

  <p>Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona</p> <p>UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA</p> <p>DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SEÑAL Y COMUNICACIONES</p>	<p><b>Comunicaciones Ópticas</b> 11 de gener 2011</p> <p>Data notes provisionals: 19 de gener Període d'al·legacions: 20-21 de gener Data notes revisades: 25 de gener</p>
---	--

Professors: Joan M. Gené, Sergio Ruiz Moreno, M<sup>a</sup>José Soneira

Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 2 hores. Es penalitzarà el retard en el lliurament.
- Les respostes dels diferents exercicis s'entregaran en fulls separats.
- En l'exercici 3, les respostes errònies resten 1/3 respecte les respostes correctes.

### Ejercicio 1 (30 %)

- Describir con ayuda de un diagrama de rayos simple la propagación en fibras ópticas multimodo y monomodo. Comparar ventajas y desventajas de estos tipos de fibra como medio de transmisión.
- ¿De qué parámetros depende el número de modos de una fibra óptica?. Dada una fibra óptica en particular ¿cómo se puede reducir el número de modos que propaga?
- Definir la dispersión en una fibra óptica. ¿Qué tipo es dominante en una multimodo y a qué es debida?; si se produce un ensanchamiento total de pulso de  $95 \text{ ns}$  en  $5 \text{ Km}$ , estimar el ancho de banda óptico por unidad de longitud de la fibra.
- El número de modos que se propaga por una fibra de salto de índice es 1100 para  $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ . La fibra tiene una diferencia relativa de índices del 1% y un índice de refracción del núcleo de 1,5. Calcular el diámetro del núcleo y la longitud de onda de corte de esta fibra. ¿Cuál debería ser como máximo este diámetro para que tuviera siempre un comportamiento monomodo?.
- Se dispone de una fibra de gradiente de índice de perfil parabólico con el mismo diámetro y misma apertura numérica axial que la del apartado anterior. Se sabe que las pérdidas en la unión de dos fibras multimodo debidas a la diferencia del perfil de índice de refracción son

$$L = 10 \cdot \log \left( \frac{\alpha_1 (\alpha_2 + 2)}{\alpha_2 (\alpha_1 + 2)} \right),$$

siendo  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  ( $< \alpha_1$ ) los respectivos parámetros de perfil de la fibra transmisora y receptora. Calcular las mínimas pérdidas en la unión de la fibra del apartado (d) y la fibra de gradiente de índice. Obtener el número de modos de propagación en esta última.

### Ejercicio 2 (35 %)

Considérese un canal óptico que transporta bits ideales de potencias  $P_1 = P$  y  $P_0 = 0$  a la longitud de onda  $\lambda$  y a un ritmo  $1/\tau$  [bit/s]. Esta información llega a un fotodiodo PIN (sin corriente de oscuridad ni ruido térmico) cuya responsividad es de la forma

$$R(\lambda) = R_0 \left( 1 - \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\sigma_0} \right)^2 \right)$$

siendo  $R_0$ ,  $\lambda_0$  y  $\sigma_0$  constantes conocidas del fotodiodo. Se pide:

- Dar una expresión para la eficiencia cuántica,  $\eta(\lambda)$ .
- Definiendo la sensibilidad del receptor,  $\langle n_a \rangle$ , como el promedio temporal de fotones por bit a su entrada para una  $P(\varepsilon) \leq 10^{-9}$ , deducir su variación con  $\lambda$ .
- Demostrar que existe un valor máximo de la eficiencia cuántica,  $\eta_M$ , indicando a qué longitud de onda se obtiene.
- Definiendo  $\eta_0 = \eta(\lambda_0)$  y  $\beta^2 = 1 - (\sigma_0/\lambda_0)^2$ , demostrar que la sensibilidad óptima es

$$\langle n_a \rangle_{opt} = \frac{10}{\eta_0} \cdot \frac{1 + \beta}{2}$$

- Deducir una expresión de  $\eta(\lambda)$  en función, únicamente, de  $\eta_M$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_0$ ,  $\sigma_0$  y  $\lambda$ . Comentar qué significado físico tiene el coeficiente  $\beta$ .

### Ejercicio 3 (35 %)

Un diode làser semiconductor presenta les característiques següents:

$$\lambda_p = 1.3 \mu\text{m} \quad L = 300 \mu\text{m} \quad W = 10 \mu\text{m} \quad d = 2 \mu\text{m} \quad 1/R = 3.24$$

$$n_s = 3.5 \quad \tau_{sp} = 2 \text{ns} \quad \alpha_s = 1100 \text{m}^{-1} \quad N_0 = 2.5 \cdot 10^{22} \text{m}^{-3} \quad \Gamma a = 2 \cdot 10^{-19} \text{m}^2$$

- Per tal d'evitar entrar en la zona de treball no-lineal, la densitat de corrent d'alimentació ha de ser com a màxim el doble de la densitat de corrent lllindar. Determineu quina hauria de ser la longitud de la zona activa del làser si es demanés que la potència òptica màxima lliurada per la font fos de  $10 \text{ mW}$ .  
a)  $240 \mu\text{m}$       b)  $340 \mu\text{m}$       c)  $440 \mu\text{m}$       d)  $540 \mu\text{m}$
- Es pretén modular digitalment la font làser disponible. La modulació resultant ha de complir que la relació de potències entre el bit "1" i el bit "0" (relació d'extinció) sigui de, com a mínim,  $13 \text{ dB}$ . Preneu un corrent de modulació per al bit "1" igual a 2 cops el corrent lllindar i determineu la relació entre corrents de modulació. Considereu que aquests estan sempre dins de la zona de emissió estimulada.  
a)  $1.7$       b)  $1.9$       c)  $2.1$       d)  $2.3$
- Continuant amb la qüestió anterior, la velocitat de modulació exigida és de  $2 \text{ Gb/s}$  i el temps de commutació ha de ser, com a màxim, d'un 20% del temps de bit. Deduïu la longitud màxima de la zona activa.  
a)  $136.4 \mu\text{m}$       b)  $164.3 \mu\text{m}$       c)  $316.4 \mu\text{m}$       d)  $346.1 \mu\text{m}$
- La influència de la temperatura en el corrent lllindar es pot modelar com  $I_{th}(T) = I_0 \exp\{(T - T_0)/6T_0\}$ , on  $I_0 = 30 \text{ mA}$  és el corrent lllindar a la temperatura  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ . El làser es modula amb un senyal digital  $I_{on} = 60 \text{ mA}$  i  $I_{off} = 36 \text{ mA}$ . Si la temperatura puja fins als  $75^\circ\text{C}$ , trobeu la màxima velocitat de modulació si el temps de resposta ha de ser inferior al 20% del temps de bit.  
a)  $3,56 \text{ Gb/s}$       b)  $3 \text{ Gb/s}$       c)  $356 \text{ Mb/s}$       d)  $300 \text{ Mb/s}$
- Continuant amb la qüestió anterior, ¿quina és la màxima variació de temperatura que es pot tolerar per garantir que el làser es mantingui en la zona de treball "làser"?  
a)  $7^\circ\text{C}$       b)  $17^\circ\text{C}$       c)  $27^\circ\text{C}$       d)  $37^\circ\text{C}$
- Per tal d'aconseguir un major nivell de potència òptica sense modificar la longitud del làser ( $300 \mu\text{m}$ ), s'afegeix a continuació un amplificador òptic semiconductor d'ona progressiva (TWOA) del mateix material. La secció del amplificador és la mateixa que la del làser, mentre que la longitud és  $200 \mu\text{m}$ . Sabent que en el làser s'aplica una densitat de corrent  $J = 2 \cdot J_{th}$  i que és la mateixa que s'aplica a l'amplificador, determineu el seu guany en potencia.  
a)  $12.1 \text{ dB}$       b)  $13.1 \text{ dB}$       c)  $18.2 \text{ dB}$       d)  $19.6 \text{ dB}$
- Si el guany de l'amplificador fos de  $30 \text{ dB}$ , calculeu el nivell de potència de soroll ASE a la sortida per a una amplada de banda òptica de referència de  $100 \text{ GHz}$ . Preneu el mínim paràmetre d'emissió espontània possible.  
a)  $-51 \text{ dBm}$       b)  $-48 \text{ dBm}$       c)  $-21 \text{ dBm}$       d)  $-18 \text{ dBm}$
- En referència al número de fotons per bit a la sortida de l'amplificador, estimeu el paràmetre de qualitat  $Q$  sabent que el làser es modula a  $R_b \text{ bit/s}$  seguint un format NRZ i que la potència lliurada per aquest és  $P = 10 \text{ mW}$  per al bit "1" i  $P/9$  per al bit "0". Preneu un guany de l'amplificador de  $30 \text{ dB}$  i un paràmetre d'emissió espontània  $\rho$ .

$$\text{a) } \frac{2}{3} \sqrt{\frac{P\lambda}{hcR_b\rho}} \quad \text{b) } \frac{3}{2} \sqrt{\frac{P\lambda}{hcR_b\rho}} \quad \text{c) } \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2P\lambda}{hcR_b\rho}} \quad \text{d) } \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3P\lambda}{hcR_b\rho}}$$

#### Constants

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$K_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K}$$

#### Formulari

$$g = \Gamma \left( a(N - N_0) - \gamma(\lambda - \lambda_p)^2 \right)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_r} - v \sum_i g_i S_i$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = v(g_i - \alpha_i) S_i + \beta \frac{N}{\tau_{sp}}$$

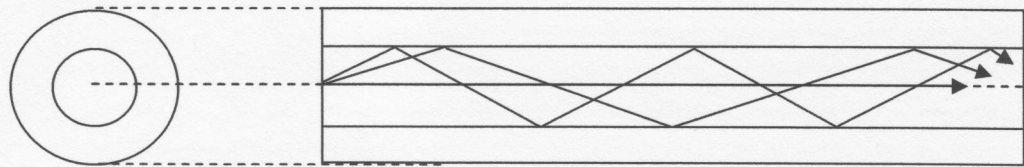
$$I_{th} = \frac{qV}{\tau_{sp}} \left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right)$$

$$P_{out} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{q\alpha_s L} (I - I_{th})$$

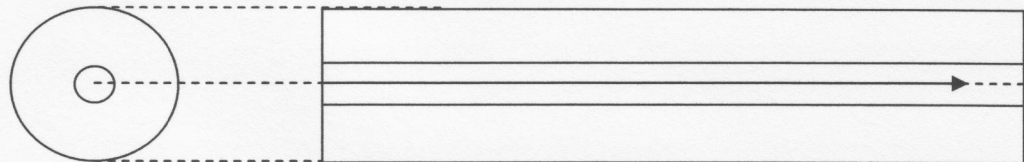
$$t_d = \tau_{sp} \ln \frac{I_{on} - I_{off}}{I_{on} - I_{th}} \quad , \quad t_{ON}^2 = \frac{2qV}{v\Gamma a} \frac{\ln \frac{I_{on} - I_{th}}{I_{off} - I_{th}}}{I_{on} - I_{off}}$$

Solución Ejercicio 1:

- (a) Las fibras multimodo se caracterizan por la propagación de varios modos. Cada modo de propagación se puede asociar a un rayo viajando por el núcleo de la fibra. De forma que las fibras multimodo y monomodo se pueden describir mediante el diagrama de rayos siguiente:



Fibra óptica multimodo



Fibra óptica monomodo

La ventaja de la fibra óptica multimodo es que, al tener mayor tamaño, ofrece mayor facilidad de acoplamiento de luz. Las desventajas son, desde el punto de vista de transmisión de información, que presenta mayor atenuación y mayor dispersión que las fibras monomodo.

- (b) El número de modos de una fibra óptica depende de los índices de refracción del núcleo y revestimiento (NA), del radio del núcleo ( $a$ ) y de la longitud de onda de operación. Dada una fibra óptica en particular, el número de modos de propagación se puede reducir aumentando la longitud de onda de trabajo.

- (c) Cálculo del diámetro del núcleo y la longitud de onda de corte de la fibra:

En una fibra óptica de salto de índice:  $N_m = \frac{V^2}{2}$  si  $V > 10$  como  $N_m = 1100 \Rightarrow V > 10$

$$V = \frac{\pi}{\lambda} 2a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{\pi}{\lambda} 2an_1 \sqrt{2\Delta} \Rightarrow 2a = \frac{\lambda \sqrt{2N_m}}{\pi n_1 \sqrt{2\Delta}} = 91,495 \mu m$$

La longitud de onda de corte  $= \lambda_c$ ; la fibra operando a  $\lambda > \lambda_c$  es monomodo. Para una fibra óptica de salto de índice la condición monomodo es  $V > V_c = 2,405 \Rightarrow$

$$\lambda_c = \frac{\pi n_1 \sqrt{2\Delta} 2a}{V_c} = \frac{V \lambda}{V_c} = \frac{\lambda \sqrt{2N_m}}{V_c} = 25,35 \mu m; \text{ la fibra es multimodo en todas de las ventanas.}$$

Para que la fibra fuera monomodo siempre debería serlo en 1ª ventana y su máximo diámetro:

$$2a_{\text{maximo}} < \frac{\lambda V_c}{\pi n_1 \sqrt{2\Delta}} = 3,07 \mu m \text{ para } \lambda = 0,85 \mu m;$$

Teniendo comportamiento monomodo en 1º V lo tendrá en 2ª y 3ª.

- (d) Dispersión es el ensanchamiento temporal que sufre un pulso al propagarse por la fibra. La dispersión dominante en una fibra óptica multimodo es la MODAL y es debida a los diferentes retardos de propagación de los modos o, usando el diagrama de rayos anterior, debida a la propagación multicamino.

En una fibra óptica multimodo  $\Rightarrow \Delta\tau=95 \text{ ns en } 5 \text{ Km} \Rightarrow \Delta\tau = \tau \cdot L \Rightarrow \frac{\Delta\tau}{L} = 19 \text{ ns/Km}$

En fibras se cumple:  $f_0 \cdot \sigma = 0,1874$  con  $2\sigma = \tau \rightarrow f_0 = \frac{2 \cdot 0,1874}{\tau} = 19,73 \text{ MHz} \cdot \text{Km}$

- (e) Si suponemos que las fibras multimodo de salto de índice del apartado (c) y la de gradiente de índice con perfil parabólico están pegadas no hay pérdidas por reflexión, las pérdidas mínimas serán las debidas a diferencia entre los perfiles de índice.

Fibra óptica 1 (Transmisora)	Fibra óptica 2 (Receptora)
$\alpha_1$	$\alpha_2$

Fibra óptica 1: fibra de salto de índice del apartado (c)  $\Rightarrow \alpha_1 = \infty$

Fibra óptica 2: fibra de gradiente de índice de perfil parabólico  $\Rightarrow \alpha_2 = 2$

$$L_{PI}(dB) = 10 \log \frac{\alpha_1(\alpha_2 + 2)}{\alpha_2(\alpha_1 + 2)} = 10 \log \frac{\alpha_1 4}{2(\alpha_1 + 2)} = 10 \log \lim_{\alpha_1 \rightarrow \infty} \frac{2\alpha_1}{(\alpha_1 + 2)} = 3 \text{ dB}$$

El  $N_m$  de una fibra de gradiente de índice con parámetro de perfil parabólico:

$$N_m = \frac{V^2}{4} = \frac{V^2}{2} \frac{1}{2} = \frac{N_m^{\text{Salto de índice}}}{2} = 550$$

Ya que al ser fibras equivalentes  $V^{\text{Gradiente de índice}} = V^{\text{Salto de índice}}$



$$a) \quad \eta(\lambda) = \frac{hc}{q} \frac{R(\lambda)}{\lambda} = \frac{hc}{q} R_0 \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 - \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\sigma_0} \right)^2 \right\}$$

$$b) \quad \text{Estadíst. Poisson} \Rightarrow \langle n \rangle = \frac{P}{hf} \tau \geq \frac{20}{\eta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \langle n_a(\lambda) \rangle = \frac{10}{\eta(\lambda)}$$

$$c) \quad \text{Maximizar } \eta(\lambda) \Rightarrow \text{maximizar } N(\lambda) = \frac{1 - \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\sigma_0} \right)^2}{\lambda}$$

$$N'(\lambda) = \left( \frac{\lambda_0^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \Rightarrow N''(\lambda)$$

$$N''(\lambda) = 2 \left( 1 - \frac{\lambda_0^2}{\sigma_0^2} \right) \frac{1}{\lambda^3} < 0 \quad \text{ya que } \lambda > 0 \text{ y } \lambda_0 > \sigma_0$$

$$N'(\lambda) = 0 \Rightarrow \left[ \lambda_M = (\lambda_0^2 - \sigma_0^2)^{1/2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N(\lambda_M) = \frac{2}{\sigma_0^2} (\lambda_0 - \lambda_M) = \frac{2}{\lambda_0 + \lambda_M}$$

$$\eta_M = \frac{hc}{q} R_0 \cdot N(\lambda_M) \Rightarrow \eta_M = \frac{hc}{q} R_0 \frac{2}{\lambda_0 + \lambda_M}$$

$$d) \quad \eta_0 = \eta(\lambda_0) \Rightarrow \eta_M = \eta_0 \frac{2}{1 + \lambda_M/\lambda_0}$$

$$\frac{\lambda_M}{\lambda_0} = \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\lambda_0^2} \right)^{1/2} = \beta \Rightarrow \eta_M = \eta_0 \frac{2}{1 + \beta}$$

La sensibil. óptica  $\Rightarrow$  sensibil. mínima  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \langle n_a \rangle_{\text{opt}} = \frac{10}{\eta_M} = \frac{10}{\eta_0} \frac{1 + \beta}{2}$$

$$e) \quad \eta_M = \frac{hc}{q \lambda_0} \frac{2}{1 + \beta} R_0 \Rightarrow \frac{hc}{q} R_0 = \eta_M \lambda_0 \frac{1 + \beta}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta(\lambda) = \eta_M \frac{1 + \beta}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda} \left[ 1 - \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\sigma_0} \right)^2 \right]$$

$\beta = \frac{\lambda_M}{\lambda_0} \leq 1$ , representa la relación entre  $\lambda$ 's máx, de  $\eta(\lambda)$  y  $R(\lambda)$

$$\text{Si } \beta \approx 1 \Rightarrow \eta_M \approx \eta_0 \Rightarrow \langle n_a \rangle \approx \frac{10}{\eta_0}$$

### Exercici 3

Un diode làser semiconductor presenta les característiques següents:

$$\begin{array}{llllll} \lambda_p = 1.3 \mu\text{m} & L = 300 \mu\text{m} & W = 10 \mu\text{m} & d = 2 \mu\text{m} & I/R = 3.24 \\ n_s = 3.5 & \tau_{sp} = 2\text{ns} & \alpha_s = 1100 \text{ m}^{-1} & N_0 = 2.5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3} & \Gamma a = 2 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \end{array}$$

- 1) Per tal d'evitar entrar en la zona de treball no-lineal, la densitat de corrent d'alimentació ha de ser com a màxim el doble la densitat de corrent llindar. Determineu quina hauria de ser la longitud de la zona activa del làser si es demanés que la potència òptica màxima lliurada per la font fos de  $10 \text{ mW}$ .  
 a)  $240 \mu\text{m}$       b)  $340 \mu\text{m}$       c)  $440 \mu\text{m}$       d)  $540 \mu\text{m}$
- 2) Es pretén modular digitalment la font làser disponible. La modulació resultant ha de complir que la relació de potències entre el bit "1" i el bit "0" (relació d'extinció) sigui de, com a mínim,  $13 \text{ dB}$ . Preneu un corrent de modulació per al bit "1" igual a 2 cops el corrent llindar i determineu la relació entre corrents de modulació. Considereu que aquests estan sempre dins de la zona d'emissió estimulada.  
 a)  $1.7$       b)  $1.9$       c)  $2.1$       d)  $2.3$
- 3) Continuant amb la qüestió anterior, la velocitat modulació exigida és de  $2 \text{ Gb/s}$  i el temps de resposta ha de ser, com a màxim, d'un  $20\%$  del temps de bit. Deduïu quan hauria de valer la longitud de la zona activa.  
 a)  $136.4 \mu\text{m}$       b)  $164.3 \mu\text{m}$       c)  $316.4 \mu\text{m}$       d)  $346.1 \mu\text{m}$
- 4) La influència de la temperatura es pot modelar com:  $I_m(T) = I_0 \exp\{(T - T_0)/6T_0\}$ , on  $I_0 = 30 \text{ mA}$  és el corrent llindar a la temperatura de referència  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ . El làser es modula amb un senyal digital  $I_{on} = 60 \text{ mA}$  i  $I_{off} = 36 \text{ mA}$ . Si la temperatura puja fins als  $75^\circ\text{C}$ , trobeu la màxima velocitat de modulació si el temps de resposta ha de ser inferior al  $20\%$  del temps de bit.  
 a)  $3.56 \text{ Gb/s}$       b)  $3 \text{ Gb/s}$       c)  $356 \text{ Mb/s}$       d)  $300 \text{ Mb/s}$
- 5) Continuant amb la qüestió anterior, quina és la màxima variació de temperatura que es pot tolerar per garantir que el làser es mantingui en la zona de treball "làser",?  
 a)  $7^\circ\text{C}$       b)  $17^\circ\text{C}$       c)  $27^\circ\text{C}$       d)  $37^\circ\text{C}$
- 6) Per tal d'aconseguir un major nivell de potència òptica sense modificar la longitud el làser ( $300 \mu\text{m}$ ), s'afegeix a continuació un amplificador òptic semiconductor d'ona progressiva (TWOA) del mateix material. La secció de l'amplificador és la mateixa que la del làser, mentre que la longitud és de  $200 \mu\text{m}$ . Sabent que en el làser s'aplica una densitat de corrent  $J = 2 \cdot J_{th}$  i que és la mateixa que s'aplica a l'amplificador, determineu el seu guany en potència prenent les aproximacions de petita senyal.  
 a)  $12.1 \text{ dB}$       b)  $13.1 \text{ dB}$       c)  $18.2 \text{ dB}$       d)  $19.6 \text{ dB}$
- 7) Si el guany de l'amplificador fos de  $30 \text{ dB}$ , calculeu el nivell de potència de soroll ASE a la sortida per a una amplada de banda òptica de referència de  $100 \text{ GHz}$ . Preneu el mínim paràmetre d'emissió espontània possible.  
 a)  $-51 \text{ dBm}$       b)  $-48 \text{ dBm}$       c)  $-21 \text{ dBm}$       d)  $-18 \text{ dBm}$
- 8) En referència al número de fotons per bit a la sortida de l'amplificador, estimeu el paràmetre de qualitat  $Q$  sabent que el làser es modula a  $R_b \text{ bit/s}$  seguint un format NRZ i que la potència lliurada per aquest és  $P = 10 \text{ mW}$  per al bit "1" i  $P/9$  per al bit "0". Preneu un guany de l'amplificador de  $30 \text{ dB}$  i un paràmetre d'emissió espontània  $\rho$ .  
 a)  $\frac{2}{3} \sqrt{\frac{P\lambda}{hcR_b\rho}}$       b)  $\frac{3}{2} \sqrt{\frac{P\lambda}{hcR_b\rho}}$       c)  $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2P\lambda}{hcR_b\rho}}$       d)  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3P\lambda}{hcR_b\rho}}$

## Resolució

1) Per tal d'evitar entrar en la zona de treball no-lineal, la densitat de corrent d'alimentació ha de ser com a màxim el doble la densitat de corrent llindar. Determineu quina hauria de ser la longitud de la zona activa del làser si es demanés que la potència òptica màxima lliurada per la font fos de 10 mW.

$$\begin{aligned}
 P_{\max}|_{J=2J_{th}} &= \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{q} \frac{W}{\underbrace{\left(\alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}\right)}_{\alpha_t}} J_{th} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{q} \frac{W}{\underbrace{\left(\alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}\right)}_{\alpha_t}} \frac{qd}{\tau_{sp}} \left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right) \right) = \\
 J_{th} &= \frac{qd}{\tau_{sp}} \overbrace{\left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right) \right)}^{N_{th}} \\
 &= \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{\tau_{sp}} \frac{Wd}{\Gamma a} \left( \frac{\Gamma a N_0}{\alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}} + 1 \right) \rightarrow \frac{P_{\max}}{\frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{\tau_{sp}} \frac{Wd}{\Gamma a}} - 1 = \frac{\Gamma a N_0}{\alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}} \rightarrow \\
 \rightarrow \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} &= \frac{\Gamma a N_0}{\frac{P_{\max}}{\frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{\tau_{sp}} \frac{Wd}{\Gamma a}} - 1} - \alpha_s \rightarrow L = \frac{\ln \frac{1}{R}}{\frac{\Gamma a N_0}{\frac{P_{\max}}{\frac{1-R}{2\sqrt{R}} \frac{hf}{\tau_{sp}} \frac{Wd}{\Gamma a}} - 1} - \alpha_s} = 341 \mu m
 \end{aligned}$$

2) Es pretén modular digitalment la font làser disponible. La modulació resultant ha de complir que la relació de potències entre el bit "1" i el bit "0" (relació d'extinció) sigui de, com a mínim, 13 dB. Preneu un corrent de modulació per al bit "1" igual a 2 cops el corrent llindar i determineu la relació entre corrents de modulació. Considereu que aquests estan sempre dins de la zona d'emissió estimulada.

$$\begin{aligned}
 \frac{P_{on}}{P_{off}} &= \frac{I_{on} - I_{th}}{I_{off} - I_{th}} = \frac{I_{th}}{I_{off} - I_{th}} = 20 \rightarrow I_{off} = \frac{21}{20} I_{th} = 1.05 \cdot I_{th} \rightarrow \frac{I_{on}}{I_{off}} = \frac{2I_{th}}{1.05 \cdot I_{th}} \approx 1.9 \\
 I_{on} &= 2I_{th}
 \end{aligned}$$

3) Continuant amb la qüestió anterior, la velocitat modulació exigida és de 2 Gb/s i el temps de resposta ha de ser, com a màxim, d'un 20% del temps de bit. Deduïu quan hauria de valer la longitud de la zona activa.

$$\begin{aligned}
 t_r &\leq 0.2T_b = \frac{1}{5R_b} \\
 t_r^2 &= \frac{2qV}{v\Gamma a} \frac{\ln \frac{I_{on} - I_{th}}{I_{off} - I_{th}}}{I_{on} - I_{off}} = \frac{2qV}{v\Gamma a} \frac{\ln 20}{0.95I_{th}} = \frac{2qWd}{v\Gamma a} \frac{\ln 20}{0.95} \left[ \frac{L}{I_{th}} \right] = \frac{2 \ln 20}{v \cdot 0.95} \frac{\tau_{sp}}{N_0 \Gamma a + \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}} \leq \left( \frac{1}{5R_b} \right)^2 \rightarrow \\
 I_{th} &= \frac{qWdL}{\tau_{sp}} \left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right) \right) \rightarrow \frac{L}{I_{th}} = \frac{\frac{\tau_{sp}}{qWd}}{N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right)} \\
 \rightarrow N_0 \Gamma a + \alpha_s + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} &\geq \frac{2 \ln 20}{v \cdot 0.95} \tau_{sp} (5R_b)^2 \rightarrow L \leq \frac{\ln \frac{1}{R}}{\frac{2 \ln 20}{v \cdot 0.95} \tau_{sp} (5R_b)^2 - N_0 \Gamma a - \alpha_s} \approx 136.4 \mu m
 \end{aligned}$$

4) La influència de la temperatura es pot modelar com:  $I_{th}(T) = I_0 \exp\{(T - T_0)/6T_0\}$ , on  $I_0 = 30 \text{ mA}$  és el corrent llindar a la temperatura de referència  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ . El làser es modula amb un senyal digital  $I_{on} = 60 \text{ mA}$  i  $I_{off} = 36 \text{ mA}$ . Si la temperatura puja fins als  $75^\circ\text{C}$ , trobeu la màxima velocitat de modulació si el temps de resposta ha de ser inferior al 20% del temps de bit.

$$I_{th}(T) = I_0 e^{(T-T_0)/6T_0} \rightarrow I_{th}(25^\circ\text{C}) = I_0 e^{(25-T_0)/6T_0} = I_0 = 30 \text{ mA}$$

$$T_0 = 25^\circ\text{C}$$

$$I_{off} = 1.2 \cdot I_{th}(25^\circ\text{C}) = 1.2 \cdot I_0 = 36 \text{ mA} < I_{th}(75^\circ\text{C}) = I_0 e^{(75-T_0)/6T_0} \approx 41.9 \text{ mA}$$

$$I_{on} = 2 \cdot I_{th}(25^\circ\text{C}) = 2 \cdot I_0 = 60 \text{ mA}$$

Es veu com  $I_{off}$  està per sota del corrent llindar per a  $75^\circ\text{C}$ , així doncs l'expressió que s'ha d'emprar per a calcular el temps de resposta és:

$$t_r(75^\circ\text{C}) = \tau_{sp} \ln \frac{I_{on} - I_{off}}{I_{on} - I_{th}(75^\circ\text{C})} = \tau_{sp} \ln \frac{60 \text{ mA} - 36 \text{ mA}}{60 \text{ mA} - 41.9 \text{ mA}} \approx 0.561 \text{ ns}$$

La màxima velocitat de modulació en aquesta situació si el temps de commutació ha de ser inferior al 20% del temps de bit es calcula:

$$t_r(75^\circ\text{C}) < 0.2T_b = \frac{1}{5R_b} \rightarrow R_b < \frac{1}{5t_r(75^\circ\text{C})} = \frac{1}{5\tau_{sp} \ln \frac{I_{on} - I_{off}}{I_{on} - I_{th}(75^\circ\text{C})}} \approx 356.64 \text{ Mb/s}$$

(\*\*) Quin seria el temps de resposta a  $25^\circ\text{C}$  (dins la zona làser):

$$t_r(25^\circ\text{C}) = \left( \frac{2qV}{v\Gamma a} \frac{\ln \left( \frac{I_{on} - I_{th}(25^\circ\text{C})}{I_{off} - I_{th}(25^\circ\text{C})} \right)}{I_{on} - I_{off}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{2qV}{v\Gamma a} \frac{\ln \left( \frac{60 \text{ mA} - 30 \text{ mA}}{36 \text{ mA} - 30 \text{ mA}} \right)}{60 \text{ mA} - 36 \text{ mA}} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 87 \text{ ps} \rightarrow 2.3 \text{ Gb/s}$$

5) Continuant amb la qüestió anterior, quina és la màxima variació de temperatura que es pot tolerar per garantir que el làser es mantingui en la zona de treball "làser",?

$$I_{off} = 1.2 \cdot \underbrace{I_0 e^{(T_1 - T_0)/6T_0}}_{I_{th}(T_1)} > \underbrace{I_0 e^{(T_2 - T_0)/6T_0}}_{I_{th}(T_2)} \rightarrow \underbrace{T_2 - T_1}_{\Delta T} = 6T_0 \cdot \ln(1.2) \approx 27^\circ\text{C}$$

6) Per tal d'aconseguir un major nivell de potència òptica sense modificar la longitud el làser ( $300 \mu\text{m}$ ), s'afegeix a continuació un amplificador òptic semiconductor d'ona progressiva (TWOA) del mateix material. La secció de l'amplificador és la mateixa que la del làser, mentre que la longitud és de  $200 \mu\text{m}$ . Sabent que en el làser s'aplica una densitat de corrent  $J = 2 \cdot J_{th}$  i que és la mateixa que s'aplica a l'amplificador, determineu el seu guany en potència prenent les aproximacions de petita senyal.

El paràmetre de guany en petita senyal d'un amplificador semiconductor té l'expressió següent:

$$g_0 = \Gamma a \left( \underbrace{\tau_{sp} \frac{I_{amp}}{qV_{amp}}}_N - N_0 \right) = \Gamma a \left( \tau_{sp} \frac{J_{amp}}{qd_{amp}} - N_0 \right)$$



La densitat de corrent és la mateixa que la que s'aplica al làser:

$$J_{amp} = J_{laser} = 2J_{th} = 2 \frac{q d_{laser}}{\tau_{sp}} \left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \underbrace{\left( \alpha_s + \frac{1}{L_{laser}} \ln \frac{1}{R} \right)}_{\alpha_i} \right)$$

Si a més les seccions del làser i de l'amplificador són iguals ( $d_{amp} = d_{laser}$ ), el guany queda:

$$g_0 = \Gamma a \left( \frac{\tau_{sp}}{d_{amp}} \frac{1}{d_{laser}} 2 \frac{d_{laser}}{\tau_{sp}} \left( N_0 + \frac{1}{\Gamma a} \left( \alpha_s + \frac{1}{L_{laser}} \ln \frac{1}{R} \right) \right) - N_0 \right) = \Gamma a N_0 + 2 \left( \alpha_s + \frac{1}{L_{laser}} \ln \frac{1}{R} \right) \approx 15037 \text{ m}^{-1}$$

$$G_0 = e^{(g_0 - \alpha_s) L_{amp}} \approx 16.24 \quad (12.1 \text{ dB})$$

7) Si el guany de l'amplificador fos de 30 dB, calculeu el nivell de potència de soroll ASE a la sortida per a una amplada de banda òptica de referència de 100 GHz. Preneu el mínim paràmetre d'emissió espontània possible.

La potència de soroll ASE es calcula de la manera següent:

$$P_{ASE} = \underbrace{\rho(G_0 - 1)hf}_{S_{ASE}} \cdot B_o = 15.3 \text{ } \mu\text{W} \quad (-18 \text{ dBm})$$

8) En referència al número de fotons per bit a la sortida de l'amplificador, estimeu el paràmetre de qualitat Q sabent que el làser es modula a  $R_b$  bit/s seguint un format NRZ i que la potència lliurada per aquest és  $P=10 \text{ mW}$  per al bit "1" i  $P/9$  per al bit "0". Preneu un guany de l'amplificador de 30 dB i un paràmetre d'emissió espontània  $\rho$ .

Per a calcular el paràmetre Q a la sortida de l'amplificador cal trobar el valor mitjà i la variància del número de fotons per bit:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= G\langle n \rangle + \rho G & \sigma_1^2 &= G\langle n \rangle + \rho G + 2\rho\langle n \rangle G^2 + \rho^2 G^2 \approx 2\rho\langle n \rangle G^2 \\ \mu_0 &= G\frac{\langle n \rangle}{9} + \rho G & \sigma_0^2 &= G\frac{\langle n \rangle}{9} + \rho G + 2\rho\frac{\langle n \rangle}{9} G^2 + \rho^2 G^2 \approx 2\rho\frac{\langle n \rangle}{9} G^2 \end{aligned}$$

Donat que el nivell de senyal és molt elevat, el terme dominant de variància, tant en els "1" com en els "0", és el batut de senyal i ASE. Ara ja es pot determinar Q:

$$Q \equiv \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \approx \frac{\cancel{G}\langle n \rangle \left( 1 - \frac{1}{9} \right)}{\sqrt{2\rho\langle n \rangle \cancel{G}^2} + \sqrt{2\rho\frac{\langle n \rangle}{9} \cancel{G}^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\langle n \rangle}{\rho}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2P\lambda}{hcR_b\rho}}$$

$$\langle n \rangle = \frac{P}{hf} T_b = \frac{P\lambda}{hcR_b}$$