix múltiple de 3 menys 1 ha d'anar seguit (no immediatament) d'algun sufix que sigui mult. 3+1.

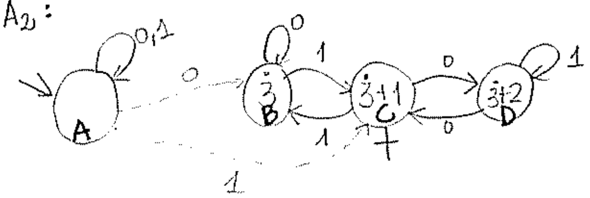
$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall x,y : w = xy \land x = \dot{3}-1 \Rightarrow \exists u,v : y = uv \land v = \dot{3}+1 \}$

$\overline{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \underbrace{\exists x,y : w = xy \land x = \dot{3}-1}_{L_1} \land \underbrace{\neg(\exists u,v : y = uv \land v = \dot{3}+1)}_{L_2} \}$

$\overline{L} \equiv \{ x \in \{0,1\} \mid x = \dot{3}-1 \} \overline{\{0,1\}^* \{ v \in \{0,1\}^* \mid v = \dot{3}+1 \}}$

$L = L_1 \cdot \overline{(\{0,1\}^* \cdot L_2)}$

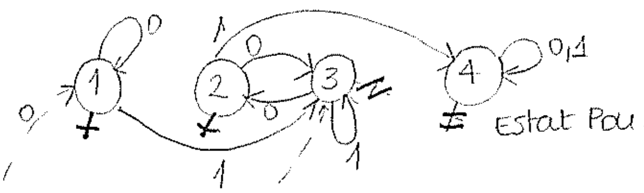
A_2:



	0	1
A	AB	AC
AB	AB	AC
+ AC	ABD	ACB
ABD	ABC	ACD
~~ACB~~		
+ ABC	ABD	ACB
+ ACD	ABDC	ACBD
+ ABCD	ABDC	ACBD

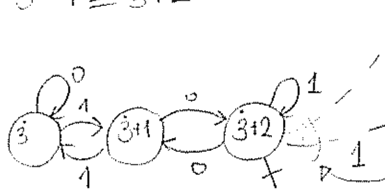
	1			2			
	A	AB	ABD	AC	ABC	ACD	ABCD
0	1	1	2	1	1	2	2
1	2	2	2	2	2	2	2

	1		2	3		4	
	A	AB	ABD	AC	ABC	ACD	ABCD
0	1	1	3	2	2	4	4
1	3	3	4	3	3	4	4



Estat Pou

A_2: $\dot{3}-1 \equiv \dot{3}+2$



concatenem

Determinitzar, Minimitzar } i complementar.

E

* conjunt de mots tal que tota cadena de 5 símbols conté com a mínim dues a's.

$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid$

L^c = conjunt de mots en què $\exists$ una cadena de 5 símbols que conté menys de dues a's (0 o 1)

* Tot prefix de longitud ≥ 3 té un nombre $\dot{2}$ de a's o b's

$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \forall x,y : w = xy \wedge |x| \geq 3 \Rightarrow |x|_a = \dot{2} \vee |x|_b = \dot{2} \}$

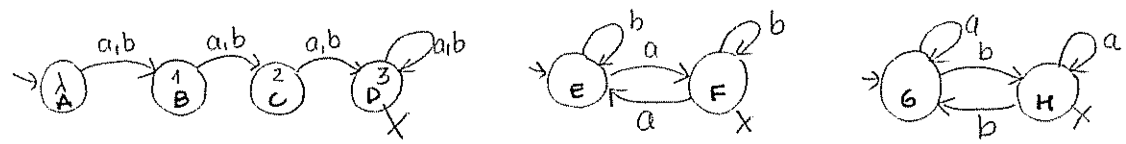
$\bar{L} = \{ w \in \{a,b\}^* \mid \exists x,y : w = \underline{x}y \wedge |x| \geq 3 \wedge |x|_a \neq \dot{2} \wedge |x|_b \neq \dot{2} \}$

$\bar{L} = \underbrace{\{ x \in \{a,b\}^* \mid |x| \geq 3 \wedge |x|_a \neq \dot{2} \wedge |x|_b \neq \dot{2} \}}_{L1} \{a,b\}^*$

$\bar{L} = L1 \cdot \{a,b\}^*$

$\uparrow$

construcció via
interseccions ⇒ producte cartesià.



Producte cartesià

	a	b
AE		