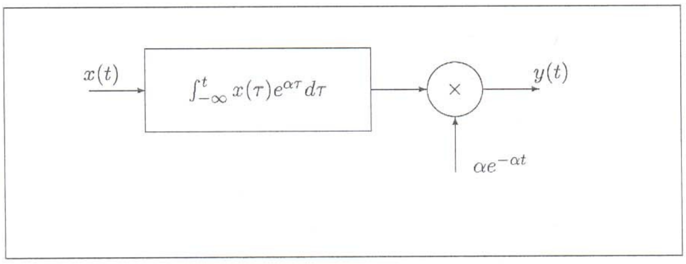
Senyals i Sistemes I. ETSETB. UPC.
22 de Abril de 2002

1.

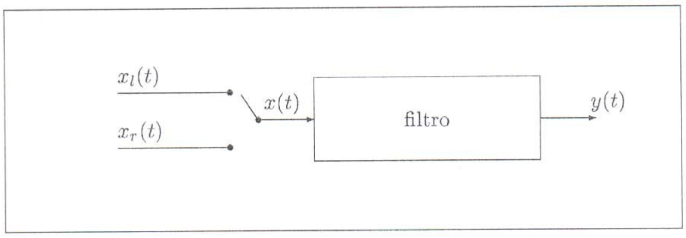
Sea el sistema de la figura, donde $\alpha = \frac{2}{T}$.



1. Estudiar las propiedades de linealidad e invarianza.
2. Estudiar las propiedades de estabilidad y causalidad.
3. Calcular la respuesta cuando a la entrada del sistema se aplica $x(t) = \Pi(\frac{t}{T})$.
4. Sea $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi(\frac{t-3nT}{T})$. Trazar un esbozo de $x(t)$ y de $y(t)$.

2.

En el esquema de la figura, $x_l(t)$ y $x_r(t)$ representan el canal izquierdo y derecho de un sistema estéreo. Ambas señales son de banda limitada a 15kHz. El conmutador cambia de posición cada $T_0 = (2 \cdot 38)^{-1}$ milisegundos.



1. Justifique que $x(t) = x_l(t)p(t) + x_r(t)s(t)$, siendo $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi(\frac{t-2nT_0}{T_0})$ y $s(t) = 1 - p(t)$.
2. Busque el desarrollo en serie de Fourier de $p(t)$ y, a partir de éste, el de $s(t)$
3. Calcule $X(f)$ en función de $X_l(f)$ y $X_r(f)$ y represéntela gráficamente.
4. Demuestre que, eligiendo convenientemente el filtro, la salida $y(t)$ del sistema de la figura es la suma de dos componentes, uno proporcional a $x_l(t)+x_r(t)$ y otro a $(x_l(t)-x_r(t))cos(2\pi\, 38\, 10^3 t)$

3.

Un analizador de espectros es un instrumento que representa el espectro de una señal, definido como el módulo al cuadrado de su transformada de Fourier. Obviamente, no puede representarse el espectro de una señal $x(t)$ considerada desde $-\infty$ a ∞, sino que han de analizarse segmentos de $x(t)$, de duración T, y representar el espectro de estos segmentos. A la operación de seleccionar un segmento se denomina enventanado ya que puede interpretarse como mirar la señal $x(t)$ a través de una ventana temporal $w(t)$ representándose el espectro de $x(t) \cdot w(t)$. La elección de la ventana influye en la representación que se obtiene por lo que suele ser posible seleccionar la ventana más adecuada al tipo de señal que se está analizando. En este problema se estudiará una familia de ventanas $w_n(t)$.
Definimos en primer lugar una familia de funciones $g_n(t) : \{g_1(t) = \Pi(t) \; ; \; g_n(t) = g_{n-1}(t) * \Pi(t)\}$

1. Calcule y represente $g_1(t)$, $g_2(t)$ y $g_3(t)$.
2. ¿Que duración tiene la función $g_n(t)$?

Definimos ahora la familia de ventanas $w_n(t) = a_n g_n(t/t_n)$, de duración $T = 10$ msec.

3. Determine el valor de t_n.
4. Calcule la transformada de Fourier de $w_n(t)$.
5. Dibuje $|W_n(f)|$ justificando una elección apropiada de a_n.

Los parámetros más utilizados para caracterizar las ventanas son el ancho de su lóbulo principal (definida como el doble del primer cero frecuencial) y la relación entre los niveles del lóbulo principal y secundario, definida como $NLPS = 10log_{10}(|\frac{W(0)}{W(f_s)}|^2)$, donde f_s es la frecuencia del máximo del segundo lóbulo.

6. Exprese el ancho de lóbulo principal y el $NLPS$ para las ventanas $W_n(f)$. Puede utilizar que la relación $NLPS$ para la ventana $W_1(f)$ es de 13dB.

Para ver algunas de las implicaciones de los parámetros anteriores, supongamos que se desea analizar la señal $x(t) = cos(2\pi f_0 t) + \alpha sin(2\pi f_1 t)$, con $f_0 = 1$ kHz. En las preguntas siguientes interesa principalmente la relación de las distintas ventanas.

7. Calcule la transformada de Fourier de $x(t) \cdot w_n(t)$
8. Suponga que $\alpha = 1$. Indique aproximadamente, en función de n, cuál es la mínima separación entre las frecuencias f_0 y f_1 para que en la representación del espectro se pueda discernir la información de las dos componentes de $x(t)$.
9. Suponga ahora que, para cada ventana, se elige f_1 de forma que $f_1 - f_0$ coincida con la posición del máximo en el lóbulo secundario. Indique aproximadamente, en función de n, cuál es el mínimo valor de α para que en la representación del espectro se pueda discernir la información de las dos componentes de $x(t)$.