

Control de Comunicacions Òptiques

Grup 10 - 30 de Març de 2011

Temps : 1h 15'

Nom:

TEST (6 punts)

Marqueu la resposta correcta. Cada resposta correcta suma 0,4 punts mentre que cada resposta errònia resta 0,1 punts.

- En una fibra òptica estàndard (ITU-T G.652), els materials emprats són:
 - El diòxid de silici per al nucli i un polímer per al revestiment
 - Un polímer per al nucli i el diòxid de silici per al revestiment
 - El diòxid de silici tant per al nucli com per al revestiment
 - Un polímer tant per al nucli com per al revestiment
- De la freqüència normalitzada d'una fibra òptica, podem dir que:
 - Com més gran, menor concentració d'energia del mode fonamental dins del nucli
 - Com més gran, major número de modes de propagació
 - És proporcional al diàmetre del nucli i inversament proporcional a l'obertura numèrica
 - Totes són certes
- Tenint present el concepte de longitud d'ona de tall podem assegurar que:
 - Si una fibra és monomode a 3^a finestra, també ho serà a 2^a i a 1^a.
 - Si una fibra és monomode a 3^a finestra, no ho pot ser a 2^a ni a 1^a.
 - Si una fibra és monomode a 1^a finestra, també ho serà a 2^a i a 3^a.
 - Si una fibra és monomode a 1^a finestra, no ho pot ser a 2^a ni a 3^a.
- En referència als modes de propagació en una fibra òptica, assenyaieu quina de les afirmacions següents és certa.
 - La longitud d'ona de cadascun dels modes és diferent
 - La constant de propagació de cadascun dels modes és diferent
 - La freqüència de cadascun dels modes és diferent
 - Totes són certes
- La dispersió guia-ona compleix que:
 - És nul·la si els materials que conformen el nucli i el revestiment presenten una dispersió del material nul·la.
 - És sempre menyspreable enfront de la dispersió del material.
 - Només es dona en fibres monomode.
 - Totes són falses.
- Una fibra multimode de salt d'índex amb un diàmetre del nucli $2a=80\mu\text{m}$ i una diferència d'índexs relativa $\Delta=0.015$, opera a una $\lambda=0.85\mu\text{m}$. Si l'índex de refracció del nucli és $n_1 = 1.48$ i el de l'aire és $n_0 = 1$, calculeu l'angle sòlid d'acceptació (Ω_a) de la separació fibra-aire:
 - 0.21 strad
 - 21 strad
 - 0.42 strad
 - 42 strad
- Quan es vol acoblar llum d'una font òptica a una fibra, assenyaieu quina és l'expressió de les pèrdues, en potència, degudes a la reflectivitat (R) entre l'aire i el nucli de la fibra ($n_1=1.5$).
 - $10\log(1-R)$
 - $10\log R$
 - $10\log(1-R^2)$
 - $10\log R^2$
- A una fibra òptica s'hi acobla llum procedent d'una font puntual que radia en un únic sentit de l'espai seguint una funció $\cos(\theta)$. Determineu com afectarà a l'eficiència d'acoblament, si no es tenen en compte les reflexions, el fet de que l'índex de refracció de l'ambient (n_0) es dupliqui.
 - augmentarà 3 dB
 - disminuirà 3 dB
 - augmentarà 6 dB
 - disminuirà 6 dB
- Una font òptica puntual que radia com $P(\theta)=P_0\cos(\theta)$ està situada sobre l'eix de la fibra a una distància de separació L respecte el pla d'entrada. Sabent que el diàmetre del nucli de la fibra és D i que la seva obertura numèrica és NA , determineu la condició aproximada que ha de complir L per a que l'eficiència d'acoblament no sigui inferior a la que fixa l'angle d'acceptació de la fibra.
 - $L > \frac{D}{NA}$
 - $L < \frac{D}{NA}$
 - $L > \frac{1}{2} \frac{D}{NA}$
 - $L < \frac{1}{2} \frac{D}{NA}$

10. Determineu l'eficiència d'acoblament de la potència òptica emesa des d'una font puntual envers una fibra de salt d'índex amb obertura numèrica NA i índex de refracció del nucli n_1 . La font radia en un únic sentit de l'espai de la forma $\cos^n(\theta)$ i l'índex de refracció de l'ambient és $n_0=1$. Suposeu que la font està a molt poca distància de la fibra:

$$a) \eta_c = (1-R) \left\{ (1-NA^2)^{(n+1)/2} \right\} \quad b) \eta_c = (1-R) \left\{ (1-NA^2)^{(n-1)/2} \right\} \quad R = \left[(1-n_1)/(1+n_1) \right]^2$$

$$c) \eta_c = (1-R) \left\{ 1 - (1-NA^2)^{(n+1)/2} \right\} \quad d) \eta_c = (1-R) \left\{ 1 - (1-NA^2)^{(n-1)/2} \right\}$$

11. Es connecta una fibra monomode amb diàmetre del nucli $d=10 \mu m$ amb una fibra multimode amb diàmetre del nucli $d=50 \mu m$, les dues amb el mateix índex de refracció del nucli ($n_1=1.5$) i del revestiment (n_2). Per defecte del connector, es produeix un desalineament lateral entre els eixos de les respectives fibres de $20 \mu m$. Determineu les pèrdues en la transició de la fibra monomode cap a la fibra multimode. **Preneu una distància de separació menyspreable.**

- a) 0 dB b) 0.35 dB c) 14 dB d) 28 dB

12. Es connecten dues fibres exactament iguals que tenen un radi del nucli a i una obertura numèrica NA. Les pèrdues degudes exclusivament a la distància de separació entre elles (D) es poden aproximar per:

$$a) L \approx 10 \log \left[1 + D(n_0 a / NA) \right] \quad b) L \approx 10 \log \left[1 + D(NA / n_0 a) \right]$$

$$c) L \approx 20 \log \left[1 + D(n_0 a / NA) \right] \quad d) L \approx 20 \log \left[1 + D(NA / n_0 a) \right]$$

13. Es disposa d'una font òptica sintonitzable que emet una portadora òptica en el rang $\lambda = 1.55 \pm 0.25 \mu m$ amb una amplada espectral $\Delta\lambda = 0.3 nm$. Calculeu en quin marge espectral podrà treballar aquesta font per a que la fibra òptica associada ($2a=10 \mu m$ i $NA=0.11$) tingui un comportament monomode i un increment de dispersió cromàtica relatiu (respecte el punt central) inferior al 5%. Suposeu menyspreable la dispersió guia-ona i preneu $n''(\lambda) = -0.01/\lambda^2$.

- a) $1.48 \mu m < \lambda < 1.63 \mu m$ b) $1.48 \mu m < \lambda < 1.72 \mu m$ c) $1.44 \mu m < \lambda < 1.63 \mu m$ d) $1.44 \mu m < \lambda < 1.72 \mu m$

14. Les característiques de les fibres SSMF (Standard Single-Mode Fiber) a tercera finestra són:

Atenuació: $\alpha_{1.55 \mu m} = 0.2 \text{ dB/Km}$

Dispersió Cromàtica: $D_{1.55 \mu m} = 16 \text{ ps/nm/Km}$

Per tal de poder fer enllaços de llarga distància s'utilitzen làsers monomode de 3ª finestra ($\Delta\lambda = 0.1 \text{ pm}$, $P_{tx} = 10 \text{ mW}$), amplificadors òptics per a compensar l'atenuació, receptors d'alta sensibilitat ($E_b = 10^{-17} \text{ J}$) i fibres DCF per a compensar la dispersió cromàtica. Imagineu un enllaç en el que cada 100 Km de fibra estàndard hi ha un aplicador òptic ideal amb un guany de 22 dB i una bobina de 20 Km de fibra DCF, **la qual no computa en quant a distància de l'enllaç**. Les característiques de la fibra DCF (Dispersion Compensating Fiber) a tercera finestra són:

Atenuació: $\alpha_{1.55 \mu m} = 0.35 \text{ dB/Km}$

Dispersió Cromàtica: $D_{1.55 \mu m} = -80 \text{ ps/(nm·Km)}$

Trobeu la màxima distància de transmissió per a un senyal de 10 Gb/s amb modulació de la intensitat NRZ. Assumiu que l'amplada espectral del senyal transmès és igual a l'amplada espectral de la font més l'amplada espectral de la modulació. Per aquesta última preneu un valor igual a un terç de la velocitat de transmissió (en Hertz).

- a) 1000 Km b) 1500 Km c) 2000 Km d) 2500 Km

15. Continuant amb l'exercici anterior, imagineu que es vol implementar un segon canal sobre la mateixa fibra però a una longitud d'ona 20 nm superior. Per a aquesta longitud d'ona la fibra de transmissió presenta una dispersió de 20 ps/(nm·Km) mentre que la fibra DCF presenta una dispersió de -120 ps/(nm·Km). Calculeu la nova distància de transmissió aproximada.

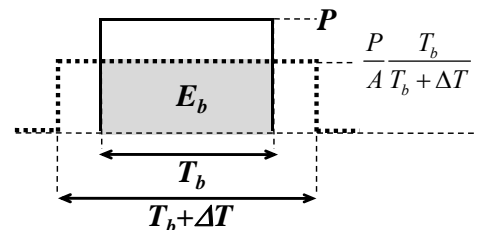
- a) 500 Km b) 1000 Km c) 1500 Km d) 2000 Km

PROBLEMA (4 punts)

Marqueu la resposta correcta. Cada resposta correcta suma 0,4 punts mentre que cada resposta errònia resta 0,1 punts.

Es vol estudiar l'efecte combinat de l'atenuació i de la dispersió cromàtica en la transmissió d'un senyal digital modulats en intensitat segons el format NRZ, amb una amplada espectral de la modulació $\Delta f = R_b$ [Hz], per 100 Km de fibra monomode amb paràmetre d'atenuació $\alpha = 0.2$ dB/Km i un paràmetre de dispersió cromàtica $D = 16$ ps/nm/Km.

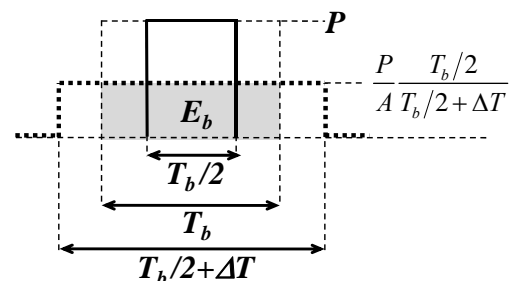
Assumint polsos ideals i un eixamplament degut a la dispersió també ideal, la influència dels dos efectes es pot modelar gràficament segons la figura, on P és la potència del pols transmès, A és l'atenuació de l'enllaç, T_b és el temps de bit i ΔT és l'eixamplament del pols. E_b fa referència a l'energia de bit i es defineix com l'energia del pols que es manté dins del temps de bit T_b . Aquest serà el paràmetre de referència per determinar la capacitat de l'enllaç.



La font emprada pot ser o bé un làser FP de 3^a finestra amb una potència en contínua $P = 0$ dBmW i una amplada espectral $\Delta\lambda = 5$ nm o bé un làser DFB que presenta una amplada espectral substancialment menor $\Delta\lambda = 0.1$ pm. El receptor emprat requereix que l'energia de bit ($E_{b,min}$) que li arriba sigui superior a 10^{-17} Joules per tal de garantir la qualitat de la comunicació. Responen a les qüestions següents:

- 1) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament l'atenuació.
a) 0.5 Tb/s **b) 1 Tb/s** c) 2 Tb/s d) 4 Tb/s
- 2) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el FP.
a) 11.2 Gb/s b) 21.1 Gb/s **c) 112 Gb/s** d) 211 Gb/s
- 3) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el FP.
a) 2.11 Gb/s **b) 11.2 Gb/s** c) 21.1 Gb/s d) 112 Gb/s
- 4) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat.
a) 200 Gb/s b) 250 Gb/s c) 300 Gb/s d) 350 Gb/s
- 5) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat.
a) 23 Gb/s b) 33 Gb/s **c) 43 Gb/s** d) 53 Gb/s

Ara es vol comparar les prestacions amb les d'un senyal amb modulació RZ, que té una amplada espectral $\Delta f = 2R_b$. En aquesta situació, el pols té una durada de $T_b/2$ i s'eixampla tal com es veu a la figura. Igual que en el cas NRZ, E_b fa referència a l'energia de bit i es defineix com l'energia del pols que es manté dins del temps de bit T_b . Aquest serà el paràmetre de referència per determinar la capacitat de l'enllaç. Responen a les qüestions següents:



- 6) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament l'atenuació.
a) 125 Gb/s b) 250 Gb/s **c) 500 Gb/s** d) 1 Tb/s
- 7) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el FP.
a) 19 Gb/s b) 39 Gb/s c) 59 Gb/s **d) 79 Gb/s**

- 8) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el FP.
- a) 2 Gb/s b) 4 Gb/s c) 8 Gb/s d) 16 Gb/s
- 9) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat.
- a) 50 Gb/s b) 75 Gb/s c) 100 Gb/s d) 125 Gb/s
- 10) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat.
- a) 2.7 Gb/s b) 7.2 Gb/s c) 27 Gb/s d) 72 Gb/s

Nota: la única solució real de l'equació de 3r grau $x^3 + x \cdot p - q = 0$, és: $x = \left(\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}}$

Resolució:

- 1) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament l'atenuació. En aquest cas l'energia de bit es correspon amb el concepte vist a classe.

$$P_L|_{\Delta T=0} = \frac{P_0}{A} \rightarrow E_{b,L} = P_L \cdot T_b = \frac{P_0}{A} \cdot T_b \geq E_{b,\min} \rightarrow R_b \leq \frac{P_0/A}{E_{b,\min}} = 1 \text{ Tb/s} \quad \leftarrow A = 10^{\frac{\alpha \cdot L}{10}} = 100$$

- 2) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el FP. Abans de res determinem l'amplada espectral del senyal.

$$\Delta\lambda_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} R_b \approx \Delta\lambda_{\text{font}} \rightarrow R_b \approx \Delta\lambda_{\text{font}} \frac{c}{\lambda^2} \approx 624 \text{ Gb/s}$$

Es veu clar que per a que l'amplada espectral de la modulació fos comparable a la de la font hauria de ser de l'ordre de gairebé Tb/s així doncs assumim que serà menyspreable. Ara s'aplica la condició de l'energia de bit per al cas general.

$$\begin{aligned} E_{b,L} &= \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2}{T_b + \Delta T} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2}{T_b + |D| \Delta\lambda \cdot L} \geq E_{b,\min} \rightarrow T_b^2 \geq \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} (T_b + |D| \Delta\lambda \cdot L) \rightarrow \\ \Delta T &= \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta\lambda \cdot L \\ \Delta\lambda &\approx \Delta\lambda_{\text{font}} \\ \rightarrow T_b^2 - \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} T_b - \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L &\geq 0 \rightarrow T_b \geq \frac{1}{2} \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{E_{b,\min}}{P_0/A}\right)^2 + 4 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L} \rightarrow \\ \rightarrow R_b &< \frac{1}{\frac{1}{2} \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{E_{b,\min}}{P_0/A}\right)^2 + 4 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L}} \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L}} \xrightarrow{A=1} \approx 112 \text{ Gb/s} \end{aligned}$$

Quan no es compta l'atenuació la distància màxima és de 112 Gb/s. L'aproximació inicial és suficientment bona.

- 3) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el FP. Només cal particularitzar l'expressió anterior per $A=100$.

$$R_b < \frac{1}{\sqrt{\frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L}} \xrightarrow{A=100} \approx 11.2 \text{ Gb/s}$$

L'atenuació apareix dins l'arrel quadrada del denominador de l'expressió aproximada i per això tenim un factor 10 menor respecte el cas anterior.

- 4) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat. Igual que amb la font FP, determinem l'amplada espectral del senyal.

$$\Delta\lambda_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} R_b \approx \Delta\lambda_{\text{font}} \rightarrow R_b \approx \Delta\lambda_{\text{font}} \frac{c}{\lambda^2} \approx 12.5 \text{ Mb/s}$$

En aquest cas, per a que l'amplada espectral de la modulació fos comparable a la de la font hauria de ser de l'ordre de Mb/s així doncs es pot pensar que serà la dominant. Ara s'aplica la condició de l'energia de bit per al cas general.

$$E_{b,L} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2}{T_b + \Delta T} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2}{T_b + |D| \frac{\lambda^2}{c} R_b \cdot L} = \frac{P_0/A}{R_b + |D| \frac{\lambda^2}{c} R_b^3 \cdot L} \geq E_{b,\min} \rightarrow R_b + |D| \frac{\lambda^2}{c} R_b^3 \cdot L \leq \frac{P_0/A}{E_{b,\min}} \rightarrow$$

$$\Delta T = \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta \lambda \cdot L = |D| \frac{\lambda^2}{c} R_b \cdot L$$

$$\Delta \lambda \approx \Delta \lambda_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} R_b$$

$$\rightarrow R_b^3 + R_b \underbrace{\frac{c}{|D| \lambda^2 \cdot L}}_p \underbrace{\frac{P_0/A}{E_{b,\min}} \frac{c}{|D| \lambda^2 \cdot L}}_q \leq 0$$

$$\rightarrow R_b \leq \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} \approx \sqrt[3]{-q} \approx \xrightarrow{A=1} \approx 200 \text{ Gb/s}$$

Hem fet ús de l'ajuda que ens dóna l'enunciat. La màxima distància per al cas de no tenir atenuació és de 200 Gb/s. L'aproximació inicial és vàlida.

5) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat. Només cal particularitzar l'expressió anterior per $A=100$.

$$R_b \leq \sqrt[3]{-q} \approx \xrightarrow{A=100} \approx 43 \text{ Gb/s}$$

En aquest cas, l'atenuació apareix dins l'arrel cúbica del denominador de l'expressió aproximada i per això tenim un factor $100^{1/3}$ menor respecte el cas anterior.

6) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament l'atenuació. La diferència respecte el cas NRZ és que el pols dura $T_b/2$ i, per tant, l'energia de bit, i en conseqüència R_b , és la meitat.

$$P_L|_{\Delta T=0} = \frac{P_0}{A} \rightarrow E_{b,L} = P_L \cdot \frac{T_b}{2} = \frac{P_0}{A} \cdot \frac{T_b}{2} \geq E_{b,\min} \rightarrow R_b \leq \frac{P_0/A}{2E_{b,\min}} = 500 \text{ Gb/s} \quad \leftarrow A = 10^{\frac{\alpha \cdot L}{10}} = 100$$

7) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el FP.

El primer que cal fer és esbrinar a partir de quin moment el pols se surt del seu temps de bit. D'aquesta manera es determinarà la R_b a partir de la qual l'energia de bit començarà a minvar.

$$\frac{T_b}{2} + \Delta T \geq T_b \rightarrow \Delta T \geq \frac{T_b}{2} \rightarrow R_b \geq \frac{1}{2\Delta T} = \frac{1}{2|D|\Delta \lambda \cdot L} \approx 60 \text{ Mb/s}$$

$$\Delta T = \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta \lambda \cdot L$$

$$\Delta \lambda \approx \Delta \lambda_{\text{font}}$$

Assumint que ens trobem més enllà d'aquest punt podem fer els càlculs. Si és així, el temps per a calcular E_b serà T_b .

$$E_{b,L} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2/2}{T_b/2 + \Delta T} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2/2}{T_b/2 + |D|\Delta \lambda \cdot L} \geq E_{b,\min} \rightarrow T_b^2 \geq \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} (T_b + 2|D|\Delta \lambda \cdot L) \rightarrow$$

$$\Delta T = \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta \lambda \cdot L$$

$$\Delta \lambda \approx \Delta \lambda_{\text{font}}$$

$$\rightarrow T_b^2 - \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} T_b - \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} 2|D|\Delta \lambda \cdot L \geq 0 \rightarrow T_b \geq \frac{1}{2} \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{E_{b,\min}}{P_0/A} \right)^2 + 8 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D|\Delta \lambda \cdot L} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_b < \frac{1}{\frac{1}{2} \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{E_{b,\min}}{P_0/A} \right)^2 + 8 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D|\Delta \lambda \cdot L}} \approx \frac{1}{\sqrt{2 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D|\Delta \lambda \cdot L}} \approx \xrightarrow{A=1} \approx 79 \text{ Gb/s}$$

Per al cas de no tenir atenuació la màxima R_b és aproximadament 80 Gb/s. La hipòtesi inicial era vàlida.

8) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el FP. Només cal particularitzar l'expressió anterior per $A=100$.

$$R_b < \frac{1}{\sqrt{2 \frac{E_{b,\min}}{P_0/A} |D| \Delta\lambda \cdot L}} \xrightarrow{A=100} \approx 8 \text{ Gb/s}$$

Igual que per al cas NRZ, la diferència respecte la situació anterior és un factor 10.

9) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant únicament la dispersió quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat.

El primer que cal fer és esbrinar a partir de quin moment el pols se surt del seu temps de bit. D'aquesta manera es determinarà la R_b a partir de la qual l'energia de bit començarà a minvar.

$$\frac{T_b}{2} + \Delta T \geq T_b \rightarrow \Delta T \geq \frac{T_b}{2} \rightarrow R_b \geq \frac{1}{2\Delta T} = \frac{1}{4|D|\frac{\lambda^2}{c} R_b \cdot L} \rightarrow R_b \geq \left(\frac{c}{4|D|\lambda^2 L} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 4.4 \text{ Gb/s}$$

$$\Delta T = \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta\lambda \cdot L = |D| \frac{\lambda^2}{c} 2R_b \cdot L$$

$$\Delta\lambda \approx \Delta\lambda_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} 2R_b$$

Assumint que ens trobem més enllà d'aquest punt podem fer els càlculs. Si és així, el temps per a calcular E_b serà T_b .

$$E_{b,L} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2/2}{T_b/2 + \Delta T} = \frac{P_0}{A} \frac{T_b^2/2}{T_b/2 + |D|\frac{\lambda^2}{c} 2R_b \cdot L} = \frac{P_0/A}{R_b + 4|D|\frac{\lambda^2}{c} R_b^3 \cdot L} \geq E_{b,\min} \rightarrow$$

$$\Delta T = \tau_{\text{crom}} \cdot L = |D| \Delta\lambda \cdot L = |D| \frac{\lambda^2}{c} 2R_b \cdot L$$

$$\Delta\lambda \approx \Delta\lambda_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta f_{\text{mod}} = \frac{\lambda^2}{c} 2R_b$$

$$R_b + 4|D|\frac{\lambda^2}{c} R_b^3 \cdot L \leq \frac{P_0/A}{E_{b,\min}} \rightarrow R_b^3 + R_b \underbrace{\frac{c}{4|D|\lambda^2 \cdot L}}_p - \underbrace{\frac{P_0/A}{E_{b,\min}} \frac{c}{4|D|\lambda^2 \cdot L}}_q \leq 0$$

$$\rightarrow R_b \leq \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} \approx \sqrt[3]{-q} \approx \xrightarrow{A=1} \approx 125 \text{ Gb/s}$$

En el cas d'emprar un làser DFB, la màxima R_b és aproximadament 125 Gb/s. La hipòtesi inicial era vàlida.

10) Determineu la màxima velocitat de transmissió considerant els dos efectes quan el làser emprat és el DFB. Per a fer-ho us pot ser d'utilitat la nota al final de l'enunciat. Només cal particularitzar l'expressió anterior per $A=100$.

$$R_b \leq \sqrt[3]{-q} \approx \xrightarrow{A=100} \approx 27 \text{ Gb/s}$$

Igual que per al cas NRZ, la diferència respecte la situació anterior és un factor $100^{1/3}$.