ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

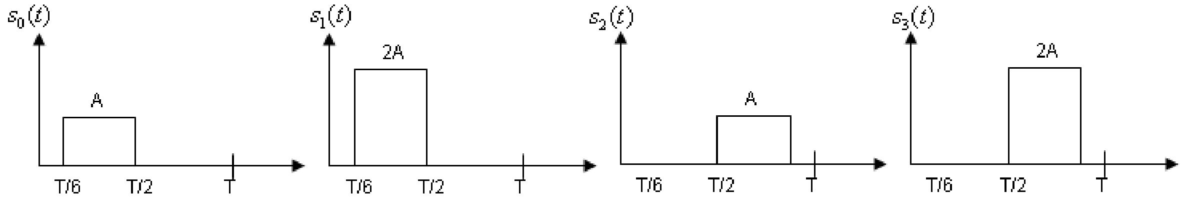
Asignatura: COMUNICACIONES II — Fecha: 19 de Noviembre de 2008

Grupo: 30 — **Tiempo: 2h**

Nota1: explique y justifique todos los cálculos y planteamientos.

Nota2: exprese las probabilidades de error en función de la Eb/No (relación energía de bit transmitida a densidad de ruido).

1) Considere las siguientes formas de onda consistentes en pulsos de duración T/3:



Con estas formas de onda se realiza una modulación de pulsos cuyo intervalo de símbolo es T: $y(t)=\sum_k s_{m[k]}(t-kT)$ donde los símbolos son equiprobables e independientes en distintos instantes.

1a) **(1 punto)** Obtenga una base ortonormal y las componentes de cada símbolo ($\underline{\mathbf{s}}_m$) en dicha base. Halle la media estadística de la modulación $\mu_y(t)=E\left[y(t)\right]$. Dibújela en detalle en el intervalo $0\le t\le 3T$.

Halle y dibuje en detalle la parte impulsiva del espectro:

Nota: $\left|\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{T/6}^{5T/6} e^{-j\frac{2\pi kt}{T}}dt\right| = \begin{cases} \dfrac{2}{3} & \text{para } k=0 \\ \left|\dfrac{1}{\pi k}\sin\left(\dfrac{2\pi k}{3}\right)\right| & \text{para } k\neq 0 \end{cases}$

1b) **(1 punto)** Halle la matriz de covarianza de los símbolos, definida como,

$\underline{\underline{\mathbf{C}}}_{\mathbf{s}} = E\left(\underline{\mathbf{s}}_{m[k]} - E\underline{\mathbf{s}}_{m[k]}\right)\left(\underline{\mathbf{s}}_{m[k]} - E\underline{\mathbf{s}}_{m[k]}\right)^T$.

Compruebe que ésta es de la forma, $\underline{\underline{\mathbf{C}}}_{\mathbf{s}} = K\begin{pmatrix} 1 & -\alpha \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix}$, donde $0.7<\alpha<0.9$, y $K>0$.

Halle las funciones de autocorrelación y correlación cruzada de las funciones base, y su transformada de Fourier. Halle y dibuje en detalle la componente continua del espectro de $y(t)$.

En particular, demuestre que ésta viene dada por $S_y(f)_{cont} = C\,\text{sinc}^2\left(\dfrac{fT}{3}\right)V(f)$ con $C>0$.

hallando la función par $V(f)$ de conformación espectral.

2) Considere una modulación binaria con un canal equivalente discreto de la forma:

$u[k]=[0.25\,,1\,,0.25]$ con k=0,1,2.

y un ecualizador $v[k]$ de 2 coeficientes (k=0,1) tal que el canal global resultante a la salida del mismo es:

$c[k]=u[k]*v[k]$ (donde $*$ denota la convolución).

2a) **(1 punto)** Llamando $\underline{\mathbf{v}}$ al vector columna con los coeficientes del ecualizador $v[k]$, y $\underline{\mathbf{c}}$ al vector columna con todos los coeficientes del canal global resultante $c[k]$, especifique los elementos de la matriz $\underline{\underline{\mathbf{B}}}$ en la siguiente expresión:

$\underline{\mathbf{c}} = \underline{\underline{\mathbf{B}}}\underline{\mathbf{v}}$

2b) **(1 punto)** Halle $v[k]$ y el retardo *d* óptimo tal que se minimice la distancia euclidea entre el canal global y el ideal, es decir, $\sum_{k=0}^{3}\left(c[k]-\delta[k-d]\right)^2$ (siendo $\delta[0]=1$ y $\delta[k]=0$ para $k\neq 0$).

Nota:

$$\underline{\underline{\mathbf{V}}} = \left(\underline{\underline{\mathbf{B}}}^T\underline{\underline{\mathbf{B}}}\right)^{-1}\underline{\underline{\mathbf{B}}}^T = \begin{pmatrix} 0.28 & 0.98 & -0.22 & -0.12 \\ -0.12 & -0.22 & 0.98 & 0.28 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{V}}}^T\underline{\underline{\mathbf{V}}} = \begin{pmatrix} 0.09 & 0.3 & -0.2 & -0.07 \\ 0.3 & 1.02 & -0.4 & -0.2 \\ -0.2 & -0.4 & 1.02 & 0.3 \\ -0.07 & -0.2 & 0.3 & 0.09 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{\mathbf{B}}}\underline{\underline{\mathbf{V}}} = \begin{pmatrix} 0.07 & 0.25 & -0.05 & -0.03 \\ 0.25 & 0.93 & 0.03 & -0.05 \\ -0.05 & 0.03 & 0.93 & 0.25 \\ -0.03 & -0.05 & 0.25 & 0.07 \end{pmatrix}$$

2c) **(1 punto)** Interprete el significado de los elementos de la diagonal de $\underline{\underline{\mathbf{V}}}^T\underline{\underline{\mathbf{V}}}$ y evalúe el ruido a la salida del ecualizador. Evalúe la ISI de pico resultante y halle de la BER usando el ecualizador en el caso de una modulación binaria polar de símbolos $\pm A$.

2d) **(1 punto)** En el caso de que el retardo *d* no estuviera bien escogido, compruebe cómo la presencia del ecualizador podría llegar a empeorar la BER en este ejemplo (con respecto a la BER sin usar ningún ecualizador).

3) Considere una modulación OFDM de tres portadoras de estructura binaria polar, sin prefijo cíclico. La presencia de un canal dispersivo hace que se produzca una interferencia entre portadoras que puede modelarse con el siguiente canal equivalente a la salida de la FFT del receptor:

$$\underline{\mathbf{r}}(k) = \underline{\underline{\mathbf{U}}}\underline{\mathbf{s}}(k) + \underline{\mathbf{n}}(k)$$

donde $\underline{\mathbf{s}}(k) = \begin{pmatrix} s_0(k) \\ s_1(k) \\ s_2(k) \end{pmatrix}$ y $\underline{\mathbf{n}}(k) = \begin{pmatrix} n_0(k) \\ n_1(k) \\ n_2(k) \end{pmatrix}$

siendo $\underline{\mathbf{s}}(k)$ los vectores símbolo transmitidos y $s_i(k)$ los símbolos binarios en cada portadora de amplitudes $\pm A$. Por otra parte, $n_i(k)$ es el ruido incorrelado de variancia $\sigma^2 = N_o/2$ introducido por el canal. El canal es tal que produce sólo interferencia entre portadoras adyacentes. En particular, la matriz de canal es de la forma:

$$\underline{\underline{\mathbf{U}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0.25 & 0 \\ 0.25 & 1 & 0.25 \\ 0 & 0.25 & 1 \end{pmatrix}$$

3a) **(1 punto)** Halle una cota de la BER de la portadora más afectada. Halle una cota de la BER global de la modulación.

3b) **(1 punto)** Diseñe un ecualizador matricial que cancele la ICI. Interprete el significado de los elementos de la diagonal de la siguiente matriz:

$$\underline{\underline{\mathbf{U}}}^{-2} = \begin{pmatrix} 1.23 & -0.65 & 0.23 \\ -0.65 & 1.47 & -0.65 \\ 0.23 & -0.65 & 1.23 \end{pmatrix}$$

y con ello halle una cota de la BER de la portadora más afectada.
Halle una cota de la BER global de la modulación.

3c) **(1 punto)** Considere finalmente que no utiliza ningún ecualizador de ICI. En lugar de esto, se opta por reducir el flujo de bits por un factor de 3, transmitiendo los mismos bits en cada portadora, es decir, el símbolo adopta la forma:

$$\underline{\mathbf{s}}(k) = s(k)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

siendo $\pm A$ los símbolos binarios de $s(k)$. Aplicando el criterio de mínima distancia, halle el receptor ML en presencia de canal ideal, $\underline{\underline{\mathbf{U}}} = \underline{\underline{\mathbf{I}}}$, y demuestre que la regla de decisión es de la forma:

$\alpha r_0(k) + \beta r_1(k) + \gamma r_2(k) > 0$, con α, β, γ, constantes, y $r_i(k)$ las componentes del vector recibido $\underline{\mathbf{r}}(k)$.

3d) **(1 punto)** Evalúe la BER del receptor anterior en presencia del canal no ideal $\underline{\underline{\mathbf{U}}}$, y compruebe que la presencia del canal actúa de forma favorable en este caso, gracias a la ganancia por diversidad que ofrece esta técnica.

3e) **(1 punto)** (OPCIONAL) ¿Cuáles serían α, β, γ óptimos si tuviera conocimiento del canal? ¿Mejoraría la BER?