

TEMA III ONES ELECTROMAGNÈTIQUES

- 3.1 (o) El camp elèctric d'una ona plana és de la forma següent: $\mathbf{E}(0,0,E_z)$, on $E_z=3,0 \times 10^{-2} \cos[\omega(t-x/c)]$ V/m, amb $\omega = 3,14 \times 10^4$ rad/s.
- a) A partir de la llei de Faraday, trobeu l'expressió del camp magnètic \mathbf{B} associat al camp \mathbf{E} indicat. Quina seria l'expressió de \mathbf{B} si l'ona es propagués en la mateixa direcció i en sentit contrari?
- b) Calculeu la densitat mitjana d'energia associada als camps elèctric i magnètic.
- c) Calculeu la intensitat de l'ona electromagnètica.

$$\text{a) } \mathbf{B} = \left(0, -\frac{E_z}{c}, 0 \right), \mathbf{B} = \left(0, \frac{E_z}{c}, 0 \right) \quad \text{b) } 4,0 \times 10^{-15} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{c) } 1,2 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

- 3.2 (o) L'amplitud d'una ona electromagnètica harmònica plana és $E_0 = 400$ V/m.
- a) Trobeu B_0 .
- b) Trobeu la densitat d'energia electromagnètica total mitjana.
- c) Trobeu la intensitat mitjana.

$$\text{a) } 1,33 \times 10^{-6} \text{ T} \quad \text{b) } 7,08 \times 10^{-7} \text{ J/m}^3 \quad \text{c) } 212 \text{ W/m}^2$$

- 3.3 (o) L'energia que ve del Sol, la qual incideix normalment sobre l'àrea unitat (constant solar), és de 1.370 W/m^2 . La distància del Sol a la Terra és d' $1,49 \times 10^{11}$ m i el radi del Sol és $R=7,0 \times 10^8$ m.
- a) Trobeu la potència total irradiada pel Sol i el valor de la irradiància en la seva superfície.
- b) Calculeu les amplituds del camp elèctric i magnètic de la radiació solar, tant a la Terra (\mathbf{E}_T i \mathbf{B}_T) com a la superfície del Sol (\mathbf{E}_S i \mathbf{B}_S) (assumiu que l'ona és monocromàtica).
- c) Determineu la pressió de radiació en aquests dos llocs.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } P = 3,8 \times 10^{26} \text{ W} & I_S = 6,2 \times 10^7 \text{ W/m}^2 \\ \text{b) } E_T = 1,02 \times 10^3 \text{ V/m} & B_T = 3,4 \times 10^{-6} \text{ T} \\ & E_S = 2,2 \times 10^5 \text{ V/m} & B_S = 7,2 \times 10^{-4} \text{ T} \\ \text{c) } p_T = 4,6 \times 10^{-6} \text{ Pa} & p_S = 0,21 \text{ Pa} \end{array}$$

- 3.4 (o) La potència mitjana d'una emissora de ràdio és de 10 kW i suposem que emet per igual en totes les direccions. Trobeu les amplituds del camp elèctric i del camp magnètic a 10 km de distància.

$$E = 7,7 \times 10^{-2} \text{ V/m} \quad B = 2,6 \times 10^{-10} \text{ T}$$

- 3.5 (c) *CAVITAT RESSONANT LÀSER.*

Un làser consisteix en una regió de l'espai limitada per uns miralls A i B separats per $L=10,00\text{cm}$, entre els quals es produeixen ones ELECTROMAGNÈTIQUES estacionàries, de manera que en els miralls es produeixen nodes de camp elèctric.

Si el camp elèctric de l'ona que es propaga cap a la dreta és de la forma

$$\mathbf{E} = E_y \sin(kx - \omega t) \mathbf{j}$$

tenint en compte que a la superfície del mirall el camp elèctric \mathbf{E} ha de ser nul,

- Quina és l'expressió del camp elèctric \mathbf{E} de l'ona estacionària produïda per la superposició d'aquesta ona i la que viatja cap a l'esquerra? (Suposeu que $x = 0$ en el mirall de l'esquerra)
- I l'expressió del camp magnètic \mathbf{B} ?
- Quins són els possibles valors de k de l'ona estacionària i quants valors de k permeten que l'ona electromagnètica sigui visible (que la seva longitud d'ona sigui $3900 \text{ \AA} < \lambda < 7600 \text{ \AA}$)?

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> $\mathbf{E} = 2E_y \sin(kx) \cos(\omega t)$ $\mathbf{B} = -2B_z \cos(kx) \sin(\omega t)$, on $B_z = E_y/c$ $k = \pi n/L$, on $n \in \mathbb{N}$; $2,497 \times 10^5$ valors de k |
|---|

3.6 (*) La cavitat ressonant d'un làser està constituïda per dos miralls plans. L'un és completament reflectant, mentre que l'altre deixa passar una ona d'amplitud igual a 0,01 vegades l'amplitud de l'ona incident. Si $\lambda = 638 \text{ nm}$, la longitud de la cavitat és $l = 15 \text{ cm}$, la potència de sortida és d'1 mW i el feix té una secció d'1 mm², trobeu el següent:

- Les amplituds de \mathbf{E} , \mathbf{B} i el valor mitjà de la densitat d'energia del raig emergent.
- Les amplituds de \mathbf{E} , \mathbf{B} i el valor mitjà d' η a l'interior.
- A partir de l'energia emmagatzemada a l'interior del làser i de la potència dissipada per radiació, trobeu la constant de temps pròpia d'aquest ressonador i el seu factor de qualitat.

- | | | |
|--|------------------------------------|---|
| a) $E = 870 \text{ V/m}$ | $B = 2,9 \times 10^{-6} \text{ T}$ | $\eta = 3,3 \times 10^{-6} \text{ J/m}^3$ |
| b) $E = 1,7 \times 10^5 \text{ V/m}$ | $B = 5,8 \times 10^{-4} \text{ T}$ | $\eta = 0,067 \text{ J/m}^3$ |
| c) $\tau = 1,0 \times 10^{-5} \text{ s}$ | $Q = 2,9 \times 10^{10}$ | |

3.7 (c) VECTOR DE POYNTING.

Un conductor recte i llarg, d'un diàmetre de 0,040 cm, té una resistència d'1,62 Ω/m i transporta un corrent de 0,090 A. Calculeu el vector de Poynting en la superfície del conductor i a partir d'aquest vector, el flux d'energia per unitat de longitud. Trobeu la potència dissipada per efecte Joule per unitat de longitud del conductor. Compareu aquest valor amb el flux d'energia per unitat de longitud.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|--|
| $S = 10,4 \text{ W/m}^2$ | $1,31 \times 10^{-2} \text{ W/m}$ | $P_{\text{dis}} = 1,31 \times 10^{-2} \text{ W/m}$ |
|--------------------------|-----------------------------------|--|

3.8 (*) La figura a representa un cable elèctric sense resistència que transporta un corrent continu cap a una resistència R .

- Representeu qualitativament els camps elèctric i magnètic en diferents punts A, B, C, D al voltant de la línia.
- Demostreu que, d'acord amb el punt de vista del vector de Poynting, l'energia va de la bateria a la resistència per l'espai del voltant de la línia i no pels conductors de la línia.
Suggeriment: cada conductor de la línia és una superfície equipotencial, ja que hem suposat que no tenen resistència.
- Considereu un cable coaxial com el de la figura b format per dues làmines conductores cilíndriques V_0 . Trobeu $\mathbf{E}(r)$, $\mathbf{B}(r)$, $\mathbf{S}(r)$, on r és la distància a l'eix de simetria, $a < r < b$, en funció de la intensitat I i de la diferència de potencial V_0 . I també per a $r < a$ i per a $r > b$.

d) Trobeu el flux de \mathbf{S} a través d'una secció perpendicular a l'eix i limitada pels dos cilindres, $a < r < b$.

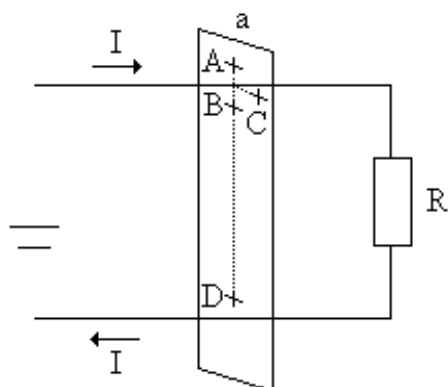


Figura a

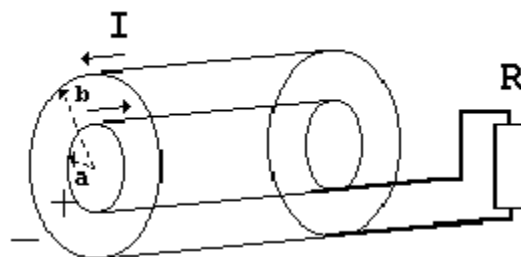


Figura b

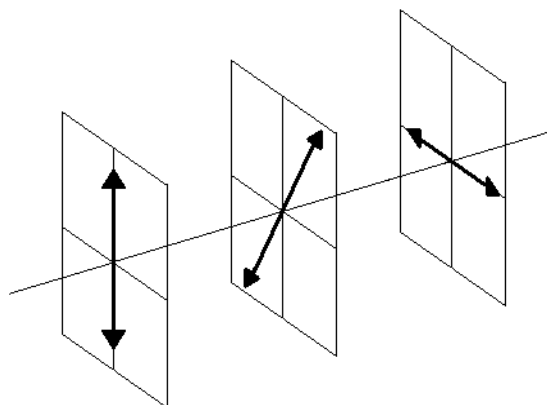
$$\begin{aligned} \text{c) } E &= \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} & B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi \ln(b/a)} \frac{1}{r^2} \text{ si } a < r < b \\ \text{d) } \phi_s &= V_0 I \end{aligned}$$

3.9 (*) POLARITZADORS.

Dues làmines polaritzadores estan encreuades (les direccions de polarització són perpendiculars). Hi intercalem una tercera làmina formant un angle amb la primera.

a) Quina és la relació entre la intensitat transmesa i la que surt del primer polaritzador, si θ és igual a 30° ?

b) Trobeu per a quin valor de θ aquesta relació és màxima i quin valor té.



$$\text{a) } 0,19 \quad \text{b) } 45^\circ ; 0,25$$

3.10 (o) Un raig lluminós de longitud d'ona en l'espai lliure $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ passa, des del buit, a un material d'índex de refracció $n = 1,500$.

a) Trobeu la velocitat de l'ona i la longitud d'onda a l'interior del material.

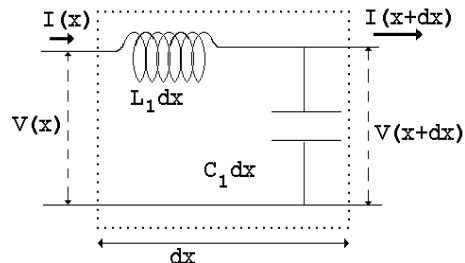
b) Si recobrim una làmina de vidre amb una capa fina d'aquest material, de gruix $0,500 \mu\text{m}$, calculeu la diferència de fase produïda per la inclusió d'aquesta capa si l'ona hi incideix perpendicularment.

$$\begin{aligned} \text{a) } v &= 2 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}, \lambda = 333 \text{ nm} \\ \text{b) } \pi \text{ rad} \end{aligned}$$

3.11 (c) LÍNIA DE TRANSMISSIÓ.

Una línia de transmissió és una disposició de dos conductors separats pel buit o per un dielèctric, que pot usar-se per transmetre energia electromagnètica.

Per analitzar una línia, suposem que cada element, de longitud dx , conté una capacitat $C_1 dx$, i una autoinducció $L_1 dx$ (per simplicitat suposarem $R_2 = 0$), tal com s'ha representat en la figura següent:



a) Escriviu les expressions de la tensió dV per raó de l'element inductiu i del corrent dI de desplaçament en el condensador.

Calculant les derivades convenientment, obteniu les equacions següents:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_1 C_1 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L_1 C_1 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

b) Transmetem un senyal per un cable coaxial, de radis $R_1 = 0,50$ mm i $R_2 = 1,50$ mm, ple d'un dielèctric de constant dielèctrica $\epsilon_r = 2,25$. En aquest cas, les expressions de la capacitat i l'autoinducció per unitat de longitud són:

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln(R_2/R_1)} \qquad L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Utilitzant les equacions obtingudes en l'apartat a, trobeu la velocitat de propagació del senyal per aquest cable i la seva impedància.