## ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Asignatura: COMUNICACIONES II. Grupo: 20. Fecha: 4 de Diciembre de 2007. Tiempo: 2h

Nota: Explique y justifique todos los cálculos y planteamientos. Solución disponible en internet.

Considere una modulación digital binaria de la forma  $x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \underline{\mathbf{s}}^{T}(k)\underline{\gamma}(t-kT)$ .

- $\underline{\mathbf{s}}(k)$  es la secuencia de vectores de símbolos estacionarios, equiprobables e independientes. Los posibles símbolos en  $\underline{\mathbf{s}}(k)$  son  $\underline{\mathbf{s}}_0 = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $\underline{\mathbf{s}}_1 = A \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
- $\underline{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \end{pmatrix} \text{ es el vector de formas de onda tal que } \gamma_2(t) = \gamma_1(t T/2), \text{ y } \gamma_1(t) \text{ tiene una}$   $\text{transformada de Fourier constante en la banda } |f| \leq B, \text{ es decir, } \Gamma_1(f) = \begin{cases} K & para |f| \leq B \\ 0 & fuera \end{cases}$
- 1) (0.4 puntos) Halle K para que las funciones  $\gamma_1(t)$  y  $\gamma_2(t)$  sean de energía unitaria.
- 2) (0.5 puntos) Halle las funciones de autocorrelación ( $R_{\gamma_1}(\tau)$  y  $R_{\gamma_2}(\tau)$ ) y correlación cruzada ( $R_{\gamma_1,\gamma_2}(\tau)$ ) de las formas de onda. Exprese  $R_{\gamma_2}(\tau)$  y  $R_{\gamma_1,\gamma_2}(\tau)$  en función de  $R_{\gamma_1}(\tau)$ .
- 3) (0.8 puntos) Enuncie el criterio de Nyquist extendido y halle el ancho de banda B mínimo para una transmisión libre de ISI (interferencia inter-simbólica) y de ICI (interferencia entre componentes). Razone si  $\gamma_1(t)$  y  $\gamma_2(t)$  constituyen una base ortonormal.
- **4)** (0.8 puntos) Halle el vector media  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_s = E[\underline{\boldsymbol{s}}(k)]$  y la matriz de covariancia  $\underline{\underline{\boldsymbol{C}}}_s = E\Big[\Big(\underline{\boldsymbol{s}}(k) \underline{\boldsymbol{\mu}}_s\Big)\Big(\underline{\boldsymbol{s}}(k) \underline{\boldsymbol{\mu}}_s\Big)^T\Big]$  de los vectores símbolo  $\underline{\boldsymbol{s}}(k)$ .
- 5) (1 punto) Halle y dibuje la densidad espectral de potencia de x(t),  $S_x(f)$ .

Nota: para determinar de la parte impulsiva tenga en cuenta que:  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \operatorname{sinc}(\lambda - k) = \cos(\pi \lambda)$ 

Considere que, cumpliendo el criterio de Nyquist extendido, el canal discreto equivalente es de la forma  $\underline{\mathbf{r}}(k) = \underline{\mathbf{s}}(k) + \underline{\mathbf{n}}(k)$ , donde y  $\underline{\mathbf{n}}(k) = \begin{pmatrix} \beta_1(k) \\ \beta_2(k) \end{pmatrix}$  es el vector de ruido de componentes incorreladas y ambas de variancia  $N_a/2$ .

Considere la componente de ruido en la dirección de 45 grados sobre la constelación, la cual viene dada por  $\beta(k) = \frac{\beta_1(k) + \beta_2(k)}{\sqrt{2}}$ 

- 6) (0.4 puntos) A la vista de la constelación, justifique que la probabilidad de error viene determinada por la varianza  $\sigma_{\beta}^2$  y halle el valor de dicha variancia.
- 7) (0.4 puntos) Halle una cota de la BER en función de la  $E_b/N_o$ .

La modulación atraviesa un canal con distorsión de modo que, en conjunto, el canal equivalente discreto puede expresarse como:

 $\underline{\mathbf{r}}(k) = \underline{\underline{\mathbf{U}}}(\underline{\mathbf{s}}(k) + d\underline{\mathbf{s}}(k-1)) + \underline{\mathbf{n}}(k)$ , con  $\underline{\underline{\mathbf{U}}} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ d & 1 \end{pmatrix}$ , y  $0 \le d < 1$ . Por lo tanto, el canal provoca ISI del símbolo anterior y ICI entre las dos componentes de un mismo símbolo.

- **8)** (0.5 puntos) Halle y dibuje los posibles vectores recibidos sobre la constelación en ausencia de ruido.
- 9) (0.5 puntos) Halle una cota la BER en función de la  $E_b/N_o$  .

una cota de la BER resultante en función de la  $E_b \, / \, N_o$  asociada al detector óptimo.