Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA **DEPARTAMENT DETEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS**	**COMUNICACIONS II** 21 de Juny de 2007
	Data notes provisionals: 2 de Juliol Període d'al.legacions: 3 de Juliol Data notes revisades: 5 de Juliol

Professors: Montserrat Nájar, Ana I. Pérez, Gregori Vázquez.

Informacions addicionals:

- Duració de l'examen: 3 hores.
- Les respostes dels diferents problemes s'entregaran separadament de la següent manera:
- – Problema 1 a) y b)
- – Problema 1 c), d) , e)
- – Problema 2

Problema 1

Se transmite una señal 16-QAM, s(t), por un canal AWGN, cuyo ruido es w(t), de densidad espectral No/2 [W/Hz]. La señal recibida es: $r(t) = s(t) + w(t)$.

a) Inicialmente se estudiará la señal s(t):

$$s(t) = A\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} s_1(n)\, Cos(w_c t)\, p\left(t-nT\right) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_2(n)\, Sen(w_c t) p\left(t-nT\right)\right]$$

a. Indique los posibles valores que pueden tomar $s_1(n)$ y $s_2(n)$, considérelos equiprobables e independientes.

b. Obtenga el espacio de señal: indique cuáles son las funciones base, cuáles son las componentes de cada uno de los vectores.

c. Halle la energía media de bit E_b en función de la amplitud A, del número de niveles, del número de bits por símbolo y del tiempo de símbolo T.

b) A continuación se estudiará el receptor óptimo para el caso AWGN y su probabilidad de error:

a. A partir del criterio de detección óptima, deduzca la arquitectura del receptor óptimo que permite obtener a partir de r(t) una estimación de los símbolos $\hat{s}_1(n), \hat{s}_2(n)$ a su salida (especifique y justifique el valor de todos los parámetros y dispositivos que intervienen en dicho receptor).

b. Halle detalladamente la probabilidad de error de símbolo exacta en función de la $E_b N_o$. Justifique todos los valores.

NOTA: a la hora de contestar los apartados tenga en cuenta que se valorará el grado de rigurosidad y detalle de su resolución.

(Entregue en hoja separada el resto del ejercicio) ---

A continuación se transmite la señal 16-QAM por un canal, h(t), que introduce distorsión multiplicativa y ruido AWGN, w(t), de densidad espectral No/2 [W/Hz]. Considere que la variable de decisión es ahora, *en notación compleja*:

$$r(m) = h(m).a(m) + w(m)$$

donde:

$$a(m) = s_1(m) + j\, s_2(m) \qquad h(m) = h_1(m) + j\, h_2(m) \qquad w(m) = w_1(m) + j\, w_2(m)$$

NOTA: la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria compleja w de define como:

$$f_w\left(w\right) = \frac{1}{\pi\sigma_w^2}\exp\left\{-\frac{\left|w-m_w\right|^2}{\sigma_w^2}\right\} \qquad \sigma_w^2 = 2\sigma_{w_1}^2 = 2\sigma_{w_2}^2$$

Con el objeto de poder combatir la distorsión producida por el canal h(t) se propone emplear un sistema con diversidad temporal que consiste en *repetir un mismo símbolo durante L intervalos de símbolo*. Es decir:

$$r(l) = h(l)a(l) + w(l) \qquad l = 1...L \qquad a(l) = a_i \quad l = 1...L \quad i \in \{1...16\}$$

que en forma vectorial se puede escribir como $\mathbf{r} = \mathbf{h}a_i + \mathbf{w}$.

c) Halle el receptor óptimo MAP (también denominado RAKE).
d) Obtenga la probabilidad de error.

Si h(m) es una variable aleatoria, la BER obtenida en el apartado **d)** es también una variable aleatoria. Por lo tanto, se ha de promediar dicha BER en la estadística de h(m). Si

$$E_x\left\{Q\left(\sqrt{2x\,\alpha\,E_b / N_o}\right)\right\} \approx \binom{2L-1}{L}\frac{1}{(4\alpha E_b / N_o)^L} \qquad (1)$$

$$\binom{2L-1}{L} = \frac{(2L-1)!}{L!(L-1)!}$$

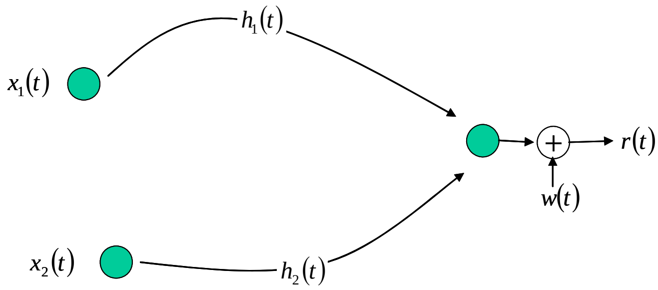
En donde α es una constante que depende de los parámetros propios de la modulación 16-QAM, x es la norma al cuadrado de un vector con L componentes aleatorias y $E_x\{.\}$ indica la esperanza estadística respecto a la variable aleatoria x.
e) Teniendo en cuenta que:

$$Q(x) < e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad x > 0$$

compare la probabilidad de error obtenida en el apartado **d)** con (1), justifique el empleo de la diversidad temporal propuesta, comparándola con el caso L=1.

(Entregue en hoja separada el resto del ejercicio) --

Problema 2
En un sistema de acceso múltiple síncrono DS-CDMA, dos usuarios $x_1(t)$ y $x_2(t)$ acceden a un medio común, de acuerdo a la figura. Las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ de cada uno de los usuarios y las respuestas impulsionales $h_1(t)$ y $h_2(t)$ de los canales asociados, vienen dadas por:



$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \varphi_1(t - nT) \qquad \text{con:} \qquad h_1(t) = \alpha\delta(t) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \varphi_2(t - nT) \qquad \text{con:} \qquad h_2(t) = \beta\delta(t - T) \quad 0 < \alpha < \beta < 1$$

donde las secuencias $\{a_n = \pm A/2\}$ y $\{b_n = \pm A/2\}$ son, cada una y entre sí, estadísticamente independientes y equiprobables. El ruido en recepción es AWGN con densidad espectral de potencia $S_{ww}(f) = N_o/2\, Watts/Hz$. Las firmas o secuencias de ensanchamiento $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ son tales que sus correlaciones pueden ser modeladas de manera simplificada como:

$$R_{\varphi_1\varphi_1}(\tau) = R_{\varphi_2\varphi_2}(\tau) = \mathrm{sinc}\left(\frac{\tau}{\mathrm{T_c}}\right) \quad con \quad \frac{T}{T_c} = L(entero)$$

$$R_{\varphi_1\varphi_2}(\tau) = R_{\varphi_2\varphi_1}(\tau) = \rho\,\Pi\left(\frac{\tau}{T}\right) \quad con \quad \rho < 1$$

donde L es el número de chips por símbolo.

El receptor está compuesto por los filtros adaptados a las firmas $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$.

a. Obtenga las expresiones de las señales detectadas $\upsilon_1(kT+T)$ y $\upsilon_2(kT+T)$ a las salidas de los dos filtros adaptados a las firmas transmitidas $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$.
b. Obtenga la BER asociada a la decisión de los símbolos a_n en el brazo $\upsilon_1(kT+T)$, si el umbral de decisión es $\gamma = 0$.
c. Si β_1 y β_2 son las componentes de ruido a la salida de cada uno de los filtros adaptados, deduzca <u>analíticamente</u>, los valores de $E[\beta_1^2]$, $E[\beta_2^2]$ y $E[\beta_1\beta_2]$.

NOTA: En los siguientes apartados, tenga en cuenta el impacto del término $E[\beta_1\beta_2]$ *en los análisis que realice.*

d. Dibuje el esquema del decorrelador (forzador de ceros) que permite la detección de las dos señales de los usuarios sin interferencia de acceso múltiple (MAI). Deduzca *analíticamente* los coeficientes del decorrelador.
e. A partir de los apartados (c.) y (d.), obtenga las expresiones de las tasas BER a la salida del decorrelador para cada uno de los dos usuarios.
f. Diseñe un decorrelador que permita detectar el usuario #1 bajo un criterio de mínimo error cuadrático medio (m.m.s.e.), es decir, tal que minimice $E\left[\|e(k)\|^2\right] = E\left[\|a_k - y(k)\|^2\right]$, siendo $y(k)$ la salida del decorrelador.
g. Indique la tasa de error BER en la detección del usuario #1 a la salida del decorrelador m.m.s.e. Compare el resultado con el obtenido en (e.) para valores de $\rho \approx 0$ y para $\rho \approx 1$.

EXAMEN COM II P07

Resolución Ejercicio 1, Parte 1
(Ver apuntes clase)

Resolución Ejercicio 1, Parte 2

c) El receptor óptimo MAP tiene en este caso la misma estructura que el receptor RAKE con L ramas de diversidad. La variable de decisión MAP para la detección de cada símbolo será, por tanto:

$$y = \sum_{l=1}^{L} h^*(l).r(l) = \sum_{l=1}^{L} \left|h(l)\right|^2 .a_i + \sum_{l=1}^{L} h(l).w(l)$$

$$y : N\left(\left|\mathbf{h}\right|^2 a_i , \sqrt{\frac{N_o}{2}} \left|\mathbf{h}\right| \right) \qquad con \qquad \left|\mathbf{h}\right| = \sum_{l=1}^{L} \left|h(l)\right|^2$$

d) $p_e = k_1 Q\left(\sqrt{\left|\mathbf{h}\right|^2 2\alpha E_b / N_o} \right)$

Siendo α y k_1 constantes que dependen de los parámetros propios de la modulación 16-QAM

e) Si se compara

$$\overline{p}_e = \binom{2L-1}{L} \frac{1}{\left(4\alpha E_b / N_o\right)^L}$$

$$p_e \approx e^{-\left|\mathbf{h}\right|^2 \alpha E_b / N_o}$$

Se observa que para L=1, la probabilidad de error que se obtiene sin promediar (canal AWGN) es menor (a igual Eb/No) que la BER promedio para canal aleatorio. No obstante, a medida que la diversidad L aumenta, la pendiente de caida de la BER promedio es mayor.

Resolución Ejercicio 2
(Ver apuntes clase)