Asignatura: COMUNICACIONES II (ETSETB)
Examen Final 12 de Junio de 2002
Profesores: Miguel A. Lagunas, Montse Nájar, Ana I. Pérez, Jaume Riba.
Duración: 2:30h

Entregue en hojas separadas:
Ejercicio 1
Ejercicio 2

Ejercicio 1
En este problema se le pide que plantee y analice las prestaciones del detector óptimo de secuencias en presencia de interferencia intersimbólica. La modulación empleada es binaria bipolar con bits b_k equiprobables e independientes (de niveles 1 y –1), y pulso rectangular p(t):

$$s(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k p(t-kT)$$

1) Calcule la energía media de bit.

El canal presenta un ruido aditivo gausiano blanco de densidad espectral No/2, y una respuesta impulsional h(t) de P=2 bits de duración:

$$h(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t-T) \qquad \alpha \geq 0$$

La señal recibida es:

$$r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$$

2) Utilizando un filtro adaptado al pulso original p(t), diseñe los coeficientes de un ecualizador que cancele totalmente la interferencia intersimbólica. Calcule la probabilidad de error de bit en función de la Eb/No utilizando en recepción un esquema clásico de detección bit a bit. ¿Es posible un buen funcionamiento del esquema propuesto para $\alpha = 1$ o cercano?

La solución que ha hallado antes, NO constituye el criterio óptimo de detección. Para ilustrar este hecho, considere la transmisión de únicamente dos bits (b_0 y b_1). Con este análisis, toda la secuencia transmitida constituye conceptualmente un único símbolo transmitido. La señal recibida puede ahora escribirse del siguiente modo:

$$r(t) = A\big(b_0 g_0(t) + b_1 g_1(t)\big) + n(t)$$

Se le pide a continuación que resuelva el problema de detección óptima de dos modos distintos: a) y b).

a) Espacio de señal de dimensión 2. Para simplificar este análisis, céntrese en el caso concreto de α=1.

3) Dibuje las formas de onda $g_0(t)$ y $g_1(t)$ y razone si se trata de funciones ortonormales. En caso contrario, proponga dos funciones base $\gamma_0(t)$ y $\gamma_1(t)$ ortonormales que generen el espacio de señal y dibújelas.

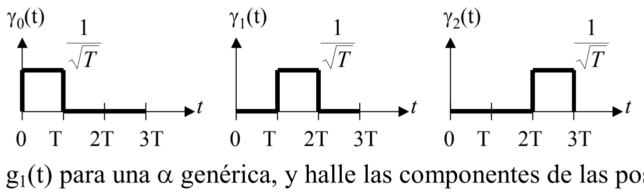
Método de ortogonalización de Gram-Smit. El vector $\mathbf{c} = \mathbf{b} - \mathbf{a}\left(<\mathbf{a},\mathbf{b}> / (\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|)\right)$*, es ortogonal al* $\mathbf{a}$ *y el par* $(\mathbf{a},\mathbf{c})$ *engendra el mismo subespacio que el par* $(\mathbf{a},\mathbf{b})$.

4) Dibuje la constelación de los símbolos en el espacio de la señal indicando las fronteras de decisión.

5) Halle aproximadamente la probabilidad de error de bit y compárela con la obtenida utilizando el ecualizador.

b) Espacio de señal de dimensión 3. Realice este análisis en general para cualquier valor de α.

Considere para ello las siguientes tres funciones ortonormales:



6) Dibuje las formas de onda $g_0(t)$ y $g_1(t)$ para una α genérica, y halle las componentes de las posibles formas de onda transmitidas o símbolos sobre el nuevo espacio de señal.

7) Halle aproximadamente la probabilidad de error de cada bit a partir de las distancias euclideas entre los símbolos del apartado anterior y compárela con la obtenida en a) para α=1 y con la del ecualizador. Razone si el hecho de usar un espacio de dimensión mayor debe dar lugar a mejores, peores o idénticas prestaciones. Razone si el detector óptimo se colapsa o no para el canal $\alpha = 1$.

8) En general, ¿cuál sería la dimensión del espacio de señal para los métodos a) y b) formulados en el caso de transmitir una secuencia de L bits por un canal de duración P bits?

Ejercicio 2
Considere una transmisión binaria polar de símbolos incorrelados a través de un canal ideal que es utilizado de manera simultánea por K usuarios multiplexados en código (CDMA).

La señal recibida puede escribirse como:

$$r(t)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{k=1}^{K}b_k\left(i\right)s_k\left(t-iT-\tau_k\right)+n\left(t\right)$$

donde n(t) es el ruido Gaussiano, blanco, de media nula y densidad espectral No/2.
τ_k es el retardo correspondiente al usuario k.

Las firmas utilizadas por los distintos usuarios son ortogonales y se definen como:

$$s_k(t)=\sqrt{2P_k}\,a_k(t)\cos(w_c t)$$

$$a_k(t)=\sum_{l=0}^{L-1}a_k\left[l\right]p_{T_c}\left(t-lT_c\right)$$

donde T_c representa el tiempo de chip: T_c=T/L.

<u>CDMA Síncrono</u>

En los sistemas CDMA síncronos todos los retardos τ_k pueden considerarse nulos

a) Defina el receptor óptimo y obtenga la probabilidad de error correspondiente a cada usuario.

<u>CDMA Asíncrono</u>

En los sistemas CDMA asíncronos la señal correspondiente a cada usuario k presenta un retardo diferente τ_k **.**

A fin de evaluar el comportamiento de los sistemas asíncronos consideraremos el caso de únicamente 2 usuarios con retardos: $\tau_1=0$ y $\tau_2=\tau\leq T$ **.**

b) Obtenga la respuesta a los filtros adaptados correspondientes a cada usuario en un instante i, en función de las correlaciones cruzadas entre las firmas correspondientes a los 2 usuarios:

$$R_{ij}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}s_i(t)s_j(t-\tau)dt\,.$$

c) Obtenga la probabilidad de error correspondiente a cada usuario.

d) Defina la matriz **H** que permite expresar la respuesta a los filtros adaptados obtenida en el apartado anterior como:

$$\mathbf{y}\left(i\right)=\mathbf{H}\tilde{\mathbf{b}}\left(i\right)+\mathbf{n}(i)$$

donde se definen:

$$\mathbf{y}\left(i\right)=\left[y_1\left(i\right)\quad y_2\left(i\right)\right]^T$$

$$\tilde{\mathbf{b}}\left(i\right)=\left[\mathbf{b}\left(i-1\right)^T\quad \mathbf{b}\left(i\right)^T\quad \mathbf{b}\left(i+1\right)^T\right]^T \text{ siendo } \mathbf{b}\left(i\right)=\left[b_1\left(i\right)\quad b_2\left(i\right)\right]^T$$

$$\mathbf{H}=\left[\mathbf{H}\left(1\right)\quad \mathbf{H}\left(0\right)\quad \mathbf{H}\left(1\right)^T\right]$$

$$\mathbf{n}\left(i\right)=\left[n_1\left(i\right)\quad n_2\left(i\right)\right]^T$$

e) En sistemas multiusuario la ecualización debe realizarse a partir de las diferentes muestras temporales correspondientes a los distintos usuarios. Para ello se define el vector $\tilde{\mathbf{y}}\left(i\right)$ extendido ,tras la transmisión de 2N+1 bits, de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{y}}\left(i\right)=\left[\mathbf{y}\left(i-N\right)^T\quad\cdots\quad\mathbf{y}\left(i-1\right)^T\quad\mathbf{y}\left(i\right)^T\quad\mathbf{y}\left(i+1\right)^T\quad\cdots\quad\mathbf{y}\left(i+N\right)^T\right]^T$$

De la misma manera se definen los vectores extendidos $\tilde{\mathbf{b}}\left(i\right)$ y $\tilde{\mathbf{n}}\left(i\right)$ de dimensión 2*(2N+1).

Defina la matriz $\tilde{\mathbf{H}}$ extendida tal que: $\tilde{\mathbf{y}}\left(i\right)=\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{b}}\left(i\right)+\tilde{\mathbf{n}}(i)$

f) Proponga un sistema ecualizador que le permita obtener separadamente la información correspondiente a cada usuario.