ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

EXAMEN FINAL DE **CAMPS ELECTROMAGNÈTICS**

Professors: D. Artigas, F. Canal, F. Dios, M. Sicard

Data: 09.6.05 Durada: 3h..

Publicació notes: 23 de juny

NOTA: Escolliu **tres** problemes dels quatre proposats.

1. Tenim una ona plana uniforme polaritzada el·lípticament propagant-se en el buit en la direcció $\theta = \pi/4$ i $\varphi = \pi/3$. Analitzant la ona veiem que per $t = 0$ i $\vec{r} = 0$, el camp elèctric és paral·lel al pla de les x-y, on assoleix el seu valor màxim. El camp instantani a $\vec{r} = 0$ es fa mínim per primera vegada per $t = 0.833 \cdot 10^{-9}$ s, instant per el qual la component del camp instantani en la direcció z és màxima i igual a $E_z = -1$ *V/m.* Si fem una mesura addicional a un valor de temps intermig, a $t = 0.277 \cdot 10^{-9}$ s, i ens fixem aquest cop en la component E_y el seu valor és negatiu i màxim (en valor absolut).

a) Trobeu la freqüència i l'expressió concreta del vector d'ona.
b) Trieu els vector $\hat{e}_1$ i $\hat{e}_2$ per tal que coincideixin amb l'eix major i l'eix menor de l'el·lipse de polarització.
c) Trobeu quina és l'amplitud i la fase de les components E_1 i E_2. Quin és el sentit de gir de la polarització?

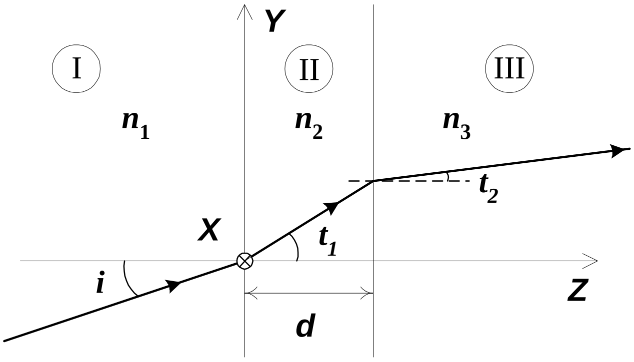
2. Se hace incidir una onda plana uniforme desde un medio I (aire, $n_1 = 1$) sobre una lamina dieléctrica (medio II) de un material no magnético de espesor d e índice de refracción n_2 seguida por un medio III de índice de refracción n_3 (n_3 ? n_1). El campo magnético de la onda cuya frecuencia es 3 GHz viene dado por $\vec{H}_i(\vec{r}) = (H_{0x}\hat{x} + H_{0//}\hat{e}_{//})e^{-jk\cdot\vec{r}}$ con H_{0x} y $\mathrm{H}_{0//}$ en general complejos y $\hat{\mathrm{e}}_{//}$ un vector unitario paralelo al plano de incidencia.

La densidad de flujo de potencia en la onda incidente es de 10 μW m^{-2}. Se observa que cuando el ángulo de incidencia es $\theta_i = 63{,}4^{\circ}$ la densidad de flujo de potencia de la onda que emerge en el medio II es la misma que la de la onda incidente.

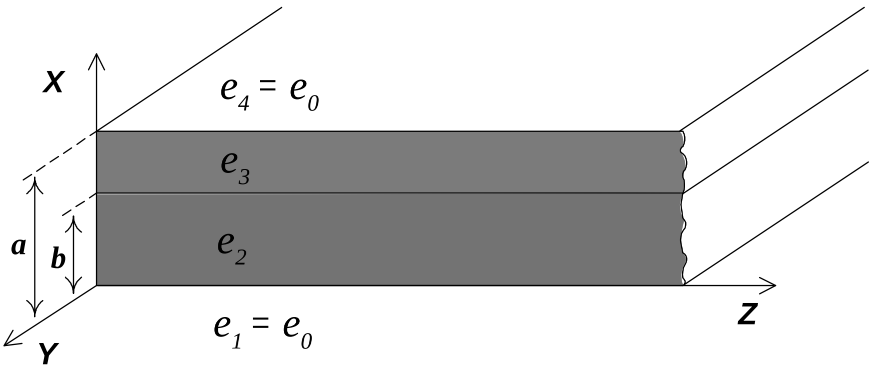
a) ¿Cuál es el valor del número de onda k_1 en el medio I?
b) ¿Cuál es el índice de refracción n_2 de la lámina? ¿Habrá reflexión de la onda que penetra en la cara interna situada en $z = d$? Justificar la respuesta.
c) ¿Cuánto debe valer $|\mathrm{H}_{0//}|$? Calcular $|\mathrm{H}_{0x}|$.

d) ¿Cuál será el valor de n_3 para que la onda sea transmitida en el medio III con un ángulo de 40º?

e) ¿Qué vale la densidad de flujo de potencia de la onda transmitida?



3. Se tiene una guía plana dieléctrica de dimensiones (salvo el grosor), que aproximamos como infinitas. La guía está rodeada de aire, y en su interior hay dos capas dieléctricas, no magnéticas, paralelas (ver figura). El grosor de la guía vale *a*, siendo *b* el correspondiente al de la capa dieléctrica con ε_2.



La propagación neta de la radiación en el interior de la guía, es según *z*, siendo las expresiones del campo eléctrico en las distintas zonas:

$\mathbf{E}_1 (x,z) = \mathbf{y}_u E_1 \exp(\gamma_1 x) \exp(-j\beta z)$ $\quad$ x = 0

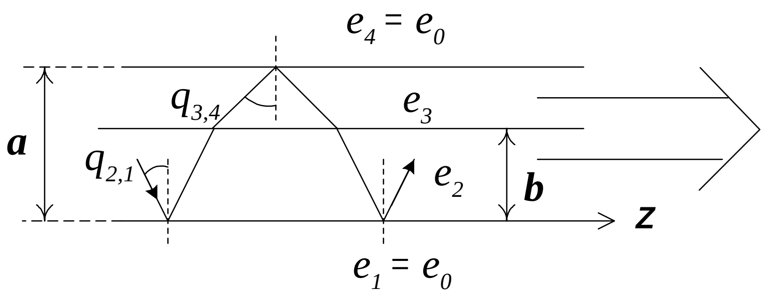
$\mathbf{E}_2 (x,z) = \mathbf{y}_u E_2 (x) \exp(-j\beta z)$ $\quad$ 0 = x = b

$\mathbf{E}_3 (x,z) = \mathbf{y}_u E_3 (x) \exp(-j\beta z)$ $\quad$ b = x = a

$\mathbf{E}_4 (x,z) = \mathbf{y}_u E_4 \exp(-?_4 (a-x)) \exp(-j\beta z)$ $\quad$ a = x

con $?_1$, $?_{4,}$ β positivos

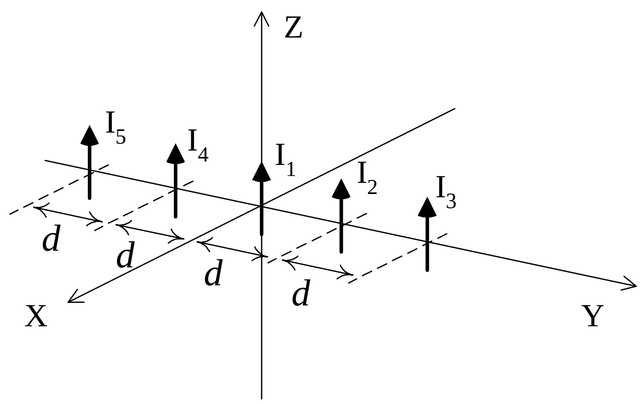
Lo anterior puede considerarse como el resultado de la superposición de múltiples reflexiones de ondas planas uniformes en las paredes dieléctricas de la guía, conforme al esquema:



Se pide:

1) Escribir las ecuaciones de onda correspondientes al campo eléctrico en las cuatro zonas.
2) ¿Qué relación hay entre ?$_1$ y ?$_4$? Justificarlo.
3) Teniendo en cuenta que sólo puede haber propagación guiada si ?$_{2,1}$ y ?$_{3,4}$ = que los respectivos valores críticos de incidencia, ¿qué relación ha de cumplirse entre ?$_{2,1}$?$_{3,4}$, ε_2 y ε_3 ? Si $\varepsilon_3 = 3\,\varepsilon_2$, y ?$_{C2,1}$ (crítico) = 60^o, ¿existiría propagación guiada para ?$_{3,4}$ = p/4 ? Justificarlo.
4) Obtener las expresiones matemáticas de E_2 (x) y de E_3 (x).
5) Además de las ecuaciones del apartado 1), ¿qué otras relaciones independientes existen para los campos en la guía? Escribir sus expresiones.
6) Usar el resultado del apartado anterior para obtener las distintas relaciones entre las constantes que aparecen en las expresiones de los campos.

4. Considérese el sistema radiante de la figura, formado por cinco dipolos, situados sobre el eje Y, orientados en la dirección Z, y equiespaciados, con separación *d*.



Las corrientes que circulan por los dipolos son:

$I_1 = 2\ I_0$
$I_2 = I_4 = -I_0$
$I_3 = I_5 = I_0$

a) Escriba la expresión del potencial vector creado por el sistema.
b) Calcule el campo eléctrico radiado y la densidad de potencia.
c) Obtenga los valores de separación *d* entre dipolos para los que se consigue un cero de radiación en el eje Y.
d) Con el valor *d* más pequeño de los obtenidos anteriormente,
   i) Particularice la expresión de la densidad de potencia en el plano XY.
   ii) Encuentre los máximos y los mínimos de radiación en ese plano.
   iii) ¿Dónde está el máximo de radiación? ¿Hay más ceros de radiación en el plano XY, además del que existe en la dirección del eje Y?
   iv) Dibuje la sección del diagrama de radiación en el plano XY.

NOTA: $\dfrac{\partial P_m}{\partial j} = \dfrac{\partial P_m}{\partial(\sin j\,)} \cdot \dfrac{\partial(\sin j\,)}{\partial j}$

Formules de Fresnel:

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos q_i - n_2 \cos q_t}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t} \qquad t_{\perp} = \frac{2 n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t}$$

$$r \;= \frac{n_1 \cos q_t - n_2 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i} \qquad t \;= \frac{2 n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i}$$