Universitat Politècnica	de	Catalunya
Facultat d'Informàtica	de	Barcelona

							С	30	gno	on	$\mathbf{n}\mathbf{s}$, P	Vo:	m																
																													\Box	

Titulació: EI/ETIG Curs: Q1 2007-2008 (Parcial)
Assignatura: Anàlisi i Disseny d'Algorismes Data: 21 de novembre de 2007

Duració: 2 hores

1. (1.5 punts) Tenim una taula t amb n elements i desitgem saber si k_n altres elements són dins de la taula t o no. Hi ha, com a mínim, dues maneres possibles de procedir:

Opció 1: Per a cadascun dels k_n elements, fem una cerca lineal a la taula t.

Opció 2: Ordenem primer la taula t amb un algorisme $\Theta(n \log n)$ i, després, per a cadascun dels k_n elements, fem una cerca dicotòmica a la taula t.

Digueu quin ha de ser el valor mínim de k_n (utilitzant notació asimptòtica) perquè la segona opció sigui més ràpida o igual que la primera.

Cognoms, Nom	D.N.I.

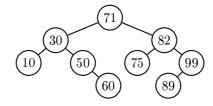
(Continueu responent aquí a la Pregunta 1.)

2. (3 punts) Implementeu una funció

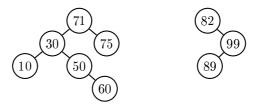
```
void separa (abc& a, Elem x, abc& le, abc& gt)
```

que donat una arbre binari de cerca a, retorni dos arbres binaris de cerca le i gt on le conté tots els elements de a que són més petits o iguals que x i gt conté tots els elements de a que són més grans que x. L'arbre original a ha de quedar destruït.

Per exemple, donat l'arbre binari de cerca següent



i l'element x = 75, els arbres le i gt són els següents:



Treballeu amb la següent definició dels arbres binaris de cerca:

Cognoms, Nom	D.N.I.

(Continueu responent aquí a la Pregunta 2.)

						С	gno		, P	Vо	m							D.N.I.									
																						Ī					1

3. (3 punts) Dissenyeu un algorisme de cost $O(n \log n)$ que donada una taula amb n elements compti el nombre d'índexos $i, 1 \leq i \leq n$, tals que la taula conté exactament i elements més petits que t[i]. Dit d'altra manera l'algorisme ha de comptar el nombre d'elements del conjunt

$$\{\ i \ : \ 1 \leq i \leq n \land |\{j \ : \ t[j] < t[i]\}| \ = \ i \ \}$$

Tingueu en compte que la taula t pot contenir valors repetits.

Cognoms, Nom	D.N.I.

(Continueu responent aquí a la Pregunta 3.)

Cognoms, Nom	D.N.I.

4. (2.5 punts) Demostreu que tot graf no buit, no dirigit i connex té, com a mínim, un vèrtex u tal que si eliminem el vèrtex u i totes les seves arestes incidents, el graf resultant continua sent connex. Recordeu que un graf buit és, per definició, connex.

Dissenyeu i analitzeu el cost d'un algorisme que trobi un vèrtex d'aquestes característiques. Justifiqueu la correctesa de la vostra solució.

Cognoms, Nom	D.N.I.

(Continueu responent aquí a la Pregunta 4.)