

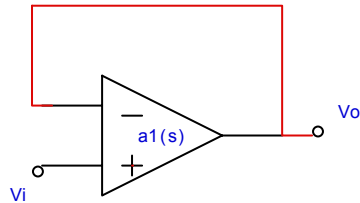
CAPÍTULO II

RESPUESTA FRECUENCIAL DE LOS CIRCUITOS CON AMPLIFICADORES OPERACIONALES

05/04/2004

Problema 1

El circuito de la figura es un seguidor de tensión.



Datos

$$V_{cc} = 15 \text{ V}$$

$$V_{sat} = \pm 13 \text{ V}$$

$$a_1(s) = \frac{a_o}{1 + s/\omega_a}$$

$$a_o = 10^5$$

$$\omega_a = 2\pi 10 \text{ rad/s}$$

$$SR = 0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$$

- Calcular la función de transferencia del circuito realimentado y el ancho de banda.
- ¿Cuál es la máxima amplitud de la señal de entrada sinusoidal, v_i , para no distorsionar la señal de salida, V_o , si la frecuencia de la señal es de 10 kHz?
- Hallar la expresión de la tensión de salida $V_o(t)$ si la entrada es una señal escalón de amplitud 1 V. ¿Cuál es el tiempo de subida de la señal de salida (del 10 al 90% de su valor final)?

Solución problema 1.

$$a) \quad \frac{v_o}{v_i} = \frac{\frac{a_o}{1 + a_o}}{1 + \frac{s}{\omega_a(1 + a_o)}} \quad BW = \frac{\omega_a(1 + a_o)}{2\pi} = 1 \text{ MHz}$$

$$b) \quad V_{i,max} = 7,95 \text{ V}$$

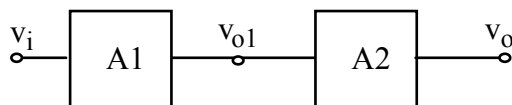
$$c) \quad v_o(t) = \frac{a_o}{1 + a_o} (1 - e^{-(1+a_o)\omega_a t}) \quad t_r = \frac{\ln 0,9 - \ln 0,1}{(1 + a_o)\omega_a} \approx 0,35 \mu\text{s}$$

Problema 2

El sistema de la figura está formado por dos etapas amplificadoras A1 y A2 de ganancias $G_1=20$ y $G_2=10$, realizadas con configuraciones no inversoras simples con sendos amplificadores operacionales. Los amplificadores operacionales utilizados en cada etapa se caracterizan por (SR: *slew rate*, V_{sat} : tensión de saturación)

Etapas A1: $SR_1 = 1 \text{ V}/\mu\text{s}$, $V_{sat} = \pm 13 \text{ V}$, $BW_1 = 250 \text{ kHz}$

Etapas A2: $SR_2 = 4 \text{ V}/\mu\text{s}$, $V_{sat} = \pm 13 \text{ V}$, $BW_2 = 1 \text{ MHz}$



- Calcular la máxima amplitud de la tensión de entrada para que la salida no esté distorsionada si la entrada es una señal sinusoidal de frecuencia 50 kHz.

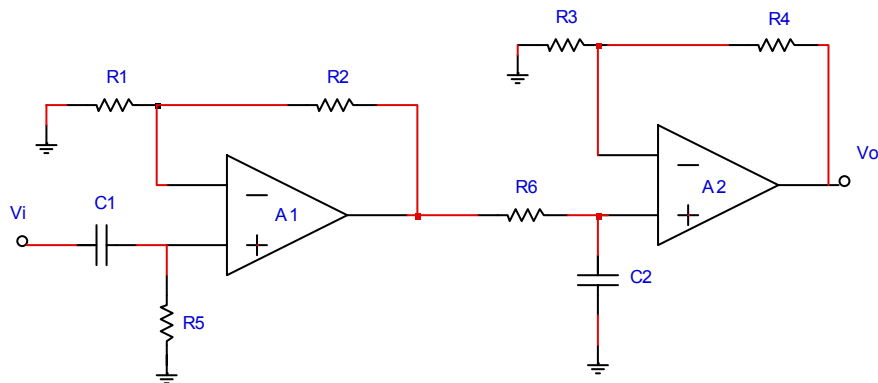
- b) Hallar la máxima frecuencia posible de la señal sinusoidal de entrada para que no exista distorsión a la salida, sabiendo que la amplitud de la señal de entrada es de 50 mV.
- c) Calcular el máximo valor que debería tener la ganancia de la segunda etapa para que trabajando con una señal sinusoidal de frecuencia la máxima posible de acuerdo con las características de la primera etapa, no haya distorsión en la señal de salida.

Resultado

- a) $V_{i,max} = 63,5 \text{ mV}$
b) $f_{max} = 64 \text{ kHz}$
c) $G_2=4$

Problema 3

En el circuito representado en la figura, considerar los amplificadores operacionales ideales.

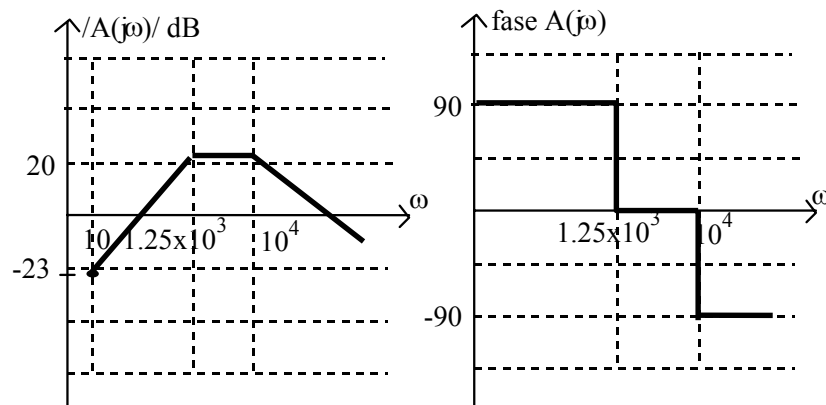


- a) Calcular la expresión de $A(s) = V_o/V_i$
b) Dibujar el diagrama de Bode (modulo y fase) de $A(s)$ y dar los valores de las frecuencias de corte, sabiendo que $R_1 = R_3 = R_6 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_4 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 16 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 0,05 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 0,01 \text{ }\mu\text{F}$.

Resultado

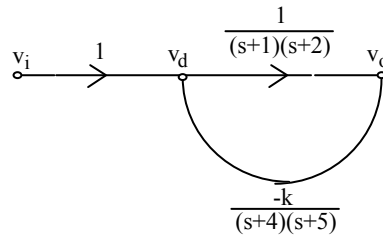
a)
$$A(s) = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \left(\frac{R_3 + R_4}{R_3} \right) R_5 C_1 \left(\frac{s}{1 + \frac{s}{\frac{1}{R_5 C_1}}} \right) \left(\frac{s}{1 + \frac{s}{\frac{1}{R_6 C_2}}} \right)$$

- b) $f_1 = 199 \text{ Hz}$ $f_2 = 1591 \text{ Hz}$



Problema 4

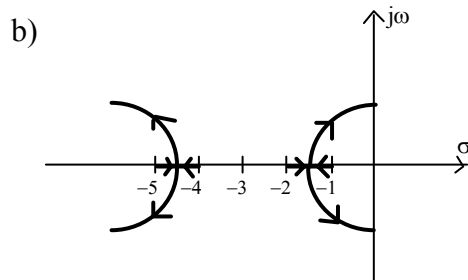
Se desea estudiar la estabilidad de un sistema cuyo diagrama de flujo es el que se representa a continuación. Siendo $k > 0$.



- Obtener la expresión de la ganancia de lazo, $T(s)$, y decir de que tipo de realimentación se trata.
- Dibujar aproximadamente el Lugar Geométrico de las Raíces del circuito realimentado.
- ¿Para qué valor de k el L.G.R. corta el eje $j\omega$? ¿Qué valor toma ω en el punto de corte con el eje imaginario?

Resultado

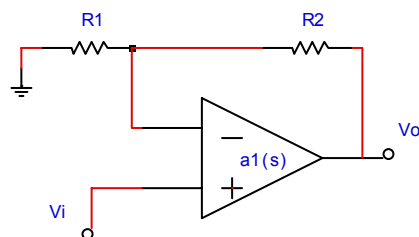
a) $T(s) = \frac{k}{(s+1)(s+2)(s+4)(s+5)}$ realimentación negativa



c) $k = 236$, $\omega = 2,5$ rad/s

Problema 5

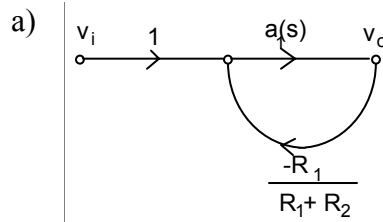
En el circuito de la figura considerar:



$$a_1(s) = \frac{2 \times 10^{16}}{(s + 10^3)(s + 10^4)(s + 10^6)}$$

- Dibujar el flujograma correspondiente al circuito de la figura.
- Expresar la ganancia de lazo, $T(s)$, en función de α , siendo $\alpha = R_1/(R_1 + R_2)$.
- A partir de la expresión anterior, calcular la condición y la frecuencia de oscilación del circuito.
- Dibujar el diagrama de Bode de $T(s)$ para $\alpha = 0,5$.
- Indicar para qué valores de α el circuito es estable.
- Encontrar el valor de α para el cual el amplificador realimentado tiene un margen de fase de 45° .

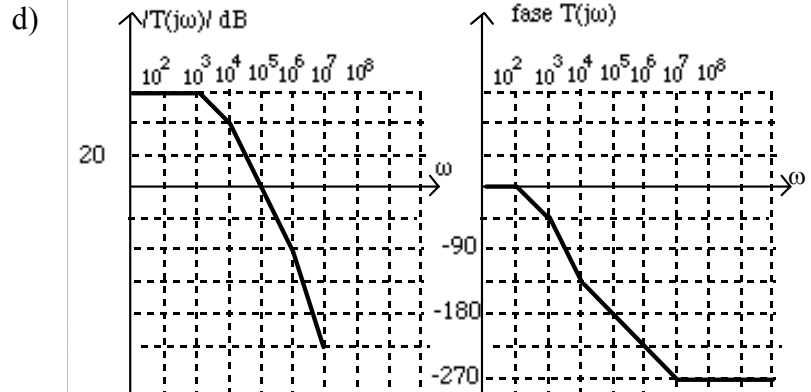
Resultado



b)

$$T(s) = \frac{2 \times 10^{16} \alpha}{(s + 10^3)(s + 10^4)(s + 10^6)}$$

c) $\alpha = 0,5$ $f_{osc} = 15,9$ kHz



e) $\alpha < 0,5$

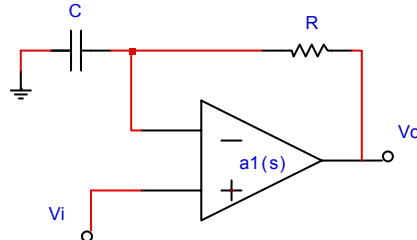
f) $\alpha = 0,005$

Problema 6

En el circuito de la figura, considerar:

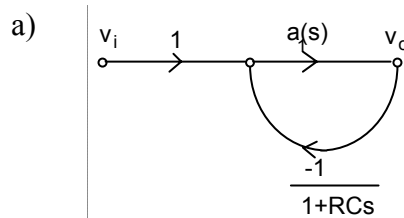
$$a_1(s) = \frac{a_o \omega_1 \omega_2}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \quad y \quad a_o > 0$$

con $\omega_1 = 10$ rad/s, $\omega_2 = 10^6$ rad/s y $1/RC = 10^3$ rad/s. Suponer en los cálculos que $\omega_1 \ll 1/RC \ll \omega_2$.



- Dibujar el diagrama de flujo
- Calcular la ganancia de lazo, $T(s)$, del circuito realimentado. Indicar el tipo de realimentación presente.
- Dibujar aproximadamente el L.G.R. ¿Es estable el circuito para cualquier valor de a_o ? Indicar los valores de a_o que permiten la estabilidad del circuito.
- Dibujar el diagrama de Bode, módulo y fase, de $T(s)$ en función del valor de a_o .
- Calcular el valor de a_o para tener un margen de fase de 45°

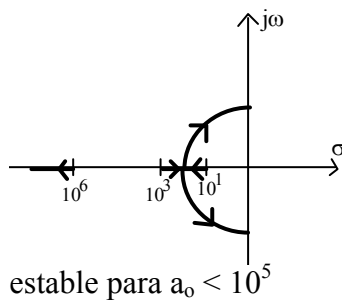
Resultado



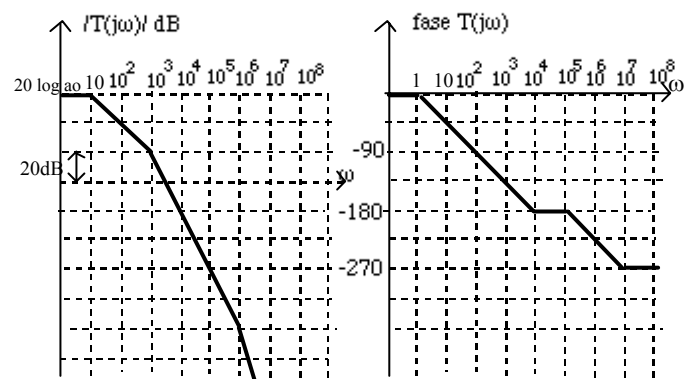
b)

$$T(s) = \frac{(a_o \omega_1 \omega_2) / RC}{(s + \frac{1}{RC})(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \quad \text{realimentación negativa}$$

c)



d)

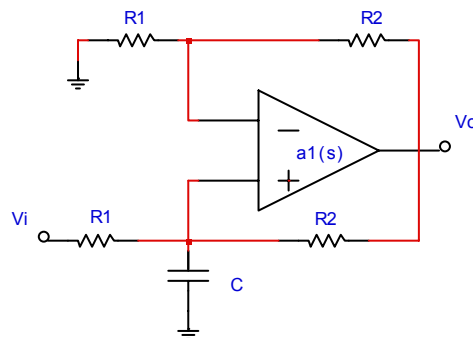


e) $a_o = 140$

Problema 7

El circuito de la figura es un integrador no inversor (o de Deboo) con $C = 10 \text{ nF}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ y $R_2 = 30 \text{ k}\Omega$. Considerando que el amplificador operacional tiene una ganancia en lazo abierto, $a_1(s)$:

$$a_1(s) = \frac{a_o \omega_d}{s + \omega_d} \quad \text{con} \quad a_o = 2 \cdot 10^5 \quad \text{y} \quad \omega_d = 10\pi \text{ rad/s}$$



- Dibujar el flujograma del circuito realimentado
- Encontrar la expresión de la ganancia de lazo, $T(s)$. ¿De qué tipo de realimentación se trata?
- Dibujar el lugar geométrico de las raíces (LGR).
- Dibujar el diagrama de Bode (módulo y fase) de $T(s)$.
- A partir del resultado obtenido en el apartado anterior, ¿hay alguna frecuencia en la que el circuito pueda ser inestable?
- Dar la expresión de la función de transferencia en lazo cerrado $H(s) = v_o(s)/v_i(s)$.
- Razonar a partir de la posición de los polos de $H(s)$ en qué margen frecuencial el circuito se comporta como un integrador no inversor.

Resultado

a)

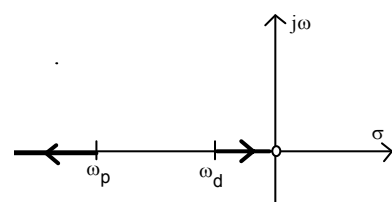
$$m(s) = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \frac{s}{\left(s + \frac{1}{(R_1 // R_2)C} \right)} \quad n(s) = \frac{1/R_1 C}{\left(s + \frac{1}{(R_1 // R_2)C} \right)}$$

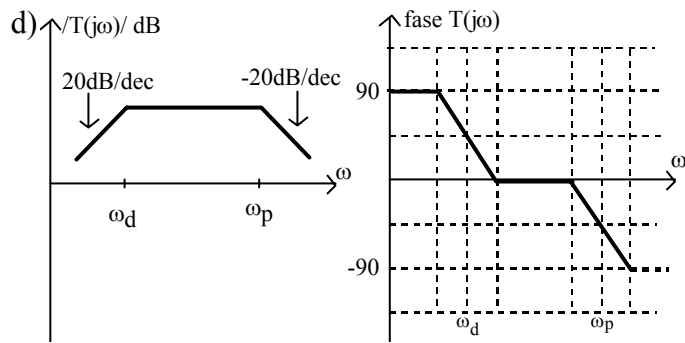
b)

$$T(s) = a_o \omega_d \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \frac{s}{(s + \omega_d) \left(s + \frac{1}{(R_1 // R_2)C} \right)}$$

realimentación negativa

c)





e) No hay inestabilidad

f)

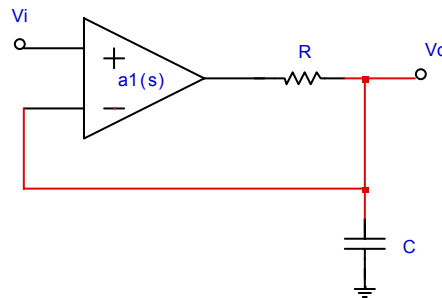
$$H(s) = n(s) \frac{a_1(s)}{1 + T(s)} = \frac{2\pi 10^{10}}{(s + 1,58 \cdot 10^6)(s + 0,26)}$$

g) integrador para frecuencia: $0,04 \text{ Hz} < f < 251 \text{ kHz}$ pues $H(s)$ es proporcional a $1/s$

Problema 8

En el circuito de la figura se desea escoger un valor adecuado de la resistencia R para conseguir un margen de fase de 45° . El amplificador operacional utilizado tiene la siguiente ganancia en lazo abierto, $a_1(s)$:

$$a_1(s) = \frac{a_o \omega_1 \omega_2}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \quad y \quad a_o = 10^5 \quad \omega_1 = 10 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 10^8 \text{ rad/s}$$



- Dibujar el diagrama de flujo.
- Escribir la expresión de la ganancia de lazo $T(s)$.
- Calcular el valor de R (si $C = 1 \text{ nF}$), para que el circuito tenga un margen de fase de 45° ($\omega_1 < 1/RC < \omega_2$).
- Hallar la función de transferencia del circuito $A(s) = V_o/V_i$.

Resultado

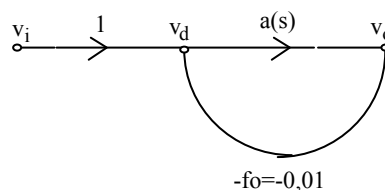
-
- $$T(s) = \frac{(1/RC)a_o \omega_1 \omega_2}{(s + \omega_1)(s + \omega_2) \left(s + \frac{1}{RC} \right)}$$

realimentación negativa
- $$R = (\sqrt{2}) / (a_o C \omega_1) \approx 1 / (a_o C \omega_1), \quad d) \quad A(s) = \frac{a_1(s)}{1 + a_1(s)}$$

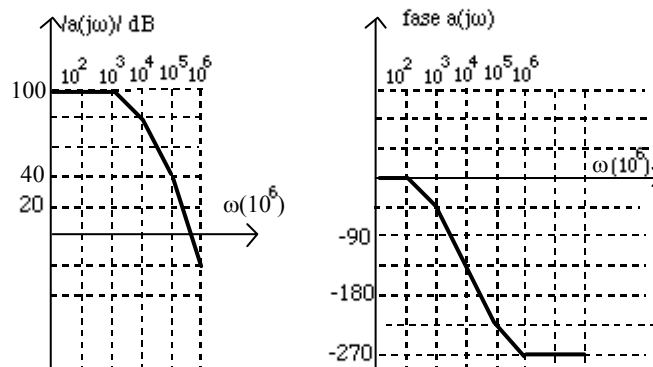
$R = 1,4 \text{ k}\Omega \approx 1 \text{ k}\Omega$

Problema 9

Tenemos un amplificador realimentado de la manera que muestra el flujograma siguiente:



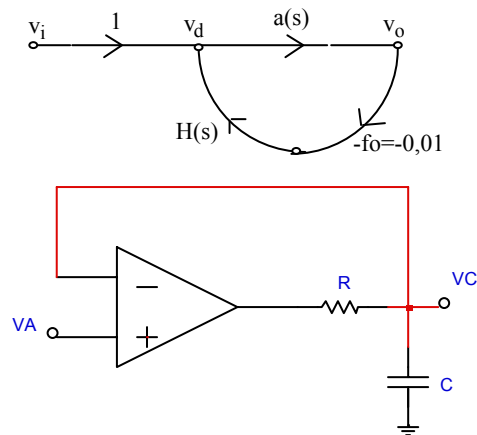
siendo la respuesta frecuencial en lazo abierto, $a(s)$, (**unidades del eje de frecuencia angular en Mrad/s**), en módulo y fase las de las figuras:



a) Dibujar el módulo y la fase de $T(j\omega)$.

b) A partir del diagrama de Bode, ¿es estable el amplificador realimentado?

El amplificador anterior se intenta compensar con un polo dominante que introducimos en la función de realimentación a partir de la función de transferencia $H(s)$ del circuito de la figura, en el que el amplificador operacional puede considerarse ideal exceptuando el valor finito de su ganancia $a_{AO}=2 \cdot 10^5$:



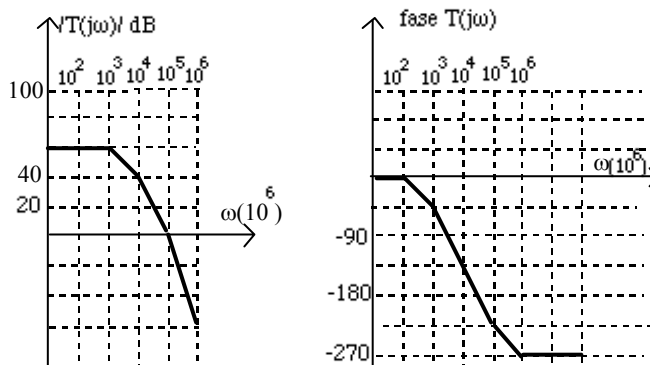
c) Dibujar el flujograma correspondiente del bloque compensador y calcular $H(s)=V_C/V_A$.

d) Calcular el valor de $\tau=RC$ para que el margen de fase sea de 45° en el circuito total.

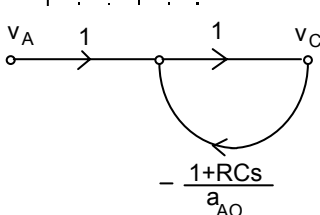
e) Dibujar el módulo y la fase de $T(j\omega)$ final, después de la compensación frecuencial.

Resultado

a)



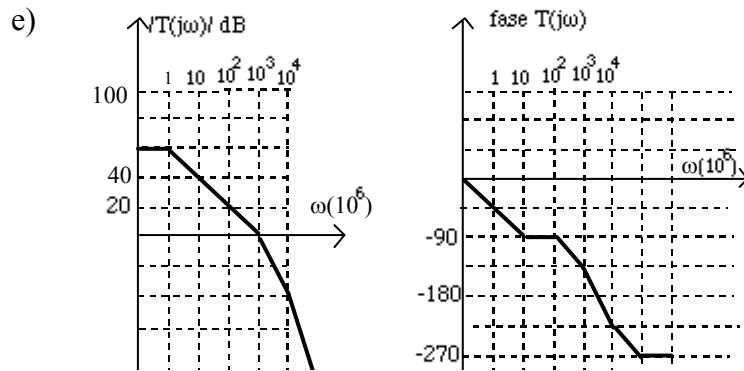
c)



$$H(s) = \frac{\frac{a_{AO}}{RC}}{s + \frac{(1+a_{AO})}{RC}}$$

b) No es estable pues para ω tal que $|T(j\omega)|=0$ dB y $\text{fase}(T(j\omega)) < -180$

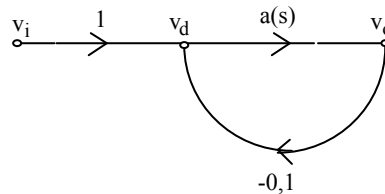
d) $\tau = RC = 0,2$ s



Problema 10

Un circuito realimentado cumple:

$$a(s) = \frac{10K}{(1+s)(1+10s)} \quad y \quad K > 0$$



- Calcular la expresión de la ganancia de lazo $T(s)$.
- Sabiendo que el módulo de $T(j\omega)$ vale 1 en $\omega = 10$ rad/s, calcular el valor de K .
- Calcular el margen de fase resultante.
- Se añade un polo dominante a $a(s)$ para que el margen de fase sea de 45° , calcular su valor.
- En lugar de la compensación polo dominante anterior, se realiza una compensación polo-cero por retraso de fase en $a(s)$ de forma que el cero cancele el primer polo de $a(s)$ y que el margen de fase resultante sea de 45° . Calcular el valor del polo.
- Una vez compensado el circuito según la pregunta anterior, calcular los polos de la ganancia de lazo cerrado $A(s)$.

Resultado

- $T(s) = \frac{K}{(1+s)(1+10s)}$
- $K = 1005 \approx 1000$
- $MF = 6,28^\circ$
- $\omega_d = 10^{-4}$
- $s_p = -\sqrt{2} \cdot 10^{-3}$
- $s_z = -0,5 \pm 1,08j$