



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria  
de Telecomunicació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

## Radiació i Ones Guiades

7 de gener de 2008

Data notes provisionals: 22 de gener de 2008

Període d'al·legacions: 23 de gener de 2008

Data notes revisades: 24 de gener de 2008

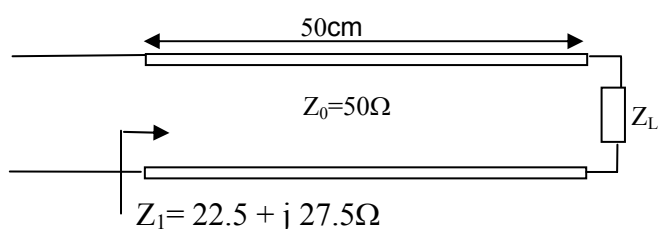
Professors: Ignasi Corbella, Francesc Torres, Mercè Vall-llosera.

Informacions addicionals:

- Durada de la prova: 3 hores
- Comenceu cada exercici en un full apart.

### PROBLEMA 1

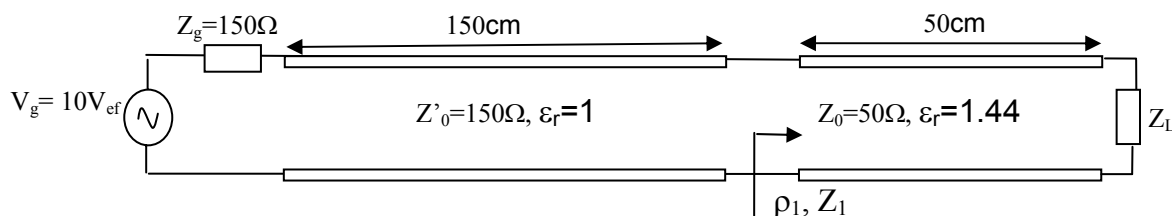
Considere que la línia del circuit de la figura con  $\epsilon_r=1.44$  no tiene pèrduas.



Para la frecuencia de 200MHz obtener:

- El valor de la carga  $Z_L$  y el coeficiente de reflexión en dicha carga.
- La distancia desde la carga ( $Z_L$ ) al primer máximo de tensión y el valor de la impedancia en ese punto.

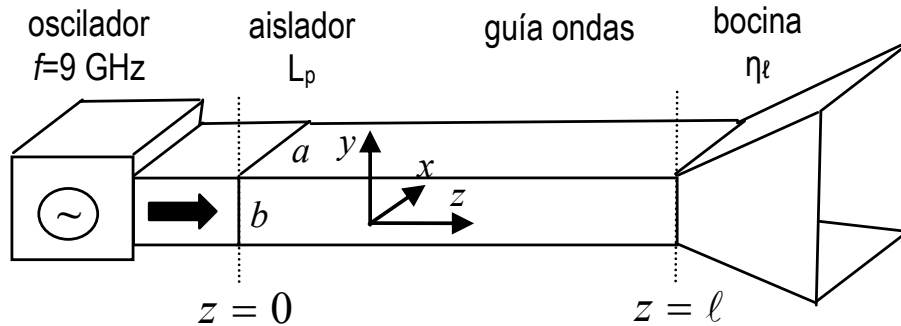
Considere ahora que dicha línea se conecta a un generador de 10 V<sub>ef</sub> a través de una línea adaptada al mismo, tal como se indica en la siguiente figura.



- Obtener el coeficiente de reflexión  $\rho_1$
- Obtener la potencia entregada a la carga, considerando que la línea con impedancia característica  $Z'_0$  y longitud 150 cm tiene unas pèrduas de 0.5 dB/m.
- Al variar la frecuencia del generador, la impedancia  $Z_1$  y el coeficiente de reflexión  $\rho_1$  varían. Si se va aumentando la frecuencia del generador desde  $f=0$  MHz ¿Cuáles son las dos primeras frecuencias en las que la impedancia de  $Z_1$  es real? ¿Cuál es el coeficiente de reflexión  $\rho_1$  en cada una de ellas? ¿Cuál de ellas utilizaría para tener máxima transferencia de potencia? ¿Cuál es la potencia entregada a la carga en dicho caso?

## PROBLEMA 2

Se dispone del siguiente montaje en guía de ondas rectangular de dimensiones  $a=2,28\text{ cm}$  y  $b=1,016\text{ cm}$ , similar al disponible en el laboratorio de RiOG:



- Determinar la frecuencia de corte (**GHz**) y la denominación de los cinco primeros modos que se propagan. Calcular el ancho de banda monomodo (**GHz**). Calcular el factor de dispersión de la guía definido como  $FD = \sqrt{1 - (f_c / f)^2}$ . Si en la guía de ondas se produjese una onda estacionaria, ¿cuál sería la distancia (**cm**) entre dos mínimos consecutivos?
- El campo de ruptura del aire es  $E_r=30.000\text{ V/cm}$ . Calcular la impedancia de onda (**Ohms**). ¿Cuál sería, en condiciones de adaptación, la máxima potencia (**MW**) que se puede transmitir por la guía a la frecuencia  $f=9\text{ GHz}$  si el campo eléctrico no puede superar el campo de ruptura en ningún punto de la guía ni en ningún instante de tiempo?
- En el apartado anterior se quiere introducir un factor de seguridad para prever una posible desadaptación de la bocina con una relación de onda estacionaria de valor  $ROE=1.2$ . ¿Cuál sería, con este factor adicional de seguridad, la máxima potencia que se podría entregar a la bocina?
- Calcular la potencia radiada (**W**) por la bocina piramidal teniendo en cuenta que el generador tiene una potencia disponible  $P=1\text{ W}$ . El aislador está perfectamente adaptado y tiene una pérdida de transmisión  $L_p=0.764\text{ dB}$ . La guía de ondas presenta unas pérdidas de  $5\text{ dB/m}$  y tiene una longitud  $\ell=6\text{ cm}$ . La bocina está perfectamente adaptada y tiene una eficiencia óhmica o de pérdidas  $\eta_\ell=98\%$ .
- Si tomamos la referencia de fase de la guía ( $0\text{ rad}$ ) a la salida del aislador ( $z=0$ ), calcular el fasor campo eléctrico en módulo (**V/cm**) y fase (**rad**) en el centro de la guía ( $x=a/2$ ) para  $z=0$ . Hallar  $E_y(z=5\lambda_g/4)$  en el centro de la guía teniendo en cuenta que la guía de ondas presenta unas pérdidas de  $5\text{ dB/m}$  y puede considerarse de bajas pérdidas.

Expresión de los campos en la guía rectangular ideal y de la potencia transmitida para el modo dominante propagándose en la dirección  $+z$ :

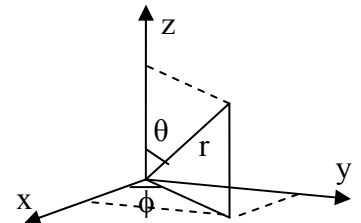
$$\left. \begin{aligned} E_y(x, z) &= E_o \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ H_x(x, z) &= -\frac{E_o}{Z_{TE}} \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ H_z(x, z) &= H_o \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right) e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \quad P^+ = \frac{1}{2} ab \frac{|E_{oef}^+|^2}{Z_{TE}}$$

### PROBLEMA 3

Un sistema de comunicacions a  $f=1.5$  GHz consta d'un transmissor amb potència isotròpica radiada equivalent PIRE=2 dBW i d'un receptor amb un factor de soroll de  $F=2.5$  dB i ample de banda 27 MHz. La temperatura d'antena s'estima en 250K i el nivell de qualitat de l'enllaç es considera satisfactori si la relació senyal soroll és igual o superior a 10 dB.

Per restriccions mecàniques, el receptor utilitza una antena de dimensions molt reduïdes en termes de  $\lambda$  de manera que es pot considerar com una obertura elemental. Se sap que en transmissió les components de camp elèctric radiat per aquest tipus d'antenes responen a les següents expressions:

$$E_{\theta} = jE_0\Delta s \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} (1 + \cos\theta) \cos\phi \quad E_{\phi} = -jE_0\Delta s \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} (1 + \cos\theta) \sin\phi$$



On  $E_0$  és l'amplitud de camp elèctric a l'obertura i  $\Delta s$  la seva superfície.

- Escriu l'expressió del diagrama de radiació  $t(\theta, \phi)$  de l'antena receptora. Quina és la direcció de màxima radiació?. En quines direccions el diagrama presenta nuls de radiació?.
- Dibuixeu un tall del diagrama en el pla  $\phi=\pi/2$  i calculeu l'ample de feix a 3dB en el mateix. Ateses les expressions del camp elèctric radiat donades més amunt, dieu si aquest tall correspon al pla E, al pla H o a cap dels dos.
- Calculeu l'angle sòlid equivalent de l'antena de manera exacta i també aproximada a partir dels resultats de l'apartat anterior. Calculeu la directivitat i l'àrea efectiva de l'antena.
- Considerant que les antenes transmissora i receptora estan perfectament alineades, calculeu quina és la màxima distància a la qual es pot establir una comunicació amb el nivell especificat de qualitat en condicions d'espai lliure.
- En quant es redueix aquesta distància si l'antena es connecta al receptor mitjançant un cable coaxial de 5 m de longitud amb unes pèrdues de 0.3dB/m i a una temperatura física de 15°C?. Considereu també propagació en espai lliure.

Nota: En cas de no haver fet l'apartat c), considereu que la directivitat de l'antena receptora és simplement  $D=1$  en els apartats d) i següents.

Dades:  $k=1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K;  $T_0=290$  K;  $K=^{\circ}\text{C}+273$ .

SOLUCIÓ PROBLEMA 1

- a) El valor de la carga  $Z_L$  y el coeficient de reflexió a la càrrega.  
 $f=200\text{MHz}$

$$\lambda = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r} f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8 \sqrt{1.44}} = 1.25\text{m}$$

$$l = \frac{50\text{cm}}{125\text{cm}} = 0.4\lambda$$

$$\overline{Z}_1 = \frac{22.5 + j27.5}{50} = 0.45 + j0.55\Omega$$

Situem aquest valor a la carta de SMITH i ens movem  $0.4\lambda$  cap a la càrrega a on trobem el valor  $\overline{Z}_L = 1.4 + j1.3$  i, per tant  $Z_L = 70 + j65\Omega$ .

A la carta de Smith també es troba el mòdul del coeficient de reflexió  $0.5$  i la fase  $44^\circ$   
 Així:  $\rho_L = 0.5_{44^\circ} = 0.36 + j0.347$

- b) Primer màxim de tensió:

Ens movem des de la càrrega cap al generador fins a creuar la línia d'impedància real i en el seu valor màxim. La distància recorreguda és de  $0.06\lambda = 0.075\text{m} = 7.5\text{cm}$ .

El valor de la impedància màxima és de  $150\Omega$  (valor normalitzat (a la carta de Smith)=3).

- c) Coeficient de reflexió  $\rho_1$

Ara tenim de normalitzar la impedància d'entrada ( $Z_1$ ) respecte de la impedància característica  $Z_0' = 150\Omega$

$$\text{Així: } \overline{Z}_1 = \frac{22.5 + j27.5}{150} = 0.15 + j0.183$$

També a la Carta de Smith trobem

$$\rho_1 = 0.75_{160^\circ} = -0.7 + j0.25$$

- d) Potència entregada a la càrrega

Com el generador està adaptat a la línia de transmissió, la potència de l'ona progressiva a l'extrem del generador és igual a la potència disponible del generador:

$$P^+(z = -l) = \frac{V_g^2}{4R_g} = 0.1666\text{W}$$

Aquesta potència arriba a la càrrega atenuada i a més degut a que el coeficient de reflexió no és zero no s'entrega tota a la càrrega:

$$P_{entregada} = P^+ e^{-2\alpha l} (1 - |\rho_1|^2) = 0.16667 \cdot 0.84 \cdot (1 - 0.75^2) = 61.3\text{mW}$$

$$= -12.12\text{dBW} = 17.88\text{dBm}$$

$$\text{Pèrdues} = 1.5\text{m} \cdot 0.5\text{dB/m} = 0.75\text{dB} = 0.84$$

- e) La primera freqüència en la qual  $Z_1$  és real és aquella en la que els 50cm es corresponen a  $0.06$  longituds d'ona. Per tant,

$$\lambda_1 = \frac{0.5}{0.06} = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r} f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 0.06}{\sqrt{1.44} \cdot 0.5} = 30\text{MHz}$$

Per aquest cas  $Z_1=150\Omega$  i el coeficient de reflexió és zero.

La segona freqüència en la qual  $Z_1$  és real és aquella en la que el tram de línia de 50cm és igual a  $(0.06\lambda + \lambda/4 = 0.31\lambda)$

$$\lambda_1 = \frac{0.5}{0.31} = \frac{c_o}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{1.44}} \frac{0.31}{0.5} = 155 \text{ MHz}$$

En aquest cas  $Z_1=Z_{\min}=0.34 \cdot 50=17\Omega$  i el coeficient de reflexió:

$$\rho_1 = \frac{Z_1 - Z'_0}{Z_1 + Z'_0} = \frac{17 - 150}{17 + 150} = -0.8$$

Triaríem la primera freqüència doncs tindríem màxima transferència de potència a la càrrega.

$$P_{entregada} = P^+ e^{-2\alpha l} = 0.16667 \cdot 0.84 = 0.139 \text{ W} = -8.53 \text{ dBW} = 21.47 \text{ dBm}$$

## Problema 2

a)  $f_{TE_{10}} = 6'578 \text{ GHz}$   $f_{TE_{01}} = 14'763 \text{ GHz}$  monomodo  
 $f_{TE_{20}} = 13'16 \text{ GHz}$   $f_{TM_{11}-TE_{01}} = 16'16 \text{ GHz}$  BW: 6'578-13'16 GHz

FD = 0.6824  $\lambda_g = 4'88 \text{ cm}$   $\lambda = 3'33 \text{ cm}$   $\Delta \ell_{mn} = 2'44 \text{ cm}$

b)  $P_T = \frac{1}{2} ab \frac{|\vec{E}_0^+|^2}{Z_{TE}} = \frac{1}{4} ab \frac{|\vec{E}_p^+|^2}{Z_{TE}}$   $\vec{E}_r = \vec{E}_p^+ = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$   
 $Z_{TE} = \frac{120\pi}{F.D} = 552.45 \Omega$   
 $P_{T_{max}} = 0.943 \text{ mW}$

c) Si hay onda estacionaria:  $\vec{E}_r < |\vec{E}_{max}| = |\vec{E}_0^+| (1+|e|)$   
 $|\vec{E}_0^+| = \frac{\vec{E}_r}{1+|e|} = 2'75 \cdot 10^6 \text{ V/m}$   $P_{rad} = P_{T_{max}} = P_{max}^+ (1-|e|^2) = 0'786 \text{ mW}$   
 $|e| = \frac{S-1}{S+1} = 0.0904$   
 $P_{T_{max}}^+ = \frac{1}{4} ab \frac{|\vec{E}_0^+|^2}{Z_{TE}} = 0.7927 \text{ mW}$

d) Si  $P_{max} = 1 \text{ W} = 0 \text{ dBW}$   $P_{rad} = P_{max} - L_p - L_g - \eta$   
 $L_p = 0.764 \text{ dB}$   $= -1.162 \text{ dBW}$   
 $L_g = 5 \text{ dB/m} \times 6'1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0.3 \text{ dB}$   
 $\ell = \frac{5}{4} \lambda_g = 6'1 \text{ cm}$   $P_{rad} = 0'76 \text{ W}$   
 $\eta = 98\% = 0.088 \text{ dB}$

e) en  $z=0$   $P^+(0) = P_{max} - L_p = -0'764 \text{ dBW} = 0'838 \text{ W}$

$P^+(0) = \frac{1}{2} ab \frac{|\vec{E}_0^+|^2}{Z_{TE}}$  ;  $|\vec{E}_0^+| = \sqrt{\frac{2P^+(0) Z_{TE}}{ab}} = 20 \text{ V/cm}$

Fase en  $z=0$  0 rad.

en  $z = 5 \frac{\lambda_g}{4}$   $\alpha = 5 \text{ dB/m} \times \frac{1 \text{ Nep}}{8'686 \text{ dB}} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} = 5'75 \cdot 10^{-3} \text{ Nep/cm}$

$\vec{E}_0^+(5 \frac{\lambda_g}{4}) = |\vec{E}_0^+| e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} = \vec{E}_0 e^{-j \frac{5\pi}{2}} 0.9655 = -j 19'31 \text{ V/cm}$

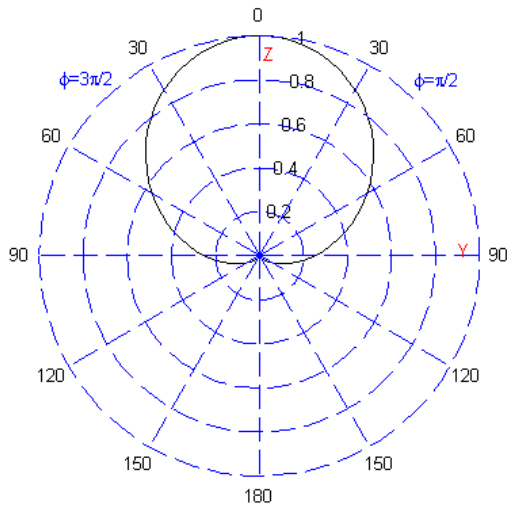
### Resolució problema 3. Exàmen RiOG gener 2008

**a) Diagrama de radiació:**

$$t(\theta, \phi) = \frac{|E(r, \theta, \phi)|^2}{|E|_{\max}^2} \Big|_{r=\text{const.}} = \frac{1}{4}(1 + \cos \theta)^2$$

La direcció de màxima radiació és  $z > 0$  (per a la qual  $\theta = 0$ ). La direcció del nul de radiació és  $z < 0$  (per a la qual  $\theta = \pi$ ).

**b) Tall del diagrama en el pla  $zy$**



Ample de feix a 3dB:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \left( 1 + \cos \frac{\Delta\theta_{3dB}}{2} \right)^2 \Rightarrow \Delta\theta_{3dB} = 131^\circ$$

Per  $\phi = \pi/2$  o  $\phi = 3\pi/2$  el camp elèctric només té component  $\hat{\phi}$  i és, per tant, perpendicular al pla  $zy$ . En conseqüència el camp magnètic està contingut en aquest pla, que és doncs el **pla H**.

**c) Angle sòlid equivalent. Mètode exacte:**

$$\Omega_e = \iint_{4\pi} t(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{4} (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{4} 2\pi \left[ -\frac{(1 + \cos \theta)^3}{3} \right]_0^\pi = \frac{4\pi}{3} \text{ sr}$$

$$\text{Aproximat: } \Omega_e = \Delta\theta_{3dB-E} \Delta\theta_{3dB-H} = (\Delta\theta_{3dB-H})^2 = \left( 131 \frac{\pi}{180} \right)^2 = 5.23 \text{ sr}$$

Directivitat i Àrea efectiva:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_e} = 3; A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = 0.0095 \text{ m}^2 \text{ on } \lambda = 3 \cdot 10^8 / 1.5 \cdot 10^9 = 0.2 \text{ m}$$

**d) Potència de senyal captada per l'antena:**

$$P_c = \frac{\text{PIRE}}{4\pi r^2} A_{\text{eff}} = \frac{0.0012}{r^2} \text{ W on } \text{PIRE} = 10^{2/10} = 1.58 \text{ W} \quad (1)$$

Potència de soroll captada per l'antena i generada pel receptor:

$$N = k(T_a + T_0(F - 1))B = 0.177 \text{ pW on } F = 10^{2.5/10} = 1.78 \text{ i } T_0 = 290 \text{ K}$$

Per tal de tenir  $S/N = 10dB$  cal que  $P_c = 10N = 1.77 \text{ pW}$ . Substituint a (1) i aïllant  $r$ :

$$r = \sqrt{\frac{0.0012}{1.77 \cdot 10^{-12}}} = 26067 \text{ m} \approx \mathbf{26Km}$$

**e)** Si considerem el cable com part del receptor, la nova temperatura de soroll és:

$$T'_R = T_f(L - 1) + \frac{T_0(F - 1)}{1/L} = 437.62 \text{ K on } L = 10^{0.3 \cdot 5/10} = 1.41 \text{ i } T_f = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

La potència total de soroll esdevé doncs

$$N = k(T_a + T'_R)B = 0.256 \text{ pW}$$

i llavors la potència captada ha de ser  $P_c = 10N = 2.56 \text{ pW}$ . El nou valor de  $r$  es troba igual que abans:

$$r = \sqrt{\frac{0.0012}{2.56 \cdot 10^{-12}}} = 21681.2 \text{ m} \approx \mathbf{21.7Km}$$

**La distància s'ha reduït en 4385.8 metres.**

**OPCIÓ:** Aquest apartat també es pot fer considerant el cable com a part de l'antena. En aquest cas, la nova temperatura d'antena és:

$$T'_a = \frac{T_a}{L} + T_f(1 - \frac{1}{L}) = 261.09 \text{ K on } L = 10^{0.3 \cdot 5/10} = 1.41$$

i la potència de soroll total en el pla d'entrada al receptor.

$$N = k(T'_a + T_R)B = 0.181 \text{ pW}$$

En aquest cas cal tenir en compte que la potència de senyal és atenuada pel cable, per tant

$$r = \sqrt{\frac{0.0012/L}{1.81 \cdot 10^{-12}}} = 21681.2 \text{ m} \approx \mathbf{21.7Km}$$

**NOTA:** Si s'ha optat per considerar  $D = 1$ , els resultats de  $r$  són els mateixos però dividits per  $\sqrt{3}$ . Queden  $r = 15 \text{ Km}$  i  $r = 12.5 \text{ Km}$  respectivament.