



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria  
de Telecomunicació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

## Senyals i Sistemes II

Data d'examen: 25-Juny-2009

Data notes provisionals: 30-Juny-2009

Període d'al·legacions: 2-Juliol-2009  
(abans 10:00 matí)

Data notes revisades: 3-Juliol-2009

Professors: J. Hernando, J.B. Mariño, E. Monte, J. Ruiz, J. Salavedra.

Codi de la prova: **230 11485 70 0 00**

### Temps: 1 h 30 min

- Poseu el vostre nom, el número de DNI i el número d'identificació de la prova al full de codificació de respostes, codificant-los amb les marques a les caselles corresponents.
- Totes les marques del full de respostes s'han de fer preferiblement amb bolígraf negre.
- Les preguntes poden tenir més d'una resposta correcta (tres com a màxim). Les respostes errònies resten punts. Utilitzeu la numeració de la dreta (opció d'anul·lar respostes).
- No podeu utilitzar llibres, apunts, taules, formularis, calculadores o telèfon mòbil.

- Donats  $T_1\{x[n]\} = x^2[n]$ ,  $T_2\{x[n]\} = x[n-M]$  i  $T_3\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[P \cdot k - n]$  amb  $P > 1$  i  $M > 1$ 
  - $T_3\{T_1\{T_2\{x[n]\}\}\}$  és causal
  - $T_3\{T_1\{T_2\{x[n]\}\}\}$  és estable
  - $T_3\{T_1\{T_2\{x[n]\}\}\}$  és periòdica
  - Si  $y[n] = x[n] * T_2\{x[n]\}$ , la fase de la transformada de Fourier de  $y[n]$  és lineal generalitzada
- Sea  $x[n]$  una secuencia cualquiera y  $v_N[n]$  una ventana rectangular con muestras nulas fuera del intervalo 0 y  $N-1$ . Señale las afirmaciones que considere correctas:
  - $FT\{x[-n]\}e^{-j\omega m} = FT\{x[-n+m]\}$
  - $FT\{x[n] * x^*[n]\} = |FT\{x[n]\}|^2$
  - $DFT_N\{x[n-m]\} = DFT_N\{x[n-m]v_N[n]\}$
  - $DFT_N\{x[N-n]\} = FT\{x[n]\}e^{j\omega N} \Big|_{\omega = -\frac{2\pi}{N}k}$
- Sean las secuencias  $x[n]$  y  $v[n]$  dos secuencias de las que se obtienen las secuencias  $y[n]$  y  $z[n]$  mediante su convolución y producto, respectivamente:  $y[n] = x[n] * v[n]$  y  $z[n] = x[n]v[n]$ . Señale las relaciones correctas para las correlaciones entre las que se indican:
  - Si  $x[n]$  y  $v[n]$  son deterministas de energía finita,  $r_z[m] = r_x[m]r_v[m]$
  - Si  $x[n]$  y  $v[n]$  son procesos estacionarios independientes,  $r_z[m] = r_x[m]r_v[m]$
  - Si  $x[n]$  y  $v[n]$  son deterministas de energía finita,  $r_y[m] = r_x[m] * r_v[m]$
  - Si  $x[n]$  es un proceso estacionario y  $v[n]$  es determinista de energía finita,  $r_y[m] = r_x[m] * r_v[m]$
- Una señal de 100 muestras está compuesta por dos tonos de frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  con amplitudes  $A_1$  y  $A_2$  respectivamente. Indique entre los siguientes los enunciados que considera correctos:
  - Si  $A_1 < 0.1 A_2$ , en la transformada de Fourier de  $x[n]$  no se puede detectar el tono de frecuencia  $f_1$
  - Si  $f_1 - f_2 = 0.01$ , ambos tonos podrán distinguirse en la transformada de Fourier de  $x[n]$
  - Si la señal se envientana con una ventana de Hamming de su misma duración, aumenta la capacidad de distinguir tonos de amplitudes distintas, siempre que las frecuencias estén adecuadamente distantes.
  - Para tonos de amplitudes iguales, el uso de una ventana distinta de la rectangular facilita la capacidad de distinguirlos separadamente.
- Un senyal pas-baix amb amplada de banda  $B_x$ , mostrejat a  $F_m = 10 \text{ kHz}$ , es presenta a l'entrada de l'esquema interpolador de la figura, on el filtre interpolador passa-baixes  $F_1$  presenta una banda de pas amb freqüència de tall a  $3 \text{ dB}$   $f_p = 0,2$  i una banda

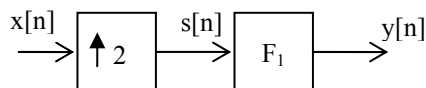
atenuada amb atenuació mínima de 40dB a partir de  $f_a=0,38$ . Si a efectes pràctics es consideren eliminades aquelles freqüències que reben una atenuació superior als 40dB, assenyali per quin (o quins) dels senyals següents aquest esquema interpolador funcionaria correctament.

**5A:** Senyal pas-baix amb amplada de banda  $B_x = 1,2 \text{ kHz}$

**5B:** Senyal pas-baix amb amplada de banda  $B_x = 4 \text{ kHz}$

**5C:** Senyal pas-baix amb amplada de banda  $B_x = 3,4 \text{ kHz}$

**5D:** Senyal pas-baix amb amplada de banda  $B_x = 2 \text{ kHz}$



6. Sigui un senyal d'àudio pas-baix d'amplada de banda  $B_x=3\text{kHz}$  mostrejat a  $F_{m1}=20\text{kHz}$ . Es consideren filtres antialiasing i reconstructor passa-baixes ideals amb freqüències de tall iguals a la meitat de la freqüència de mostreig corresponent. L'amplada de banda del senyal recuperat a la sortida filtre reconstructor serà  $B_y=6\text{kHz}$  si:

**6A:** S'interpola per 2 mitjançant un filtre passa-baixes ( $f_c=0,25$ ) i es recupera amb  $F_{m2}=40 \text{ kHz}$

**6B:** S'interpola per 2 mitjançant un filtre passa-altes ( $f_c=0,25$ ) i es recupera amb  $F_{m2}=40 \text{ kHz}$

**6C:** S'interpola per 4 mitjançant un filtre passa-banda i es recupera amb  $F_{m2}=80 \text{ kHz}$

**6D:** Es delma per 3, s'interpola per 3 mitjançant un filtre passa-altes ( $f_c=0,16$ ) i es recupera amb  $F_{m2}=20 \text{ kHz}$

7. Sigui un sistema discret lineal, invariant i causal, definit per la seva funció de transferència  $H(z) = \frac{4-3z^{-1}}{4-6z^{-1}+3z^{-2}}$ . Marqui

les afirmacions que siguin certes (Nota :  $\arctg(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$ ,  $\arctg(1) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$ ):

**7A:** La seva ROC queda definida per  $|z| > \frac{2}{\sqrt{3}}$

**7B:** La seva resposta freqüencial presenta un màxim al voltant de  $f_0 = \frac{1}{12}$

**7C:** La seva resposta impulsional és  $h[n] = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^n \cos\left(\frac{\pi n}{6}\right) u[n]$

**7D:** És un sistema estable i verifica  $H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}}$

8. Sea  $y[n]$  el proceso estocástico resultante de filtrar un proceso blanco de potencia unidad  $x[n]$  con un sistema causal que responde a la ecuación  $y[n] - ay[n-1] = x[n]$ ,  $|a| < 1$

**8A:**  $P_y = \frac{1}{1-|a|^2}$

**8B:** La transformada de Fourier de  $r_{yx}[m]$  es  $S_{yx}(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-ae^{-j\omega}}$

**8C:**  $r_y[m] = a^m u[m]$

**8D:**  $y[n]$  es blanco

9. Se pretende diseñar un filtro para aproximar al interpolador ideal con relación de interpolación  $N=4$ . Señale las afirmaciones correctas:

**9A:** Con un diseño mediante transformación bilineal, el prototipo analógico debe ser un filtro paso bajo con pulsación de corte  $\Omega_c = \text{tg}(\pi/8)$

**9B:** Con un diseño mediante muestreo en frecuencia, el filtro resultante es FIR

**9C:** Con un diseño mediante enventanado, el filtro resultante tiene rizado de amplitud constante en la banda atenuada

**9D:** Si el diseño es FIR óptimo, el filtro resultante tiene fase lineal

10. Sea  $x[n]$  una secuencia real y de longitud finita  $L$ . Considere el filtro discreto con respuesta impulsional  $h[n] = r_x[n]$ . Señale las afirmaciones correctas:

**10A:** El filtro tiene retardo de grupo constante

**10B:** El filtro es de fase lineal, cuya respuesta impulsional tiene simetría par y longitud impar.

**10C:** La función de transferencia del filtro tiene todos sus polos en  $z=0$

**10D:** El orden del filtro es  $L - 1$