ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

COMUNICACIONS II **22 de juny de 2005**

Professors: Montserrat Nájar, Ana I. Pérez, Jaume Riba, Gregori Vázquez **Temps: 3 horas**
Data de publicació de les notes provisionals: 28 de Juny a les 19 hores
Presentació d'al·legacions a secretaria acadèmica el dia 29 de Juny
Notes definitives: 30 de Juny a les 19 hores

Ejercicio 1

Considere las siguientes cuatro formas de onda:

$$p_i(t) = p(t - i\frac{T}{5}) \quad i = 0,1,2,3 \text{ con: } p(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T/5}\right)$$

Se define una modulación ortogonal cuaternaria con un alfabeto compuesto por los siguientes cuatro símbolos equiprobables:

$$s_m(t) = p_m(t) \quad m = 0,1,2,3$$

siendo $x(t)$ la modulación digital resultante:

$$x(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} s_{m[l]}(t - lT)$$

El canal es ideal y el ruido AWGN, de densidad espectral de potencia $S_{ww}(f) = N_o / 2 \, Watts/Hz$. La señal recibida es:

$$r(t) = x(t) + w(t)$$

a. Obtenga una base ortonormal $\{f_k(t)\}_{k=1,2,3,4}$ del espacio de señal para esta modulación. Definiendo:

$$u_k = \int_{-\infty}^{\infty} f_k(t) r(t) dt = u_k^o + b_k$$

obtenga las componentes de cada uno de los cuatro símbolos en dicha base. Defina el receptor MAP y calcule una cota superior para la BER asociada al mismo.

Considere ahora que el canal es lineal e invariante, con respuesta impulsional:

$$h(t) = d(t) + a\, d\left(t - \frac{T}{5}\right)$$

b. Identifique el "tiempo de guarda" introducido por la modulación y explique su utilidad.
c. Justifique la necesidad de utilizar una base ortonormal de dimensión 5 para representar la información cuando el canal es el indicado anteriormente. Indique dicha base $\{f_k(t)\}_{k=1,2,3,4,5}$.
d. Obtenga la expresión de la información relevante cuando se transmite cada uno de los cuatro símbolos, esto es, las coordenadas de los cuatro símbolos posibles cuando son distorsionados por el canal.

(Entregue los siguientes apartados en otra hoja)

e. Calcule una cota superior de la BER del detector MAP del apartado (a.) en presencia de este canal. Explique cualitativamente el impacto de que $a > 0$ y $a < 0$.

f. Ignore la presencia del ruido para diseñar un decorrelador con comportamiento de forzador de ceros. Considere el esquema de decorrelación siguiente:

$$u_1^{'} = u_1$$
$$u_2^{'} = u_2 - l_1 u_1^{'}$$
$$u_3^{'} = u_3 - l_2 u_2^{'}$$
$$u_4^{'} = u_4 - l_3 u_3^{'}$$

Diseñe las ecuaciones que deben satisfacer los coeficientes $\{l_i\}_{i=1,2,3}$ para la correcta cancelación de la ISI de los distintos símbolos. Obtenga los valores óptimos de $\{l_i\}_{i=1,2,3}$ para dicho forzador de ceros.

g. Considerando de nuevo el ruido, calcule el incremento del nivel de ruido debido al impacto del forzador de ceros del apartado (f.) en la detección de cada uno de los símbolos. A la vista del resultado anterior, calcule una cota superior de la BER utilizando el forzador de ceros y compárela con la del detector óptimo.

h. Considere la siguiente combinación lineal de los términos de información relevante:

$$\hat{u}_k = \sum_{m=1}^{5} m_{m,k} u_m \qquad k = 1,2,3,4$$

Obtenga el sistema de ecuaciones para un decorrelador de mínimo error cuadrático medio, tal que:

$$\{m_{m,k}\}_{m=1,2,3,4,5} = \text{argmin } E\left[\left(\hat{u}_k - u_k^o\right)^2\right] \qquad k = 1,2,3,4$$

siendo u_k^o las componentes de los símbolos definidas en el apartado (a.). En particular, halle $\{m_{m,4}\}_{m=1,2,3,4,5}$, y compare la solución $\hat{u}_4$ con la $u_4^{'}$ del apartado (f.). Obtiene para $N_o \to 0$ la solución del decorrelador?

Ejercicio 2

Considere una señal FSK ortogonal binaria que es transmitida por un canal que introduce una atenuación aleatoria α, cuya envolvente sigue una estadística Rayleigh. La señal recibida es

$$r(t) = s_i(t) + n(t) = |a| A_c\, p(t) \cos(w_i t + q_i) + n(t) \qquad \text{i=1,2} \qquad p(t) = \prod\left(\frac{t}{T}\right)$$

siendo n(t) ruido Gaussiano blanco con $S_n(f) = \dfrac{N_o}{2}$

$$|a|^2 = a_r^2 + a_i^2 \quad con \quad a_r \ y\ a_i \ \ independientes : N(0, \frac{s_a^2}{2})$$

1.- Diseñe y dibuje el receptor coherente. Indique cuál ha de ser la separación entre w_1 y w_2 y por qué. Halle la probabilidad de error en función de la Eb/No.

2.- Para simplificar la implementación de dicho receptor se considera un diseño no coherente. Diseñe y dibuje dicho receptor. Si la probabilidad de error de un receptor no coherente para dicha modulación es

$$p_e = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_o}|a|^2\right) \qquad (1)$$

Compare cualitativamente dicha probabilidad de error con la obtenida con un receptor coherente óptimo

3.- La probabilidad de error formulada en (1) se promedia para los diferentes valores de atenuación del canal, demuestre que el resultado es

$$\overline{p}_e = E_{|a|^2}\{p_e\} = \frac{1}{2+\frac{\overline{E}_b}{N_o}}$$

y dé el valor de $\overline{E}_b$. Comente las diferencias con la probabilidad de error no promediada en (1).

NOTA: Considere $E_{|a|^2}\{p_e\}$ el promedio de la probabilidad de error respecto a la variable $|a|^2$ y que $E_x\left\{\exp\left(wx^2\right)\right\} = \frac{\exp\left(\frac{wm_x^2}{\left(1-2ws_x^2\right)}\right)}{\sqrt{1-2ws_x^2}}$ $con\ \ x : N\ (m_x, s_x^2)$

El único modo de reducir la probabilidad de error en canales Rayleigh es el evitar la probabilidad de que la atenuación del canal sea elevada introduciendo redundancia o diversidad en el sistema. Se considerará, por tanto, la transmisión repetida de cada símbolo $s_i(t)$ durante L intervalos de símbolo consecutivos. Las atenuaciones α_i (i=1...L) se considerarán constantes durante un periodo de símbolo e independientes estadísticamente entre símbolos diferentes.

(Entregue los siguientes apartados en otra hoja)

4. Obtenga las dos formas de onda posibles en recepción en un intervalo LT y halle una base ortonormal del espacio de señal.

5.- Diseñe y dibuje el receptor óptimo coherente y halle la probabilidad de error en función de la Eb/No. Suponga conocidas las α_i (i=1...L) en recepción.

Para simplificar el receptor, se vuelve a considerar un diseño no coherente. Para compensar las pérdidas incurridas por la no coherencia se busca el valor de L que da la mínima probabilidad de error promedio para una Es/No fija (Es=L Eb).

Se obtiene $L \approx \frac{1}{3}\frac{\overline{E}_b}{N_o}$ $\quad y \quad una\ probabilidad\ media\ \overline{p}_e < 2^{-0.215\frac{Eb}{No}}$

6.- Comente por qué el valor óptimo de L no es infinito y cuáles son las pérdidas en Eb/No en este último receptor diseñado respecto a una recepción no coherente en canal AWGN sin atenuación α_i=1 (i=1...L)

7.- Indique otras posibles formas de construir una señal con diversidad y cómo cambiarían las probabilidades de error tanto del receptor coherente óptimo como del no coherente.