

|   |   |
|---|---|
|   <div>Escola Tècnica Superior d'Enginyeria<br/>de Telecomunicació de Barcelona</div> <div>UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA</div> <div>DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS</div> | <b>MICROONES</b>  |
|   | <div>15 de Gener de 2009</div> <div>Data notes provisionals: 22/01</div> <div>Fi d'al·legacions: 23/01</div> <div>Data notes revisades: 26/01</div> |

Professors: Albert Aguasca, Núria Duffo i Lluís Pradell.

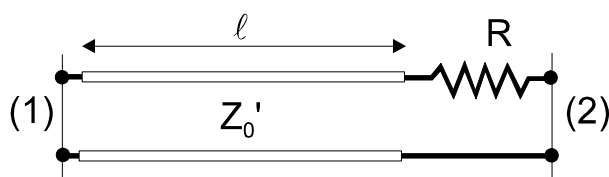
Informacions addicionals:

- Temps: 3 hores. Comenci cada exercici en un full apart.

### PROBLEMA 1

L'estructura de la figura pot actuar com atenuador (referit a  $Z_0=50\Omega$ ) sota uns determinats valors de  $Z_0'$ ,  $R$  i  $\ell$ .

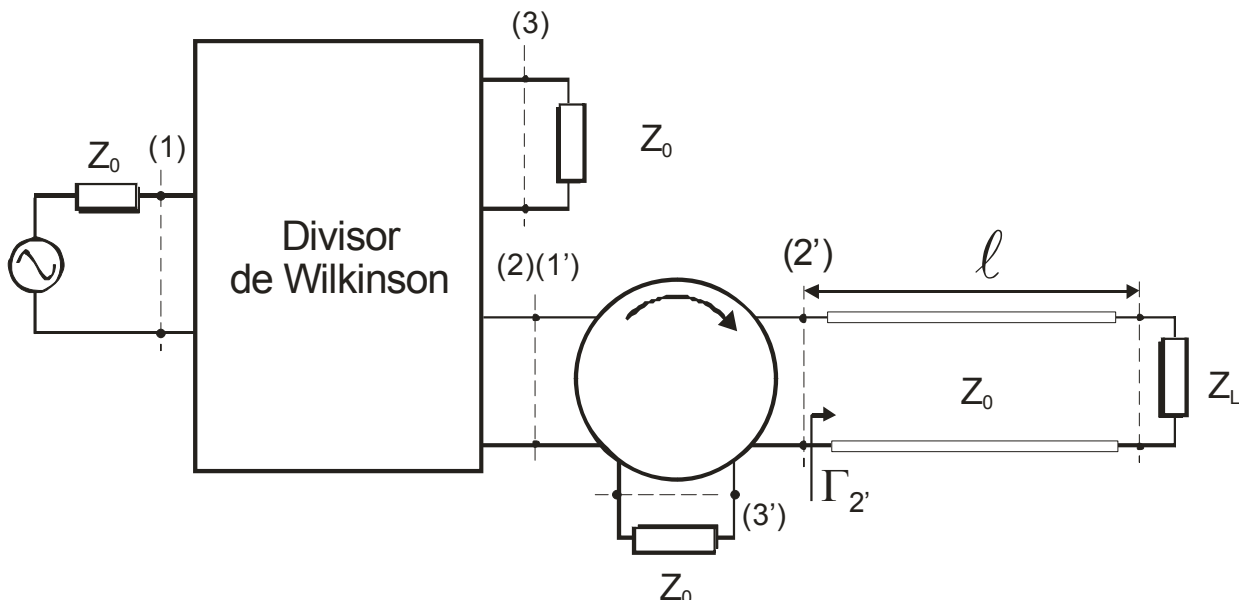
- Trobi el valor de  $\ell$  i la condició que han d'acomplir  $Z_0'$  i  $R$  per a que la xarxa estigui adaptada a la porta 1. Escrigui raonadament la seva matriu S.
- Calculi els seus valors concrets per a que l'atenuador sigui de 6 dB.
- Si aquest atenuador de 6 dB es col·loca entre una càrrega  $Z_L = 25+j25\Omega$  i un generador (canònic), determini la millora de l'adaptació que veu el generador.
- Si la potència disponible de generador es de 10 dBm, calculi la potència dissipada a la resistència  $R$ , quan es connecta la càrrega de l'apartat c)..



### PROBLEMA 2

El sistema de circuits de la figura es pot utilitzar per a la mesura de la impedància complexa de càrregues  $Z_L$ , a partir del coneixement de les ones de potència recollides en accessos del divisor de Wilkinson i del circulador. Ambdós circuits es suposen ideals

- Escrigui les matrius de les dues xarxes emprades en el sistema (divisor i circulador). Descrigui les propietats de cadascuna.
- Trobi l'expressió del terme genèric  $M$  (definit com la relació entre les ones de potència recollides a la sortida del circulador (3') i del divisor de Wilkinson (3)) en funció del coeficient de reflexió al pla de referència de l'accés 2' del circulador, així com en funció del coeficient de reflexió al pla de la càrrega  $Z_L$ .
- Si en el lloc de la càrrega es connecta un curtcircuit el terme  $M$  mesurat val  $M=1\angle 20^\circ$ , mentre que si se li connecta la càrrega  $Z_L$  llavors  $M=0.7071\angle -25^\circ$ . Trobi la longitud  $\ell$  (en termes de  $\lambda$ ) del tram de línia i el valor de la càrrega  $Z_L$  ( $Z_0=50\Omega$ ). (Nota: en cas d'utilitzar C.S, lliuri-la amb la resolució de l'exercici)
- Si el circulador presenta unes pèrdues de retorn ideals, les pèrdues d'inserció són  $0.1\text{dB}\angle 0^\circ$  i l'aïllament és de  $20\text{dB}\angle 0^\circ$ , determini quin serà el nou lligam entre  $M$  i el valor de  $\Gamma_L$ .



### PROBLEMA 3

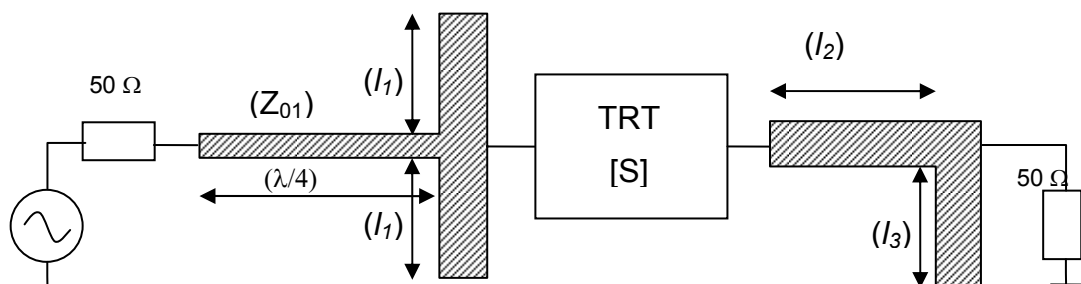
La matriu de paràmetres S i els paràmetres de soroll d'un transistor a la freqüència de 6 GHz són:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.7 \angle -105^\circ & 0.11 \angle 20^\circ \\ 3 \angle 75^\circ & 0.46 \angle -70^\circ \end{bmatrix} ; \quad F_{\min} = 0.8 \text{ dB} ; \quad \Gamma_{\text{opt}} = 0.7 \angle 55^\circ ; \quad r_n = 0.95$$

La impedància de referència per als paràmetres [S] i el coeficient  $\Gamma_{\text{opt}}$  és  $Z_0 = 50 \Omega$ .

Es vol dissenyar un amplificador de mínim soroll i màxim guany unilateral compatible amb aquesta condició, segons la topologia microstrip indicada a la figura. Es suposa que totes les línies tenen una  $\epsilon_{\text{reff}} = 1.8$

- Calculeu el guany unilateral per a aquest disseny.
- De la xarxa d'adaptació d'entrada, calculeu les longituds  $l_1$  (en mm) dels stubs i la impedància característica  $Z_{01}$  de la línia de transmissió. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per als stubs.
- De la xarxa d'adaptació de sortida, calculeu les longituds  $l_2$  i  $l_3$  (en mm) de la línia de transmissió i del stub. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per a la línia i el stub
- Sense suposar unilateralitat, calculeu els coeficients de reflexió que presenta el transistor a la seva entrada i sortida amb les xarxes d'adaptació dissenyades als apartats b) i c) i verifiqueu l'estabilitat de l'amplificador per aquest disseny.



Ajuda:

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_s|^2)}{|(1 - S_{11}\Gamma_s)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_s|^2}$$

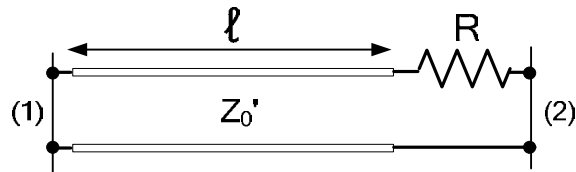
$$\Delta_S = 0.461 \angle -129.3^\circ$$

## RESOLUCIÓ DE L'EXAMEN FINAL DE MICROONES GENER 09

### PROBLEMA 1

L'estructura de la figura pot actuar com atenuador (referit a  $Z_0=50\Omega$ ) sota uns determinats valors de  $Z_0'$ ,  $R$  i  $\ell$ .

- Trobi el valor de  $\ell$  i la condició que han d'acomplir  $Z_0'$  i  $R$  per a que la xarxa estigui adaptada a la porta 1. Escrigui raonadament la seva matriu  $S$ .
- Calculi els seus valors concrets per a que l'atenuador sigui de 6 dB.
- Si aquest atenuador de 6 dB es col·loca entre una càrrega  $Z_L = 25 + j25\Omega$  i un generador (canònic), determini la millora de l'adaptació que veu el generador.
- Si la potència disponible de generador es de 10 dBm, calculi la potència dissipada a la resistència  $R$ , quan es connecta la càrrega de l'aparat c)..



### RESOLUCIÓ PROBLEMA 1

- Trobi el valor de  $\ell$  i la condició que han d'acomplir  $Z_0'$  i  $R$  per a que la xarxa estigui adaptada a la porta 1. Escrigui raonadament la seva matriu  $S$ .

Porta 1 adaptada, vol dir  $S_{11} = 0$ :

$$S_{11} = 0 \rightarrow Z_{in} = \frac{Z_0'^2}{R + Z_0} = Z_0$$

I per tant,

$$R = \frac{Z_0'^2 - Z_0^2}{Z_0}$$

Càlcul de  $S_{22}$ : acabem la porta 1 amb  $Z_0$  i mirem la impedància  $Z$  des de la porta 2:

$$S_{22} \rightarrow Z = R + \frac{Z_0'^2}{Z_0} = \frac{RZ_0 + Z_0'^2}{Z_0}$$

Tenint en compte ara que

$$RZ_0 = Z_0'^2 - Z_0^2$$

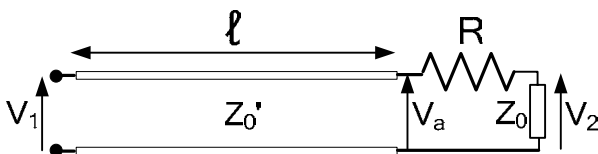
Substituïm en el numerador i obtenim:

$$Z = \frac{2Z_0'^2 - Z_0^2}{Z_0}$$

I per tant,

$$S_{22} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{R}{R + Z_0}$$

Càlcul de  $S_{21}=S_{12}$  per reciprocitat del circuit:



$$\frac{V_2}{V_a} = \frac{Z_0}{Z_0 + R}$$
$$\frac{V_a}{V_1} = -j \frac{Z_0 + R}{Z_0'}$$

Multiplicant una fracció per l'altre:

$$\frac{V_2}{V_1} = -j \frac{Z_0}{Z_0'}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & -j \frac{Z_0}{Z_0'} \\ -j \frac{Z_0}{Z_0'} & \frac{R}{R + Z_0} \end{bmatrix}$$

b) Calculi els seus valors concrets per a que l'atenuador sigui de 6 dB.

$$L = 6dB = -10 \log |S_{21}|^2 \rightarrow |S_{21}|^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{Z_0}{Z_0'} = \frac{1}{2} \rightarrow Z_0' = 2Z_0 = 100\Omega$$

$$R = \frac{Z_0'^2 - Z_0^2}{Z_0} = 3Z_0 = 150\Omega$$

I la matriu queda:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & -j \frac{1}{2} \\ -j \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

c) Si aquest atenuador de 6 dB es col·loca entre una càrrega  $Z_L = 25 + j25\Omega$  i un generador (canònic), determini la millora de l'adaptació que veu el generador.

$$\Gamma_L = \frac{-1 + 2j}{5} \rightarrow |\Gamma_L|^2 = \frac{1}{5}$$

$$\Gamma_{in} = \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{7 - 8j}{113} \rightarrow |\Gamma_{in}|^2 = \frac{1}{113}$$

Llavors la millora serà:

$$-10 \log \left| \frac{\Gamma_{in}}{\Gamma_L} \right|^2 = 13,54dB$$

d) Si la potència disponible de generador es de 10 dBm, calculi la potència dissipada a la resistència R, quan es connecta la càrrega de l'aparat c)..

La potència dissipada és la diferència entre la potència que entra al circuit  $P_1$  i la potència que surt per la porta 2. Per tant,

$$P_1 = P_{avs}(1 - |\Gamma_{in}|^2)$$

$$P_1 = \frac{112}{113} P_{avs}$$

Per altre banda:

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

$$b_2 = \frac{S_{21}a_1}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{-j2a_1(23 + 6j)}{113}$$

$$P_L = P_{avs} \frac{20}{113} \left( 1 - \frac{1}{5} \right) = \frac{16}{113} P_{avs}$$

I per tant, la potència dissipada és igual a:

$$P_1 - P_L = \frac{112 - 16}{113} P_{avs} \rightarrow 9,3dBm$$

## PROBLEMA 2

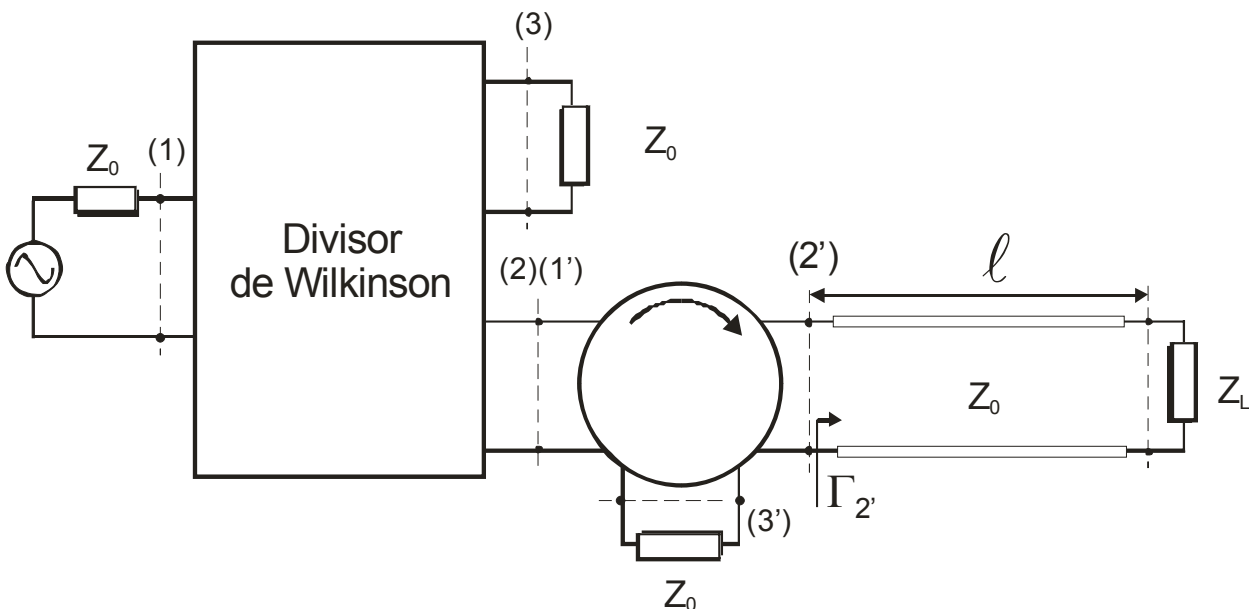
El sistema de circuits de la figura es pot utilitzar per a la mesura de la impedància complexa de càrregues  $Z_L$ , a partir del coneixement de les ones de potència recollides en accessos del divisor de Wilkinson i del circulator. Ambdós circuits es suposen ideals

a) Escriu les matrius de les dues xarxes emprades en el sistema (divisor i circulator). Descrigui les propietats de cadascuna.

b) Trobi l'expressió del terme genèric  $M$  (definit com la relació entre les ones de potència recollides a la sortida del circulator (3') i del divisor de Wilkinson (3)) en funció del coeficient de reflexió al pla de referència de l'accés 2' del circulator, així com en funció del coeficient de reflexió al pla de la càrrega  $Z_L$ .

c) Si en el lloc de la càrrega es connecta un curtcircuit el terme  $M$  mesurat val  $M=1\angle 20^\circ$ , mentre que si se li connecta la càrrega  $Z_L$  llavors  $M=0.7071\angle -25^\circ$ . Trobi la longitud  $\ell$  (en termes de  $\lambda$ ) del tram de línia i el valor de la càrrega  $Z_L$  ( $Z_0=50\Omega$ ). (Nota: en cas d'utilitzar C.S, lliuri-la amb la resolució de l'exercici)

d) Si el circulator presenta unes pèrdues de retorn ideals, les pèrdues d'inserció són  $0.1\text{dB}\angle 0^\circ$  i l'aïllament és de  $20\text{dB}\angle 0^\circ$ , determini quin serà el nou lligam entre  $M$  i el valor de  $\Gamma_L$ .



## RESOLUCIÓ PROBLEMA 2

a) Escriu les matrius de les dues xarxes emprades en el sistema (divisor i circulator). Descrigui les propietats de cadascuna.

$$\text{Divisor de Wilkinson: } [S] = \begin{bmatrix} 0 & -j\frac{\sqrt{2}}{2} & -j\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -j\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ -j\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Es passiu, amb pèrdues, recíproc, amb les 3 portes adaptades i les portes 2 i 3 desacoblades.

$$\text{Circulator: } [S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Es passiu, sense pèrdues, no recíproc, amb les 3 portes adaptades.

b) Trobi l'expressió del terme genèric M (definit com la relació entre les ones de potència recollides a la sortida del circulator (3') i del divisor de Wilkinson (3)) en funció del coeficient de reflexió al pla de referència de l'accés 2' del circulator, així com en funció del coeficient de reflexió al pla de la càrrega  $Z_L$ .

$$M = \frac{b'_3}{b_3}$$

Sortides del divisor:  $b_2 = b_3 = -j\frac{\sqrt{2}}{2}a_1$

Sortida del circulator:  $b'_3 = a'_2 = \Gamma'_2 b'_2$ ;  $b'_2 = a'_1 = b_2$

Per tant,

$$M = \frac{b'_3}{b_3} = \frac{\Gamma'_2 b'_2}{b'_2} = \Gamma'_2 = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell}$$

c) Si en el lloc de la càrrega es connecta un curtcircuit el terme M mesurat val  $M=1\angle 20^\circ$ , mentre que si se li connecta la càrrega  $Z_L$  llavors  $M=0.7071\angle -25^\circ$ . Trobi la longitud  $\ell$  (en termes de  $\lambda$ ) del tram de línia i el valor de la càrrega  $Z_L$  ( $Z_0=50\Omega$ ). (Nota: en cas d'utilitzar C.S, lliuri-la amb la resolució de l'exercici)

Curtcircuit:  $\Gamma_L = -1$ , per tant:

$$M = 1e^{j\frac{20\pi}{180}} = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell} = -1e^{-j2\beta\ell} = e^{\pm\pi - j2\beta\ell}$$

Igualant les fases:

$$\frac{20\pi}{180} = \pm\pi - j2\beta\ell \rightarrow \ell = \frac{2}{9}\lambda$$

Per altre banda,

$$M = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j\frac{25\pi}{180}} = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell} = \Gamma_L e^{-j\frac{8\pi}{9}}$$

Per tant, igualant mòduls i fases:

$$|\Gamma_L| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-j\frac{25\pi}{180} = \varphi_L - j\frac{8\pi}{9} \rightarrow \varphi_L = 135^\circ$$

Per tant, la impedància és  $\overline{Z_L} = \frac{1+\Gamma_L}{1-\Gamma_L} = 0,2 + j0,4 \rightarrow Z_L = 10 + j20(\Omega)$

d) Si el circulator presenta unes pèrdues de retorn ideals, les pèrdues d'inserció són  $0.1\text{dB}\angle 0^\circ$  i l'aïllament és de  $20\text{dB}\angle 0^\circ$ , determini quin serà el nou lligam entre M i el valor de  $\Gamma_L$ .

La nova matriu del circulator serà:  $[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.988 \\ 0.988 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.988 & 0 \end{bmatrix}$

Llavors:

$$b'_3 = 0.1a'_1 + 0.988a'_2$$

$$a'_2 = \Gamma'_2 b'_2$$

$$b'_2 = 0.988a'_1 + 0.1a'_3 = 0.988a'_1$$

Per tant, substituint:  $M = \frac{b'_3}{b_3} = \frac{0.1a'_1 + 0.988\Gamma'_2 0.988a'_1}{a'_1} = 0.1 + 0.977\Gamma'_2$

### PROBLEMA 3

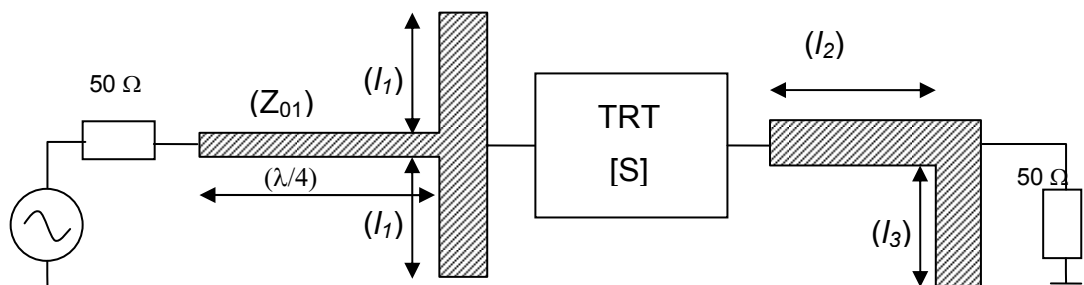
La matriu de paràmetres S i els paràmetres de soroll d'un transistor a la freqüència de 6 GHz són:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.7_{\angle -105^\circ} & 0.11_{\angle 20^\circ} \\ 3_{\angle 75^\circ} & 0.46_{\angle -70^\circ} \end{bmatrix} ; \quad F_{\min} = 0.8 \text{ dB} ; \quad \Gamma_{\text{opt}} = 0.7_{\angle 55^\circ} ; \quad r_n = 0.95$$

La impedància de referència per als paràmetres [S] i el coeficient  $\Gamma_{\text{opt}}$  és  $Z_0 = 50 \Omega$ .

Es vol dissenyar un amplificador de mínim soroll i màxim guany unilateral compatible amb aquesta condició, segons la topologia microstrip indicada a la figura. Es suposa que totes les línies tenen una  $\epsilon_{\text{reff}} = 1.8$

- Calculeu el guany unilateral per a aquest disseny.
- De la xarxa d'adaptació d'entrada, calculeu les longituds  $l_1$  (en mm) dels stubs i la impedància característica  $Z_{01}$  de la línia de transmissió. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per als stubs.
- De la xarxa d'adaptació de sortida, calculeu les longituds  $l_2$  i  $l_3$  (en mm) de la línia de transmissió i del stub. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per a la línia i el stub
- Sense suposar unilateralitat, calculeu els coeficients de reflexió que presenta el transistor a la seva entrada i sortida amb les xarxes d'adaptació dissenyades als apartats b) i c) i verifiqueu l'estabilitat de l'amplificador per aquest disseny.



Ajuda:

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avs}} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_s|^2)}{|(1 - S_{11}\Gamma_s)(1 - S_{22}\Gamma_L) - S_{12}S_{21}\Gamma_L\Gamma_s|^2} \quad \Delta_S = 0.461_{\angle -129.3^\circ}$$

### RESOLUCIÓ PROBLEMA 3

**a) Calculeu el guany unilateral per a aquest disseny.**

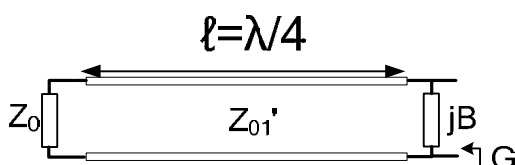
Aproximació unilateral:  $S_{12} \approx 0$

Mínim soroll a l'entrada:  $\Gamma_s = \Gamma_{\text{sopt}}$  i màxim guany a la sortida:  $\Gamma_L = S_{22}^*$

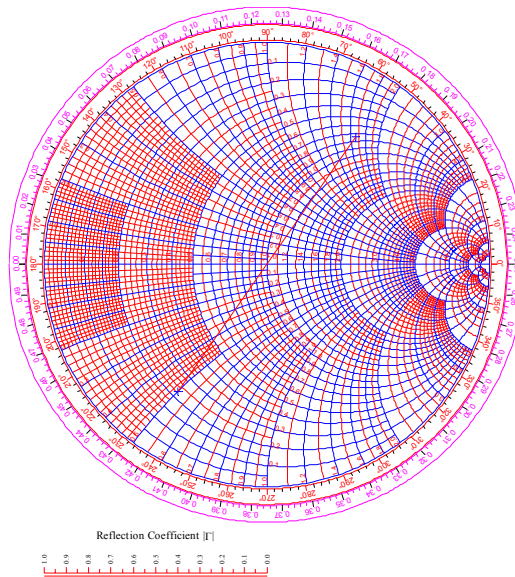
$$G_{TU}(\text{dB}) = 10 \log \left( \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_{\text{sopt}}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_L|^2} \right) = 9.8 \text{ dB}$$

**b) De la xarxa d'adaptació d'entrada, calculeu les longituds  $l_1$  (en mm) dels stubs i la impedància característica  $Z_{01}$  de la línia de transmissió. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per als stubs.**

Els stubs en paral·lel acabats en circuit obert presenten una susceptància  $B = 2B_{\text{stub}}$ . Per tant, el circuit equivalent de la xarxa d'adaptació d'entrada és:

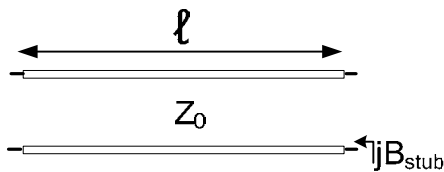


A la carta de Smith, situem el coeficient de reflexió d'entrada ( $\Gamma_s = \Gamma_{sopt}$ ) i canviem a admitàncies. Llavors,  $\bar{Y}_s = 0.22 - j0.5$ . Per tant,  $\bar{B} = -0.5$  i a cada stub li correspon la meitat:  $\bar{B}_{stub} = -0.25$ .



Càlcul de  $\lambda$ :  $\lambda = \frac{c}{\sqrt{1.8}f} = 37,26 \text{ mm}$

Càlcul de la longitud del stub: partim d'un circuit obert en admitàncies i ens movem cap a generador fins a trobar la  $\bar{B}_{stub} = -0.25$



També es pot fer numèricament:

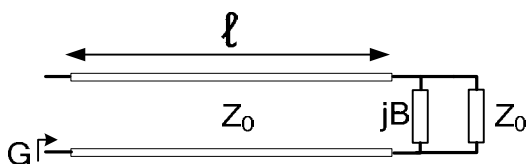
$$\bar{Y}_{stub} = j \tan(\beta \ell) \rightarrow \ell = 0.46 \lambda = 17,14 \text{ mm}$$

Llavors, l'admitància tot just davant del stub serà igual a:  $\bar{Y}_1 = 0.22$ , i la impedància:  $\bar{Z}_1 = 4.5$ . Per tant, la impedància de la línia de  $\lambda/4$ :

$$Z_{in} = 4.5 Z_0 = \frac{Z_0'^2}{Z_0} \rightarrow Z_0' = \sqrt{4.5} Z_0 = 106 \Omega$$

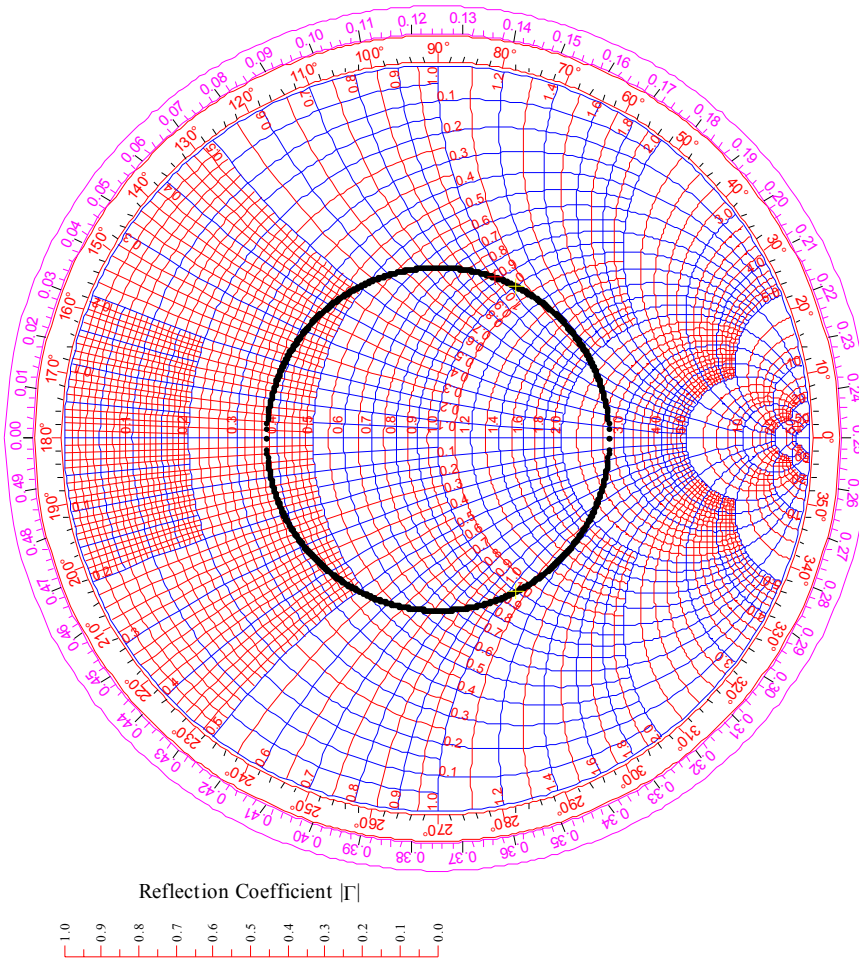
- c) De la xarxa d'adaptació de sortida, calculeu les longituds  $l_2$  i  $l_3$  (en mm) de la línia de transmissió i del stub. Supposeu una impedància característica de  $50 \Omega$  per a la línia i el stub

El circuit equivalent de la xarxa de sortida és el següent:



Situem a la Carta de Smith el valor de  $\Gamma_L = S_{22}^*$  (+ vermella) Partim del diametralment oposat (admitàncies) i ens movem cap a càrrega fins que la part real sigui igual a 1. Llavors





Hi ha dues solucions. Agafem la primera:  $\bar{\Gamma}_1 = 1 - j1$ ,  $\ell_2 = 0.065\lambda = 2,42\text{mm}$

I el stub haurà de sintetitzar una admitància  $\bar{Y}_{stub} = -j1$ , i  $\ell_3 = 0.375\lambda = 13,97\text{mm}$

d) Sense suposar unilateralitat, calculeu els coeficients de reflexió que presenta el transistor a la seva entrada i sortida amb les xarxes d'adaptació dissenyades als apartats b) i c) i verifiqueu l'estabilitat de l'amplificador per aquest disseny.

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} = 0.726\angle -120$$

Com surt de mòdul més petit que 1, vol dir que el disseny és estable a l'entrada.

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} = \frac{S_{22} - \Delta\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} = 0.18\angle -89$$

També el mòdul surt més petit que 1, per tant també és estable a la sortida.