ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ DE BARCELONA — UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA	**Senyals i Sistemes II** Data d'examen: 28 de Novembre de 2008
DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS	Data notes provisionals: Període d'al.legacions: Data notes revisades:

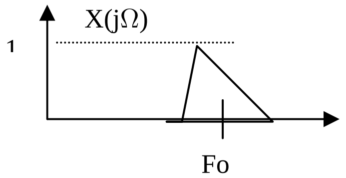
Professors: J. Hernando, J.B. Mariño, E. Monte, A. Oliveras, P. Salembier.

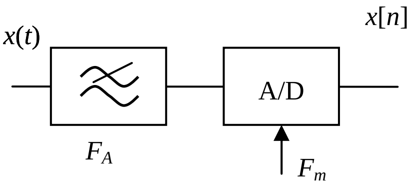
Temps: 1 h 30 min

- Responeu a cada problema en fulls separats.
- El vostre nom ha de figurar en tots els fulls que utilitzeu, en format: COGNOMS, NOM.
- Justifiqueu tots els resultats. Els resultats sense justificació no seran valorats en la correcció.
- No podeu utilitzar llibres, apunts, taules, formularis, calculadores o telèfon mòbil.

Problema 1: **5 puntos**

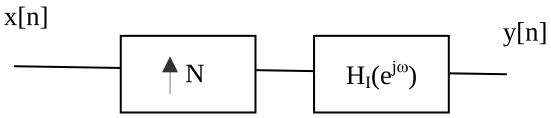
Se desea muestrear una señal real paso banda centrada en Fo y de ancho de banda BF=2Fo/3 de acuerdo con el diagrama que se presenta en la figura. Por razones de diseño, el módulo de conversión A/D tiene que funcionar a la frecuencia mas baja posible que no produzca solapamiento entre espectros, aunque haya aliasing.





a) Determine razonadamente entre las siguientes frecuencias de muestreo Fm={Fo/3, 2Fo/3, Fo, 4Fo/3 , 2Fo } la frecuencia más baja posible que permita realizar la conversión sin solapamiento de espectros y dibuje aproximadamente la transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$ de x[n].

Queremos obtener a partir de x[n] la secuencia equivalente a haber muestreado la señal x(t) a una Fm' igual a dos veces la frecuencia máxima de la señal. Para ello proponemos la estructura siguiente:



b) Determine la razón de interpolación **N** adecuada y las frecuencias de corte y ganancia del filtro $H_I(e^{j\omega})$.

c) Dibuje la transformada de Fourier $Y(e^{j\omega})$ de y[n] y dé la expresión analítica de $Y(e^{j\omega})$ en función de la transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$ de x[n] y la del filtro $H_I(e^{j\omega})$.

d) Haciendo uso de la técnica de las ventanas encuentre los coeficientes del filtro interpolador de longitud 3, que se corresponde a $H_I(e^{j\omega})$.

e) Dibuje el esquema de conversión D/A que permite recuperar la señal original x(t), a partir de la señal interpolada, indicando claramente la frecuencia de muestreo y la frecuencia de corte del filtro reconstructor.

Problema 2: **5 puntos**

Sea un sistema lineal e invariante cuya respuesta al escalón $x[n]=u[n]$ es $y[n]=a^n u[n]$

a) Calcule la expresión algebraica $H(z)$ de su función de transferencia

Si $a=1/2$, se pide:

b) Diagrama de ceros y polos y ROC
c) Esbozar el módulo de su respuesta frecuencial
d) Respuesta impulsional
e) Respuesta a $x[n]=(-1)^n$

f) Respuesta a $x[n]=(-1)^n u[n]$ con $y[-1]=0$

g) Respuesta a $x[n]=(-1)^n u[n]$ con $y[-1]=1$

Si $a=2$,

h) Dibuje su diagrama de ceros y polos, y su ROC

i) Discuta la estabilidad del sistema a partir de su diagrama de ceros y polos y su ROC

Por último, considere ahora un sistema anticausal y estable en reposo con la misma expresión algebraica de la función de transferencia que este sistema ($a=2$).

j) Calcule la respuesta a $x[n]=(-1)^n u[n]$

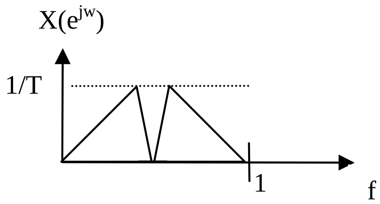
SOLUCIONES

Problema 1:

a)

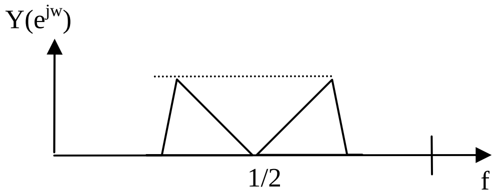
a. Al ser Fm menor que frecuencia máxima de la señal, las frecuencias de muestreo { Fo/3, 2Fo/3, Fo} producen solapamiento de espectros.
b. Al ser Fm=4Fo/3 igual a la frecuencia máxima no se produce solapamiento de espectros.
c. Fm=2 Fo es una superior a la mínima que no produce solapamiento entre espectros.

Por tanto la frecuencia a elegir es Fm=4Fo/3



b) Razón de interpolación N=2. El filtro es un paso alto con frecuencias de corte fc={1/4,3/4} y ganancia 2.

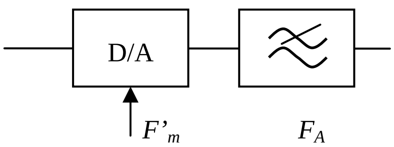
c) $Y(e^{j\omega})= H_I(e^{j\omega}).\ X(e^{j2\omega})$



d) $$h[n]=\frac{1}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(n-1)\right)}{\left(\frac{\pi}{2}(n-1)\right)}\cos\left(\pi(n-1)\right) \quad para\ n=\{0,1,2\}$$

$$h[n]=\left\{\underline{\frac{-1}{\pi}},1,\frac{1}{\pi}\right\}$$

e)

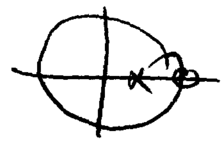


Con $F'_m = 2F_m = \frac{8}{3}F_0\ y\ F_A = \frac{4}{3}F_0$

Problema 2

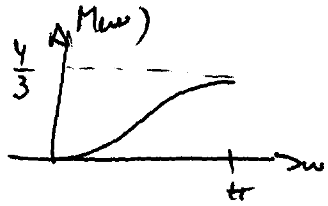
a) $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\frac{1}{1-az^{-1}}}{\frac{1}{1-z^{-1}}} = \frac{1-z^{-1}}{1-az^{-1}}$

b) $a=\frac{1}{2}$ $\quad H(z)=\frac{1-z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$



$|z|>\frac{1}{2}$

c)



d) $-z^{-1}+1 \;\big|\; -\frac{1}{2}z^{-1}+1$

$-1 \qquad 2$

$H(z)=2-\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$

$h(n)=2\delta(n)-\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

e) $y(n)=H(-1)(-1)^n = \frac{4}{3}(-1)^n$

f) $Y(z)=H(z)X(z)=\frac{1-z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\,\frac{1}{1+z^{-1}} = \frac{-1/3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{4/3}{1+z^{-1}}$

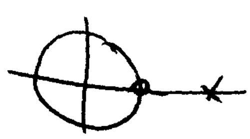
$y(n)=-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)+\frac{4}{3}(-1)^n u(n)$

g) $y(n)=A\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)+\frac{4}{3}(-1)^n u(n)$

$y(n)=\frac{1}{2}y(n-1)+x(n)-x(n-1)$

$y(0)=\frac{1}{2}+1=A+\frac{4}{3} \qquad A=\frac{1}{6}$

h)



$|z|>2$

i) Inestable pq $\{|z|=1\}\notin ROC$

j) $Y(z)=H(z)X(z)=\frac{1-z^{-1}}{1-2z^{-1}}\,\frac{1}{1+z^{-1}}=\frac{1/3}{1-2z^{-1}}+\frac{2/3}{1+z^{-1}}$

$y(n)=-\frac{1}{3}2^n u(-n-1)+\frac{2}{3}(-1)^n u(n)$