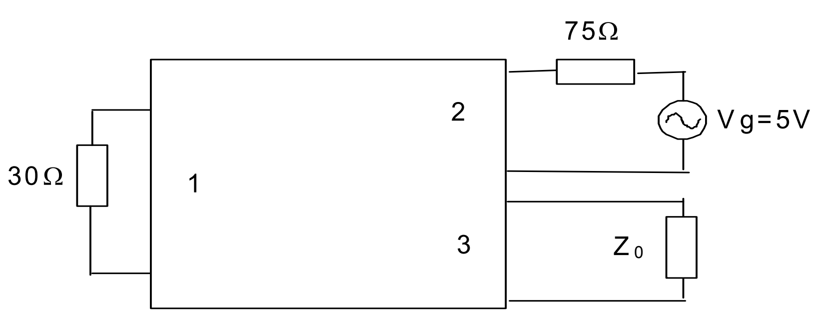
RESOLUCIÓ EXAMEN DE MICROONES PRIMAVERA 2009

PROBLEMA 1

El següent divisor de Wilkinson es connecta tal com indica la figura:



$$[S]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -j\sqrt{2} & -j\sqrt{2} \\ -j\sqrt{2} & 0 & 0 \\ -j\sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Els paràmetres [S] estan referits a Z_0=50Ω

a) Calculeu la potència disponible del generador
b) Calculeu el coeficient de reflexió a l'entrada de l'accés 2
c) Calculeu la potència que entra al circuit per l'accés 2
d) Potència dissipada a la càrrega de l'accés 1, a la càrrega de l'accés 3 y al divisor.

RESOLUCIÓ PROBLEMA 1

a) Calculeu la potència disponible del generador

$$P_{disp} = \frac{|V_g|^2}{8R_g} = 41{,}46mW$$

$$P_{disp}(dBm) = 16{,}2dBm$$

b) Calculeu el coeficient de reflexió a l'entrada de l'accés 2

$$\Gamma_{in}^{(2)} = \frac{b_2}{a_2}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = -j\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

on: $a_1 = \Gamma_1 b_1$, $\Gamma_1 = \frac{30-50}{30+50} = -\frac{1}{4}$

Per tant, les tres ones que surten seran igual a:

$$b_1 = -j\frac{\sqrt{2}}{2}a_2$$

$$b_2 = b_3 = -j\frac{\sqrt{2}}{2}a_1 = -j\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{1}{4}\right)\left(-j\frac{\sqrt{2}}{2}a_2\right) = \frac{1}{8}a_2$$

Llavors,

$$\Gamma_{in}^{(2)} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{1}{8}$$

c) Calculeu la potència que entra al circuit per l'accés 2

$$P_2 = \frac{1}{2}[|a_2|^2 - |b_2|^2] = \frac{1}{2}|a_2|^2[1 - |\Gamma_{in}|^2]$$

$$a_2 = \frac{b_s}{1 - \Gamma_g \Gamma_{in}}$$

$$b_s = \frac{V_g \sqrt{Z_0}}{Z_g + Z_0} = \frac{\sqrt{50}}{25}$$

$$\Gamma_g = \frac{75 - 50}{75 + 50} = \frac{1}{5}$$

Llavors, substituint:

$$a_2 = \frac{\frac{\sqrt{50}}{25}}{1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{8}} = \frac{8\sqrt{2}}{39}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \left| \frac{8\sqrt{2}}{39} \right|^2 \left[1 - \left| \frac{1}{8} \right|^2 \right] = 41{,}42mW$$

$$P_2(dBm) = 16{,}17dBm$$

d) Potència dissipada a la càrrega de l'accés 1, a la càrrega de l'accés 3 y al divisor.

$$P_1 = \frac{1}{2}[|b_1|^2 - |a_1|^2] = \frac{1}{2}|b_1|^2[1 - |\Gamma_1|^2] = \frac{1}{2}\left| -j\frac{\sqrt{2}}{2} a_2 \right|^2 \left[1 - \left| \frac{1}{4} \right|^2 \right] = 19{,}72mW$$

$$P_3 = \frac{1}{2}[|b_3|^2 - |a_3|^2] = \frac{1}{2}\frac{1}{64}|a_2|^2 = 0{,}65mW$$

I la potència dissipada és la diferència entre la que entra per la porta 2 i la que surt per aquestes dues portes:

$$P_{disip} = 41{,}42mW - 19{,}72mW - 0{,}65mW = 21{,}05mW$$

PROBLEMA 2

Considereu el biport de la figura 1.

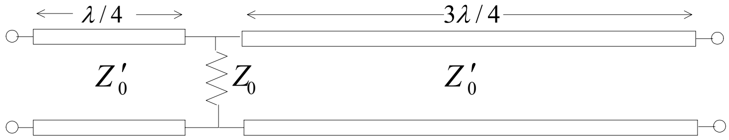


Fig. 1

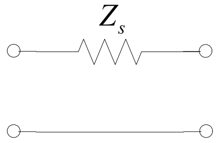


Fig. 2

a) Calculeu la seva matriu de paràmetres S referida a Z_0'.

b) En el biport de la figura 2, quant ha de valer Z_s en funció de Z_0 i de Z_0' perquè el biport sigui equivalent al de la figura 1?

c) Quant ha de valer Z_0' en funció de Z_0 perquè $Z_s = 2Z_o$? En aquest cas escriviu la matriu de paràmetres S del circuit de la fig. 1 referida a Z_0.

d) Si al port 1 del circuit de 3 ports de la figura 3 s'hi connecta un generador d'impedància interna Z_0 i $10\ dBm$ de potència disponible, al port 2 una càrrega d'impedància Z_0 i al port 3 una càrrega que presenta un coeficient de reflexió $\Gamma_{L3} = 0.5 + j0.5$ referit a Z_0, calculeu les potències lliurades pel generador a les càrregues dels ports 2 i 3.

Suggeriment: tingueu en compte l'equivalència entre els circuits de les figures 1 i 2.

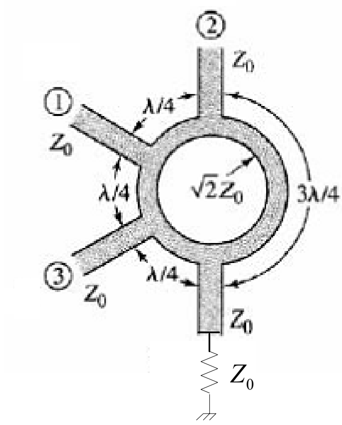
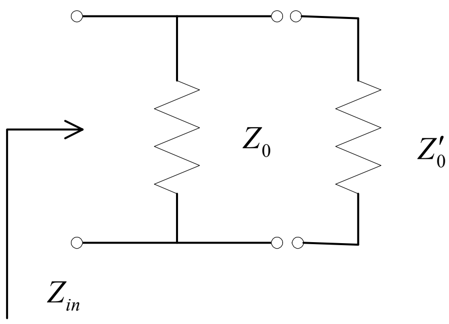


Fig. 3

RESOLUCIÓ PROBLEMA 2

a) Calculeu la seva matriu de paràmetres S referida a Z_0'.

Primer calculem $[S]$ del biport constituït per la resistència Z_0 en paral·lel referida a Z_0'. Per això carreguem l'accés 2 del biport amb Z_0':



$$Z_{in} = \frac{Z_0 Z_0'}{Z_0 + Z_0'} \Rightarrow \underline{\underline{s_{11}}} = \frac{Z_{in} - Z_0'}{Z_{in} + Z_0'} = -\frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'} = \underline{\underline{s_{22}}}$$

$$s_{21} = s_{12} = (1 + s_{11})\frac{V_2}{V_1} = \{V_2 = V_1\} = 1 - \frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'} = \underline{\underline{\frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_0'}}}$$

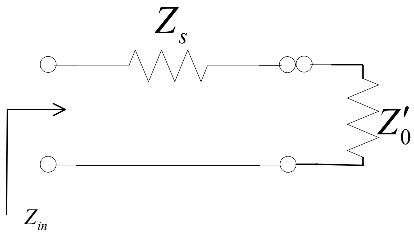
Per passar a la matriu del circuit que demana l'enunciat tenim en compte que al port 1 tenim una línia de longitud elèctrica $\theta_1 = \beta\frac{\lambda}{4} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = \beta\frac{3\lambda}{4} = \frac{3\pi}{2}$, de manera que

$$[S] = \begin{bmatrix} -\frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'}e^{-2j\theta_1} & \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_0'}e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_0'}e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & -\frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'}e^{-2j\theta_2} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} e^{-j2\theta_1} = e^{-j\pi} = -1 \\ e^{-j(\theta_1+\theta_2)} = e^{-j2\pi} = 1 \\ e^{-j2\theta_2} = e^{-j3\pi} = -1 \end{array} \right\} =$$

$$= \boxed{\boxed{\begin{bmatrix} \frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'} & \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_0'} \\ \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_0'} & \frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'} \end{bmatrix}}}$$

b) En el biport de la figura 2, quant ha de valer Z_s en funció de Z_0 i de Z_0' perquè el biport sigui equivalent al de la figura 1?

Busquem els paràmetres S referits a Z_0' del biport de la figura 2, tot carregant l'accés 2 amb



$$Z_0':\ Z_{in} = Z_s + Z_0' \Rightarrow s_{11} = \frac{Z_{in} - Z_0'}{Z_{in} + Z_0'} = \frac{Z_s}{Z_s + 2Z_0'}$$

Igualem aquest paràmetre al s_{11} calculat a l'apartat anterior:

$$\frac{Z_s}{Z_s + 2Z_0'} = \frac{Z_0'}{2Z_0 + Z_0'}$$ i aïllant Z_s trobem $\boxed{Z_s = \frac{Z_0'^2}{Z_0}}$.

Podem comprovar que aquesta condició no tan sols garanteix que s_{11} és igual per a tots dos circuits, sinó que també fa que s_{21} prengui el mateix valor. Així doncs tots dos circuits són equivalents.

c) Quant ha de valer Z_0' en funció de Z_0 perquè $Z_s = 2Z_o$? En aquest cas escriviu la matriu de paràmetres S del circuit de la figura 1 referida a Z_0.

Volem $Z_s = \frac{Z_0'^2}{Z_0} = 2Z_0$, d'on clarament $\boxed{Z_0' = \sqrt{2}\,Z_0}$. Com que els circuits de les figures 1 i 2 són equivalents sota la condició de l'apartat b), la matriu de paràmetres S del circuit de la figura 1 quan $Z_0' = \sqrt{2}Z_0$ serà la mateixa que la del circuit de la figura 2 quan $Z_s = 2Z_0$.

Calculant-la referida a Z_0 trobem $\boxed{[S] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}$

d) Si al port 1 del circuit de 3 ports de la figura 3 s'hi connecta un generador d'impedància interna Z_0 i $10\ dBm$ de potència disponible, al port 2 una càrrega d'impedància Z_0 i al port 3 una càrrega que presenta un coeficient de reflexió $\Gamma_{L3} = 0.5 + j0.5$ referit a Z_0, calculeu les potències lliurades pel generador a les càrregues dels ports 2 i 3.

Del resultat de la primera part de l'apartat c) està clar que el circuit de tres ports de la figura és equivalent a un divisor de Wilkinson. Així, a la càrrega adaptada del port 2 es dissiparan $\boxed{P_{L2} = 10 - 3 = 7\ dBm = 5\ mW}$.

El mòdul del coeficient de reflexió de la càrrega del port 3 és $|\Gamma_{L3}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Per tant, la potència que s'hi dissiparà és $\boxed{P_{L3} = \frac{1}{2} P_{DISP}\left(1 - |\Gamma_{L3}|^2\right) = 2.5\ mW = 4\ dBm}$.

PROBLEMA 3

Es dissenya un amplificador fent servir un transistor FET en configuració en font comuna a la freqüència de 4 GHz on S12=0.03 $\angle$ 57º i $\angle$S21=76º referit a 50 Ω. Els cercles de guany de desadaptació constant d'entrada i sortida i de factor de soroll constant, considerant el transistor unilateral, són els representats en la carta de Smith adjunta. Considerant la topologia de la figura 1 es dissenya l'amplificador perquè presenti un guany de transferència de potència unilateral de 13.8 dB utilitzant una xarxa adaptadora d'entrada amb Γ_G=0.47$\angle$116º i de sortida Γ_L=0.83$\angle$56.7º.

a) Obtingui els valors de S11, S22, |S21| del transistor i F de l'amplificador (raoni la resposta)

b) Què pot afirmar sobre l'estabilitat del transistor? (justifiqui la resposta)

c) Els valors de L i C

Al transistor se li afegeix una bobina de 5 nH en sèrie a la porta i s'utilitza tal com mostra la figura 2 en configuració de porta comuna. La nova matriu de paràmetres S del conjunt transistor-bobina és:

$$S' = \begin{bmatrix} 2.18\angle -35° & 1.26\angle 18° \\ 2.75\angle 96° & 0.52\angle 155° \end{bmatrix}$$

Considerant la topologia de la figura 2 i la carta de Smith on es representa el cercla d'estabilitat per a | Γin|=1:

d) A la vista del cercle d'estabilitat de la carta de Smith adjunta raoni si | Γin|>1 o |Γin|<1.

$$G_T = \frac{\left(1-|\Gamma_G|^2\right)|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_L|^2\right)}{\left|(1-S_{11}\Gamma_G)(1-S_{22}\Gamma_L)-S_{12}S_{21}\Gamma_G\Gamma_L\right|^2} \qquad K = \frac{1-|S_{11}|^2-|S_{22}|^2+|\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} \qquad \Delta = \det[S]$$

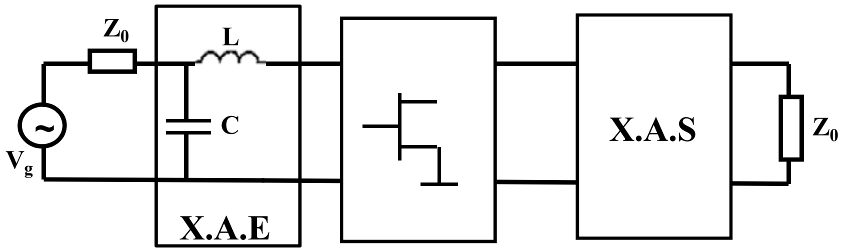


Figura 1.

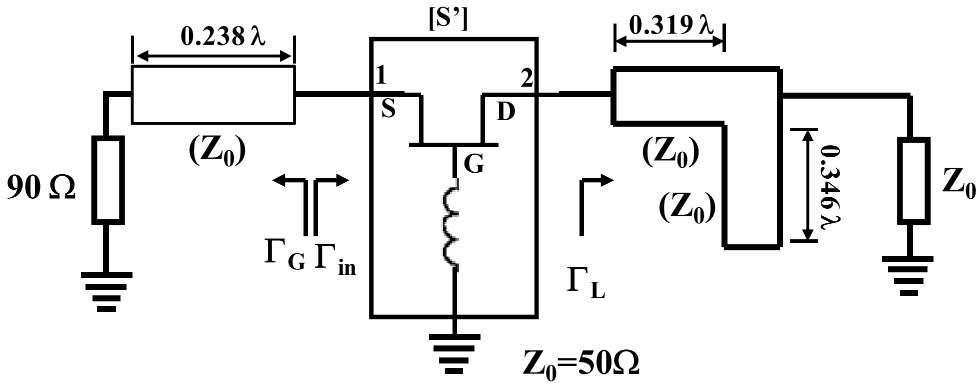
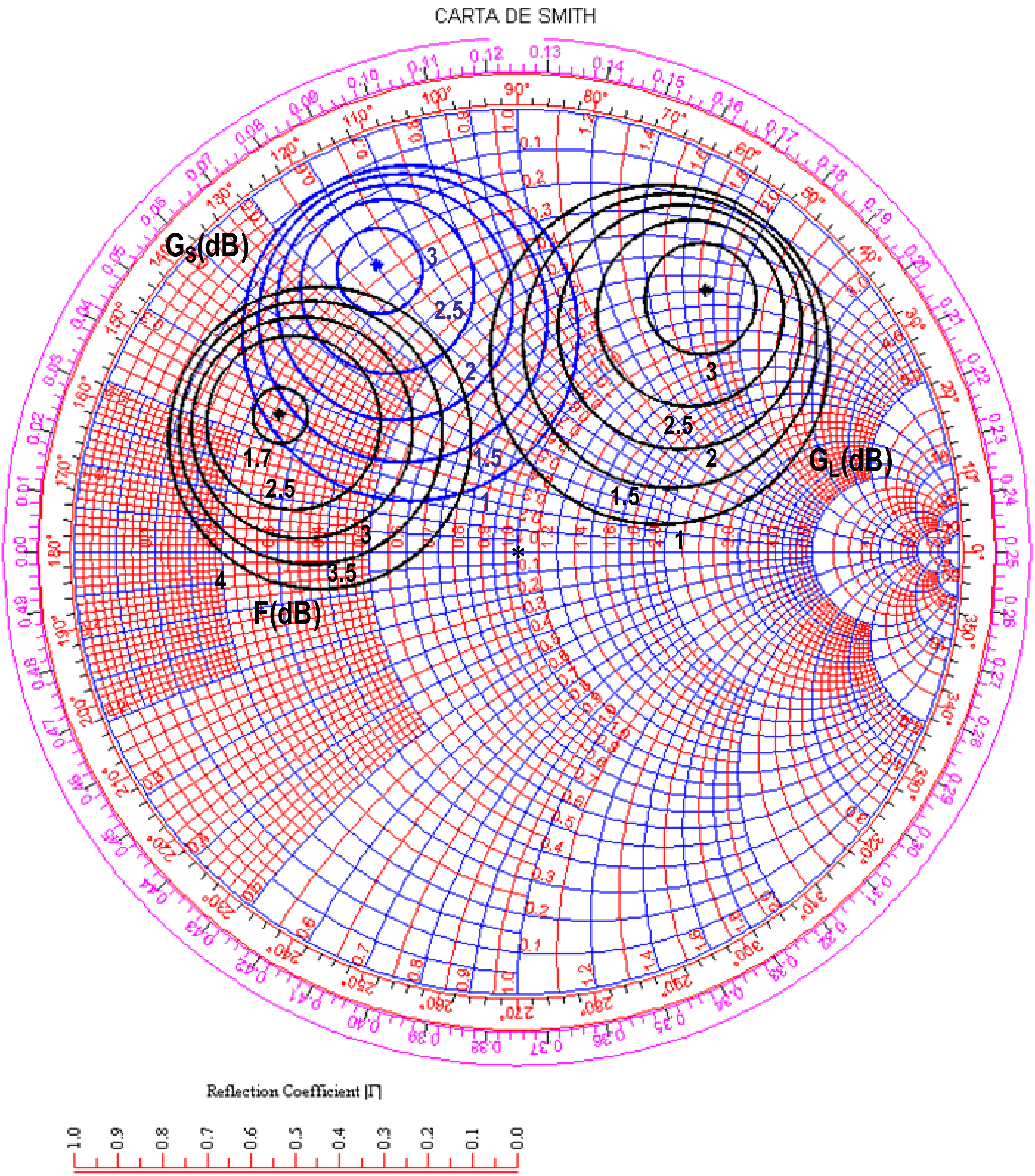
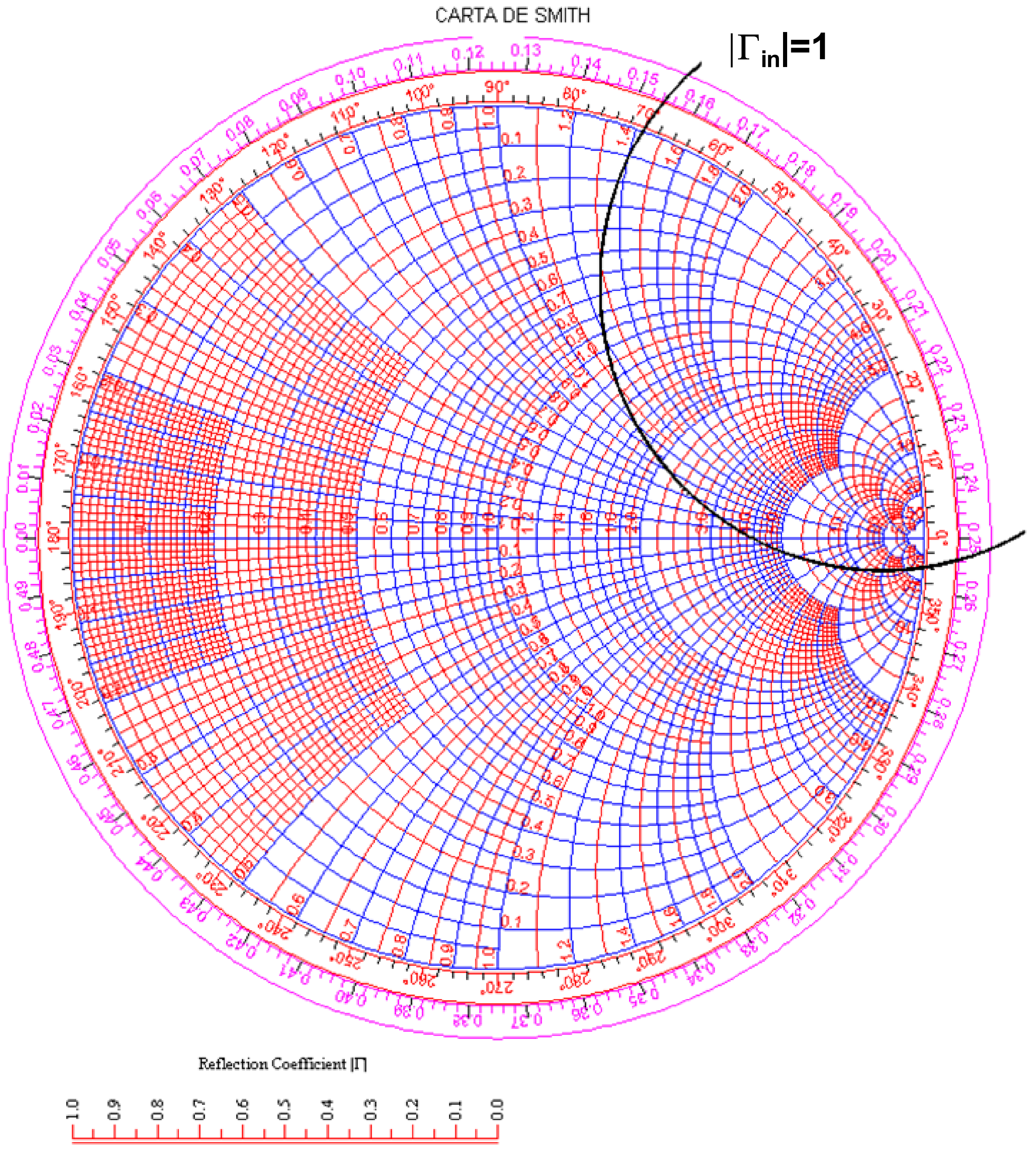


Figura 2.



Circles de guany de desadaptació i de soroll constants per a la configuració de la figura 1



Cercle d'estabilitat per a la configuració de la figura 2.

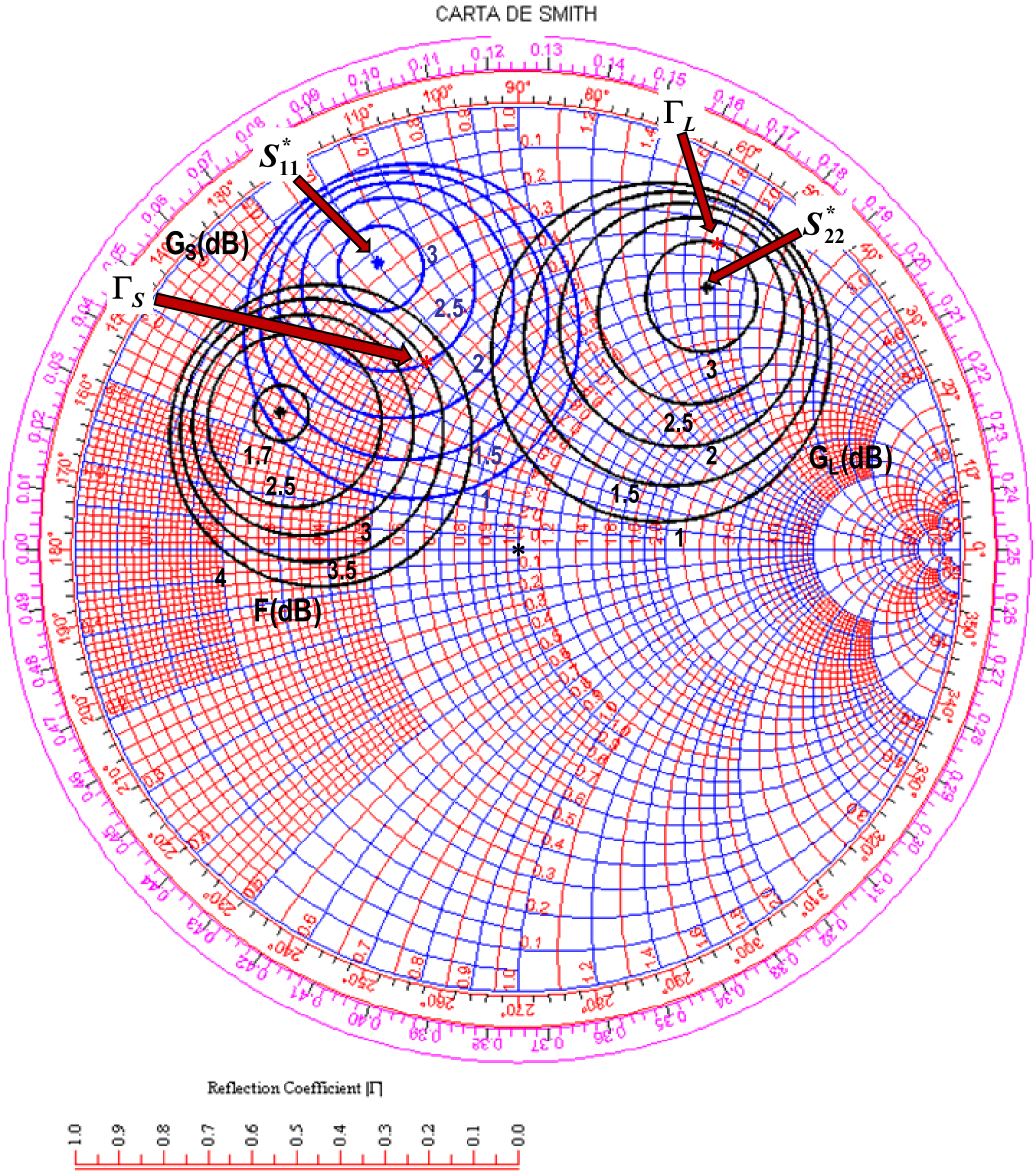
RESOLUCIÓ PROBLEMA 3

a) Obtingui els valors de S11, S22, |S21| del transistor i F de l'amplificador (raoni la resposta)

De la Carta de Smith adjunta obtenim els valors de S11, S22, F, G_S i G_L

$S_{22}=0.73\angle{-54^\circ}$, $S_{11}=0.72\angle{-116^\circ}$, F=3.5 dB, G_S=2.5 dB i G_L=3 dB

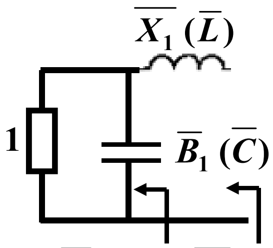
$G_0 = G_{TU}-G_S-G_L=8.3$ dB ➔ $|S_{21}|=2.6$



b) Què pot afirmar sobre l'estabilitat del transistor? (justifiqui la resposta)

$|\Delta|=0.48$ i $k=1.19$ ➔ El transistor és incondicionalment estable

c) Els valors de L i C



$\overline{Y_1} = 1 + j\overline{B_1}$ $\quad \Gamma_S = 0.47\angle 116^\circ \Rightarrow \overline{Z}_S = 0.48 + j0.52$

$$\overline{Z_1} = \frac{1}{1 + j\overline{B_1}} \Longrightarrow \overline{Z_S} = \overline{Z_1} + j\overline{X_1} = \frac{1}{1 + \overline{B_1}^2} + j\left(\overline{X_1} - \frac{\overline{B_1}}{1 + \overline{B_1}^2}\right)$$

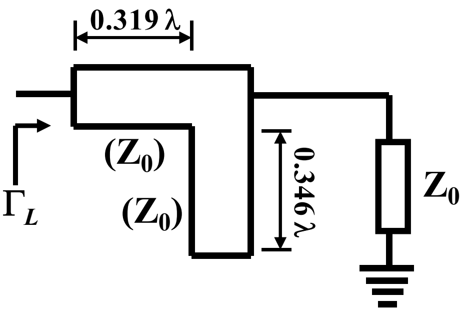
$$\overline{B_1} = 1.04 \Longrightarrow B_1 = 0.021 \Longrightarrow C = \frac{B_1}{2\pi f} = 0.83\, pF$$

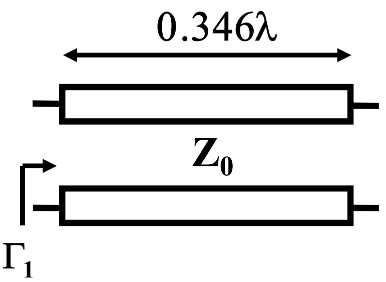
$$\overline{X_1} = 1.02 \Longrightarrow X_1 = 51 \Longrightarrow L = \frac{X_1}{2\pi f} = 2\, nH$$

(Es pot fer amb la Carta de Smith)

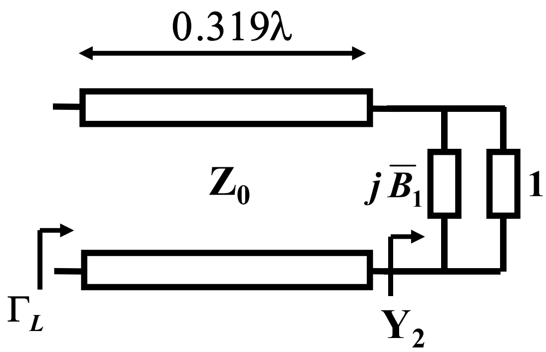
d) A la vista del cercle d'estabilitat de la carta de Smith adjunta raoni si | Γin|>1 o |Γin|<1.

Calculem Γ_L de la xarxa adaptadora de sortida





$$\Gamma_1 = \Gamma_{co} e^{-j4\pi 0.346} = -0.36 + j0.93 \Rightarrow \overline{Y_1} = -j1.45$$



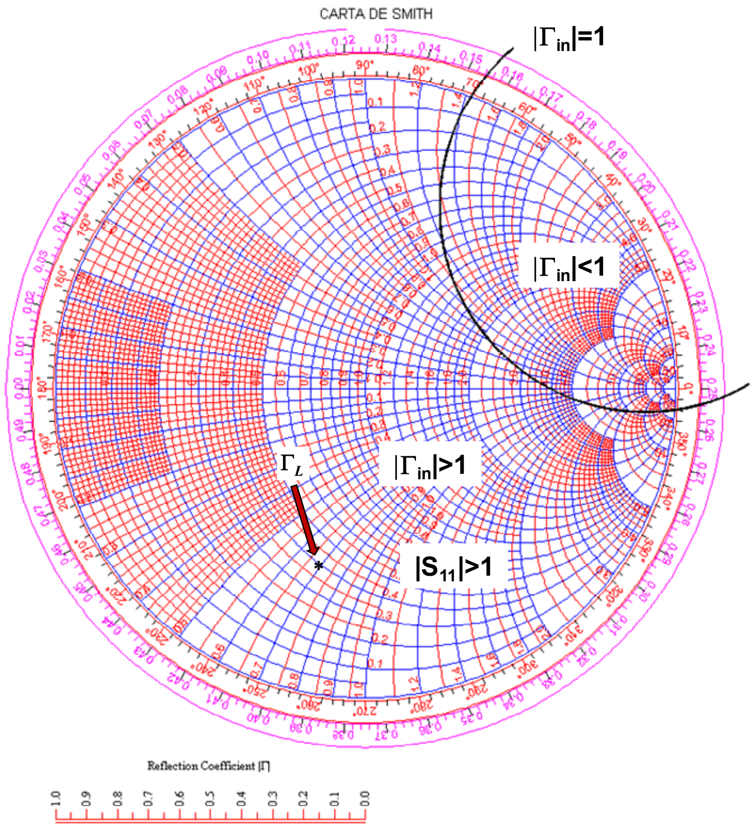
$$\overline{Y_2} = 1 - j1.45 \Rightarrow \Gamma_2 = -0.34 + j0.47 \Rightarrow \Gamma_L = \Gamma_2 e^{-j4\pi 0.319} = 0.59 \angle -104^\circ$$

$$\overline{Z_L} = 0.4 - j0.7$$

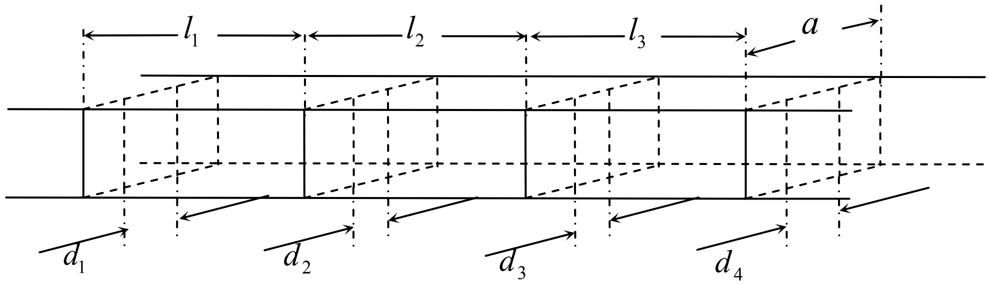
(Es pot fer amb la Carta de Smith)

Situant Γ_L a la Carta de Smith on és el cercle d'estabilitat i com $|S_{11}|$ >1 podem afirmar que:

$|\Gamma_{in}| > 1$


CARTA DE SMITH
$|\Gamma_{in}|=1$
$|\Gamma_{in}|<1$
$|\Gamma_{in}|>1$
Γ_L
$|S_{11}|>1$
Reflection Coefficient |Γ|

PROBLEMA 4



La figura representa un filtre passa-banda realitzat en guia d'ona WR90 per a una freqüència central de $11{,}2\ GHz$. Les dimensions són les següents: $a = 22{,}86\ mm$, $d_1 = d_4 = 9{,}67\ mm$, $d_2 = d_3 = 6{,}63\ mm$.

a) A partir de les dimensions anteriors, determineu les reactàncies normalitzades dels diafragmes. a la freqüència central del filtre

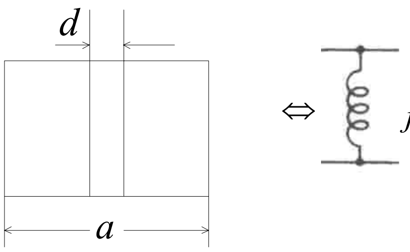
b) Determineu les longituds l_1, l_2 i l_3.

c) Determineu les constants d'inversió.

d) Sabent que el filtre té una resposta Chebyscheff amb un arrissat de $0{,}5\,dB$, trobeu les freqüències límit de la banda de pas tenint en compte que per a filtres en guia l'ample de banda relatiu ve donat per $w = \dfrac{\lambda_{g1} - \lambda_{g2}}{\lambda_{g0}}$, amb $\lambda_{g0}, \lambda_{g1}$ i λ_{g2} les longituds d'ona en la guia a les freqüències central, límit inferior de la banda de pas i límit superior de la banda de pas respectivament. i $\lambda_{g0} = \sqrt{\lambda_{g1}\lambda_{g2}}$

Notes:

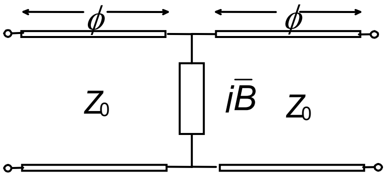
Circuit equivalent d'un diafragma en guia:



amb $\overline{X} \approx \dfrac{a}{\lambda_g} \mathrm{tg}^2\left(\dfrac{\pi d}{2a}\right)$

Longitud d'ona en una guia rectangular: $\lambda_g = \dfrac{c}{\sqrt{f^2 - \left(\dfrac{c}{2a}\right)^2}}$.

Inversor d'impedància



$$\phi = \beta\ell = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{2}{\overline{B}} \qquad |\,\overline{B}\,| = \frac{1-\overline{K}^{\,2}}{\overline{K}}$$

Elements del prototip passa-baix per a filtres de Chebyscheff amb arrissat de $0{,}5\ dB$ dins de la banda pas:

ELEMENT VALUES FOR TCHEBYSCHEFF FILTERS HAVING $g_0 = 1,\ \omega_1' = 1$

Cases of n = 1 to 10

VALUE OF n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
0.5 db ripple											
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

Relacions entre constants d'inversió i elements del prototip passa-baix:

$\bar{K}_{01} = \sqrt{\dfrac{\pi w}{2\omega_1' g_1}}$, $\bar{K}_{i\,i+1} = \dfrac{\pi w}{2\,\omega_1' \sqrt{g_i g_{i+1}}}$, $\bar{K}_{n\,n+1} = \sqrt{\dfrac{\pi w}{2\,\omega_1'\, g_n\, g_{n+1}}}$, amb n l'ordre del filtre

RESOLUCIÓN PROBLEMA 4

a) A partir de les dimensions anteriors, determineu les reactàncies normalitzades dels diafragmes. a la freqüència central del filtre

A la freqüència central del filtre: $\lambda_{g0} = \dfrac{c}{\sqrt{f_0^2 - \left(\dfrac{c}{2a}\right)^2}} = 33{,}04mm$

Per tant:

$$\overline{X}_{01} = \overline{X}_{34} \approx \frac{22{,}86}{33{,}05}\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{9{,}67}{22{,}86}\right) = 0{,}424$$

$$\overline{X}_{12} = \overline{X}_{23} \approx \frac{22{,}86}{33{,}05}\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{6{,}63}{22{,}86}\right) = 0{,}166$$

b) Determineu les longituds l_1, l_2 i l_3.

$$\beta\ell = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{2}{\overline{B}} \rightarrow \ell = \frac{\lambda_{g0}}{4\pi}\mathrm{arctg}\frac{2}{\overline{B}}$$

$$\ell_{01} = \ell_{34} = -1{,}85mm$$

$$\ell_{12} = \ell_{23} = -0{,}843mm$$

Llavors,

$$\ell_1 = \ell_3 = \frac{\lambda_{g0}}{2} + \ell_{01} + \ell_{12} = 18{,}83mm$$

$$\ell_2 = \frac{\lambda_{g0}}{2} + 2\ell_{12} = 14{,}839mm$$

c) Determineu les constants d'inversió.

$$\left|\overline{B}\right| = \frac{1-\overline{K}^2}{\overline{K}} \Rightarrow \overline{K}^2 + \left|\overline{B}\right|\overline{K} - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\overline{K} = \frac{-\left|\overline{B}\right| \pm \sqrt{\left|\overline{B}\right|^2 + 4}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \overline{K}_{01} = \overline{K}_{34} = 0{,}367 \\ \overline{K}_{12} = \overline{K}_{23} = 0{,}162 \end{cases}$$

d) Sabent que el filtre té una resposta Chebyscheff amb un arrissat de $0{,}5dB$, trobeu les freqüències límit de la banda de pas tenint en compte que per a filtres en guia l'ample de banda relatiu ve donat per $w = \dfrac{\lambda_{g1} - \lambda_{g2}}{\lambda_{g0}}$, amb $\lambda_{g0}, \lambda_{g1}$ i λ_{g2} les longituds d'ona en la guia a les freqüències central, límit inferior de la banda de pas i límit superior de la banda de pas respectivament. i $\lambda_{g0} = \sqrt{\lambda_{g1}\lambda_{g2}}$

El filtre té tres cavitats, per tant és d'ordre 3. De la taula, $g_1=g_3=1{,}5963$, $g_2=1{,}0967$ i $g_4=1$

De $\quad \overline{K}_{01} = \sqrt{\dfrac{\pi w}{2\omega_1' g_1}}$

Aïllem $\quad w = \dfrac{\overline{K}_{01}^2 2 g_1}{\pi} = 0{,}137$

Tenim $w = \dfrac{\lambda_{g1} - \lambda_{g2}}{\lambda_{g0}}$ amb $\lambda_{g0} = \sqrt{\lambda_{g1}\lambda_{g2}}$

Per tant,

$$w = \frac{\lambda_{g1} - \dfrac{\lambda_{g0}^2}{\lambda_{g1}}}{\lambda_{g0}} = \frac{\lambda_{g1}^2 - \lambda_{g0}^2}{\lambda_{g0}\lambda_{g1}} \Rightarrow$$

$$\lambda_{g1} = \frac{\lambda_{g0}w + \sqrt{\lambda_{g0}^2 w^2 + 4\lambda_{g0}^2}}{2} = 35,39mm$$

$$\lambda_{g1}^2 = \frac{c^2}{f_1^2 - \left(\dfrac{c}{2a}\right)^2} \Rightarrow f_1 = c\sqrt{\frac{1}{\lambda_{g1}^2} + \frac{1}{(2a)^2}} = 10,7GHz$$

$$\lambda_{g2} = \frac{\lambda_{g0}^2}{\lambda_{g1}} = 30,86mm$$

$$f_2 = c\sqrt{\frac{1}{\lambda_{g2}^2} + \frac{1}{(2a)^2}} = 11,7GHz$$