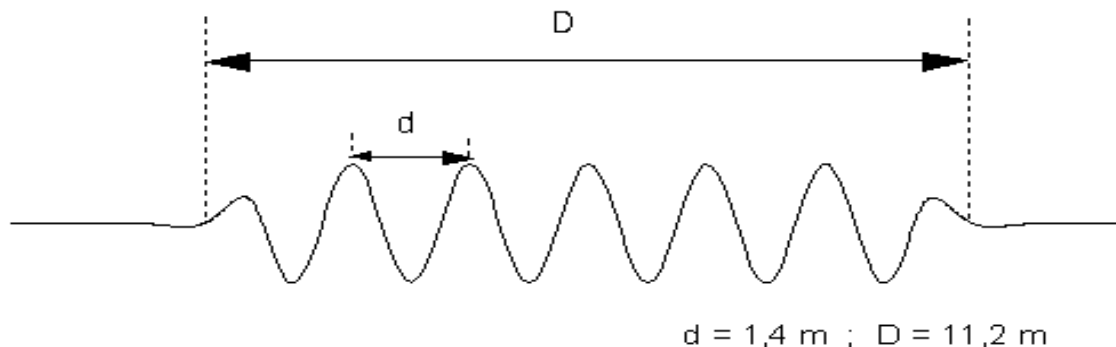


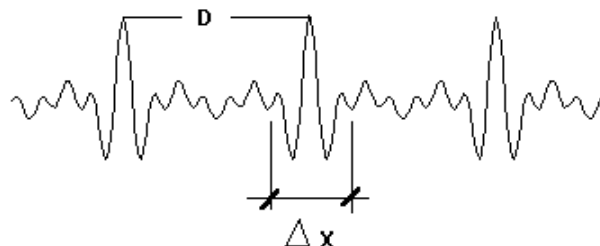
3.12 (o) El tren d'ones Electromagnètiques que es mostra en la figura es propaga en el buit.



- Calculeu la longitud d'ona mitjana $\bar{\lambda}$ i el nombre d'ona mitja \bar{k} .
- Calculeu la freqüència mitjana \bar{f} i el període mitja \bar{T} .
- Calculeu durant quant de temps l'emissor d'aquesta ona ha estat vibrant.
- Quina és la imprecisió de la freqüència d'aquesta ona?

a) $\bar{\lambda} = 1,4 \text{ m}$, $\bar{k} = 4,5 \text{ rad/m}$; b) $\bar{f} = 214 \text{ MHz}$, $\bar{T} = 4,7 \text{ ns}$; c) $0,37 \text{ ns}$ d) 27 MHz

3.13 (o) La figura mostra una instantània d'una ona obtinguda per la superposició de cinc ones harmòniques, els nombres d'ona de les quals estan uniformement espaiats de $k = 10$ a $k = 14$ (en unitats arbitràries).



- Com podríem aconseguir una ona en què la distància D entre els màxims augmentés considerablement? És possible que quedi només un grup i que els altres desapareguin?
- Com podríem aconseguir que l'amplària x augmentés al doble?

3.14 (*) *EXERCICI PER RESOLDRE'L AMB ORDINADOR*

Obteniu la gràfica de la funció d'ona en funció del temps, síntesi de cinc ones harmòniques de freqüències 8, 9, 10, 11 i 12 Hz, respectivament, en els casos següents:

- Totes les amplituds iguals i les fases inicials nul·les.
- Totes les amplituds iguals i les fases inicials iguals, però no nul·les (p. ex. 60°).
- Amplituds iguals i fases inicials esglaonades: 0° , 30° , 60° , 90° , 120° .
- Amplituds iguals i fases inicials aleatòries (feu diverses proves).
- Amplituds diferents: 1, 3, 5, 3, 1, i fases inicials nul·les.

- f) Amplituds iguals i fases nul·les, per intercalant-hi quatre freqüències (8'5, 9'5, 10'5 i 11'5 Hz), de la mateixa amplitud i fase inicial.
- g) Intercaleu aquestes quatre freqüències amb fase inicial 180°.
- En tots set casos, observeu i raoneu els resultats.

3.15 (c) MODULACIÓ D'AMPLITUD.

El camp elèctric d'una ona electromagnètica és igual a:

$$E_y = E_{oy} \cos(t - x/c) \quad \text{on: } E_{oy} = 3 \times 10^{-2}, \quad \omega = 3,14 \times 10^{14} \quad (\text{en S.I.})$$

A aquesta ona, en superposem dues més, de característiques similars, per d'amplitud αE (α constant) i de freqüències:

$$(\omega + \Delta\omega) \text{ i } (\omega - \Delta\omega)$$

- a) Comproveu que en el punt $x = 0$ el camp elèctric per causa de la superposició de les tres ones val:

$$E_y(0,t) = E_{oy}(1 + 2\alpha \cos \Delta\omega t) \cos \omega t$$

- b) Representeu esquemàticament $E_y(0,t)$ per a $\alpha = 1/3$ i $\Delta\omega = 4 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$, i indiqueu els valors dels períodes i les amplituds que considereu representatives.
- c) Escriviu l'expressió de l'envolupant. Si a aquesta funció li restem el valor mitjà, obtenim un senyal de freqüència $\Delta\omega$ i d'una amplitud proporcional a α . Aquest és el procés que es porta a terme en molts sistemes que transmeten informació: el senyal que es vol transmetre s'utilitza per modular un senyal de freqüència més alta. Per recuperar la informació, només cal que detectem la seva envolupant i hi eliminem el component continu.

b) $T_b = 50 \mu\text{s}$

3.16 (o) En una guia d'ones, la relació de dispersió ve donada per l'expressió:

$$c^2 \times k^2 = \omega^2 - \omega_0^2 \quad \text{on: } \omega_0 \text{ i } c \text{ són constants.}$$

- a) Representeu el diagrama de dispersió $\omega(k)$. Per a quins valors de ω es poden propagar les ones? Per a quins valors de k ?
- b) Determineu les expressions de les velocitats de fase $v_f(\omega)$ i de grup $v_g(\omega)$ en funció de la freqüència ω i representeu-les.
- c) Determineu els valors de $v_f(\omega_0)$ i de $v_g(\omega_0)$ per a freqüències pròximes a ω_0 .
- d) Determineu $v_f(\infty)$ i $v_g(\infty)$ per a freqüències molt grans ($\omega \gg \omega_0$).

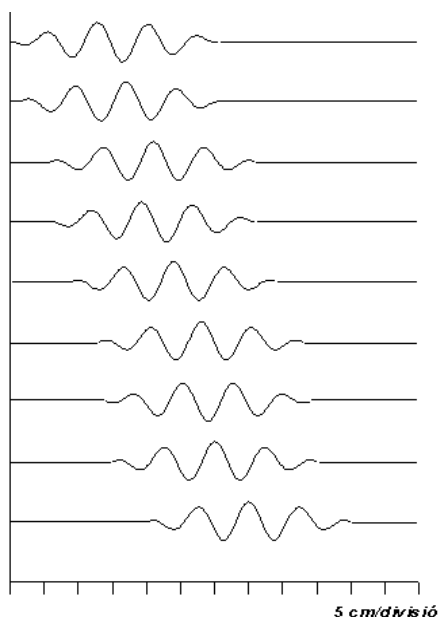
a) $\omega > \omega_0$

b) $V_f = \frac{c\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^{1/2}}; V_g = \frac{c}{\omega}(\omega^2 - \omega_0^2)^{1/2}$

c) $v_f(\omega_0) = 0$

d) $v_f(\infty) = c; v_g(\infty) = c$

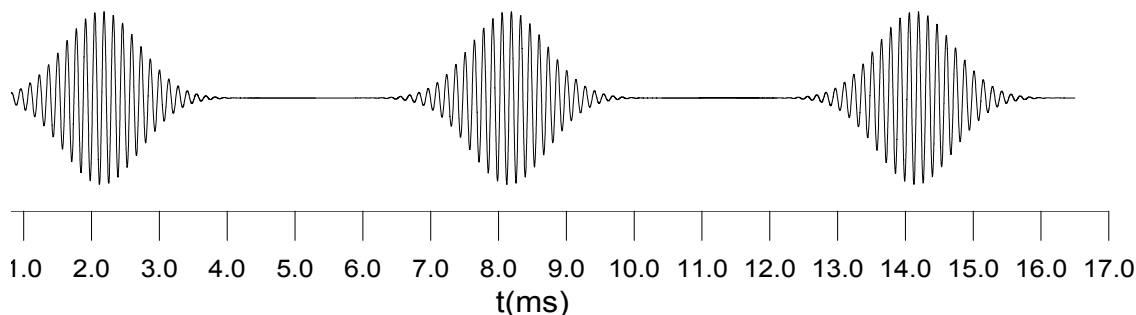
3.17 (o) En la figura es mostra una sèrie d'instantànies d'un paquet d'ones que es propaga en un medi dispersiu. L'interval de temps entre dues instantànies successives és de 0,10 ms.



- Determineu la velocitat de fase i de grup del paquet d'ones.
- Calculeu el nombre d'ona mitjà \bar{k} i el valor de l'amplada de banda Δk .
- A partir de les dades anteriors, calculeu el valor mitjà de la freqüència $\bar{\omega}$ i de l'amplada de banda $\Delta\omega$.
- Dibuixeu la funció d'ona en funció del temps, i c el nombre d'oscil·lacions que conté el paquet.

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $4,2 \times 10^2$ m/s | $2,3 \times 10^2$ m/s |
| b) 94 m ⁻¹ | 23 m ⁻¹ |
| c) $3,9 \times 10^4$ s ⁻¹ | $5,3 \times 10^2$ s ⁻¹ |
| d) 7 oscil·lacions | |

3.18 (o) La figura representa l'evolució temporal d'una ona en el punt $x = 0$. Està constituïda per una successió indefinida de trens d'ona idèntics (a la figura només en representem tres). La velocitat de grup d'un tren d'ones és $v_g = 100$ m/s, i la de fase $v_f = 200$ m/s.



- Determineu la freqüència mitjana $\bar{\omega}$ de l'espectre i la seva amplada de banda $\Delta\omega$.
- Determineu la diferència entre dues freqüències veïnes $\delta\omega$ i representeu esquemàticament l'amplitud en funció de la freqüència.
- Determineu \bar{k} , Δk i δk . Dibuixeu una instantània del tren d'ones. Quantes ones conté cada paquet?

- | |
|--|
| a) $\bar{\omega} = 45 \times 10^3$ rad·s ⁻¹ ; $\Delta\omega = 3 \times 10^3$ rad·s ⁻¹ |
| b) $\delta\omega = 100$ rad·s ⁻¹ |
| c) $\bar{k} = 225$ m ⁻¹ ; $\Delta k = 40$ m ⁻¹ ; $\delta k = 10$ m ⁻¹ ; $N = 4$ |