

ComII. 30-11-2009 Grup 30 M.Cabrera.

Durada: 1hora 45'.

Dept. Teoria del Senyal i Comunicacions

- Inicie todas las hojas que utilice escribiendo su nombre y apellidos.
- Enumere todas las hojas del examen.
- Disponga de un documento identificativo a la vista.
- No se permite el uso de calculadora
- **DESCONECTE EL TELÉFONO MÓVIL**. No se permite su uso durante la prueba ni en su funcionalidad de reloj.

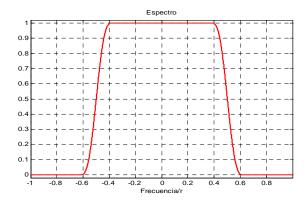
El objetivo del presente ejercicio consiste en analizar las repercusiones que tiene el hecho de transmitir una modulación digital, en la cual, la media estadística de la secuencia de amplitudes $\alpha[k]$ es de media no nula. Esta característica repercute tanto en el cálculo de la densidad espectral, como en el cálculo de la energía media de bit como en el sistema de ecuaciones a resolver cuando se aplica un ecualizador de tipo FIR en el que los coeficientes se obtienen aplicando la solución de mínimo error cuadrático medio.

Sea la modulación binaria de símbolos estadísticamente independientes entre sí y equiprobables.

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I[n] \cos(2\pi f_c t) g(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha[n] \varphi(t - nT);$$

$$I[n] = 0,1; \quad f_c = Nr$$

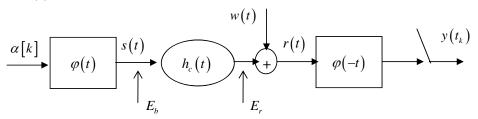
g(t) es un pulso raíz de coseno realzado de energía $E_g = 1$. Véase G(f) en la figura adjunta.



La señal se transmite a la velocidad de 5 Mbps por un canal AWGN de ruido w(t) blanco gaussiano de media nula y densidad espectral $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$ y respuesta impulsional igual a:

$$h_c\left(t\right)=\sum_{i=0}^2p_i\delta\left(t-iT\right)\;p_1=\gamma;$$
 $p_0=p_2=\frac{1}{2}\gamma;$. En la recepción se utiliza un pulso adaptado a

la función $\varphi(t)$ tal como muestra el diagrama de bloques.



Se pide:

- a) Identifique la función generadora del espacio de señal $\varphi(t)$, dé cuales son los posibles valores de la secuencia $\alpha[k]$ y halle la energía media transmitida por bit E_b en función de los parámetros físicos de la modulación.
- b) Calcule y dibuje la densidad espectral de la señal transmitida s(t). Si el ancho de banda de la señal es de 6 MHz halle el factor de rolloff de los pulsos transmitidos.
- c) Describiendo la señal a la entrada del receptor como: $r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha[n] p(t-nT) + w(t)$, identifique la forma de los pulsos p(t) en la expresión anterior y calcule la energía media recibida por bit E_r para la señal útil en función de la energía media transmitida por bit E_b y de los parámetros que considere necesarios.
- d) Al procesar la señal recibida mediante un filtro adaptado a la función $\varphi(t)$ se obtiene la señal $y(t) = r(t) * \varphi(-t)$. Proponga el tiempo de muestreo t_k adecuado para detectar el símbolo $\alpha[k]$ a partir de $y(t_k)$. Halle y dibuje el canal discreto equivalente. Dé una expresión exacta para la BER en función del cociente $\frac{E_b}{N_0}$.
- e) Si previamente a la detección se ecualizan las muestras de señal $y(t_k)$ mediante un ecualizador FIR de 3 coeficientes y de mínimo error cuadrático medio (MSE) desarrolle el procedimiento para obtener el sistema de ecuaciones en el que las incógnitas son los tres coeficientes. Deje el resultado en función de \mathbf{R}_y , matriz de correlación del vector

$$\mathbf{y}[k] = \begin{pmatrix} y[k] \\ y[k-1] \\ y[k-2] \end{pmatrix}; \quad y(t_k) = y[k]$$

A continuación interesa expresar el sistema de ecuaciones anterior en función de parámetros conocidos: E_b, γ, N_0 . Para ello se propone que exprese el vector anterior como:

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H} \begin{pmatrix} \alpha[k+1] \\ \alpha[k] \\ \alpha[k-1] \\ \alpha[k-2] \\ \alpha[k-3] \end{pmatrix} + \mathbf{n}[k] = \mathbf{H}\mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k]$$

Se pide:

- f) Identifique la matriz H en la expresión anterior.
- g) Exprese la matriz de correlación del vector $\mathbf{s}[k]$ de la expresión dada en función de la matriz de covarianza de $\mathbf{s}[k]$ y del vector media de $\mathbf{s}[k]$. A su vez detalle todos los elementos de la matriz de covarianza de $\mathbf{s}[k]$ y del vector media de $\mathbf{s}[k]$ en función de E_b .
- h) Utilizando los resultados de los dos apartados anteriores obtenga el sistema de ecuaciones a resolver en función de los parámetros conocidos: E_b, γ, N_0 .

$$S_{s}(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=1}^{L} \sum_{j=1}^{L} C_{\alpha_{l}\alpha_{j}} [k] \Phi_{l}(f) \Phi_{j}^{*}(f) \exp(-jk2\pi fT)$$

$$+ \frac{1}{T^{2}} \sum_{l=1}^{L} \sum_{i=1}^{L} \mu_{\alpha_{l}} \mu_{\alpha_{j}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Phi_{l}(kr) \Phi_{j}^{*}(kr) \delta(f-kr)$$