

1. Les portes d'un edifici s'obren amb uns dispositius que, normalment, tenen una probabilitat de fallar igual a 0,2 (és a dir, la probabilitat que al pulsar-lo no s'obri la porta). A més, per un defecte en el control de qualitat, un 25% dels dispositius estan desajustats, de manera que tenen una probabilitat de fallar igual a 0,4.
  - (a) Apliquem el següent test: polsem  $n$  vegades el dispositiu i si la porta s'obre les  $n$  vegades decidim que el dispositiu és correcte (si no, no prenem cap decisió). Quant ha de valer  $n$  per tal que la probabilitat d'encertar valgui almenys 0,98?
  - (b) A l'edifici hi ha 100 portes, cadascuna amb el seu dispositiu independent. Si polsem una vegada tots els dispositius, quantes portes s'obriran en promig?
  - (c) Una porta té un dispositiu avariats pel qual la probabilitat de fallar val 0,7. Sigui  $N$  el nombre de vegades que l'hem de pulsar per a que s'obri la porta. Quin tipus de variable aleatòria és  $N$ ? Què val la seva esperança,  $m$ ? Quina és la probabilitat que  $N$  sigui major que  $m$ ?
  - (d) Una porta té connectats, de manera paral·lela i independent, tres dispositius desajustats. Si els polsem els tres alhora, quina és la probabilitat que s'obri la porta?
2. La demanda mensual d'un producte és una variable aleatòria  $X$  que pren valors a  $[0, \infty)$  i té funció de densitat  $f_X(x) = xe^{-x}$  per  $x \geq 0$ .
  - (a) Calculeu l'esperança  $m$  i la desviació  $\sigma$  de  $X$ .
  - (b) Calculeu la funció de distribució de  $X$ ,  $F_X(x)$ , i la probabilitat que  $X > m$ .
  - (c) Quants mesos a l'any podem esperar que la demanda sigui inferior a 1?
  - (d) El benefici brut  $Y$  que obtenim en funció de la demanda  $X$  és  $Y = g(X)$  on:

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Calculeu la funció de distribució i el valor mitjà de la variable aleatòria  $Y$ .

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!