E.T.S.E.T.B.

Probabilidad y Procesos Estocásticos
21 de Diciembre de 2007

Apellidos ....
Nombre .... *Grupo* ......

(No escribir en este espacio)

Marcar la respuesta elegida con una cruz: ☒
Duración: 1h 50'

1. Sean X e Y dos variables aleatorias conjuntamente uniformes en la región definida por $0 \leq X \leq Y \leq 4$. La esperanza de X condicionada a $X+Y \leq 4$ vale

   ☐ 1/2 ☒ 2/3 ☐ 1 ☐ 4/3

2. Sean X e Y dos variables aleatorias exponenciales de media 2, independientes. La variable X condicionada a $X+Y=4$

   ☐ es exponencial de media 2

   ☐ tiene densidad $f_{X|X+Y=4}(x) = \frac{x}{4}e^{-x/2}$ para $x \geq 0$

   ☒ es uniforme en $[0,4]$

   ☐ Ninguna de las otras es cierta

3. Un usuario accede a un servidor en un instante uniformemente distribuido entre las 8 de la mañana y las 5 de la tarde. El tiempo del servicio S, en segundos, se comporta como una variable uniformemente distribuida entre 1 y $T+2$, donde T es el tiempo transcurrido desde las 8 hasta el instante del acceso, medido en horas. La probabilidad de que el servicio dure menos de 2 segundos vale

   ☒ $\frac{1}{9}\ln 10$ ☐ $\frac{2}{9}\ln 11$ ☐ $\frac{2}{11}$ ☐ $\frac{2}{9}$

4. Sean X e Y dos variables aleatorias exponenciales de medias $m_X = 2$ y $m_Y = 3$, independientes. La mejor estimación lineal homogénea, en media cuadrática, de X dada $X+Y$ es

   ☐ $\frac{1}{3}(X+Y)$ ☒ $\frac{7}{19}(X+Y)$

   ☐ $\frac{2}{5}(X+Y)$ ☐ $\frac{12}{19}(X+Y)$

5. Sean X e Y dos variables aleatorias conjuntamente normales de medias $m_X = 0$ y $m_Y = 2$, varianzas $\sigma_X^2 = 1$ y $\sigma_Y^2 = 4$, incorreladas. El coeficiente de correlación de las variables $Z = X+Y$ y $T = X-Y$ vale

   ☐ $-3/25$ ☒ $-3/5$ ☐ $-1/3$ ☐ $1/3$

6. Sean X e Y dos variables conjuntamente uniformes en la región definida por $X^2+Y^2 \leq 4$, $0 \leq X \leq Y$. Para $0 \leq z \leq 4$, $f_{X^2+Y^2}(z)$ vale

   ☐ $z^2/4$ ☐ $z/2$ ☒ $1/4$

   ☐ Ninguna de las anteriores es correcta

7. Sean $X_1, \ldots, X_{10}$ variables aleatorias incorreladas uniformes en $[0,2]$. La varianza de $Y = (X_1 + \ldots + X_{10})/10$ vale

   ☒ 1/30 ☐ 1/10 ☐ 1/3 ☐ 1

8. Sean X e Y dos variables aleatorias uniformes en $[0,2]$, independientes. La probabilidad de que $\max(X,Y) > 3\min(X,Y)$ vale

   ☐ 1/6 ☐ 1/4 ☒ 1/3 ☐ 1/2

9. Sean X e Y dos variables aleatorias conjuntamente normales de medias $m_X = m_Y = 1$, varianzas $\sigma_X^2 = 4$, $\sigma_Y^2 = 1$ y coeficiente de correlación $\rho = 0.5$. La mejor estimación en media cuadrática de X dada $X+Y$ vale

   ☐ $\frac{2}{3}(X+Y)$ ☒ $\frac{5(X+Y)-3}{7}$

   ☐ $\frac{7}{11}(X+Y)$ ☐ $\frac{4(X+Y)-3}{5}$

10. En una urna se introducen 10 bolas rotuladas con 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5 y 5. Se extraen las bolas de la urna sin devolución hasta que sale la segunda bola marcada con el número 3. La probabilidad de que el número de bolas extraídas sea 6 es

    ☐ 1/10 ☒ 1/9 ☐ 1/3

    ☐ Ninguna de las anteriores es correcta

11. Se lanza una moneda. Si sale cara, se lanza una vez un dado, y si sale cruz, el dado se lanza dos veces y se multiplican los dos resultados. La esperanza de la puntuación obtenida es

    ☒ 63/8 ☐ 11 ☐ 63/4 ☐ 22

12. Se reordenan al azar las letras $\{A,B,C,D,E\}$. La probabilidad de que exactamente 2 de las 5 letras queden en la posición inicial vale

    ☐ 1/12 ☒ 1/6 ☐ 1/4 ☐ 1/3

13. Sean X e Y dos variables aleatorias geométricas de parámetro 0.2, independientes. La probabilidad de que $X = Y$ vale

    ☒ 1/9 ☐ 1/6 ☐ 1/3 ☐ 1/2