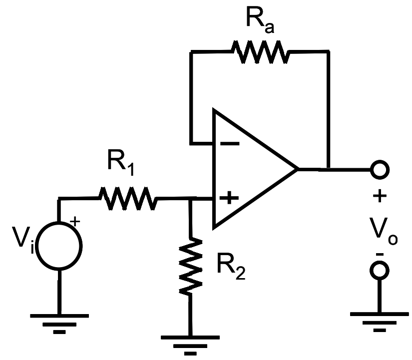
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

Circuits i Sistemes Electrònics III

1^er CONTROL 2006-2007 B — 13-04-2007

PROBLEMA 1. (25%) Volem calcular els efectes dels corrents de polarització d'un AO en el següent circuit.



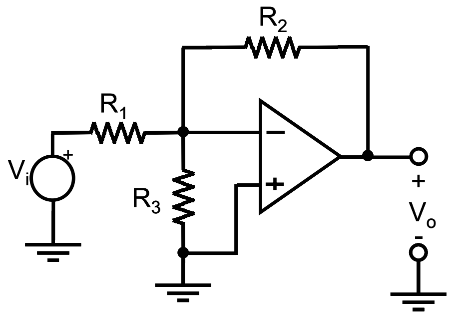
Dades:
$R_1 = 600\ \Omega$
$R_2 = 600\ k\Omega$

AO:
$I_B = 60$ nA
$I_{OS} = 6$ nA

Es demana:

a) La relació entre l'entrada, V_i, i la sortida, V_o, suposant que l'AO és ideal (NOTA: doneu l'expressió utilitzant els noms dels components, no feu servir els valors).
b) La tensió de error a la sortida deguda exclusivament als corrents de polarització.
c) Què es pot fer per a que l'efecte del corrents de polarització sigui mínim?
d) Calcula la tensió d'error amb el valor de R_a obtingut a l'apartat anterior i amb R_a igual a zero, compara els dos resultats.

PROBLEMA 2.(30%) Volem avaluar com canvien les prestacions d'un amplificador inversor quan posem una resistència entre els dos terminals d'entrada de l'AO.

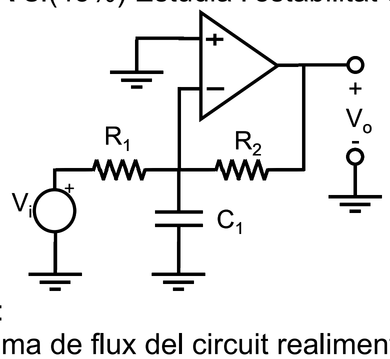


Dades:	**AO**:	
$R_1 = 1\ k\Omega$	$a_{AO} = 10^5$	CMRR = 90 dB
$R_2 = 100\ k\Omega$	SR=6,28 V/µs	V_{cc}=15 V
$R_3 = 100\ k\Omega$	V_{os}= 80 µV	V_{ee}=-15 V
		f_T = 1 MHz

Es demana:

a) La relació entre l'entrada, V_i, i la sortida, V_o, suposant que l'AO és ideal.
b) La relació entre l'entrada, V_i, i la sortida, V_o, suposant que l'AO té guany finit.
c) L'error en la relació entrada-sortida si es comparen els resultats dels apartats a) i b) (NOTA: doneu l'error en tant per cent)
d) La tensió a la sortida deguda a la tensió d'offset de l'AO, (amb a_{AO} infinit)
e) La tensió a la sortida deguda al CMRR de l'AO (amb a_{AO} infinit)
f) La freqüència màxima que pot tenir un senyal d'entrada sinusoïdal de 100 mV sense que distorsioni la sortida.

PROBLEMA 3.(45%) Estudia l'estabilitat del següent circuit.



Dades:

$$a_{AO}(s) = \frac{a_o}{\left(\frac{s}{\omega_1}+1\right)\left(\frac{s}{\omega_2}+1\right)} \quad \text{on} \quad a_o > 0$$

$\omega_1 = 10$ rad/s
$\omega_2 = 10^6$ rad/s

Es demana:

a) El diagrama de flux del circuit realimentat fent servir com a senyals: V_i, V_d i V_o.
b) L'expressió del guany de llaç *T(s)* i el tipus de realimentació.

Suposant a partir d'ara que

$R_1 = 9 R_2$ $R_2 = 11{,}1\ k\Omega$ $C_1 = 10$ nF:

c) Dibuixa aproximadament el Lloc Geomètric de les Arrels quan a_o varia des de 0 fins a ∞.
d) Analitza les trajectòries del LGA i raona si hi ha valors de a_o que fan el sistema inestable.
e) Dibuixa els diagrames de Bode d'amplitud i fase de *T(s)*.*(NOTA: No feu servir l'aproximació de l'esglaó per la fase)*
f) Si a_o és igual a 10^5, digues el valor del marge de fase i del marge d'amplitud.
g) Calcula el valor d'a_o per a que el marge de fase sigui 45°.

Resolució 1ª CONTROL CISE III GRUP 10 13-4-2007

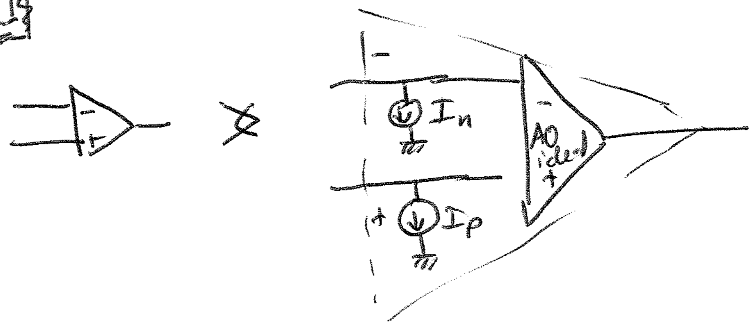
PROBLEMA 1

a) És un seguidor amb un divisor d'entrada:

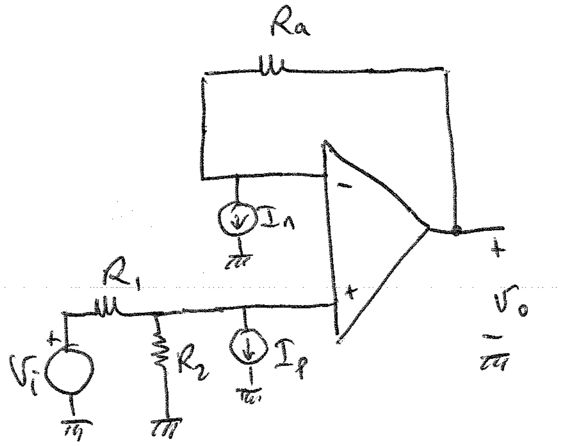
$$\boxed{V_o = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_i}$$

Idealment per Ra no passa corrent.

b) * Model de l'AO



* Substitució del model



$$V_o\big|_{V_i} \overset{\text{aportat a)}}{=} \frac{R_2}{R_1+R_2} V_i$$

$$V_o\big|_{I_n} = R_a I_n \qquad V_+ = 0$$

$$V_o\big|_{I_p} = -R_2 /\!/ R_1 I_p$$

es comporta com un seguidor ideal.

$$\Rightarrow \boxed{V_o = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_i + \underbrace{R_a I_n - R_2 /\!/ R_1 I_p}_{\text{Tensión del error deguda als corrents de polarització}}}$$

$$V_{O\,ERROR} = R_a \left(I_B \mp \frac{I_{os}}{2}\right) - R_2 /\!/ R_1 \left(I_B \pm \frac{I_{os}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{O\,ERROR} = (R_a - R_2 /\!/ R_1) I_B \mp (R_a + R_2 /\!/ R_1) I_{os}/2}$$

c) Es pot reduir l'efecte d'I_B:

Si $R_a - R_2 // R_1 = 0 \Rightarrow \boxed{R_a = R_2 // R_1}$ Llavors

$$V_{O\,ERROR} = \mp (R_a + R_2//R_1)\frac{I_{OS}}{2}$$

$$\boxed{R_{a\,òptima} = R_2//R_1 = 600 // 600k \approx 600\Omega}$$

$600 \ll 600k\Omega$

d)

$$\boxed{V_{o\,error_a}} \overset{R_a = R_2//R_1}{=} \mp(600\Omega + 600\Omega)\frac{6nA}{2} = \mp 3600nV = \boxed{\mp 3{,}6\mu V}$$

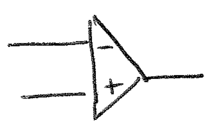
$$V_{o\,error_0} \overset{R_a=0\Omega}{=} (-R_2//R_1) I_B \mp (R_2//R_1)\frac{I_{os}}{2} = -600\Omega \cdot 60nA \mp 600\Omega \frac{6nA}{2} \Rightarrow$$

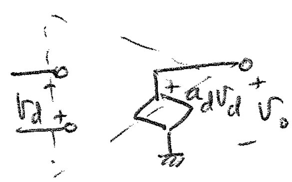
$$\Rightarrow V_{o\,error_0} = -36\mu V \mp 1{,}8\mu V \Rightarrow \boxed{|V_{o\,error}|_{MAX} = -37{,}8\mu V}$$

PROBLEMA 2

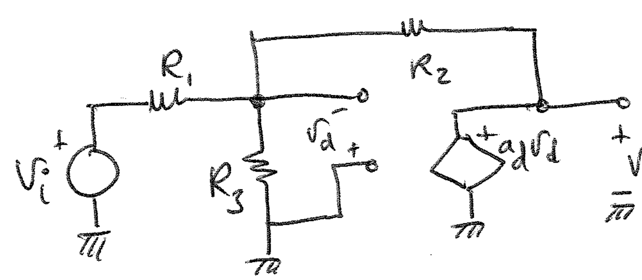
a) Si l'AO és ideal R_3 no afecta $\Rightarrow \boxed{V_o = -\frac{R_2}{R_1}V_i} = -100V_i$

b) • Model de l'AO

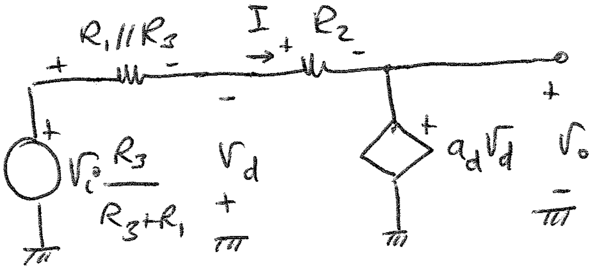




• Substitució del model



≈



$$\left.\begin{array}{l} V_o = a_d V_d \\ \frac{R_3}{R_1+R_3}V_i = (R_2 + R_1//R_3) I + V_o \\ V_d + R_2 I + V_o \Rightarrow I = \frac{-V_o - V_d}{R_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{R_3}{R_1+R_3}V_i = (R_2+R_1//R_3)\left(\frac{-V_o-V_d}{R_2}\right)+V_o \\ V_d = \frac{V_o}{a_d} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

CTRL 2

$$\Rightarrow \overbrace{\frac{R_3}{R_1+R_3}}^{=\frac{R_1 \| R_3}{R_1}} v_i = \left(1+\frac{R_1\|R_3}{R_2}\right)\left(-v_o-\frac{v_o}{a_d}\right)+v_o = \left[1-\left(1+\frac{R_1\|R_3}{R_2}\right)\left(1+\frac{1}{a_d}\right)\right]v_o$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_1\|R_3}{R_1}\,\frac{1}{1-\left(1+\frac{R_1\|R_3}{R_2}\right)\left(1+\frac{1}{a_d}\right)} = \frac{R_1\|R_3}{R_1}\,\frac{1}{\cancel{1}-\cancel{1}-\frac{R_1\|R_3}{R_2}-\frac{1}{a_d}-\frac{R_1\|R_3}{R_2}\frac{1}{a_d}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = \frac{\cancel{R_1\|R_3}}{R_1}\,\frac{1}{\frac{\cancel{R_1\|R_3}}{R_2}\left(-1-\frac{1}{a_d}-\frac{1}{a_d}\left(\frac{R_2}{R_1\|R_3}\right)\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_o}{v_i} = -\underbrace{\frac{R_2}{R_1}}_{\text{Resposta ideal}}\,\frac{1}{1+\frac{1}{a_d}\left(1+\frac{R_2}{R_1\|R_3}\right)}}$$

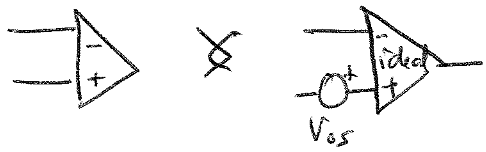
Substitució de valors $\Rightarrow \dfrac{v_o}{v_i} = -\dfrac{100k\Omega}{1k\Omega}\,\dfrac{1}{1+\frac{1}{10^5}\left(1+\frac{100k\Omega}{1k\Omega\|100k}\right)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{v_o}{v_i} = -100\,\frac{1}{1+\frac{1}{10^5}\left(1+\frac{100k}{1k}\right)} \simeq -100\,\frac{1}{1+\frac{1}{10^5}(1+100)} \cong -100\,\frac{1}{1+10^{-3}} \Rightarrow$$

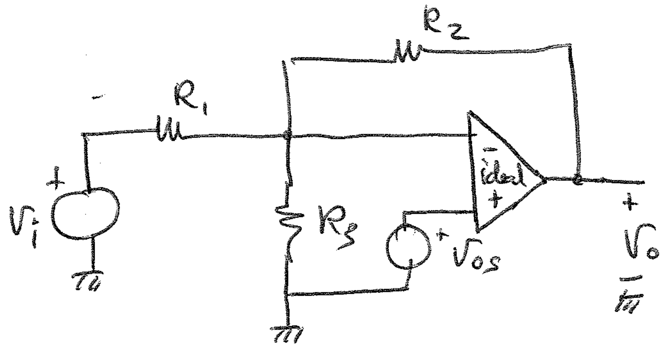
$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_o}{v_i} \simeq -99{,}9}$$

c) Error relatiu $= \dfrac{\text{Valor real} - \text{Valor ideal}}{\text{Valor ideal}} \times 100 = \dfrac{-99{,}9-(-100)}{-100} \times 100$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Error relatiu} = 0{,}1\ \%}$$

d) • Model de l'AO 

• Substitució del model:

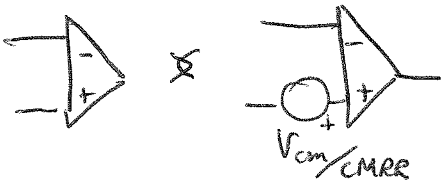


$$V_o\Big|_{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} V_i = -100\, V_i$$

$$V_o\Big|_{V_{os}} = \left(1+\frac{R_2}{R_1 \| R_3}\right) V_{os} \Rightarrow$$

V_{os} veu una etapa no inversora on R_1 i R_3 estan en paral·lel

$$\Rightarrow \boxed{V_o\Big|_{V_{os}} = \left(1+\frac{100k}{1k}\right) 80\mu V = 101 \cdot 80 \mu V = 8{,}1\, mV}$$

e) • Model de l'AO 

• Càlcul de la tensió en mode comú

$$V_{cm} = V_+ = V_- = 0\,V$$

Quan l'AO és ideal

• $\boxed{V_o\Big|_{V_{cm}} = 0\,V}$ ja que $V_{cm} = 0\,V$

f) Si $V_i = 100\,mV \sin(\omega t)$, $V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_i = -100\, V_i$ $\Rightarrow V_o = -10 \sin(\omega t) \Rightarrow$

$BW \cdot G = f_T \Rightarrow$
$\Rightarrow BW = \frac{f_T}{G} = 10\,kHz$
$\boxed{f_{max_1} = 10\,kHz}$

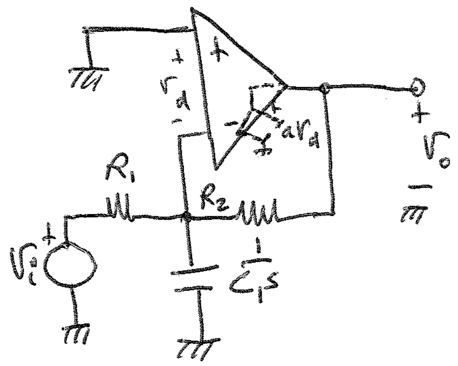
$$\Rightarrow \frac{\partial V_o}{\partial t} = -10\,\omega \cos \omega t \Rightarrow \frac{\partial V_o}{\partial t}\Big|_{max} = 10\,\omega_{max} \leq SR \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20\pi f_{max} \leq SR \Rightarrow f_{max} \leq \frac{SR}{20\pi} = \frac{6{,}28\,V/\mu s}{20\pi\, V} = 99949{,}3\,Hz$$

$\boxed{f_{max_2} \simeq 100\,kHz}$ $\boxed{f_{max} = 10\,kHz}$

PROBLEMA 3

a)



$$V_- = \frac{\overbrace{R_2 // \frac{1}{C_1 s}}^{= \frac{R_2}{R_2 C_1 s + 1}}}{R_1 + R_2 // \frac{1}{C_1 s}} V_i + \frac{\overbrace{R_1 // \frac{1}{C_1 s}}^{= \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1}}}{R_2 + R_1 // \frac{1}{C_1 s}} V_o$$

$$V_+ = 0V \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_d = V_+ - V_- = 0 - \frac{R_2}{R_1(1 + R_2 C_1 s) + R_2} V_i - \frac{R_1}{R_2(R_1 C_1 s + 1) + R_1} V_o \quad \Rightarrow$$

$$V_o = a_{A0} V_d$$

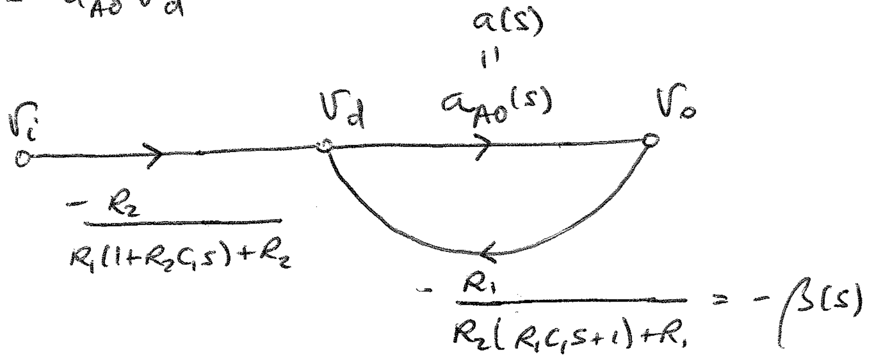
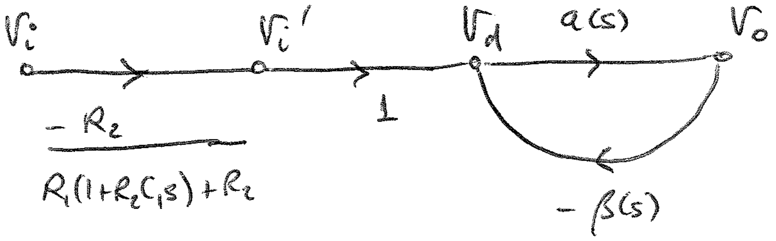


Diagrama canónico



b)
$$T(s) = a(s)\beta(s) = \frac{a_0}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)} \cdot \frac{R_1}{R_2 R_1 C_1 s + R_2 + R_1} =$$

$$= \underbrace{\frac{a_0 R_1}{R_2 + R_1}}_{>0} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)\left(1 + \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} C_1 s\right)}$$

$> 0 \Rightarrow$ Realimentació −

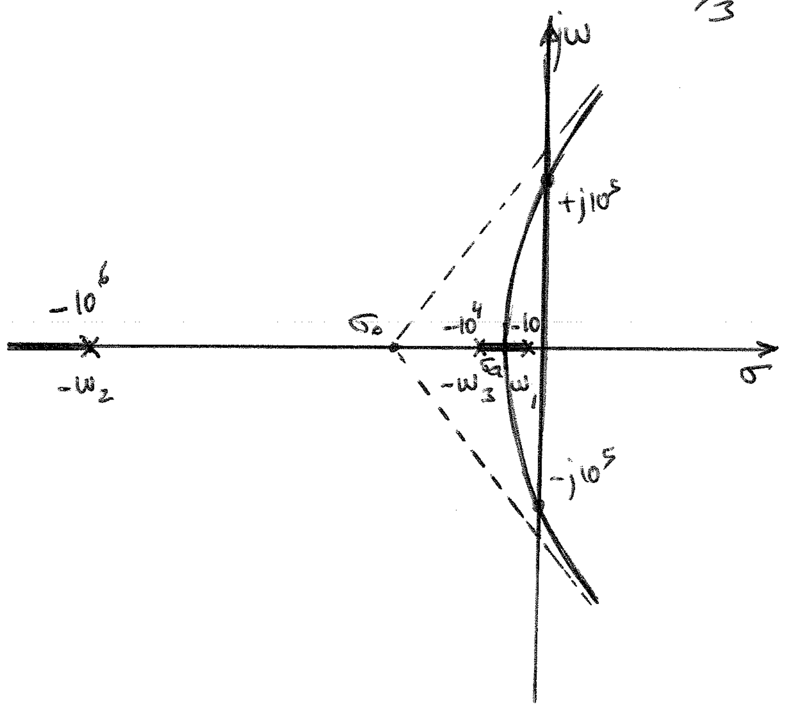
c)

$$T(s) = \frac{a_0 \cdot 9\cancel{R_2}}{10\cancel{R_2}} \frac{1}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)(1+s/\omega_3)}$$

on $\omega_1 = 10\ rad/s$; $\omega_2 = 10^6\ rad/s$; $\omega_3 = \frac{1}{\frac{R_2R_1}{R_2+R_1}C_1} = \frac{1}{\frac{9R_2^{\cancel{2}}}{10\cancel{R_2}}C_1} = \frac{10}{9R_2C_1}$

$$\omega_3 = \frac{10}{9 \cdot 11{,}1k \cdot \cancel{10}nF} = \frac{1}{99{,}9\mu}\ rad/s \simeq 10000\ rad/s$$

* pols : $-\omega_1, -\omega_2, -\omega_3$
* zeros : ∞, ∞, ∞
* assimptotes: $\frac{2l+1}{3}\pi \to \pi/3,\ \pi,\ 5\pi/3$ $\quad l = 0,1,2 \quad \sigma_0 = \frac{\Sigma p - \Sigma z}{3} = -\frac{10^6+10^4+10}{3} \simeq -3{,}33 \cdot 10^5$



* ω_1 i ω_3 s'ajunten en un punt:

$$-\frac{1}{\sigma_a+\omega_1} - \frac{1}{\sigma_a+\omega_2} - \frac{1}{\sigma_a+\omega_3} = 0 \quad (*)$$

Sabem que

$$-10 > \sigma_a > -10^4 \Rightarrow \left.\begin{matrix} -\omega_3 \gg -\omega_2 \\ \sigma_a \gg -\omega_2 \\ -\omega_1 \gg -\omega_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} \left|\frac{1}{\sigma_a+\omega_2}\right| \ll \left|\frac{1}{\sigma_a+\omega_1}\right| \\ \left|\frac{1}{\sigma_a+\omega_2}\right| \ll \left|\frac{1}{\sigma_a+\omega_3}\right| \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ (*) es pot aproximar a:

$$-\frac{1}{\sigma_a+\omega_1} - \frac{1}{\sigma_a+\omega_3} = 0 \Rightarrow \sigma_a+\omega_1 = -\sigma_a+\omega_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_a = -\frac{\omega_3+\omega_1}{2} \simeq -\frac{\omega_3}{2} = -5000\ rad/s}$$ punt de separació de ω_1 i ω_3

Criteri de Routh

$$1+T(s)=0 \Rightarrow 1+\frac{9}{10}a_0\frac{1}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)(1+s/\omega_3)}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1+s/\omega_1)(1+\underbrace{s/\omega_2+s/\omega_3}_{s\left(\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_3}\right)}+\frac{s^2}{\omega_2\omega_3})+0{,}9\,a_0=0$$

$$1+\frac{s}{\omega_1}+s\left(\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_3}\right)+\frac{s^2}{\omega_1}\left(\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_3}\right)+\frac{s^2}{\omega_2\omega_3}+\frac{s^3}{\omega_1\omega_2\omega_3}+0{,}9\,a_0=0$$

$$1+s\underbrace{\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}+\frac{1}{\omega_3}\right)}_{\frac{1}{10}+\cancel{\frac{1}{10^6}}+\cancel{\frac{1}{10^4}}}+s^2\left(\underbrace{\frac{1}{\omega_1\omega_2}}_{\cancel{\frac{1}{10^7}}}+\frac{1}{\omega_1\omega_3}+\frac{1}{\omega_2\omega_3}\right)+s^3\underbrace{\frac{1}{\omega_1\omega_2\omega_3}}_{\frac{1}{10^{11}}}+0{,}9\,a_0=0$$

$$\cancel{\frac{1}{10^7}}+\frac{1}{10^5}+\cancel{\frac{1}{10^{10}}}$$

$$10^{-11}s^3+10^{-5}s^2+10^{-1}s+1+0{,}9\,a_0=0$$

s^3	10^{-11}	10^{-1}	0
s^2	10^{-5}	$1+0{,}9\,a_0$	0
s^1	$\frac{10^{-6}-10^{-11}(1+0{,}9a_0)}{10^{-5}}$	0	0
s^0	$1+0{,}9\,a_0$		

Oscil:

$$\Rightarrow 10^{-6}-10^{-11}(1+0{,}9\,a_0)=0$$

$$1+0{,}9\,a_0=\frac{10^{-6}}{10^{-11}}=10^5$$

$$\boxed{a_0\simeq\frac{10^5}{0{,}9}=0{,}11\cdot 10^{+6}}$$

Freqüència d'oscil·lació:

$1+0{,}9\,a_0=10^5$

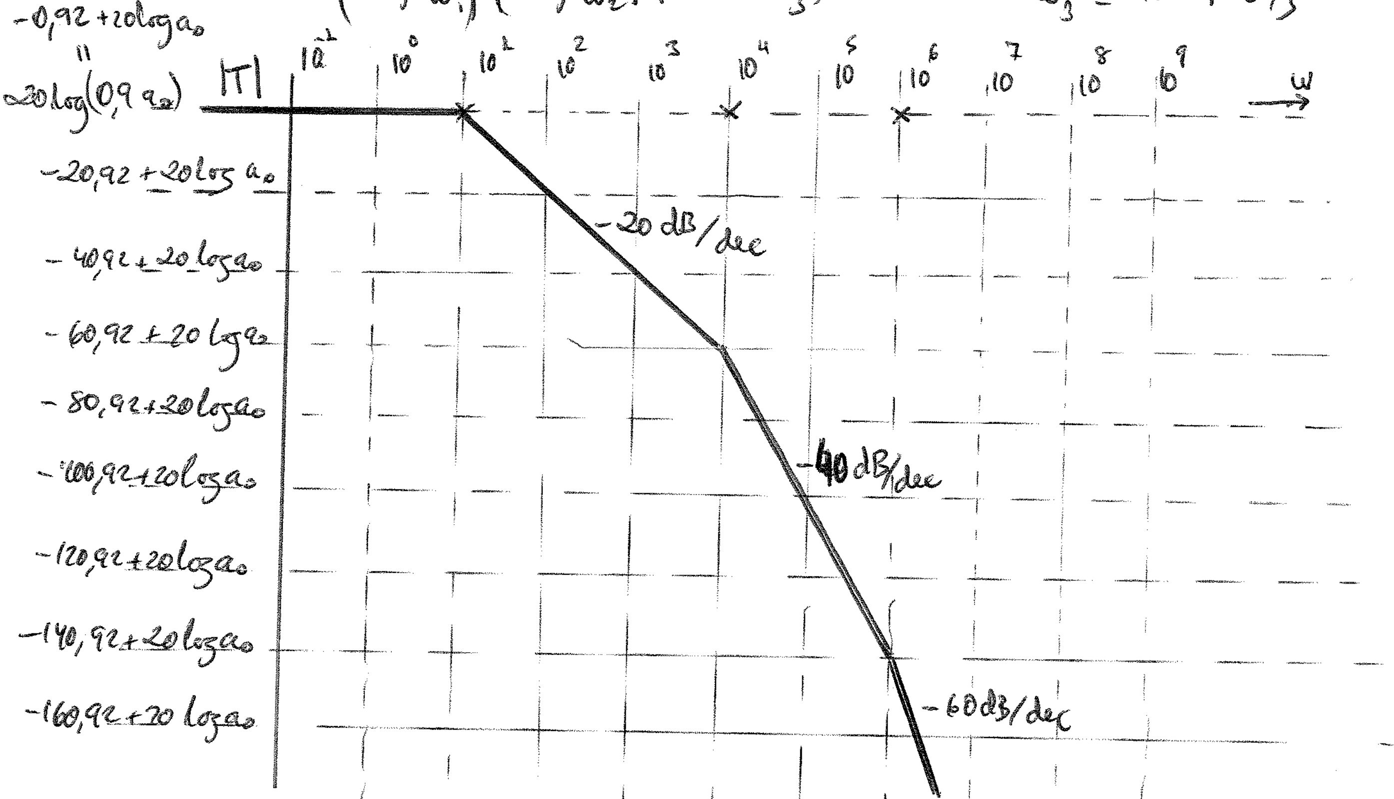
$$10^{-5}s^2+10^5=0 \Rightarrow s^2=-10^{10} \Rightarrow \boxed{s=\pm j\sqrt{10^{10}}=\pm j\,10^5\ \text{rad/s}}$$

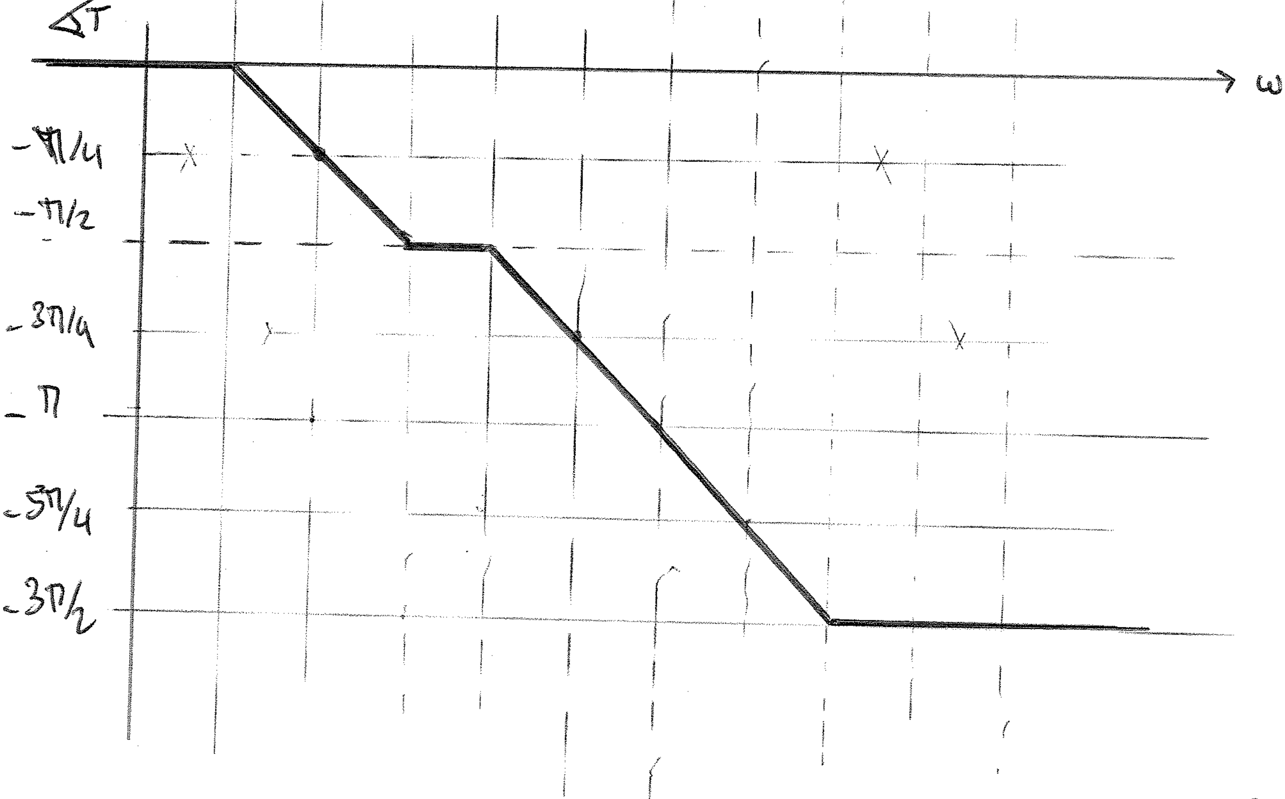
$\omega_{osc}=10^5$ rad/s

d) Si $a_0 > 1{,}1 \cdot 10^5$ el sistema és inestable ja que les trajectòries de les arrels passen al semiplà dret.

e) $$T(j\omega) = \frac{0{,}9\, a_0}{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_3}\right)}$$

$\omega_1 = 10$ rad/s
$\omega_2 = 10^6$ rad/s
$\omega_3 = 10^4$ rad/s

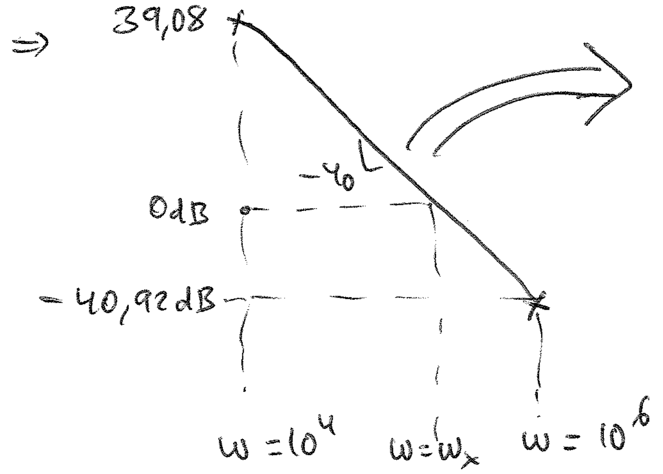




f) Si $a_0 = 10^5 \Rightarrow 20\log a_0 = 100\,dB \Rightarrow$

$\Rightarrow$ El punt on $|T|_{dB} = 0\,dB$ es trobarà entre $\omega = 10^4$ i $\omega = 10^6 \Rightarrow$

$\Rightarrow$



$$\frac{39,08 - 0}{\log\omega_x - \log 10^4} = 40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_x = 10^{\frac{39,1 + 40\log 10^4}{40}} = 94951\ \frac{rad}{s}$$

$$\measuredangle T(\omega_x) = -\arctg\frac{\omega_x}{10} - \arctg\frac{\omega_x}{10^4} - \arctg\frac{\omega_x}{10^6} = -179,4^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{MF = 180 - 179,4^\circ = 0,6^\circ}$$

Per trobar el MA hem de calcular la freqüència ω_y on la fase es $-180^\circ \Rightarrow$ Mirant el diagrama de Bode $\Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_y \cong 10^5\ rad/s$

En aquest punt $|T(\omega_y)|_{dB} \overset{\text{Diagrama de Bode}}{=} -100,92 + 20\log a_0 \overset{a_0 = 10^5}{=} -0,92\ dB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{MA = 0 - (-0,92) = 0,92\ dB}$$

Si es fa servir la funció exacta surt 0,84 dB

g) Per aquí el MF sigui 45° primer hem de buscar ω_z on $T(\omega_z) = -135^\circ$ $\left(\overset{-3\pi/4}{\parallel}\right)$

$\Rightarrow \omega_z = 10^4\ rad/s \Rightarrow |T(\omega_z)|_{dB} \underset{\text{diag. Bode}}{=} -60,92 + 20\log a_0 \underset{\text{condició per aquí MF sigui 45°}}{=} 0\,dB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = 10^{+\frac{60,92}{20}} = 1111,7}$$