

1. Dos jugadors, A i B tenen una moneda cadascun. La moneda del jugador A té probabilitat p_1 de treure cara mentres que per la del jugador B aquesta probabilitat val p_2 . Els jugadors fan un joc consistent en tirar alternativament la seva moneda començant per A . Guanya el primer que treu cara.

Quina relació ha d'haber entre p_1 i p_2 per tal que el joc sigui just?

2. En un concurs s'encen una bombeta en un instant aleatori X exponencial de valor mitjà 1. El concursant fa una aposta prèvia indicant l'instant β que ell creu que s'encendrà la bombeta. Calculeu:

- (a) La probabilitat que l'aposta difereixi de X en menys d'una unitat.
- (b) El millor valor de la constant β (a priori) si el premi és proporcional a $e^{-|X-\beta|}$.

3. X és una variable aleatòria contínua amb $\Omega_X = [0, \infty)$ i $f_X(x) = 1/(x+1)^2, x > 0$. Definim una nova variable $Y = g(X)$ on

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1, \\ x - 1 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

Calculeu i dibuixeu les funcions de distribució de X i de Y .

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES!!

Puntuació: 3, 4, 3