

# ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Assignatura: Senyals i Sistemes II.

Data: 30 de Novembre de 2007

Professors: G. Haro, J. Hernando, J. Mariño, E. Monte, P. Salembier.

2on Control

**Temps: 1h 30min**

- Responen a cada problema en fulls separats.
- No podeu utilitzar ni llibres, ni apunts, ni taules, ni formularis, ni calculadora, ni telèfon mòbil.
- Poseu un document d'identificació en un lloc visible.
- El vostre nom ha de figurar en tots els fulls que utilitzeu, en format: COGNOMS, NOM.
- Justifiqueu tots els resultats. Els resultats sense justificació no seran valorats en la correcció.

## Problema 1:

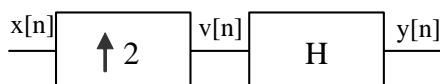
**5 punts**

Considere la secuencia periódica  $x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{3}(n-1)\right)$ . Se pide:

- a) Expresarla como combinación lineal de exponenciales complejas y obtener su desarrollo en serie de Fourier
- b) Transformada de Fourier  $X(e^{j\omega})$  de  $x[n]$ .

Considere ahora su período fundamental  $x_3[n] = x[n] p_3[n]$ , donde  $p_N[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$ . Se pide:

- c) Transformada de Fourier  $X_3(e^{j\omega})$  de  $x_3[n]$ .
- d) Valores numéricos de la DFT de 3 muestras de  $x_3[n]$ :  $X_3[k]$   $k = 0, 1, 2$

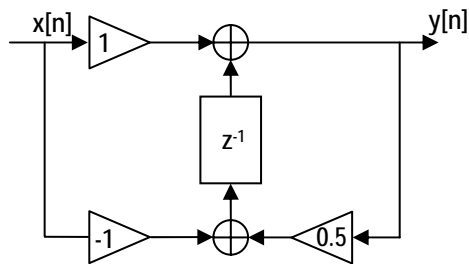


Considere ahora que la señal  $x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{3}(n-1)\right)$  se interpola por 2 mediante el sistema de la figura, donde el filtro interpolador es ideal con ganancia 2. Se pide:

- e) Calcular la potencia de  $x[n]$  y de  $v[n]$ , la secuencia a la salida del intercalador de ceros.
- f) Representar la transformada de Fourier de la secuencia  $x[n]$ , de la secuencia  $v[n]$  y de la secuencia  $y[n]$  resultante de la interpolación, indicando la frecuencia y la potencia de cada uno de los componentes frecuenciales de las señales  $x[n]$ ,  $v[n]$  e  $y[n]$ .
- g) Obtener la potencia de  $y[n]$ .
- h) (Opcional) Obtener la expresión analítica de  $y[n]$ .

**Problema 2:****5 puntos**

En la figura se muestra la realización de un sistema discreto



Se pide:

- Las ecuaciones de análisis del sistema.
- A partir de ellas, las 3 primeras muestras de la respuesta impulsional del sistema.
- La función de transferencia del sistema y su ROC.
- Comprobar que la respuesta del sistema a la entrada  $x[n] = 1$  es nula.
- La respuesta impulsional del sistema, comprobando las 3 muestras obtenidas en el apartado b).

Al sistema en reposo se aplicó la siguiente señal de entrada

$$x[n] = -1 + 2 u[n] \quad (1)$$

Se pide:

- La representación gráfica y la transformada Z (incluyendo la ROC) de la entrada  $x[n]$  dada en (1).
- Aplicando superposición, encontrar la respuesta  $y[n]$  del sistema a la entrada  $x[n]$  dada en (1).

### Problema 1:

- a)  $x[n] = \frac{1}{2} e^{-j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}n} + \frac{1}{2} e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{4\pi}{3}n}$
- b)  $X(e^{j\omega}) = \pi \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left[ e^{-j\frac{2\pi}{3}} \delta(\omega - \frac{2\pi}{3} + 2\pi r) + e^{j\frac{2\pi}{3}} \delta(\omega - \frac{4\pi}{3} + 2\pi r) \right]$
- c)  $X_3(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} (1 - \cos \omega)$
- d)  $X_3[k] = \begin{cases} 0, & k=0 \\ \frac{3}{2} e^{-j\frac{2\pi}{3}}, & k=1 \\ \frac{3}{2} e^{-j\frac{4\pi}{3}}, & k=2 \end{cases}$
- e)  $P_x = 1/2, P_v = 1/4$
- f)  $x[n]$ : Exponencial a  $f=\pm 1/3$ , Potencia de cada Exponencial =  $1/4$   
 $v[n]$ : Exponencial a  $f=\pm 1/6, \pm 1/3$ , Potencia de cada Exponencial =  $1/16$   
 $y[n]$ : Exponencial a  $f=\pm 1/6$ , Potencia de cada Exponencial =  $1/4$
- g)  $P_y = 1/2$
- h)  $y[n] = \cos(\frac{\pi}{3}(n-2))$

### Problema 2:

- a)  $\begin{cases} y[n] = x[n] + v[n] \\ v[n] = 0,5y[n-1] - x[n-1] \end{cases}$   
 $y[n] - 0,5y[n-1] = x[n] - x[n-1]$
- b)  $\begin{cases} h[0] = 1 \\ h[1] = -1/2 \\ h[2] = -1/4 \end{cases}$
- c)  $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-0,5z^{-1}}, \quad |z| > 0,5$
- d)  $x[n] = 1 \Rightarrow y[n] = H(1)1 \rightarrow H(1) = \frac{1-z^{-1}}{1-0,5z^{-1}} \Big|_{z=1} = 0$
- e)  $h[n] = 2\delta[n] - \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$
- f)  $x[n]$  no tiene transformada  $z$  ( $-1$  no tiene Tz, ROC: conjunto vacio)
- g)  $\begin{cases} T\{-1 + 2u[n]\} = T\{2u[n]\} \\ \text{Respuesta a } 2u[n]: \\ Y(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-0,5z^{-1}} \frac{2}{1-z^{-1}} = \frac{2}{1-0,5z^{-1}} \Rightarrow y[n] = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \end{cases}$