Comunicacions Òptiques
21 de gener 2010

Data notes provisionals: 27 de gener
Període d'al.legacions: 27-28 de gener
Data notes revisades: 29 de gener

Professors: Joan M. Gené, Sergio Ruiz Moreno, MªJosé Soneira

Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 2 hores.
- Les respostes dels diferents exercicis s'entregaran en fulls separats.
- En l'exercici test, només hi ha una resposta correcta. Cada resposta encertada suma 1 i cada resposta errònia resta 1/3.

Ejercicio 1

Un diodo láser simétrico que emite al aire presenta las siguientes características:
L= 400 μm, n= 3.9, factor de confinamiento unidad, pérdidas de scattering α_S= 13,774 cm^{-1} y parámetro de curvatura de la ganancia del material γ=6,8·10^{18} m^{-3}. Se pide:

a) Calcular la λ del modo de oscilación número 2000 de los emitidos por el láser.
b) Suponiendo que este modo es el fundamental y su ganancia del material es 50 cm^{-1}, calcular el número de modos de oscilación.
c) Sabiendo que la ganancia y corriente umbrales están relacionadas linealmente según $g_{th}=k\cdot I_{th}$, con k=4·10^5 A^{-1}m^{-1}, determinar el valor de la corriente umbral del láser.
d) Este láser se modula digitalmente con niveles de corriente I_1=15 mA e I_2=30 mA. Calcular los niveles de potencia óptica emitidos en régimen estacionario si la pendiente de la curva característica luz-corriente vale 0,4 W/A.
e) Describir y dibujar el comportamiento dinámico del láser a partir del instante de conmutación suponiendo la modulación digital del apartado anterior.

Ejercicio 2

Un fotodiodo APD tiene corriente de oscuridad nula, eficiencia cuántica η, factor de ruido en exceso F(M)=M y recibe potencia óptica constante durante un tiempo τ. Se trata de aprovechar la ganancia del dispositivo para minimizar el efecto del ruido térmico.

a) Demostrar que la SNR_{max} correspondiente al valor óptimo de M verifica la relación
$SMR_{\max} \cdot M_{opt} = \frac{2}{3}\eta < n >$, donde <n> es la esperanza del número de fotones incidente.
b) Sean M_1 y M_2 dos valores de M para los cuales se obtiene la misma SNR. Deducir la relación que verifican M_1, M_2 y M_{opt}.
c) Si M_2=2M_1=100, ¿cuál es el valor máximo de la SNR (en dB) para <n>=10^5/η.
d) En las condiciones anteriores y máxima SNR, calcular la potencia de ruido térmico, en (μA)^2, si τ=100 ps. Si para λ=1.51 μm fuese $\eta\approx$1, ¿qué potencia óptica estaría recibiendo el APD?.

Nota: q=1,602·10^{-19} C h=6,629·10^{-34} J/Hz c=3·10^8 m/s

Exercici 3

Amb un transmissor que emet una potència màxima $P = 1\,mW$ a una longitud d'ona $\lambda = 1.55\mu m$, s'obté un senyal digital amb modulació NRZ ideal a una velocitat de transmissió $R_b = 10\ Gb/s$. La fibra òptica és monomode estàndard amb una atenuació $\alpha = 0.2\,dB/Km$ i un paràmetre de dispersió cromàtica $D = 16\,ps/(nm \cdot Km)$.

1) Trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9} si es disposés d'un receptor totalment ideal (límit quàntic).

   a) 220 Km b) 230 Km c) 240 Km d) 250 Km

2) Un receptor està format per un fotodetector PIN que presenta un corrent de foscor nul, soroll tèrmic amb variància total del número d'electrons per bit $\sigma_p^2 = 10^4$ (adimensional) i una eficiència quàntica ideal. Trobeu la nova distància màxima.

   a) 120 Km b) 130 Km c) 140 Km d) 150 Km

3) Per millorar les prestacions del receptor anterior s'afegeix un preamplificador òptic amb un guany G = 40dB i un factor d'emissió espontània ideal. Trobeu la nova distància màxima fent les aproximacions que considereu oportunes.

   a) 200 Km b) 210 Km c) 220 Km d) 230 Km

4) Trobeu la màxima distància limitada per dispersió per a que la dispersió total sigui inferior al temps de bit. Considereu que l'amplada espectral és igual a la velocitat de transmissió.

   a) 78 Km b) 87 Km c) 156 Km d) 174 Km

En un enllaç amb N seccions fibra-amplificador i llum coherent a l'entrada, es pot calcular la variància de fotons per bit en qualsevol punt a partir del número mitjà estadístic de fotons per bit de senyal $\langle s\rangle$ i de soroll ASE $\langle r\rangle$. El resultat és el següent: $\sigma^2 = \langle s\rangle + \langle r\rangle + 2\langle s\rangle\langle r\rangle + \langle r\rangle^2$

5) Trobeu la variància de fotons per bit al final de l'enllaç assumint que a l'entrada apliquem un número mitjà estadístic de fotons per bit igual a $\langle n\rangle$, que el paràmetre d'emissió espontània de tots els amplificadors és ρ i que el guany dels amplificadors G compensa totalment les pèrdues del tram de fibra associat.

   a) $\langle n\rangle + N\rho + 2N\rho\langle n\rangle + N^2\rho^2$ b) $G\langle n\rangle + N\rho + 2NG\rho\langle n\rangle + N^2\rho^2$

   c) $\langle n\rangle + NG\rho + 2NG\rho\langle n\rangle + N^2G^2\rho^2$ d) $G\langle n\rangle + NG\rho + 2NG^2\rho\langle n\rangle + N^2G^2\rho^2$

6) Considerant una situació realista, digueu quina seria la relació senyal a soroll òptica aproximada al final de l'enllaç:

   a) $\dfrac{\langle n\rangle}{2NG\rho}$ b) $\dfrac{\langle n\rangle^2}{N^2G^2\rho^2}$ c) $\dfrac{G\langle n\rangle}{2N\rho}$ d) $\dfrac{\langle n\rangle^2}{N^2\rho^2}$

7) Al final de l'enllaç hi ha un fotodetector PIN (corrent de foscor i soroll tèrmic nuls) amb una eficiència quàntica η. Determineu el número mitjà estadístic de fotons per bit "1" $\langle n_1\rangle$ necessari al transmissor si es demana un factor de qualitat Q a la sortida del PIN.

   a) $2N^2\rho(Q^2+Q)$ b) $2N^2G\rho(Q^2+Q)$ c) $2N\rho(Q^2+Q)$ d) $2NG\rho(Q^2+Q)$

8) Prenent les dades del transmissor i de la fibra dels primers apartats, un guany de l'amplificador G=20 dB i un paràmetre d'emissió espontània ideal, trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9}.

   a) 290 Km b) 920 Km c) 2900 Km d) 9200 Km

Ejercicio 1

Un diodo láser simétrico que emite al aire presenta las siguientes características: longitud: L= 400 μm, índice de refracción: n= 3,9, factor de confinamiento: Γ= 1, pérdidas de scattering: α_S= 13.774 cm^{-1} y factor de curvatura de la ganancia del material: γ=6.8·10^{18} m^{-3}. Se pide:

a) Calcular la λ del modo de oscilación número 2000 de los emitidos por el láser.
b) Suponiendo que este modo es el fundamental y su ganancia del material es 50 cm^{-1}, calcular el número de modos de oscilación posibles.
c) Sabiendo que la ganancia y corriente umbrales están relacionadas linealmente según: $g_{th}=k\cdot I_{th}$ siendo k=4·10^5 $A^{-1}m^{-1}$, determinar el valor de la corriente umbral del láser.
d) Este láser se modula digitalmente con los niveles de corriente siguientes: I_1=15 mA e I_2=30 mA. Calcular los niveles de potencia óptica emitidos en régimen estacionario si se ha medido una pendiente de la curva característica luz-corriente de 0,4 W/A.
e) Describir y dibujar el comportamiento dinámico del láser a partir del instante de conmutación suponiendo la modulación digital del apartado anterior.

Solución:

a) La frecuencia de oscilación del modo número m: $f_m = m\dfrac{c}{2Ln} \rightarrow \lambda_m = \dfrac{2Ln}{m} = 1{,}56\mu m$

b) El modo fundamental es el que tiene máxima ganancia por tanto la longitud de onda de pico, cuya ganancia del material es g_p=5000 m^{-1}.

La ganancia del material: $g= g_p- \gamma(\lambda-\lambda_p)^2$, como el factor de confinamiento es 1 oscilaran todas aquellas frecuencias que cumplan: $g\geq\alpha_t$ (pérdidas totales)

Pérdidas totales: $\alpha_t = \alpha_s + \dfrac{1}{2L}\ln\dfrac{1}{R_1R_2}$; como el láser es simétrico: $\alpha_t = \alpha_s + \dfrac{1}{L}\ln\dfrac{1}{R}$

Siendo $R = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2 \approx 0{,}35\,03.$ Entonces: $\alpha_t = \alpha_s + \dfrac{1}{L}\ln\dfrac{1}{R} \approx 4000m^{-1}$

La longitud de onda de un modo se puede expresar: $\lambda_i = \lambda_n \pm i(\delta\lambda)$ siendo i= 0,1,2,...

$$g_p - \gamma(\lambda-\lambda_p)^2 = g_p - (\pm i\delta\lambda)^2 \geq \alpha_t \quad \rightarrow \quad \pm i \leq \pm Ent(\frac{1}{\delta\lambda}\sqrt{\frac{g_p-\alpha_t}{\gamma}}) = \pm 15$$

Siendo $\delta\lambda = \dfrac{\lambda^2}{2Ln} = 0{,}78nm$

Entonces el número de modos de oscilación: N_m= 31

Otra forma de obtener el número de modos de oscilación: $N_m = \dfrac{\Delta\lambda}{\delta\lambda}$

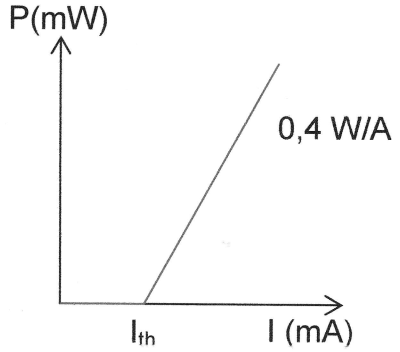
Siendo $\Delta\lambda=2(\lambda-\lambda_p)$ el margén para el cual la ganancia supera las pérdidas totales.

$$g_p-\gamma(\frac{\Delta\lambda}{2})^2 \geq \alpha_t \rightarrow \Delta\lambda \leq 2\sqrt{\frac{g_p-\alpha_t}{\gamma}} = 24{,}25nm \quad \rightarrow \quad N_m = 31{,}09 = 31$$

c) la ganancia umbral es igual a las pérdidas totales:

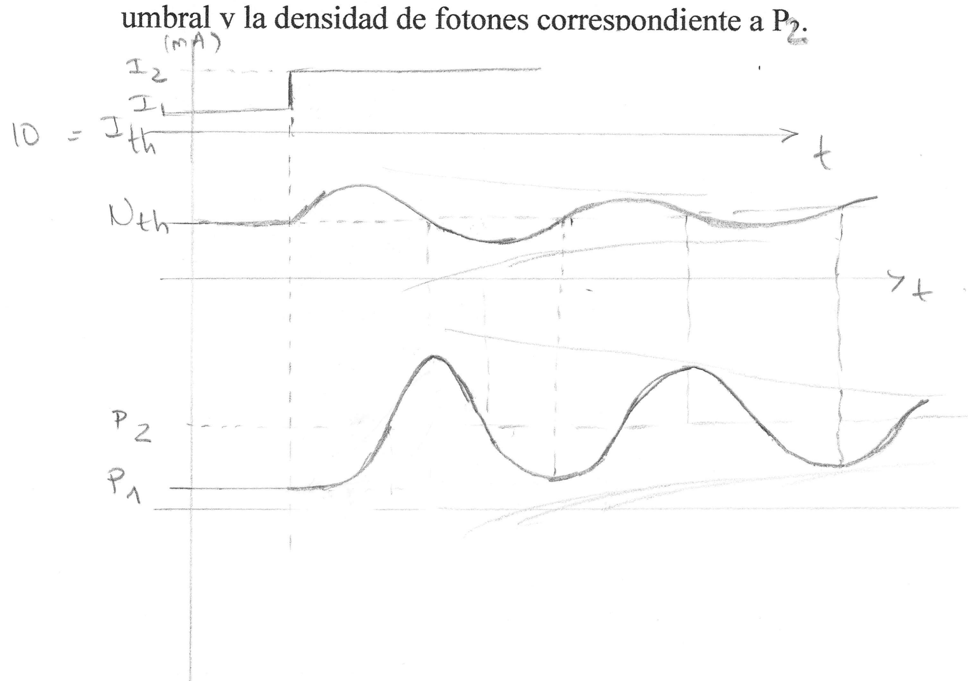
$$g_{th} = \alpha_t = \alpha_s + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R} = 4000m^{-1} \rightarrow I_{th} = \frac{g_{th}}{k} = 10mA$$

d) La característica luz-corriente: $P(I)=$ pendiente $(I-I_{th})$



siendo I_{th}=10 mA
P(I=15mA)=0,4(15-10)= 2 mW
P(I=30mA)=0,4(30-10)= 8 mW

e) Como el láser está polarizado por encima del umbral, la densidad de portadores es inicialmente la densidad de portadores umbral y la densidad de fotones la correspondiente a P_1. Cuando se produce el salto en la corriente la densidad de portadores crecerá según la ecuación de ritmo para los portadores y también la densidad de fotones. Pero, cuando la densidad de fotones es alta el bombeo no puede reponer los portadores y estos disminuyen pasando eventualmente a un valor inferior al umbral por lo que la densidad de fotones disminuirá lo que permitirá la recuperación de portadores que crecerán alcanzando un valor superior al umbral con lo que la densidad de fotones crecerá y así sucesivamente…. Dando lugar a unas oscilaciones amortiguadas (de relajación) alrededor de los valores finales que son la densidad de portadores umbral y la densidad de fotones correspondiente a P_2.



Resolución ejercicio 2

a) $SNR = \dfrac{M^2\langle m\rangle^2}{M^3\langle m\rangle + \sigma_p^2} \Rightarrow \dfrac{d\,SNR}{dM} = \langle m\rangle^2 M \dfrac{2\sigma_p^2 - \langle m\rangle M^3}{(\langle m\rangle M^3 + \sigma_p^2)^2}$

$SNR'(M) = 0 \Rightarrow M_{opt} = \left(2\sigma_p^2/\langle m\rangle\right)^{1/3} \Rightarrow$

$\Rightarrow SNR_{max} = \dfrac{2^{2/3}}{3}\langle m\rangle \left(\dfrac{\langle m\rangle}{\sigma_p^2}\right)^{1/3} = \dfrac{2}{3}\langle m\rangle \left(\dfrac{\langle m\rangle}{2\sigma_p^2}\right)^{1/3} \Rightarrow$

$* \Rightarrow SNR_{max} = \dfrac{2}{3}\eta\langle n\rangle / M_{opt}$, con $\langle n\rangle = \dfrac{P\tau}{hf}$

b) $SNR(M_1) = SNR(M_2) \Rightarrow \dfrac{(M_1M_2)^2}{M_1+M_2} = \dfrac{\sigma_p^2}{\langle m\rangle} = \dfrac{M_{opt}^3}{2}$ *

c) $M_2 = 2M_1 = 100 \Rightarrow \dfrac{4}{3}M_1^3 = \dfrac{1}{2}M_{opt}^3 \Rightarrow M_{opt} = \dfrac{2}{3^{1/3}}M_1$

$= \dfrac{100}{3^{1/3}} \Rightarrow SNR_{max} = \dfrac{2}{3}\eta\langle n\rangle\dfrac{3^{1/3}}{100} = 2\cdot 3^{-2/3}\cdot 10^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow SNR_{max} = 961{,}5 = 29.83\ dB$ *

d) Sabemos que $M_{opt} = 2^{1/3}\cdot\left(\dfrac{\sigma_p^2}{\langle m\rangle}\right)^{1/3} \Rightarrow \sigma_p^2 = \dfrac{1}{2}\langle m\rangle M_{opt}^3$

$\Rightarrow \sigma_p^2 = \dfrac{1}{2}\eta\langle n\rangle M_{opt}^3 = \dfrac{1}{2}10^5\dfrac{1}{3}10^6$

$\left.\begin{array}{l} \text{Si } \tau = 10^{-10}\,s = 1/2B \\ q = 1.602\cdot 10^{-19}\,C \end{array}\right\} \Rightarrow \sigma_{Th}^2 = (2Bq)^2\cdot\sigma_p^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma_{Th}^2 = 2{,}5664\cdot 10^{-18}\cdot\dfrac{1}{6}10^{11} \Rightarrow \sigma_{Th}^2 = 42{,}773\cdot 10^{-9}\ A^2$

$* \qquad = 42{,}773\cdot 10^{3}\ (\mu A)$

e) $\eta = 1 \Rightarrow \langle n\rangle = 10^5 = \dfrac{P\tau}{hc}\lambda \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 10^5\dfrac{hc}{\lambda\tau} = 1{,}9887\cdot 10^{-10}/\lambda$ (W)

Si $\lambda = 1{,}51\ \mu m \Rightarrow P = 131{,}7\ \mu W$ *

Exercici 3

Amb un transmissor que emet una potència màxima $P = 1\,mW$ a una longitud d'ona $\lambda = 1.55\mu m$, s'obté un senyal digital amb modulació NRZ ideal a una velocitat de transmissió $R_b = 10\,Gb/s$. La fibra òptica és monomode estàndard amb una atenuació $\alpha = 0.2\,dB/Km$ i un paràmetre de dispersió cromàtica $D = 16\,ps/(nm \cdot Km)$.

1) Trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9} si es disposés d'un receptor totalment ideal (límit quàntic).

   a) 220 Km b) 230 Km c) 240 Km d) 250 Km

2) Un receptor està format per un fotodetector PIN que presenta un corrent de foscor nul, soroll tèrmic amb variància total del número d'electrons per bit $\sigma_p^2 = 10^4$ (adimensional) i una eficiència quàntica ideal. Trobeu la nova distància màxima.

   a) 120 Km b) 130 Km c) 140 Km d) 150 Km

3) Per millorar les prestacions del receptor anterior s'afegeix un preamplificador òptic amb un guany G = 40dB i un factor d'emissió espontània ideal. Trobeu la nova distància màxima fent les aproximacions que considereu oportunes.

   a) 200 Km b) 210 Km c) 220 Km d) 230 Km

4) Trobeu la màxima distància limitada per dispersió per a que la dispersió total sigui inferior al temps de bit. Considereu que l'amplada espectral és igual a la velocitat de transmissió.

   a) 78 Km b) 87 Km c) 156 Km d) 174 Km

En un enllaç amb N seccions fibra-amplificador i llum coherent a l'entrada, es pot calcular la variància de fotons per bit en qualsevol punt a partir del número mitjà estadístic de fotons per bit de senyal $\langle s \rangle$ i de soroll ASE $\langle r \rangle$. El resultat és el següent: $\sigma^2 = \langle s \rangle + \langle r \rangle + 2\langle s \rangle\langle r \rangle + \langle r \rangle^2$

5) Trobeu la variància de fotons per bit al final de l'enllaç assumint que a l'entrada apliquem un número mitjà estadístic de fotons per bit igual a $\langle n \rangle$, que el paràmetre d'emissió espontània de tots els amplificadors és ρ i que el guany dels amplificadors G compensa totalment les pèrdues del tram de fibra associat.

   a) $\langle n \rangle + N\rho + 2N\rho\langle n \rangle + N^2\rho^2$ b) $G\langle n \rangle + N\rho + 2NG\rho\langle n \rangle + N^2\rho^2$

   c) $\langle n \rangle + NG\rho + 2NG\rho\langle n \rangle + N^2G^2\rho^2$ d) $G\langle n \rangle + NG\rho + 2NG^2\rho\langle n \rangle + N^2G^2\rho^2$

6) Considerant una situació realista, digueu quina seria la relació senyal a soroll òptica aproximada al final de l'enllaç:

   a) $\dfrac{\langle n \rangle}{2NG\rho}$ b) $\dfrac{\langle n \rangle^2}{N^2G^2\rho^2}$ c) $\dfrac{G\langle n \rangle}{2N\rho}$ d) $\dfrac{\langle n \rangle^2}{N^2\rho^2}$

7) Al final de l'enllaç hi ha un fotodetector PIN (corrent de foscor i soroll tèrmic nuls) amb una eficiència quàntica η. Determineu el número mitjà estadístic de fotons per bit "1" $\langle n_1 \rangle$ necessari al transmissor si es demana un factor de qualitat Q a la sortida del PIN.

   a) $2N^2\rho(Q^2+Q)$ b) $2N^2G\rho(Q^2+Q)$ c) $2N\rho(Q^2+Q)$ d) $2NG\rho(Q^2+Q)$

8) Prenent les dades del transmissor i de la fibra dels primers apartats, un guany de l'amplificador G=20 dB i un paràmetre d'emissió espontània ideal, trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9}.

   a) 290 Km b) 920 Km c) 2900 Km d) 9200 Km

Resolució Exercici 3:

Amb un transmissor que emet una potència màxima $P = 1\,mW$ a una longitud d'ona $\lambda = 1.55\mu m$, s'obté un senyal digital amb modulació NRZ ideal a una velocitat de transmissió $R_b = 10\,Gb/s$. La fibra òptica és monomode estàndard amb una atenuació $\alpha = 0.2\,dB/Km$ i un paràmetre de dispersió cromàtica $D = 16\,ps/(nm \cdot Km)$.

1) Trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9} si es disposés d'un receptor totalment ideal (límit quàntic).

$$BER = \frac{1}{2}e^{-\langle n_1 \rangle} = 10^{-9} \rightarrow \langle n_1 \rangle = \ln\left(\frac{10^9}{2}\right)$$

$$\langle n_1 \rangle_{tx} = \frac{P}{hf}T_b = \frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc} \qquad \langle n_1 \rangle_{rx} > \ln\left(\frac{10^9}{2}\right)$$

$$\langle n_1 \rangle_{rx} = \langle n_1 \rangle_{tx} 10^{-\frac{\alpha \cdot L}{10}} \rightarrow L = \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\langle n_1 \rangle_{tx}}{\langle n_1 \rangle_{rx}}\right) < \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc}}{\ln\left(\frac{10^9}{2}\right)}\right) \approx 230Km$$

2) Un receptor està format per un fotodetector PIN que presenta un corrent de foscor nul, soroll tèrmic amb variància total del número d'electrons per bit $\sigma_p^2 = 10^4$ (adimensional) i una eficiència quàntica ideal. Trobeu la nova distància màxima.

$$\mu_1 = \eta\langle n_1 \rangle \qquad \mu_0 = 0$$

$$\sigma_1^2 = \eta\langle n_1 \rangle + \sigma_p^2 \qquad \sigma_0^2 = \sigma_p^2$$

$$Q_{link} = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{\eta\langle n_1 \rangle}{\sqrt{\eta\langle n_1 \rangle + \sigma_p^2} + \sigma_p} > Q$$

$$\sqrt{\eta\langle n_1 \rangle + \sigma_p^2} < \frac{\eta\langle n_1 \rangle}{Q} - \sigma_p$$

$$\cancel{\eta\langle n_1 \rangle} + \cancel{\sigma_p^2} < \frac{(\eta\langle n_1 \rangle)^{\cancel{2}}}{Q^2} + \cancel{\sigma_p^2} - 2\sigma_p\frac{\cancel{\eta\langle n_1 \rangle}}{Q} \qquad \rightarrow \langle n_1 \rangle > \frac{1}{\eta}Q\left(Q + 2\sigma_p\right)$$

$$\langle n_1 \rangle_{tx} = \frac{P}{hf}T_b = \frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc} \qquad \langle n_1 \rangle_{rx} > \frac{1}{\eta}Q\left(Q + 2\sigma_p\right)$$

$$\langle n_1 \rangle_{rx} = \langle n_1 \rangle_{tx} 10^{-\frac{\alpha \cdot L}{10}} \rightarrow L = \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\langle n_1 \rangle_{tx}}{\langle n_1 \rangle_{rx}}\right) < \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc}}{\frac{1}{\eta}Q\left(Q + 2\sigma_p\right)}\right) \approx 140Km$$

3) Per millorar les prestacions del receptor anterior s'afegeix un preamplificador òptic amb un guany G = 40dB i un factor d'emissió espontània ideal. Trobeu la nova distància màxima fent les aproximacions que considereu oportunes.

$$\mu_1 = \eta G\langle n_1\rangle + \eta G\rho \qquad\qquad \mu_0 = \eta G\rho$$

$$\sigma_1^2 \approx \eta^2 G^2 2\rho\langle n_1\rangle + \eta^2 G^2\rho^2 \qquad\qquad \sigma_0^2 \approx \eta^2 G^2\rho^2$$

$$Q_{link} = \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma_1+\sigma_0} \approx \frac{\cancel{\eta}\,\cancel{G}\,\langle n_1\rangle}{\sqrt{\cancel{\eta^2}\,\cancel{G^2}\,2\rho\langle n_1\rangle + \cancel{\eta^2}\,\cancel{G^2}\,\rho^2} + \cancel{\eta}\,\cancel{G}\,\rho} = \frac{\langle n_1\rangle}{\sqrt{2\rho\langle n_1\rangle+\rho^2}+\rho} > Q$$

$$\sqrt{2\rho\langle n_1\rangle+\rho^2} < \frac{\langle n_1\rangle}{Q} - \rho$$

$$2\rho\cancel{\langle n_1\rangle} + \cancel{\rho^2} < \frac{\langle n_1\rangle^{\cancel{2}}}{Q^2} + \cancel{\rho^2} - 2\rho\frac{\cancel{\langle n_1\rangle}}{Q} \qquad \rightarrow \langle n_1\rangle > 2\rho\left(Q^2+Q\right)$$

$$\langle n_1\rangle_{tx} = \frac{P}{hf}T_b = \frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc} \qquad\qquad \langle n_1\rangle_{rx} > 2\rho\left(Q^2+Q\right)$$

$$\langle n_1\rangle_{rx} = \langle n_1\rangle_{tx}10^{-\frac{\alpha\cdot L}{10}} \rightarrow L = \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\langle n_1\rangle_{tx}}{\langle n_1\rangle_{rx}}\right) < \frac{10}{\alpha}\log\left(\frac{\frac{P}{R_b}\frac{\lambda}{hc}}{2\rho\left(Q^2+Q\right)}\right) \approx 200Km$$

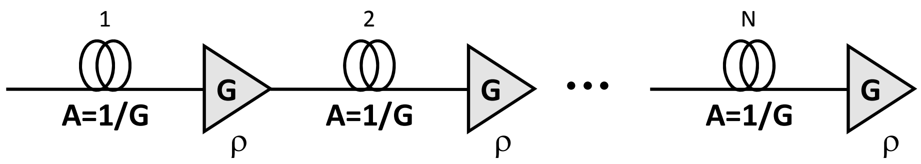
4) Trobeu la màxima distància limitada per dispersió per a que la dispersió total sigui inferior al temps de bit. Considereu que l'amplada espectral és igual a la velocitat de transmissió.

$$\tau\cdot L = D\cdot\Delta\lambda\cdot L < T_b = \frac{1}{R_b} \rightarrow L < \frac{c}{R_b^2\lambda^2 D} \approx 78\ Km$$

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{c}\Delta f = \frac{\lambda^2}{c}R_b$$

En un enllaç amb N seccions fibra-amplificador i llum coherent a l'entrada, es pot calcular la variància de fotons per bit en qualsevol punt a partir del número mitjà estadístic de fotons per bit de senyal $\langle s\rangle$ i de soroll ASE $\langle r\rangle$. El resultat és el següent: $\sigma^2 = \langle s\rangle + \langle r\rangle + 2\langle s\rangle\langle r\rangle + \langle r\rangle^2$

5) Trobeu la variància de fotons per bit al final de l'enllaç assumint que a l'entrada apliquem un número mitjà estadístic de fotons per bit igual a $\langle n\rangle$, que el paràmetre d'emissió espontània de tots els amplificadors és ρ i que el guany dels amplificadors G compensa totalment les pèrdues del tram de fibra associat.



$$\mu = \langle n\rangle + NG\rho \quad\rightarrow\quad \sigma^2 = \langle n\rangle + NG\rho + 2NG\rho\langle n\rangle + N^2G^2\rho^2$$

6) Considerant una situació realista, digueu quina seria la relació senyal a soroll òptica aproximada al final de l'enllaç:

$$OSNR = \frac{\mu^2}{\sigma^2} \approx \frac{\langle n\rangle^2}{2NG\rho\langle n\rangle} = \frac{\langle n\rangle}{2NG\rho}$$

7) Al final de l'enllaç hi ha un fotodetector PIN (corrent de foscor i soroll tèrmic nuls) amb una eficiència quàntica η. Determineu el número mitjà estadístic de fotons per bit "1" $\langle n_1 \rangle$ necessari al transmissor si es demana un factor de qualitat Q a la sortida del PIN.

$$\mu = \eta \langle n \rangle + \eta NG\rho$$

$$\sigma^2 = \eta \langle n \rangle + \eta NG\rho + \eta^2 2NG\rho \langle n \rangle + \eta^2 \left(NG\rho \right)^2$$

$$\mu_1 = \eta \langle n_1 \rangle + \eta NG\rho \qquad \mu_0 = \eta NG\rho$$

$$\sigma_1^2 \approx \eta^2 2NG\rho \langle n_1 \rangle + \eta^2 \left(NG\rho \right)^2 \qquad \sigma_0^2 \approx \eta^2 N^2 G^2 \rho^2$$

$$Q_{link} = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \approx \frac{\langle n_1 \rangle}{\sqrt{2NG\rho \langle n_1 \rangle + \left(NG\rho \right)^2} + NG\rho} > Q$$

$$\sqrt{2NG\rho \langle n_1 \rangle + \left(NG\rho \right)^2} < \frac{\langle n_1 \rangle}{Q} - NG\rho$$

$$2NG\rho \cancel{\langle n_1 \rangle} + \cancel{\left(NG\rho \right)^2} < \frac{\langle n_1 \rangle^{\cancel{2}}}{Q^2} + \cancel{\left(NG\rho \right)^2} - 2NG\rho \frac{\cancel{\langle n_1 \rangle}}{Q}$$

$$\rightarrow \langle n_1 \rangle > 2NG\rho \left(Q^2 + Q \right)$$

$$\rightarrow \langle n_a \rangle > NG\rho \left(Q^2 + Q \right)$$

8) Prenent les dades del transmissor i de la fibra dels primers apartats, un guany de l'amplificador G=20 dB i un paràmetre d'emissió espontània ideal, trobeu la màxima distància de transmissió limitada per atenuació per a una probabilitat d'error BER=10^{-9}.

$$N < \frac{\langle n_1 \rangle}{2G\rho \left(Q^2 + Q \right)} = \frac{\frac{P}{R_b} \frac{\lambda}{hc}}{2G\rho \left(Q^2 + Q \right)} \approx 92.8 \rightarrow N_{\max} = 92 \qquad \rightarrow L_T = N_{\max} L = 9200\ Km$$

$$L = \frac{20dB}{0.2\, dB/Km} = 100Km$$