ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Senyals i Sistemes I **Exàmen Final - 21 de gener de 2002** **Duració: 3 hores**

No es permet l'ús de calculadores, llibres i/o apunts. Les respostes als diferents exercicis s'han d'entregar en fulls separats

Problema 1 (FINS 10:15)

En aquest exercici es pretén estudiar algunes de les propietats corresponents a la integral de convolució:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$$

imp

a) Justifiqui si el senyal y(t) presenta alguna simetria quan x(t) presenta simetria parell i h(t) simetria senar (imparell).

b) Si sabem que $x(t)=0$ per $t>t_1$ i que $h(t)=0$ fora de l'interval $t_2<t<t_3$, en quin interval es pot assegurar que el senyal resultant és nul $y(t)=0$?

c) Trobi justificadament la relació entre l'àrea del senyal resultant A_y i les àrees dels senyals inicials A_x i A_h on

$$A_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, dt$$

d) Es defineix el centre de gravetat d'un senyal x(t) com $C_x = \dfrac{m_x}{A_x}$ on $m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} t\, x(t)\, dt$ representa el moment de primer ordre del senyal x(t).

d.1) Obtingui justificadament la relació existent entre C_y i els centres C_x i C_h

d.2) Expressi m_x a partir de $X(f)=F[x(t)]$ i/o les seves derivades

e) Es considera un sistema LI definit per la relació entrada-sortida $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{t-2}^{t+1} x(\tau)\, d\tau$. Analitzi les propietats dels apartats b) i c) quan es considera l'entrada $x(t) = e^{t-6}\, \Pi\left(\dfrac{t-4}{4}\right)$

Problema 2

Un fet curiós que es produeix en alguns pocs senyals és la coincidència de la seva expressió temporal i freqüencial. Així per exemple $e^{-\pi t^2} \leftrightarrow e^{-\pi f^2}$ o bé $\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t-n) \leftrightarrow \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(f-n)$. Aquest és el cas també del senyal de la figura 1 com es comprovarà en aquest problema.

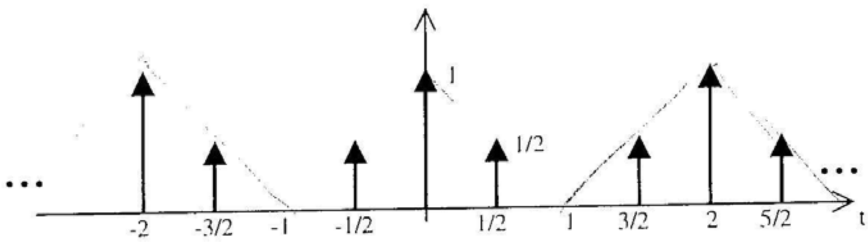
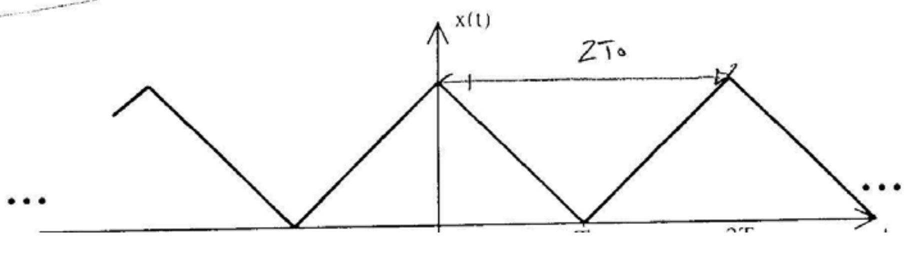


Figura 1

Sigui x(t) el senyal de la figura 2



a) Doni l'expressió analítica del senyal x(t).
b) Calculi i dibuixi X(f).
c) Obtingui l'expressió de x(t) desenvolupada en sèrie de Fourier com a suma de cosinus.

Es fa un mostratge de x(t) amb un tren de deltes $\sum \delta(t - nT_m)$ obtenint-se el senyal $x_m(t)$.

d) Discuteixi l'elecció de T_m.

Consideri a partir d'aquí que $T_m=T_o/2$.

e) Obtingui $X_m(f)$ i dibuixi'l de forma aproximada.
f) Discuteixi la periodicitat del senyal $x_m(t)$ i de $X_m(f)$. En cas de que sigui o siguin periòdics obtingui el seu DSF.
g) A partir dels resultats obtinguts comprovi el que es deia a l'inici del problema. És a dir, comprovi la coincidència de l'expressió temporal i freqüencial del senyal de la figura 1.

Problema 3

Se desea diseñar un filtro paso bajo para la eliminación de ruido de alta frecuencia en una aplicación de audio. Suponga que la señal de audio tiene un ancho de banda de 20KHz, X(f)=0, |f|>20KHz y el ruido de alta frecuencia que se desea eliminar empieza en 15 KHz.
Dado el solape entre la señal útil y el ruido no deseado, no es posible eliminar el ruido sin afectar la señal. Considere estas dos alternativas:

Alternativa 1. Mantener la señal hasta 20 KHz con una atenuación máxima de α_p=3dB
Alternativa 2. Cancelar el ruido con una atenuación mínima α_a=20 dB a partir de 15 KHz.

a) Según la alternativa 1, calcule la selectividad del filtro si la banda de transición es de 5KHz. Dibuje la plantilla de especificaciones. Suponga α_a=20 dB

b) Según la alternativa 2, manteniendo los mismos valores de atenuación α_p=3dB y α_a=20 dB, calcule f_p para que el orden del filtro resultante sea el mismo que en el caso anterior.

c) Dibuje la curva de atenuación del filtro que se ajusta a la plantilla del apartado a) si le corresponde un diseño:
c.1) Butterworth de orden 11
c.2) Chebychev de orden 5
c.3) Inverso de Chebychev de orden 5

Suponga que, una vez diseñado y construido el filtro, quiere medir el módulo de su respuesta frecuencial.

d) Compruebe que las tres medidas que se expresan a continuación son válidas para medir |H(f)| en el esquema de la figura 3. Nota: $G_{xx}(f)$, $G_{yx}(f)$ y $G_{yy}(f)$ son densidades espectrales de energia.

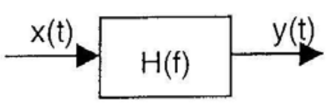


Figura 3

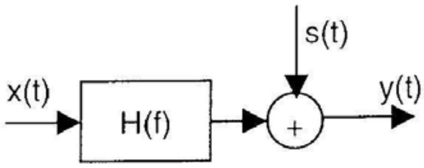


Figura 4

d.1) $\left|H_1(f)\right| = \left|\dfrac{Y(f)}{X(f)}\right|$ d.2) $\left|H_2(f)\right| = \left[\dfrac{G_{yy}(f)}{G_{xx}(f)}\right]^{1/2}$ d.3) $\left|H_3(f)\right| = \left|\dfrac{G_{yx}(f)}{G_{xx}(f)}\right|$

¿Qué condiciones impondría sobre x(t) en cada caso?

e) Si la medida se realiza como se muestra en la figura 4 con una interferencia, esto es, y(t) es la señal de salida del filtro contaminada con una interferencia incorrelada con x(t), ¿Qué medida utilizaría?. Justifique la respuesta