ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ DE BARCELONA

Comunicacions I, QP-2006/07. Primer Control 20 de Març de 2007

Problema 1

El ruido shot corresponde al siguiente proceso aleatorio

$$y(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(t-t_i),$$

donde h(t) es una función real y t_i son valores aleatorios en el tiempo con una densidad uniforme λ . Este ruido puede interpretarse como el proceso aleatorio a la salida de un sistema lineal cuya respuesta impulsional es h(t) cuando a la entrada se tiene una secuencia de impulsos de Poisson, tal y como se muestra en la siguiente figura.

$$x(t) = \sum_{i} \delta(t - t_i)$$
 $h(t)$ $y(t)$

Sabiendo que la señal de entrada, x(t), es un proceso aleatorio estacionario en sentido amplio cuya media es $m_x = \lambda$ y cuya autocorrelación es $R_x(\tau) = \lambda^2 + \lambda \, \delta(\tau)$, responda a las siguientes preguntas.

a) Halle la media, autocorrelación y densidad espectral de potencia del ruido shot. Justifique todos los pasos que haga.

a.1)
$$m_v = \lambda \cdot H(0)$$
 on $H(f) = TF[h(t)]$

a.2)
$$R_{v}(\tau) = \lambda^{2} |H(0)|^{2} + \lambda \cdot h(\tau) * h(-\tau)$$

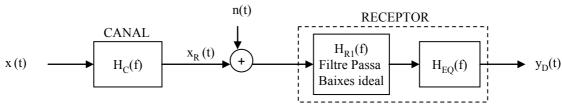
a.3)
$$S_{y}(f) = \lambda^{2} |H(0)|^{2} \delta(f) + \lambda \cdot |H(f)|^{2}$$

Comentari: Molts de vosaltres trobàveu l'expressió general $R_{\nu}(\tau) = R_{\nu}(\tau) * h(\tau) * h(-\tau)$ però després no desenvolupàveu tot el que es podia.

b) Obtenga la potencia media del ruido shot en función de h(t) y λ .

$$P_{y} = \lambda^{2} \left| H(0) \right|^{2} + \lambda \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left| h(\tau) \right|^{2} d\tau$$

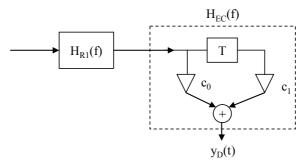
Problema 2 Suponga el sistema de comunicaciones analógico banda base de la siguiente figura.



La señal a transmitir, x(t), es una señal estacionaria, paso bajo con un ancho de banda B_x , una potencia media P_x y una densidad espectral de potencia plana dentro de la banda de paso. Dicha señal se transmite por un canal de comunicaciones cuya función de transferencia es

$$H_c(f) = 1 + j2\pi f \quad |f| \le B_x$$
.

El receptor está compuesto por un filtro paso bajo ideal, $H_{R1}(f)$, que opera en la banda de paso de la señal a transmitir, seguido de un filtro ecualizador. La implementación del filtro ecualizador es un "tap-delay filter" como se muestra en la siguiente figura con dos coeficientes dados, c_0 y c_1 .



Se pretende estudiar el comportamiento del receptor. Para ello responda a las siguientes preguntas.

a) Demuestre que la función de transferencia del ecualizador cumple

$$\left| H_{EC}(f) \right|^2 = c_0^2 + c_1^2 + 2c_0c_1\cos(2\pi fT)$$

Represente $\left|H_{EC}(f)\right|^2$ suponiendo que el retardo se escoge como $T=1/(2B_x)$.

Discuta la viabilidad de este receptor como ecualizador. **Nota**: no debe hallar los coeficientes c_0 y c_1 .

Es demostra, per exemple, a partir de la resposta impulsional del filtre que es proposa com a equalitzador que és $h_{EC}(t) = c_0 \cdot \delta(t) + c_1 \cdot \delta(t-T)$

El filtre proposat no és capaç d'equalitzar el canal de forma perfecte. Així, el senyal útil detectat és diferent del senyal transmès.

b) Suponga que el ruido aditivo, n(t), es un proceso estacionario e incorrelado con la señal que se transmite, de media nula y $S_n(f) = \frac{N_0}{2}$. Halle la relación señal a ruido en detección en función de la potencia transmitida, de los coeficientes c_0 y c_1 , y de los parámetros que considere oportunos.

$$N_D = N_0 B_x (c_0^2 + c_1^2)$$

$$S_D = P_x \left(c_0^2 + c_1^2 \right) \left(1 + \frac{4}{3} \pi^2 B_x^2 \right) - P_x 16 c_0 c_1 B_x^2$$

Px és també la potència transmesa.

c) ¿Qué criterio le parecería adecuado para diseñar los coeficientes del ecualizador? Indíquelo brevemente.

NOTA:
$$\int x^2 \cos(cx) \, dx = \frac{2x \cos(cx)}{c^2} + \frac{(c^2 x^2 - 2) \sin(cx)}{c^3}$$