ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Senyals i Sistemes I **Exàmen Final T03: 12 de Gener de 2004** **Duració: 3h**

Publicació Notes Provisionals: 27-1-04 **Al.legacions: 29-1-04** **Publicació Notes Definitives: 30-1-04**

No es permet l'ús de calculadores, llibres i/o apunts. Les respostes de diferents exercicis s'han d'entregar en fulls separats

Problema 1

Enunciï i demostri:

a) La condició que ha de verificar la resposta impulsional d'un sistema lineal i invariant perquè sigui causal.

b) La condició que ha de verificar la resposta impulsional d'un sistema lineal i invariant perquè sigui estable.

c) La propietat de la transformada de Fourier del producte de senyals temporals.

d) El període que té el senyal de sortida d'un s.l.i. quan a l'entrada es té un senyal periòdic de període T_0.

e) El teorema de mostratge.

f) La cota inferior que ha de verificar l'ordre d'un filtre de Butterworth donades unes especificacions f_p, α_p, f_a, α_a.

g) La correlació creuada entre els senyals de sortida i d'entrada d'un s.l.i. quan el senyal d'entrada és un senyal d'energia finita.

Problema 2

Es vol generar un senyal z(t) format per dues components sinusoidals a partir del següent tren de polsos $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \Pi\left(\frac{t-2nT_0}{T_0}\right)$. Malauradament es presenta també el següent senyal interferent $i(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$.

Per eliminar el senyal interferent es filtra el senyal x(t)+i(t) amb un s.l.i de resposta impulsional $h(t) = \frac{1}{T_0}\Pi\left(\frac{t}{T_0}\right)$.

a) Comprovi que aquest filtre h(t) elimina la interferència i(t). Calculi i dibuixi el senyal de sortida y(t).

b) Obtingui el DSF (Desenvolupament en Sèrie de Fourier) de y(t). Agrupi-ho en forma de cosinus i/o sinus.

A partir de y(t) ja s'està en condicions de generar z(t) mintjançant un filtre passa-banda.

c) Quin seria el senyal z(t) si el filtre fos ideal, definit per la resposta freqüencial: $H_1(f) = \Pi\left(\frac{4f-4/T_0}{3/T_0}\right) + \Pi\left(\frac{4f+4/T_0}{3/T_0}\right)$?

Per obtenir z(t) a partir de y(t) es disposa d'un filtre passa-banda d'ordre 4.

d) Doni la posició dels zeros d'atenuació i de transmissió per tal de que la sortida sigui la millor aproximació al cas ideal anterior. Doni l'expressió de la seva funció característica $F(w^2)$. Consideri que $\alpha(\infty) = 40dB$.

e) Necessitaria introduir modificacions en el disseny anterior per tal de construir el passa-banda a partir d'un prototip passa-baixes? Per aquest supòsit, dibuixi l'atenuació del prototip passa-baixes (indicant-hi tots els valors d'interés) i doni l'expressió de $F(\Omega^2)$ del prototip.

Problema 3

Un sistema de mando a distancia con 4 teclas emite una señal de infrarrojos a la frecuencia f_c según la expresión:

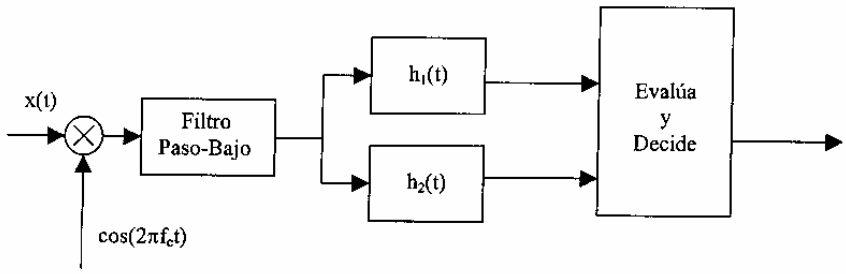
$$x(t) = x_n(t)\cos(2\pi f_c t)$$

$$x_n(t) = \sum_{k=0}^{1} a_n(k)\,\Pi\left(\frac{t - kT - \tau/2}{\tau}\right)$$

con $f_c >> 1/\tau$; $\tau = 1\,s$; $T = 2\,s$

Donde los $a_n(k)$ toman los siguientes valores para cada tecla 'n'

Tecla n	$a_n(0)$	$a_n(1)$
uno	-1	-1
dos	-1	+1
tres	+1	-1
cuatro	+1	+1



El sistema receptor consta de un demodulador, compuesto de mezclador y filtro, seguido de un banco de filtros con una respuesta impulsional $h_n(t) = x_n(5-t)$, n=1,2. Sus salidas se aplican a un sistema que evalúa y decide. Se pide:

a) Dibuje la señal $x_n(t)$ correspondiente a las teclas 'uno' y 'dos' y dibuje aproximadamente x(t) para una de ellas.

b) Calcule la energía E_n de cada una de las señales $x_n(t)$

c) Discuta la elección del ancho de banda del filtro paso bajo para que a su salida tenga una buena aproximación a $x_n(t)$.

A partir de aquí suponga que a la salida del filtro paso bajo se obtiene exactamente $x_n(t)$

d) Por medio de la convolución, calcule y dibuje la salida del filtro $h_1(t)$ cuando se transmite un 'uno' y cuando se transmite un 'dos'

Suponga que se pulsa la tecla 'i' ($i \leq 2$)

e) Calcule el valor y la posición del máximo absoluto de la salida del filtro i-ésimo

f) Demuestre que la salida del otro filtro nunca alcanza el valor obtenido en el apartado anterior

g) Relacione las salidas de los filtros con las funciones de autocorrelación y correlación cruzada

h) Describa cómo funciona el sistema global ($1 \leq i \leq 4$) describiendo la función que incorpora el evaluador y el sistema de decisión para detectar la función transmitida.

Desigualdad de Schwartz $\left|\int_{-\infty}^{\infty} uv^*\right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty}|u|^2 \int_{-\infty}^{\infty}|v|^2$ Se verifica con igualdad si $u = k\,v$