

DEPARTAMENT DE TEORIA DEL SENYAL I COMUNICACIONS

#### Radiació i Ones Guiades

19 de juny de 2009

Data notes provisionals: 1 de juliol de 2009

Període d'al·legacions: 2 de juliol de 2009

Data notes revisades: 3 de juliol de 2009

Professors: Ignasi Corbella, Paco Lopez Dekker, Francesc Torres.

Informacions addicionals:

• Durada de la prova: 3:30 hores

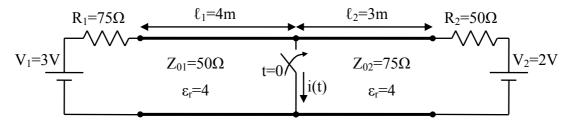
• Comenceu cada exercici en un full apart.

## **PROBLEMA 1**

## PART A: Línies de transmissió en règim transitori

En el circuit de la figura l'interruptor es tanca en l'instant t=0.

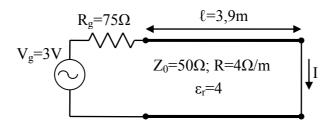
- a) Calculeu les condicions inicials (t<0).
- b) Calculeu tots els coeficients de reflexió i transmissió. Dibuixeu el diagrama espai-temps **de corrent** al menys per t≤80 ns tot indicant el valor **en mA** de les ones que es produeixen en els diferents punts del circuit.
- c) Calculeu i dibuixeu l'evolució temporal del corrent a través de l'interruptor i(t) **en mA** des de t=0 fins t=70 ns.
- d) Calculeu el valor al qual tendeix aquest corrent per  $t\rightarrow\infty$ .



### PART B: Línies de transmissió en règim sinusoïdal permanent

En el circuit de la figura següent, el generador és sinusoïdal i te una freqüència de f=375 MHz. La línia de transmissió està formada per un dielèctric sense pèrdues i uns conductors amb una resistència total per unitat de longitud igual a la indicada a la figura.

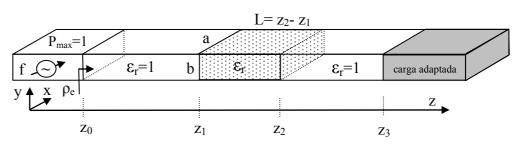
- a) Calculeu la constant d'atenuació de la línia en Nep/m. Són consistents els valors de  $Z_0$ ,  $\varepsilon_r$ , R i f amb l'aproximació de baixes pèrdues?. Raoneu la resposta.
- b) Calculeu el coeficient de reflexió i la impedància d'entrada de la línia. Calculeu també els fasors complexes de les ones positiva i negativa de tensió a l'entrada de la línia (amplitud en V i fase en graus).
- c) Calculeu el fasor de corrent que circula pel curtcircuit (I) (amplitud en mA i fase en graus).



#### **PROBLEMA 2**

El montaje de la figura se ha realizado mediante una guía rectangular sin pérdidas, vacía ( $\epsilon_r$ =1), de dimensiones a=22.86 mm. y b=10.16 mm. A la entrada del sistema (punto  $z_0$ ) se tiene un oscilador de frecuencia variable y potencia disponible  $P_{max}$ =1 W, perfectamente adaptado a la guía de ondas vacía. Un

tramo de guía de longitud L=14,65 mm situado en el punto  $z_1$  se ha rellenado de un material desconocido, sin pérdidas, de constante dieléctrica  $\varepsilon_r$ . El montaje se ha terminado con una carga perfectamente adaptada situada en  $z_3$ .



- a) Se sabe que la constante dieléctrica del material desconocido se halla comprendida entre  $\varepsilon_r$ = 2.4 y  $\varepsilon_r$ =3. Calcular el mayor margen posible de frecuencia de barrido del oscilador (<u>en GHz</u>) que permite garantizar la propagación monomodo en la guía de ondas del montaje.
- b) Las componentes de campo electromagnético del modo TE<sub>10</sub> en el plano transversal vienen dadas por:

$$E_{y} = E_{0} \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right), \quad H_{x} = -\frac{E_{0}}{Z_{TE}} \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right), \quad H_{z} = -\frac{k_{c}^{2}}{j\omega\mu} \frac{a}{\pi} E_{0} \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right)$$

con  $Z_{TE}$  la impedancia de onda del modo. Demuestre <u>razonadamente</u> que la potencia neta transmitida por el modo  $TE_{10}$  tiene <u>dirección</u> +  $\hat{z}$  y depende únicamente de las componentes transversales  $E_y$  y  $H_x$ 

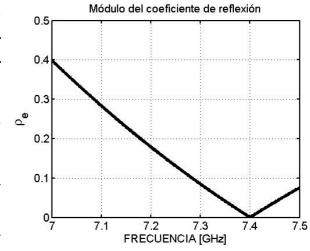
c) Demuestre <u>razonadamente</u> que la potencia neta transmitida por el modo  $\vec{P}_T = P_T \hat{z}$  es:

$$P_T = \frac{1}{2}ab \frac{|E_0|^2}{Z_{TE}}$$
 W, con E<sub>0</sub> (V<sub>ef</sub>/m).

d) Para analizar el montaje de medida se utiliza el símil de la línea de transmisión en el cual se equipara la impedancia de onda del modo dominante de la guía vacía  $Z_{\text{TEo}}$  o rellena  $Z_{\text{TEr}}$  a la impedancia característica de la línea de transmisión equivalente. Dibuje el circuito equivalente del montaje con el símil circuital de líneas de transmisión identificando claramente las magnitudes más relevantes. Calcule

los parámetros del generador equivalente de Thevenin  $R_g$  y  $|v_{ca}|$  del montaje <u>dejando la expresión en función de la impedancia de onda del modo TE10 en la guía vacía  $Z_{TE0}$ .</u>

- e) La gráfica adjunta da el módulo del coeficiente de reflexión  $\rho_e$ , medido en el punto  $z_0$ , en función de la frecuencia del oscilador. Determine la constante dieléctrica  $\varepsilon_r$  del material desconocido.
- f) Calcule, a la frecuencia f=7 GHz, el máximo valor posible de campo eléctrico  $E_{\text{max}}$  ( $\underline{\mathbf{V/m}}$ ) entre  $z_2$  y  $z_3$ .
- g) Calcule, a la frecuencia f=7 GHz, el máximo valor posible de campo eléctrico  $E_{\text{max}}$  (V/m) entre  $z_0$  y  $z_1$ .



Ayuda

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2 = \left(m\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(n\frac{\pi}{b}\right)^2; \int_0^{\pi} \sin^2 t \, dt = \frac{\pi}{2}; Z_{TE} = \eta / \sqrt{1 - (f_c/f)^2}; \eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}; \epsilon_0 = 8.854 \text{ pF/m}$$

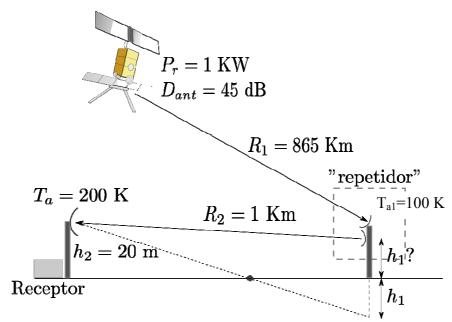
#### **PROBLEMA 3**

Considerem la situació de la figura<sup>1</sup>, on un satèl·lit transmet un senyal a 5.3 GHz **polaritzat linealment** que és captat i retransmès per un *repetidor*. Aquest repetidor te una antena receptora amb directivitat  $D_1$  i una transmissora amb directivitat  $D_2$ , les dues amb **polarització circular** i eficiència òhmica de 0.707. Considerem que aquestes antenes estan connectades directament amb una línia coaxial de longitud negligible, ideal i perfectament adaptada.

Finalment, el senyal es rebut per una antena sense pèrdues òhmiques, amb 20 dB de directivitat i **polarització lineal** connectada mitjançant una línia de transmissió de 20 metres i una atenuació de 0.15 dB/m a un receptor amb una xifra de soroll de 3 dB.

Dades addicionals:

- $k_B=1.38 \ 10^{-23} \ J/K$ .  $T_0=290 \ K$
- Ample de banda 16 MHz.
- Temperatura ambient T<sub>ph</sub>=300 K.



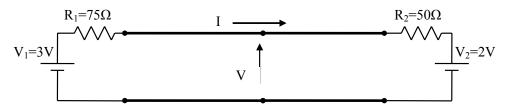
- a. Determina el valor mínim de la suma D1+D2 (en dB) per garantir una SNR de 0 dB a la sortida del receptor. Considera en aquest apartat que el soroll captat pel repetidor és negligible.
- b. Independentment de l'apartat anterior, assumint que l'àrea efectiva de les antenes es igual a la seva àrea física i que aquestes tenen secció circular, determina la mida màxima de l'antena receptora del repetidor per garantir què, sabent que tenim una incertesa en l'apuntament d'aquesta de 20 graus (+/- 10 graus) en les dues direccions, les pèrdues degudes a aquest desapuntament estiguin per sota de 3 dB.
- c. A la pràctica al repetidor es fan servir dues antenes més petites, amb D<sub>1</sub>=D<sub>2</sub>= 20 dB, col·locant un amplificador amb una xifra de soroll de 3 dB per reforçar el senyal. Calcula la SNR a la sortida *del repetidor* i raona perquè el soroll afegit pel repetidor és negligible en el càlcul de la SNR del receptor. Determina el guany que ha de tenir aquest amplificador per assolir al receptor una SNR de 10 dB.
- d. Determina l'alçada  $h_1$  mínima per garantir que la zona de reflexió especular (marcat a la figura) estigui fora de la primera zona de Fresnel. Recordeu:  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$

<sup>1</sup> Que es correspondria a l'esquema de calibratge d'un sistema radar biestàtic, tot i que de cara a resoldre el problema no es rellevant.

# Examen de RiOG juny 2009 Resolució del problema 1.

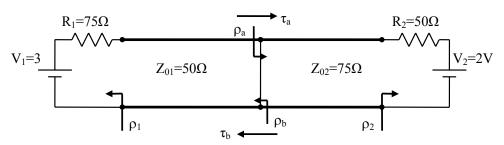
# PART A: Línies de transmissió en règim transitori

a) Per t<0 tenim un simple circuit de DC



$$V = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2.4V$$
  $I = \frac{V_1}{R_1 + R_2} - \frac{V_2}{R_1 + R_2} = 8mA$ 

**b)** Coeficients de reflexió i transmissió



$$\rho_1 = \frac{75 - 50}{75 + 50} = 0.2 \qquad \qquad \rho_a = \rho_b = -1 \\ \tau_a = \tau_b = 0 \qquad \qquad \rho_2 = \frac{50 - 75}{50 + 75} = -0.2$$

**Diagrama espai-temps:** En t=0 l'acció de l'interruptor genera ones a les dues línies simultàniament, les quals es propaguen respectivament cap a l'esquerra i cap a la dreta. La tensió i corrent associades a aquestes ones són igual a la diferència entre la condició inicial i la nova situació. Atès que el curtcircuit imposa un zero de tensió, resulta  $V+v_1^-=0$  i  $V+v_2^+=0$ , i per tant:

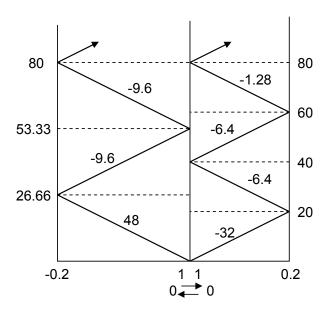
Atès que el curtorcuit imposa un zero de tensió, resulta 
$$V + v_1^- = 0$$
 i  $V + v_2^-$  
$$v_1^- = -2.4V i_1^- = -\frac{v_1^-}{Z_{01}} = 48mA$$

$$v_2^+ = -2.4V i_2^+ = \frac{v_2^+}{Z_{02}} = -32mA$$

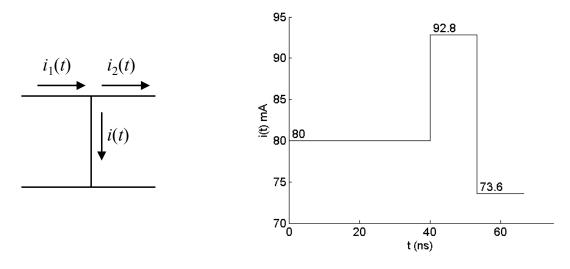
El temps de propagació per cada una de les línies és:

$$T_1 = \frac{\ell_1 \sqrt{\epsilon_r}}{c_0} = 26.66ns$$
  $T_2 = \frac{\ell_2 \sqrt{\epsilon_r}}{c_0} = 20ns$  (amb  $c_0 = 3 \cdot 10^8 m/s$ )

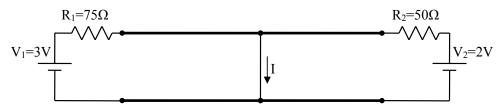
Amb tot això, el diagrama espai-temps és immediat:



- El canvi de signe en els coeficients de reflexió és degut a que és un diagrama de corrent  $(i^- = -\rho i^+)$ .
- El conveni de signe és l'habitual: el corrent és positiu si va cap a la dreta pel conductor superior. Aquest conveni és el mateix tant per ones positives com per negatives.
- c) El corrent que circula per l'interruptor és igual a:  $i(t) = i_1(t) i_2(t)$ . Directament a partir del diagrama anterior, obtenim:



**d)** El valor per  $t \to \infty$  l'obtenim d'analitzar el circuit de DC



$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 80mA$$

# PART B: Línies de transmissió en règim sinusoïdal pemanent

a) Amb l'aproximació de baixes pèrdues  $\alpha = R/(2Z_0) + G/(2Y_0)$ . Segons l'enunciat  $R = 4\Omega/m$ ,  $Z_0 = 50\Omega$  i G = 0, ja que el dielèctric no te pèrdues. Substituint:

$$\alpha = \frac{4}{2 \cdot 50} = 0.04 Nep/m$$

L'aproximació de baixes pèrdues és vàlida si  $R \ll \omega L$  i  $G \ll \omega C$ . La segona de les condicions ja es compleix perque G=0. Per comprovar la primera hem de calcular primer L. Ho fem a partir de la impedància característica i la velocitat de propagació:

$$Z_0 = 50\Omega = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}L \quad \Rightarrow L = 333, 3nH/m \quad (\text{amb } c_0 = 3 \cdot 10^8 m/s)$$

i amb aquest valor calculem  $\omega L=785.4\Omega/m\gg 4\Omega/m$ , que justifica l'aproximació de baixes pèrdues.

**b)** El coeficient de reflexió a l'entrada de la línia és  $\rho_i = \rho_L e^{-2\gamma\ell} = -e^{-2\alpha\ell} e^{-j2\beta\ell}$  on  $\rho_L = -1$  ja que tenim un curtcircuit. Amb les dades de l'enunciat tenim

$$\alpha \ell = 0.4 \cdot 3.9 = 0.156 Nep \Rightarrow e^{-2\alpha \ell} = 0.7320$$

$$\beta\ell = 2\pi\frac{\ell}{\lambda} \text{ amb } \lambda = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}f} = 0.4m \text{ i } \ell = 3.9m \Rightarrow \beta\ell = 39\frac{\pi}{2} \Rightarrow e^{-j2\beta\ell} = e^{-j39\pi} = -1$$

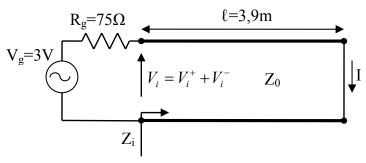
d'on directament

$$\rho_i = 0.7320 \Rightarrow Z_i = Z_0 \frac{1 + \rho_i}{1 - \rho_i} = 323.10\Omega$$

Ones positiva i negativa al generador. D'acord amb la figura,

$$V_i = V_g \frac{Z_i}{Z_i + R_g} = V_i^+ + V_i^- = V_i^+ (1 + \rho_i) \Rightarrow V_i^+ = V_g \frac{Z_i}{Z_i + R_g} \frac{1}{1 + \rho_i} = 1.4058V$$

$$V_i^- = \rho_i V_i^+ = 1.029 V$$



# c) El corrent que circula pel curtcircuit és

$$I = \frac{1}{Z_0}(V_L^+ - V_L^-) = \frac{2V_L^+}{Z_0}$$

on  $V_L^+$  i  $V_L^-$  són les ones positiva i negativa de tensió a la càrrega (curtcircuit). Atès que  $V_L=0$ , es compleix que  $V_L^+=-V_L^-$ .

L'ona positiva a la càrrega està relacionada amb la de l'entrada per  $V_L^+=V_i^+e^{-\gamma\ell}=V_i^+e^{-\alpha\ell}e^{-j\beta\ell}$  i per tant:

$$I = \frac{2}{Z_0} V_i^+ e^{-\alpha \ell} e^{-j\beta \ell} = \frac{2}{50} 1.4058 \cdot 0.8556 \cdot j = 48.11 mA \angle 90^{\circ}$$

on s'ha utilitzat el valor de  $V_i^+$  obtingut a la pregunta anterior i els resultats  $\alpha\ell=0.156$  i  $\beta\ell=39\pi/2=20\pi-\pi/2$  de la pregunta b).

PROBLEMA 2

Modo dominante 
$$T = 10$$
  $f_{L} = \frac{Co}{2aVEr}$ 

$$20 Modo (a)2b) T = \frac{Co}{aVEr}$$

$$a = 22.86 mm$$

$$t_{MIV}$$
: mayor  $f_c$ :  $T\bar{c}_{10}$ :  $\omega n$   $\varepsilon_{r=1}$   $t_{MIN} = 6.56$   $GH_2$   
 $t_{MAX}$ : Menor  $t_c$   $T\bar{c}_{20}$ :  $\omega n$   $\varepsilon_{r=3}$   $t_{MAX} = 7.57$   $GH_2$ 

b) Vector Point yny

$$\vec{\beta} = Re \vec{\xi} = \vec{x} + R^2 \vec{\xi} = Re \vec{\xi} = \vec{x} \times (H_y \vec{y} + H_z \vec{z}) = \frac{|\vec{z}_0|^2 \vec{x}}{|\vec{x}_0|^2 + Re \vec{\xi}} = \frac{|\vec{z}_0|^2 + Re \vec{\xi}}{|\vec{x}_0|^2 + Re \vec{\xi}} = \frac{|\vec{z}_0|^2 + Re \vec{\xi}}{|$$

C) 
$$P_{T} = \iint_{S} \vec{r} \cdot \vec{l} \cdot \vec{l} = \iint_{S} \frac{1\vec{e}_{0}l^{2}}{\eta_{TE}} \operatorname{Sen}^{2} \vec{l} \cdot \vec{l$$

Adaptation de generador a la grân: 
$$R_g = Z_{T\bar{e}_0}$$

$$P_{MX} = \frac{|V_{cal}|^2}{4R_g} = \frac{|V_{cal}|^2}{4Z_{T\bar{e}_0}} = 1 \rightarrow |V_{cal}| = 2\sqrt{Z_{T\bar{e}_0}}$$

En el tramo 
$$z_{2}-z_{3}$$
  $l_{L}=0$   $P_{z}=0$ 
 $\sum_{mq\kappa} = |z_{0}z| + |z_{0}z| = |z_{0}z|(1+|z_{1}|) = |z_{0}z|$ 
 $P_{z}^{+} = P_{L} = P_{e} = P_{r}^{+}(1-|z_{e}|^{2}) = P_{m\kappa}(1-|z_{e}|^{2}) = 840 \text{ mW}$ 
 $P_{z}^{+} = \frac{1}{2} \text{ ab} \frac{|z_{0}z_{1}|^{2}}{\eta_{T\bar{z}_{0}}}$ 
 $\eta_{T\bar{z}_{0}} = \frac{|z_{0}\eta_{T}|}{\sqrt{1-(\frac{4}{L})^{2}}} = \frac{720\eta_{T}}{\sqrt{1-(\frac{6.56}{7})^{2}}} = 1084.42$ 
 $\eta_{T\bar{z}_{0}} = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{4}{L})^{2}}} = \frac{720\eta_{T}}{\sqrt{1-(\frac{6.56}{7})^{2}}} = \frac{1084.42}{\sqrt{1-(\frac{6.56}{7})^{2}}}$ 

G) En d tramo 
$$20-21$$
  $E_{max} = |E_{01}^{\dagger}|(1+|E_{01}^{\dagger})=1.9|E_{01}^{\dagger}|$   
como el generador esté adaytado  
 $D = D^{\dagger} = 1/|E_{01}^{\dagger}|^{2}$ 

a) En aquest apartat hem de considerar un radioenllaç doble i el soroll només al receptor. Podem escriure la potència rebuda pel repetidor com

$$P_{rep} = \frac{P_r D_{ant} A_{ef1} \eta C_{p1}}{4\pi R_1^2} = \underbrace{P_r D_{ant}}_{\text{PIRE}} \underbrace{\left(\frac{\lambda}{4\pi R_1}\right)^2}_{\text{pèrdues trans.}} D_1 \eta C_{p1}$$

on em fet servir  $A_e f = \frac{\lambda^2}{4\pi} D$ ,  $\eta = 0.707$  es la eficiència òhmica de l'antena, i  $C_{p1}$  es el coeficient de desacoblament de polarització, que en aquest cas, passant d'una polarització linial a una circular valdrà  $C_{p1} = 0.5$ .

Aquesta potència es radia per la segona antena del repetidor (amb les pèrdues ohmiques corresponents). A la sortida de l'antena del receptor tindrem doncs,

$$P_{rx} = \frac{P_{rep}\eta D_2 A_{ef,rx}\eta C_p}{4\pi R_2^2} = \frac{P_r D_{ant} D_{rx} \lambda^4 C_{p1} C_{p2} \eta^2 D_1 D_2}{(4\pi)^4 R_1^2 R_2^2} = \underbrace{K_t}_{2.17 \cdot 10^{-19}} D_1 D_2.$$

El soroll equivalent, referit a la sortida de l'antena, es

$$N_i = k_b T_{soroll} B$$
.

La temperatura de soroll la podem calcular com

$$T_{soroll} = T_a + (L-1)T_{ph} + L(F-1)T_0 = 200 + (2-1)300 + 2(2-1)290 = 1080$$

on  $L = 20 \text{m} \cdot 0.15 \text{dB/m} = 3dB$  (un factor 2). Volem SNR=0 dB, es a dir,

$$\frac{P_{rx}}{N_i} = \frac{2.17 \cdot 10^{-19} D_1 D_2}{1.38 \cdot 10^{-23} 1080 \cdot 16 \cdot 10^6} = 1$$

i per tant

$$D_1 D_2 = 1.1 \cdot 10^6 \Rightarrow \underbrace{D_1 + D_2}_{\text{en dB}} = 60.4 \text{dB}$$

b) En aquest apartat es tracta d'entendre el concepte d'ample de feix a 3dB, que es la dada que, de fet ens dona l'enunciat:  $\theta_{3dB}=20^{\circ}$ . A partir de l'ample de feix es pot estimar la directivitat:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_{eq}} = \frac{4\pi}{\theta_{3dB}^E \theta_{3dB}^H} = \frac{4\pi}{(20\pi/180)^2} \approx = 103 = 20.1 dB$$

L'àrea efectiva (i física, segons ens diu l'enunciat) vindrà donada per

$$A_{ef} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = 0.026 \, m^2$$

Si volem, podem calcular el radi de l'antena a partir de  $A_{ef} = \pi r^2$ .

c) En aquest apartat començaríem per calcular la SNR al repetidor. La potència rebuda pel repetidor serà (com a l'apartat a)

$$P_{rep} = P_r D_{ant} \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1}\right)^2 D_1 \eta C_{p1} = 3.0 \cdot 10^{-8} W = -45.2 \text{ dBm}$$

amb  $D_1 = 100$ . Per calcular el soroll comencem amb la temperatura d'antena tenint en compte les pèrdues ohmiques:

$$T_a' = \eta T_a + (1 - \eta) T_{ph} = 158.6$$

El soroll, referit a l'entrada de l'amplificador, quedarà

$$N_{i,rep} = k_b (T_a' + (F-1)T_0)B = -100dBm$$

Per tant, tenim uns 55 dB de SNR al repetidor. Per tant, el soroll introduït al repetidor estarà 55 dB per sota del nivell de senyal, i es negligible tenint en compte que al receptor volem una SNR de 10 dB.

Com podem ignorar el soroll introduït al repetidor, estem com a l'apartat a). On abans teníem  $D_1+D_2$  ara tindrem  $D_1+D_2+G_{amp}=20+20+G_{amp}$ . Com ara volem una SNR=10 dB, tindrem

$$40 + G_{amp} = \underbrace{60.4 \text{dB}}_{\text{sol. de a}} + 10 \Rightarrow G_{amp} = 30.4$$

d) En aquest apartat no es tracta de saber-se la formula de les zones de Fresnel, sinó de saber que per la primera s'ha de complir que la diferencia de camins sigui  $\lambda/2$ .

El camí directe el podem escriure com

$$R_d = \sqrt{d^2 + (h_1 - h_2)^2} \approx R_2 + \frac{(h_1 - h_2)^2}{2R_2}.$$

Pel camí reflectit tindrem

$$R_r = \sqrt{d^2 + (h_1 + h_2)^2} \approx R_2 + \frac{(h_1 + h_2)^2}{2R_2}.$$

La diferència quedarà

$$R_r - R_d \approx \frac{2h_1h_2}{R_2}$$

i volem

$$\frac{2h_1h_2}{R_2} = \lambda/2 \Rightarrow h_1 = \frac{\lambda R_2}{4h_1} = 0.707 \text{ m}$$