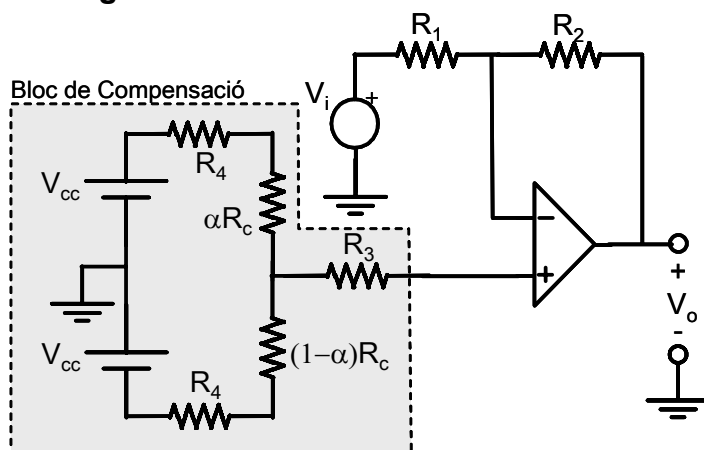


RESOLUCIÓ DEL 1ER CONTROL DE CISE III

GRUP 20

08 d'abril de 2003

PROBLEMA 1.- El circuit de la figura següent permet amplificar el senyal V_i i compensar algunes limitacions de l'A.O.

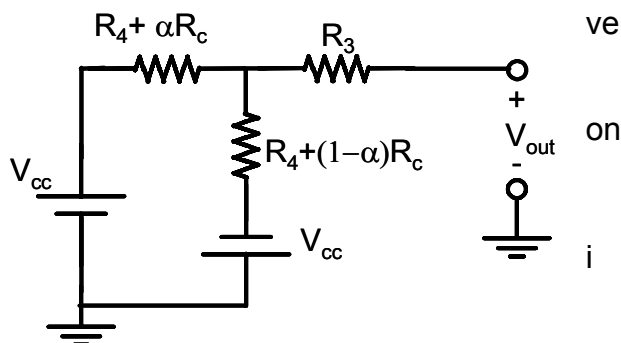


Dades:

$R_1 = 50 \text{ k}\Omega$
 $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$
 $R_3 \gg R_c, R_4$
 $R_c = 100 \Omega$
 $R_4 = 1 \text{ k}\Omega$
 $V_{cc} = 15 \text{ V}$
 $V_{sat} = \pm 13 \text{ V}$
 $SR = 2 \text{ V}/\mu\text{s}$
 $V_{OSAO} = 6 \text{ mV}$
 $I_{OSAO} = 8 \text{ nA}$
 $I_B = 80 \text{ nA}$
 $0 \leq \alpha \leq 1$

Es demana:

a) L'equivalent de Thevenin del Bloc de Compensació



La tensió de Thevenin del circuit de compensació, veure , es pot calcular aplicant superposició:

$$V_T = V_{T1} + V_{T2}$$

$$V_{T1} = V_{cc} \frac{R_4 + (1-\alpha)R_c}{2R_4 + R_c}$$

$$V_{T2} = -V_{cc} \frac{R_4 + \alpha R_c}{2R_4 + R_c}$$

Per tant,

Figura 1 Bloc de compensació

$$V_T = V_{T1} + V_{T2} = V_{cc} \frac{R_4 + (1-\alpha)R_c}{2R_4 + R_c} - V_{cc} \frac{R_4 + \alpha R_c}{2R_4 + R_c} = V_{cc} \frac{(1-2\alpha)R_c}{2R_4 + R_c}$$

Si substituïm els valors obtindrem:

$$V_T = \frac{5}{7}(1-2\alpha)$$

La resistència de Thevenin és:

$$R_T = R_3 + (R_4 + (1-\alpha)R_c) \parallel (R_4 + \alpha R_c) = R_3 + \frac{R_4^2 + R_4 R_c + \alpha(1-\alpha)R_c^2}{2R_4 + R_c}$$

Si substituïm els valors obtindrem:

$$R_T = R_3 + \frac{110 + \alpha - \alpha^2}{21}$$

- b) L'expressió de V_o sense tenir en compte V_{OSAO} , I_{OSAO} e I_B . Quina part de la tensió de sortida és deguda al Bloc de Compensació? Quin és el marge de variació d'aquesta tensió?

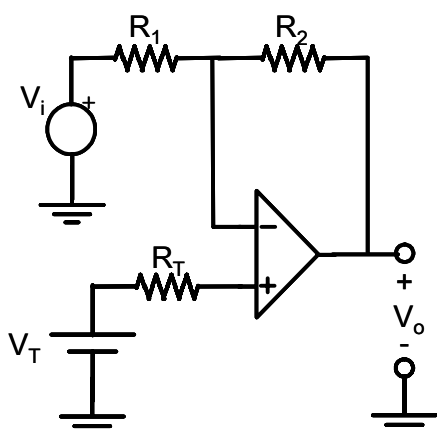


Figura 2 Substitució del bloc de compensació pel seu equivalent de Thevenin

En la Figura 2 es mostra el circuit amb l'equivalent de Thevenin del bloc de compensació. La tensió de sortida tindrà dos contribucions: V_i i V_T . Si apliquem superposició:

$$V_o = V_i \left(-\frac{R_2}{R_1} \right) + V_T \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Si substituïm els valors obtindrem:

$$V_o = -20V_i + 15(1 - 2\alpha)$$

La part deguda al bloc de compensació és:

$$V_{obc} = 15(1 - 2\alpha)$$

El marge de valors d'aquesta tensió depèn del marge de valors d' α :

$$-15V \leq V_{obc} \leq 15V$$

- c) Què valor hauria de tenir R_3 per anul·lar l'efecte del corrent de polarització I_B ? (NOTA: recordeu que $R_3 \gg R_c, R_4$)

Per anul·lar el corrent de polarització I_B hauríem de fer que:

$$R_T = R_1 // R_2$$

En principi això no es podria assegurar ja que R_T varia amb α . No obstant, tenint en compte que R_3 és molt més gran que R_c i R_4 podem fer la següent aproximació:

$$R_T = R_3 + (R_4 + (1 - \alpha)R_c) // (R_4 + \alpha R_c) \cong R_3$$

Per tant,

$$R_3 = R_1 // R_2 = 1M\Omega // 50k\Omega = 47619\Omega$$

A partir d'ara suposa que R_3 té el valor necessari per compensar el corrent de polarització.

- d) La tensió en la sortida deguda a la tensió d'offset de l'AO, V_{OSAO} .

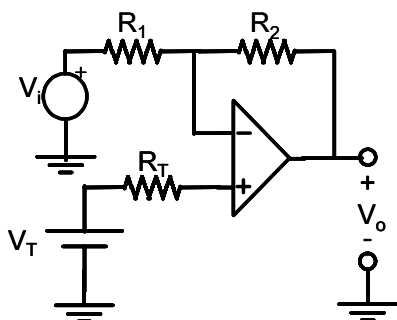


Figura 3 Efecte de la tensió d'offset de l'AO.

La tensió d'offset de l'AO es pot modelar segons la Figura 3. L'efecte sobre la sortida es calcula immediatament com un amplificador no inversor:

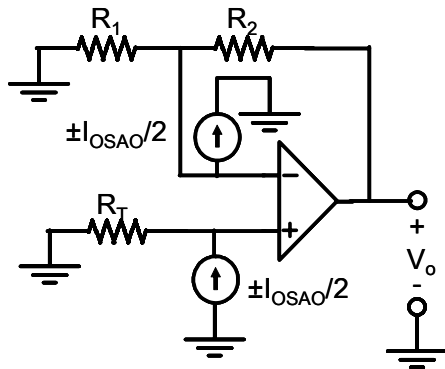
$$V_{oSOAO} = V_{SOAO} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 21V_{SOAO} = 126mV$$

- e) La tensió en la sortida deguda al corrent d'offset de l'AO, I_{OSAO} .

El corrent d'offset de l'AO es pot modelar segons la Figura 4. El corrent d'offset sobre l'entrada no inversora provoca una tensió que és amplificat en mode no inversor donant la següent contribució a la sortida:

$$V_{oISOAO1} = \pm \frac{I_{SOAO}}{2} R_T \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Ara anul·larem el corrent anterior i calculem la contribució del corrent de l'entrada inversora. Com l'entrada positiva de l'AO està a massa el corrent per R1 es nul i tot el corrent passa per R2 això significa que:



$$V_{oISOAO2} = \pm \frac{I_{SOAO}}{2} R_2$$

Per tant,

$$V_{oISOAO} = V_{oISOAO1} + V_{oISOAO2} = \pm \frac{I_{SOAO}}{2} R_T \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \left(\pm \frac{I_{SOAO}}{2} R_2 \right)$$

⇓

$$V_{oISOAO} = \pm \frac{I_{SOAO}}{2} R_2 \left(1 + R_T \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) \right)$$

Figura 4 Efecte del corrent d'offset de l'AO.

Tenint en compte que R_T és pràcticament igual a R_3 i que R_3 és igual al paral·lel de R_1 amb R_2 podem dir que:

$$V_{oISOAO} = \pm R_2 I_{SOAO} = \pm 8 mV$$

- f) El Bloc de Compensació permet compensar la tensió d'offset de sortida? Quin marge de valors d' α anul·la la tensió d'offset de sortida?

La tensió de sortida deguda a les limitacions de l'AO no compensades és:

$$126 mV - 8 mV \leq V_{OSO} \leq 126 mV + 8 mV$$

⇓

$$118 mV \leq V_{OSO} \leq 134 mV$$

Aquesta tensió es pot compensar ja que el bloc de compensació introdueix en la sortida una component que varia entre -15 V i +15 V. A continuació calculem els valors d' α .

$$\left. \begin{aligned} 15(1 - 2\alpha) &= 134 mV \Rightarrow \alpha_{\min} = 0,4866 \\ 15(1 - 2\alpha) &= 118 mV \Rightarrow \alpha_{\max} = 0,4961 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0,4866 \leq \alpha \leq 0,4961$$

- g) La màxima amplitud de V_i per que V_o no sigui distorsionada suposant que V_i és un senyal sinusoidal de freqüència 10 kHz (suposa que l'offset s'ha compensat).

Com no tenim informació sobre limitacions freqüencials la distorsió pot venir donada per l'efecte de la saturació o bé per l'efecte del Slew Rate.

Saturació:

$$|V_o|_{\max} = 13 \Rightarrow |V_i|_{\max} = \frac{13}{20} = 650 mV$$

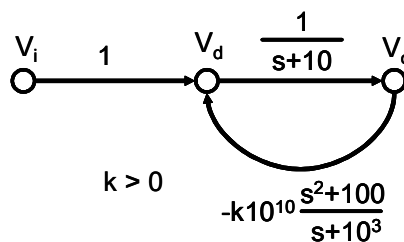
Slew Rate:

$$|V_o|_{\max} f = \frac{SR}{2\pi} \Rightarrow 20 |V_i|_{\max} f = \frac{SR}{2\pi} \Rightarrow |V_i|_{\max} = \frac{SR}{2\pi f \cdot 20} = \frac{2 V / \mu s}{40 \cdot 10 kHz \cdot \pi} = 1,59 V$$

Per tant, la restricció major ve donada per la saturació:

$$\boxed{|V_i|_{\max} = 650 mV}$$

PROBLEMA 2.- Estudia l'estabilitat d'un sistema descrit pel següent diagrama de flux:



Es demana:

a) L'expressió del guany dellaç $T(s)$ i el tipus de realimentació.

$$\left. \begin{array}{l} a(s) = \frac{1}{s+10} \\ \beta(s) = k 10^{10} \frac{s^2+100}{s+1000} \end{array} \right\} \Rightarrow T(s) = a(s) \beta(s) = k 10^{10} \frac{s^2+100}{(s+10)(s+1000)}$$

b) L'expressió del polinomi característic.

$$T(s) = k 10^{10} \frac{s^2+100}{(s+10)(s+1000)} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$\Downarrow$$

$$F(s) = N(s) + D(s) = k 10^{10} (s^2+100) + (s+10)(s+1000)$$

$$\Downarrow$$

$$F(s) = (1 + k 10^{10}) s^2 + 1010 s + 10^4 (1 + k 10^8)$$

c) Dibuixeu aproximadament el Lloc Geomètric de les Arrels (dada: per facilitar els càlculs teniu en compte que els dos pols reals coincideixen en $\sigma_d = -23,8$)

El LGA comença en els pols de $T(s)$: -10 i -1000 ; i acaba en els seus zeros: $-10j$, $+10j$. El punt de reunió dels dos pols reals és $-23,8$. No hi ha asímptotes ja que l'ordre del numerador coincideix amb l'ordre del denominador. Per tant, ja podem dibuixar el LGA tal com es veu a la :

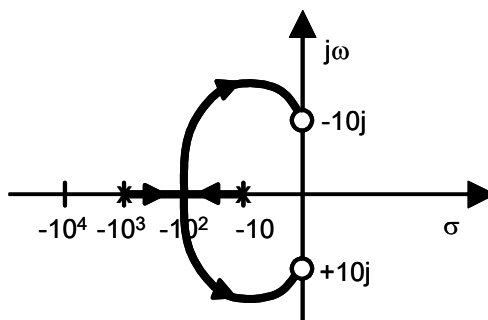


Figura 5 Lloc Geomètric de les Arrels

d) Analitza les trajectòries del LGA i raona si hi ha valors de k que fan el sistema inestable.

Serà inestable quan les trajectòries entrin en el semiplà dret o bé tallin l'eix d'ordenades. En aquest cas només es compleix aquesta condició quan k tendeix a infinit on els pols coincideixen amb els zeros de $T(s) = \pm 10j$. En aquest punt el sistema oscil·larà amb freqüència igual a 10 rad/s

e) Dibuixeu els diagrames de Bode d'amplitud i fase. És coherent amb els resultats anteriors?

Per dibuixar els diagrames de Bode en primer lloc hem de particularitzar $T(s)$ en $s=j\omega$:

$$T(j\omega) = k 10^{10} \frac{100 - \omega^2}{(10 + j\omega)(1000 + j\omega)} = k 10^8 \frac{1 - \left(\frac{\omega}{10}\right)^2}{\left(1 + j\frac{\omega}{10}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{1000}\right)}$$

Diagrama d'amplitud:

En la Figura 6 es mostra el diagrama de Bode d'amplitud de $T(j\omega)$ però restant $20 \log(k)$ perquè sigui més senzill interpretar-lo. Noteu que en vermell (traça discontinua) s'ha dibuixat el diagrama asimptòtic i en blau (traça contínua) en el que s'ha representat el diagrama real.

El diagrama d'amplitud comença en:

$$20 \log(k 10^8) = 160 \text{ dB} + 20 \log(k)$$

En la freqüència 10 rad/s tenim un zero doble i un pol simple això significa que hi ha una contribució neta d'un zero i, per tant, un pendent de 20 dB per dècada, a més a més en aquesta freqüència el valor real de $T(j\omega)$ és zero que en decibels vol dir menys infinit. En la freqüència 1000 rad/s tenim un pol que compensa el pendent anterior deixant que el diagrama sigui constant fins l'infinit.

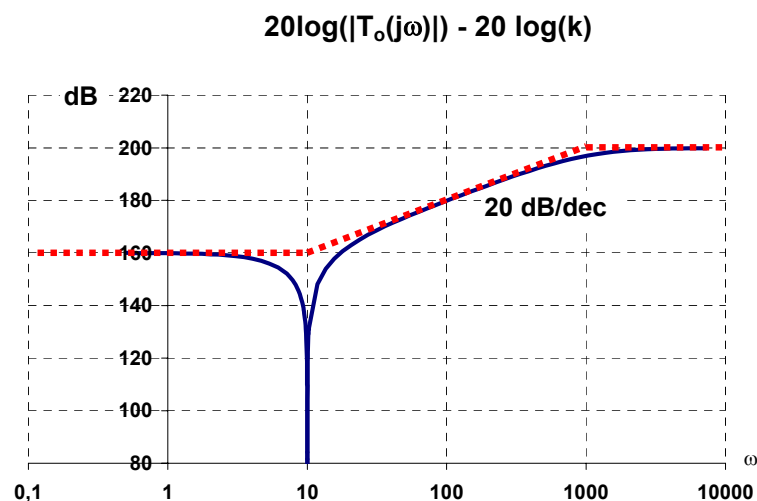


Figura 6 Diagrama de Bode d'Amplitud de $T(j\omega)$. Per facilitar la interpretació del diagrama s'ha restat $20 \log(k)$.

Diagrama de fase:

La fase abans de 10 rad/s es zero. En aquest punt tenim la contribució de dos zeros complexos conjugats i d'un pol real.

Els dos zeros contribueixen en $T(j\omega)$ amb:

$$1 - \left(\frac{\omega}{10}\right)^2$$

Que en la fase significa un salt brusc de 180°:

$$\omega \ll 10 \Rightarrow \left\langle 1 - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2 \right\rangle \cong \langle 1 = 0^\circ$$

$$\omega \gg 10 \Rightarrow \left\langle 1 - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2 \right\rangle \cong \left\langle - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2 \right\rangle = \pm 180^\circ$$

Si tenim en compte el pol en 10 rad/s podem deduir que la fase en aquest punt complirà:

$$\omega \ll 10 \Rightarrow \left\langle \frac{1 - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2}{\left(1 + j \frac{\omega}{10} \right)} \right\rangle = \left\langle 1 - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2 \right\rangle - \left\langle 1 + j \frac{\omega}{10} \right\rangle \cong \langle 1 - \langle 1 = 0^\circ$$

$$\omega \gg 10 \Rightarrow \left\langle \frac{1 - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2}{\left(1 + j \frac{\omega}{10} \right)} \right\rangle \cong \left\langle - \left(\frac{\omega}{10} \right)^2 \right\rangle - \left\langle j \frac{\omega}{10} \right\rangle = \pm 180^\circ - 90^\circ$$

Noteu que per freqüències superiors a 10 rad/s podem representar la fase dos formes diferents degut zero doble en 10 rad/s, en qualsevol dels dos casos la fase es discontinua ja que la fase del zero doble també es discontinua. En 1000 rad/s tenim un pol que resta a la fase 90 graus. En la Figura 7 i la Figura 8 es mostren les dues representacions possibles de la fase tant en mode asimptòtic com continu. Ara ja podem dir que el diagrama asimptòtic no ens ajuda a justificar que per k tendint a infinit el sistema oscil·li ja que a 10 rad/s, on la fase es 180°, l'amplitud és major que 1 per k finita. En canvi en el diagrama d'amplitud real aquest valor només serà finit quan k tendeixi a infinit.

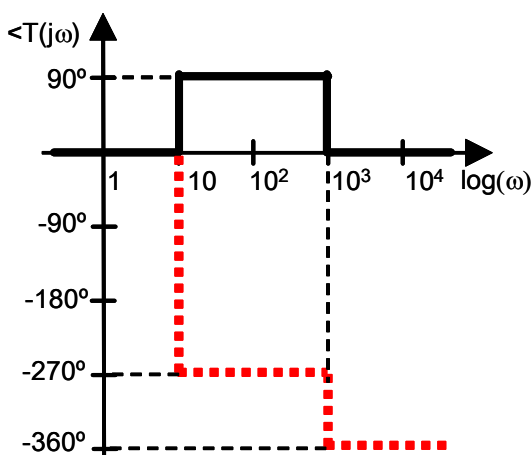


Figura 7 Diagrama de Bode de Fase Asimptòtic. Es representen dues possibilitats una en vermell (traça discontinua) i l'altra en negre (traça contínua)

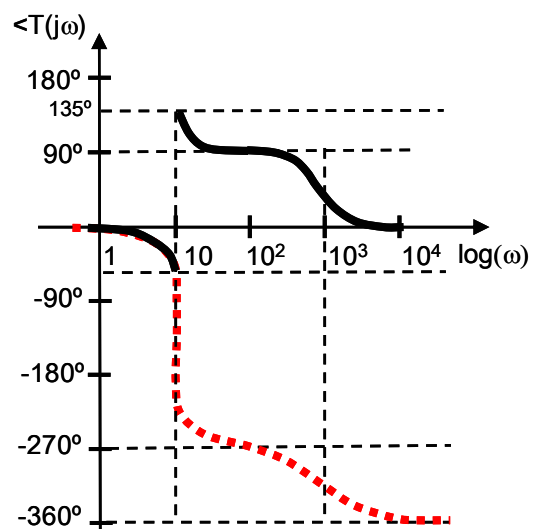


Figura 8 Diagrama de Bode de Fase Real. Es representen dues possibilitats una en vermell (traça discontinua) i l'altra en negre (traça contínua)