APUNTS PROPIETAT DE:
MÀRIUS SERRA LÓPEZ

PER QUALSEVOL DUBTE O CONSULTA RESPECTE ELS APUNTS O EL QUE FACI FALTA ESCRIURE A:
tirantloblanc84@hotmail.com

(l'assumpte ha de ser: Apunts ETSETB)

QUALSEVOL ERROR PRESENT S'ATRIBUEIX AL PROFE DE L'ASSIGNATURA QUE ME LA VA IMPARTIR!!

Teoria de Circuits

(Tardor 2003 - Grup 60)

PROFESSOR: **F. Xavier Moncunill**
Mòdul D4, despatx 208. Tel: 93 401 70 72. e-mail: moncunill@tsc.upc.es

CONSULTES: Dilluns de 14 a 17h i dimecres de 9 a 12h.
No obstant, si aquest horari crea incompatibilitats es poden concertar altres hores.

BIBLIOGRAFIA: THOMAS, R.E.; ROSA, A.J.
"The analysis and Design of Linear Circuits", 3[d] ed.
Prentice Hall Inc., 2001.

Materials puntuals que s'aniran publicant a través de la pàgina web de l'assignatura, http://colpitts.upc.es .

PROGRAMARI: PSpice 8.0, versió d'avaluació. Disponible a la pàgina web de l'assignatura.

LABORATORI: Mòdul D4-005.
Els **enunciats** per a la realització de les diferents sessions es poden aconseguir a la pàgina web.
L'estudiant ha de procurar-se el següent **material bàsic** (disponible al CPET):

- 1 Placa "protoboard"
- 3 Cables BNC-banana
- 3 Cables banana-banana
- 1 Cable BNC-BNC
- Cable fi per a conexions
- Tornavís petit
- Alicates
- Pela-cables
- Calculadora

AVALUACIÓ: **Avaluació contínua**: s'obté a partir de:

a) **2 controls** realitzats a l'aula (dates: 5 de novembre i 3 de desembre).

b) **Laboratori**: s'avaluaran els estudis previs i informes corresponents així com els coneixements demostrats en les diferents sessions.

L'avaluació continua permet, amb un treball continu i de qualitat, aconseguir l'aprovat per curs.

Examen final: és de realització obligatòria i té com a objectiu valorar globalment els coneixements adquirits a l'assignatura i el seu grau de maduresa. Amb ell, qualsevol estudiant pot accedir fins a la qualificació màxima de 10 punts.

Lab: 8 Oct (61) ⇒ Conté estudi previ

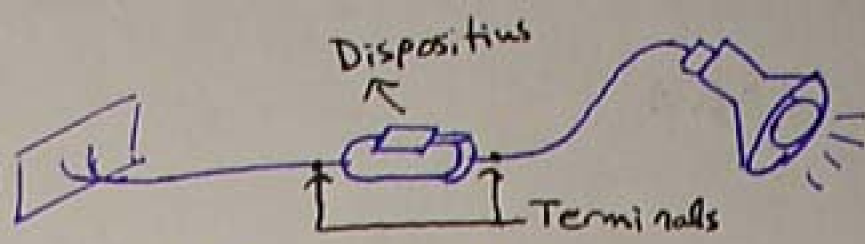
TEMA 1:

INTRODUCCIÓ:

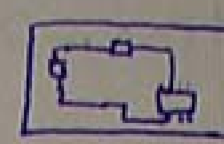
* MODELITZACIÓ DE CIRCUITS:

Ex:

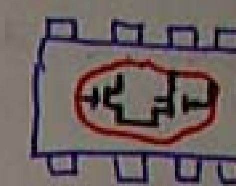
CIRCUITS:



Circuit físic



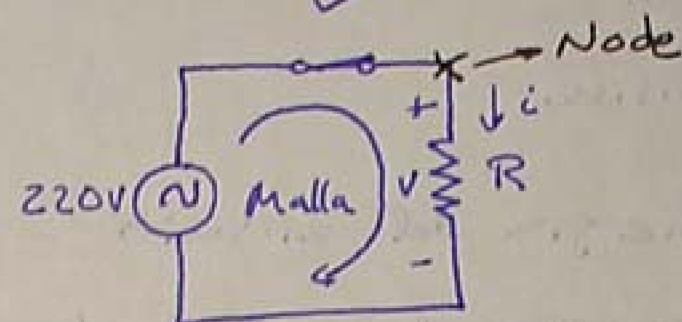
Circuit imprés



Circuit integrat

⇓

MODEL:

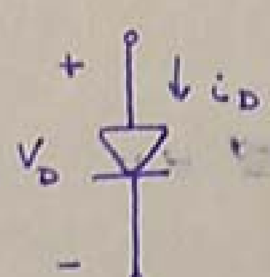


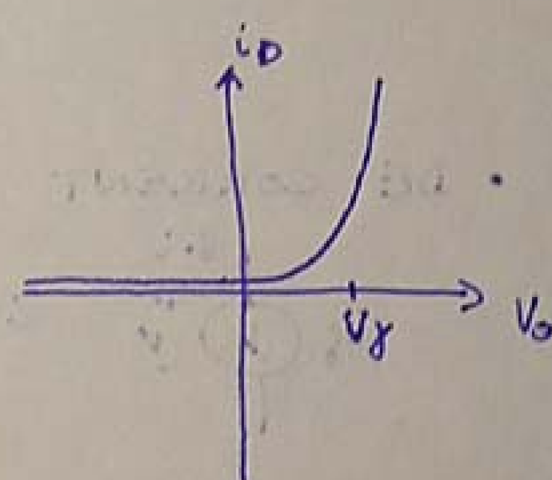
Model circuital

⟹ $V = i \cdot R \qquad P = V \cdot i = \frac{V^2}{R} = i^2 \cdot R$

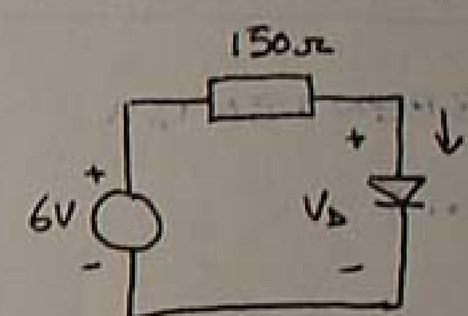
Model matemàtic

Ex: DIODE

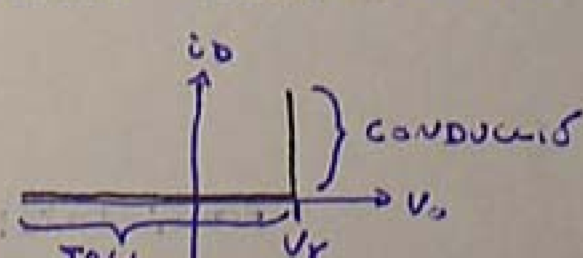




⟹



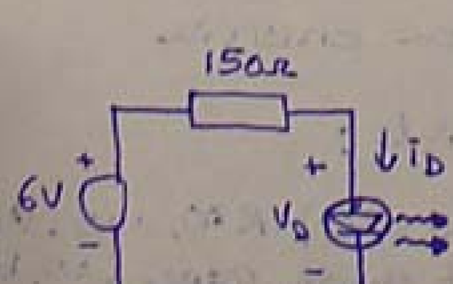
MODEL EXPONENCIAL



MODEL LINEAL

→ TALL (+ V_D −) $i_D = 0\,A$, $V_D \leq V_\gamma$

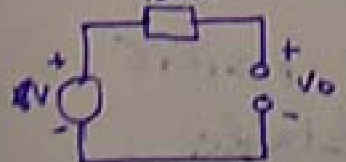
→ CONDUCCIÓ (+ V_D −) $i_D \geq 0\,A$, $V_D = V_\gamma$



CARACTERÍSTIQUES:

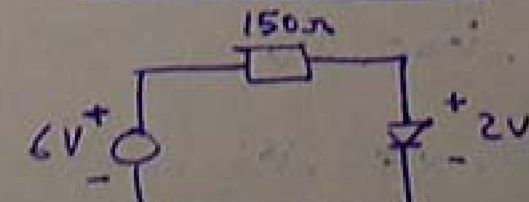
* ACTIU → $10mA \leq i_D \leq 50mA$
* LED VERD → $V_\gamma = 2V$

HIP. TALL:



$V_D = 6V$
↓
HIP. TALL ERRONEA

HIP. CONDUCCIÓ:



$V_r = 4V$

$i_D = \frac{4V}{150\Omega} = 26{,}7mA \Rightarrow \boxed{i_D \geq 0}$
↓
CONDUCCIÓ OK

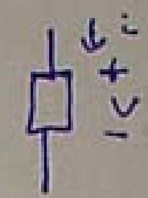
EL LED ESTÀ ENCÉS!!

17-09-03

MODELITZACIÓ DE CIRCUITS FÍSICS:

* Restriccions sobre les variables circuitals:

- A causa de les connexions $\Rightarrow$ Lleis de Kirchoff $\begin{cases} \text{Corrents (KCL)} & \sum_{\lambda} i_k(t)=0 \\ \text{Tensions (KVL)} & \sum_{\sigma} v_k(t)=0 \end{cases}$

- A causa dels dispositius $\Longrightarrow$  $i=f(v)$

(*) Nota: Pel càlcul de potències:

Conveni d'assignació de l'element passiu.

↳ El corrent entra pel terminal positiu.

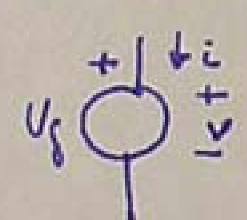
Si $p=vi>0 \Rightarrow$ L'element extreu energia del circuit.

Si $p=vi<0 \Rightarrow$ L'element allivera energia a la resta del circuit.

PRINCIPALS ELEMENTS DE CIRCUIT:

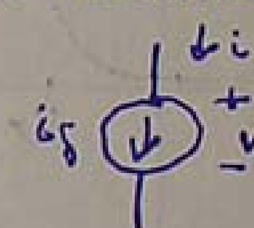
FONTS INDEPENDENTS:

- DE TENSIÓ



$v=V_g$, $\forall i$

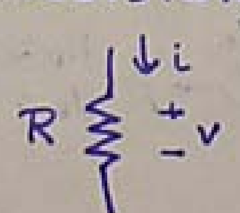
- DE CORRENT



$i=i_g$, $\forall v$

ELEMENTS LINEALS PASSIUS:

- RESISTOR



$v=Ri$
$i=Gv$

$R \equiv$ resistència (Ω, $k\Omega$, $M\Omega$)
$G \equiv$ conductància ($\mho = \Omega^{-1}$ = mho = siemen)

Propietats:

1) Relació instantània $v \leftrightarrow i$
2) Sempre extreu energia
3) Casos especials:

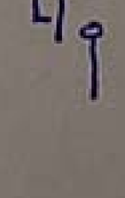
—o—o— (curtcircuit) $R=0, v=0, \forall i$
—o o— (circuit obert) $R=\infty, i=0, \forall v$

- INTERRUPTOR

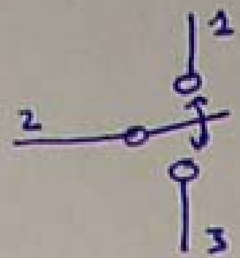
 obert $\rightarrow R=\infty$, $i=0$, $\forall v$

 Tancat $\rightarrow R=0$, $v=0$, $\forall i$

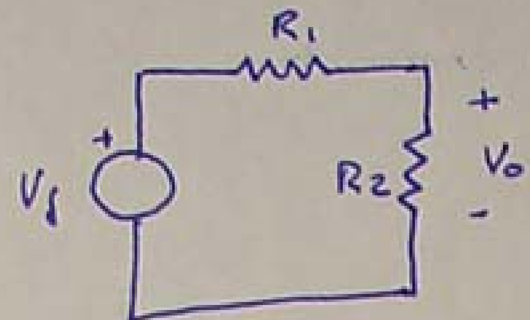
- PULSADOR

 Només la posició obert és estable

• COMMUTADOR

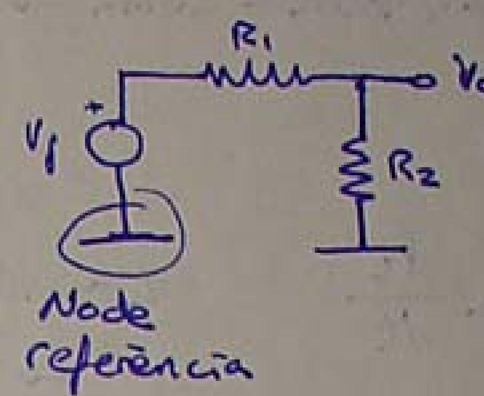


• DIVISOR DE TENSIONS

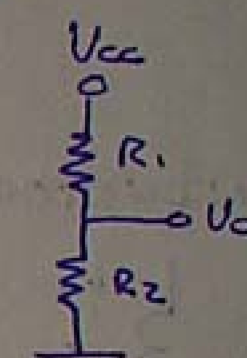


$$V_o = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_g$$

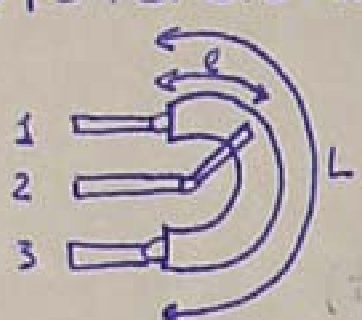
• Altres representacions:



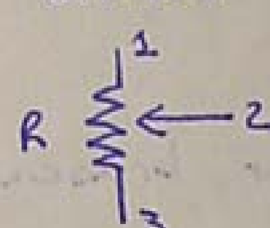
ó



• POTENCIÒMETRE

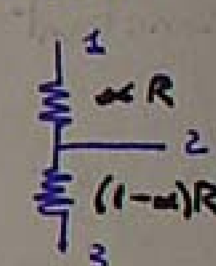


Símbol:



R = Resistencia total = $R_{12} + R_{23}$

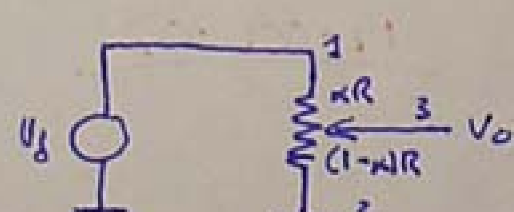
Model:



Paràmetre α: $\alpha = l / L$ on $0 \leq \alpha \leq 1$

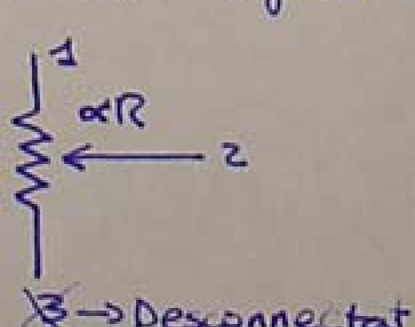
Utilitats:

• Divisor de tensió



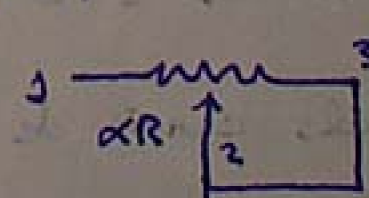
$$V_o = \frac{\alpha R}{(1-\alpha)R+\alpha R} V_g = \alpha V_g \Rightarrow \boxed{V_o = \alpha V_g}$$

• Resistor ajustable

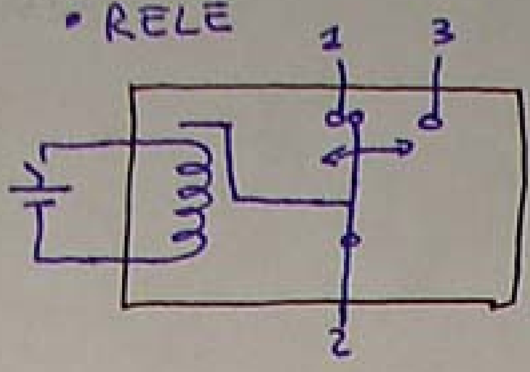


Símbol

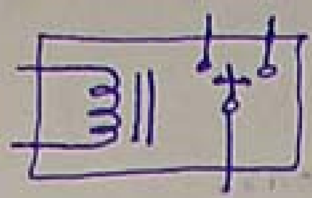
Alternatives:
No deixar el tercer terminal al aire, sinó curtcircuitarlo amb el segon.



• RELÉ



* Característica: commutador que aïlla la zona d'alta potencia de la de baixa (bobina).



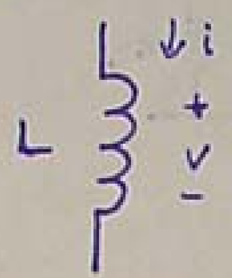
Dades:

12V → Tensió d'alimentació de bobina

480Ω → Resistencia de la bobina

12V/480Ω = 26mA → Corrent necessari per fer commutar.

• INDUCTOR



$$v = L\frac{di}{dt}$$

L = inductància (H, mH, μH)

↳ Tb anomenat coef. d'autoinducció

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\,d\tau$$

1) i = constant ⇒ $v = 0$ 

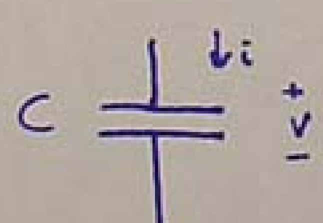
2) Inèrcia als canvis de corrent (no pot canviar bruscament)

3) Té memòria (el que ha succeït a la tensió implica el estat actual d'aquest).

4) Element emmagatzedor d'energia.

19-09-03

• CONDENSADOR



$$i = C\frac{dv}{dt}$$

C = capacitat (μF, pF, nF)

$$v = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau$$

1) v = constant ⇒ $i = 0$  Circuit obert

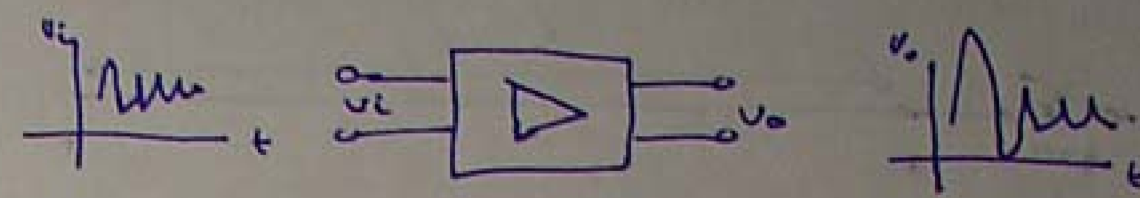
2) Inèrcia als canvis de voltatge (no pot canviar bruscament)

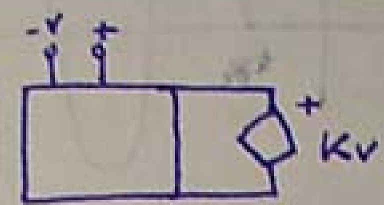
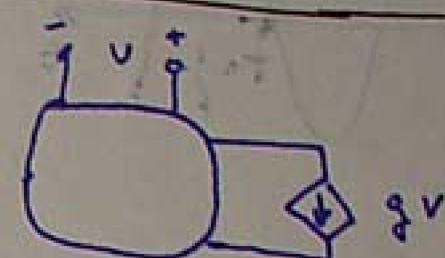
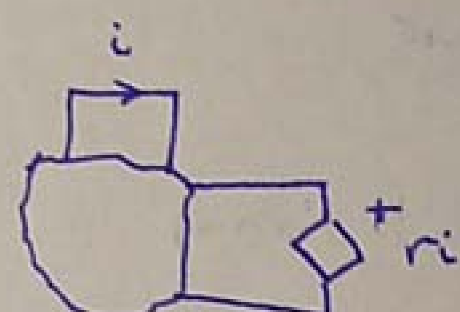
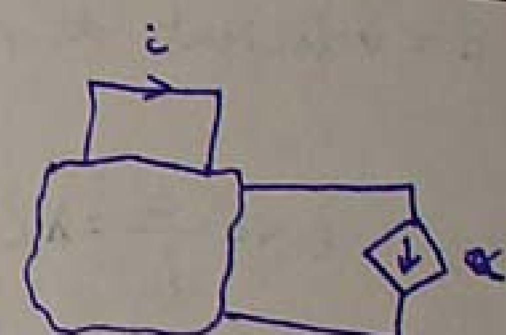
3) Té memòria

4) Element emmagatzenador d'energia.

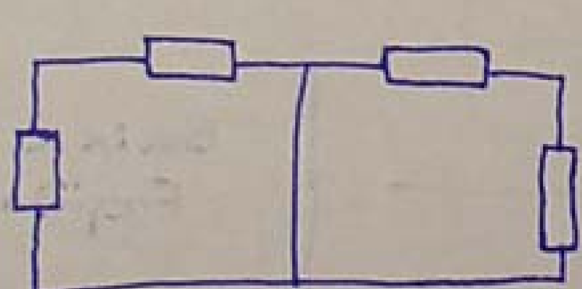
FONTS CONTROLADES LINEALMENT:

Amplificador d'audio



Tipus de font / Variable de control	De tensió	De corrent
Tensió	 $K \rightarrow$ Amplificació	 $g \rightarrow$ Transconductància
Corrent	 $r \rightarrow$ Transresistència	 $\alpha \rightarrow$ Amplif. de corrent

LIMITACIONS DE LA TEORIA DE CIRCUITS:



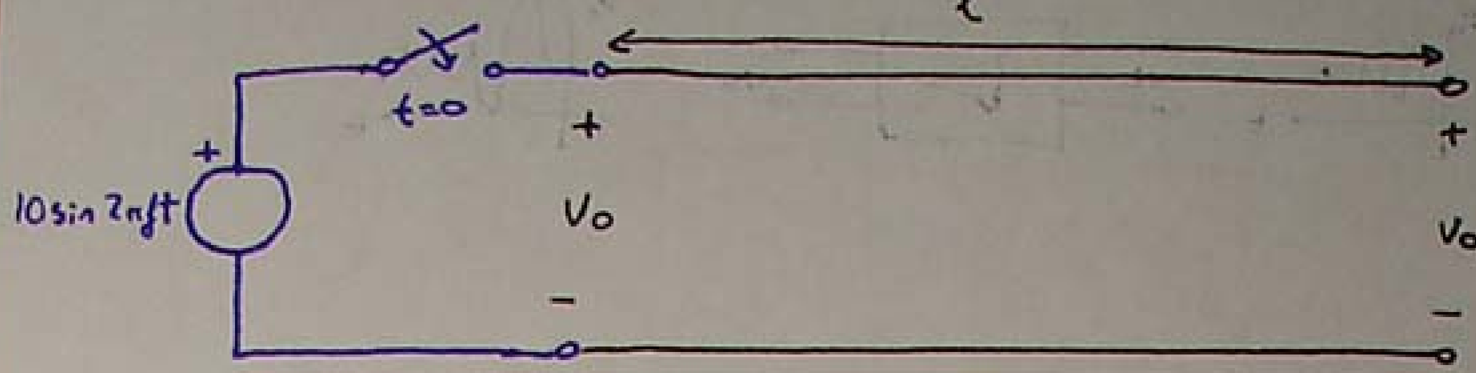
$\rightarrow \left.\begin{array}{l} KVL \\ KCL \\ v=f(i) \end{array}\right\}$ Solució

TC = Aproximació de la Teoria de camps electromagnètics

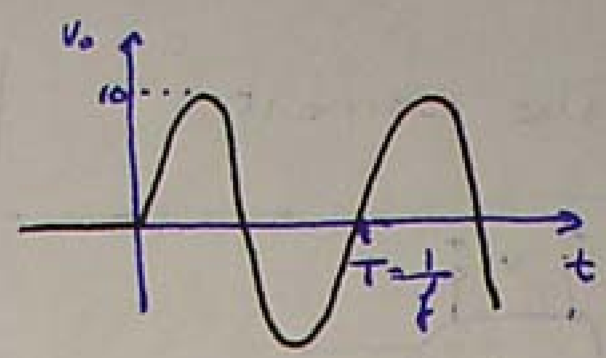
↳ Està basada en models de paràmetres concentrats.

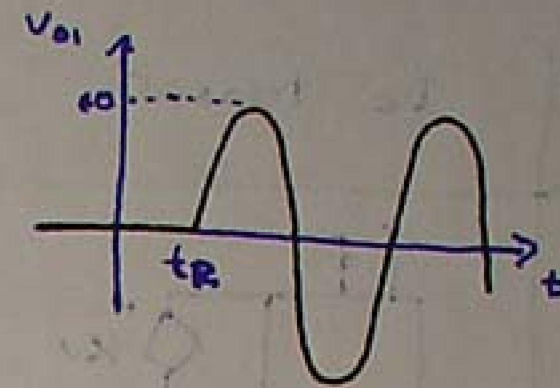
Paràmetres concentrats → No tenen en compte les dimensions físiques dels dispositius.

Experiment:



Es produeix un retard a causa de la distancia i la c (vel. llum).





Si $t_R \ll T \Rightarrow V_1 \approx V_2$ Es compliria Kirchhoff

$t_R = \frac{l}{c}$ c = velocitat de propagació

$\frac{l}{c} \ll \frac{1}{f} \Rightarrow l \ll \frac{c}{f} = \lambda$ (longitud d'ona)

$\boxed{\text{En general} \Rightarrow l_{màx} \ll \lambda}$

$c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Senyal	f	λ	$l_{màx} = \lambda/10$
Audio	10 KHz	30 Km	3 Km
OM ona/mitja	1 MHz	300 Km	30 m
FM freq. modulada	100 MHz	3 m	30 cm
UHF	1 GHz	0'3 m	3 cm

Baixa Freqüència

$l_{màx} \ll \lambda$

⇓

TC valida

..... (1 GHz)

⇓ Microones $\lambda \approx l_{màx}$

⇓ (300 GHz) òptica $\lambda \ll l_{màx}$

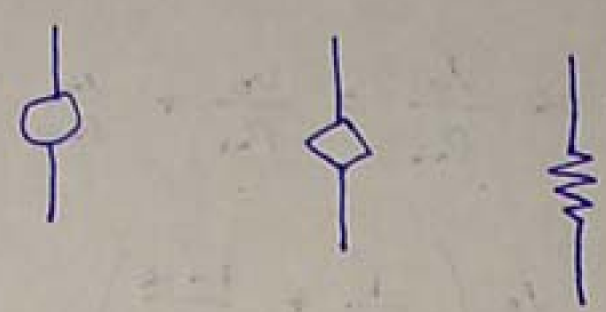
Problemes tema 1 ⇒ P1, P4, P5

TEMA 2:

ANÀLISI DE CIRCUITS DINÀMICS:

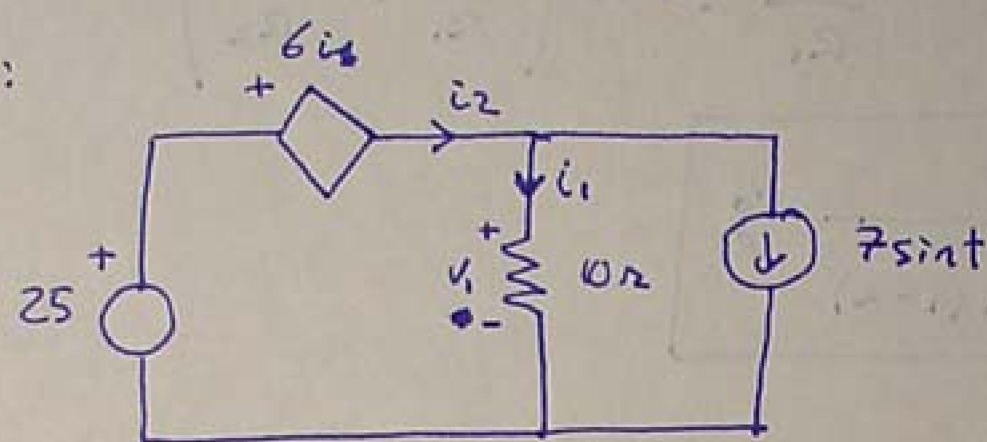
Circuits dinàmics $\Rightarrow$ Circuits amb memòria (L, C)

BREU RECORDATORI D'ALGUNES PROPIETATS DELS CIRCUITS RESISTIUS



KVL
KCL
$v = f(i)$

Ex:



$$\left.\begin{aligned} v_1 &= 25 - 6i_1 \\ i_2 &= i_1 + 7\sin t \\ v_1 &= 10 i_1 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 7\sin t \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$$ Sist. eq. algebraiques

- En general:

$$\left.\begin{matrix} KVL \\ KCL \\ f(i) = v \end{matrix}\right\} \quad P \cdot r = e$$

$P \rightarrow$ Matriu de paràmetres del circuit

$r \rightarrow$ Vector de respostes

$e \rightarrow$ Vector de exitacions $\Downarrow$ Entrada (v, i)

Si volem una resposta concreta:

$$r = P^{-1} \cdot e$$

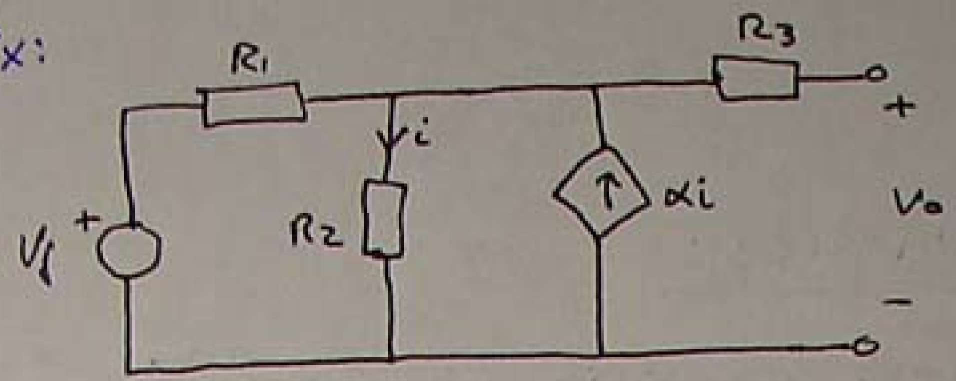
$$r_k = \alpha_{1k} \cdot e_1 + \alpha_{1k} \cdot e_2 + \dots + \alpha_{1k} \cdot e_n$$

Resposta = combinació lineal de les exitacions

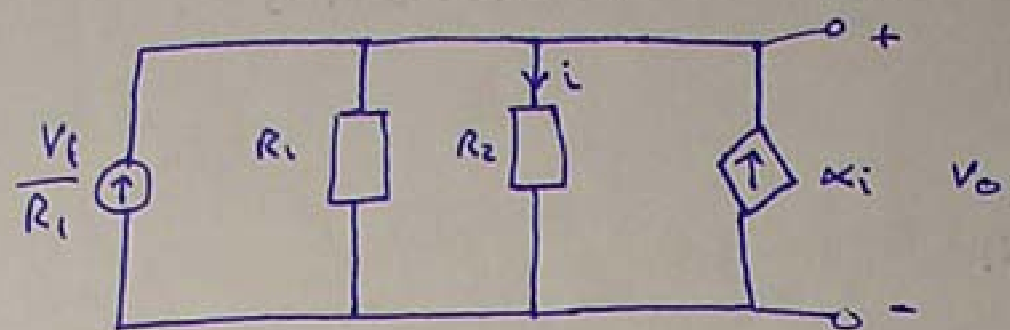
- Cas d'una sola exitació:

$r_k = \alpha_{k1} \cdot e_1 \Rightarrow$ Amplificació / Atenuació

Ex:



$\Downarrow$



KCL

$$\frac{V_f}{R_1} + \alpha \frac{V_o}{R_2} = \frac{V_o}{R_1} + \frac{V_o}{R_2}$$

$$\frac{V_f}{R_1} = V_o \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1-\alpha}{R_2} \right)$$

$$V_o = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1-\alpha}{R_2}} V_g = \boxed{\frac{R_2}{R_2 + R_1(1-\alpha)} V_g}$$

PAUTES: Validació de resultat

1) $V = \frac{\Omega}{\Omega} V$ $\Rightarrow$ Unitats (dimensionalitat)

2) Inexistència de potències (x^y) (sempre i quan no hi ha paràmetres repetits)

3) Provar valors particulars

- En el cas anterior

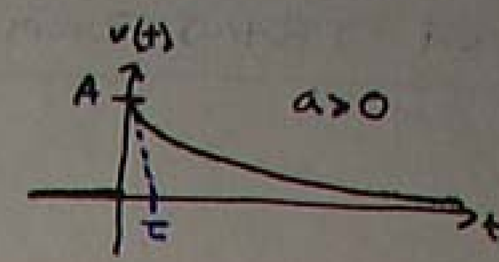
$\alpha = 0$

$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_g$ $\Rightarrow$ Mirem en la formula anterior i comprovem la verosimilitat.

26-09-03

Ex: Exponencial

$$v(t) = A\cdot e^{-at}\cdot u(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}\cdot u(t)$$



τ = tall de la tangent a $t=0$ amb l'eix de les t's.

u(t) = fa que el senyal s'activi a partir de t=0.

$$\mathcal{L}\left\{e^{-at}\cdot u(t)\right\} = \int_{0^-}^{\infty} e^{-at}\cdot u(t)\cdot e^{-st}\,dt =$$

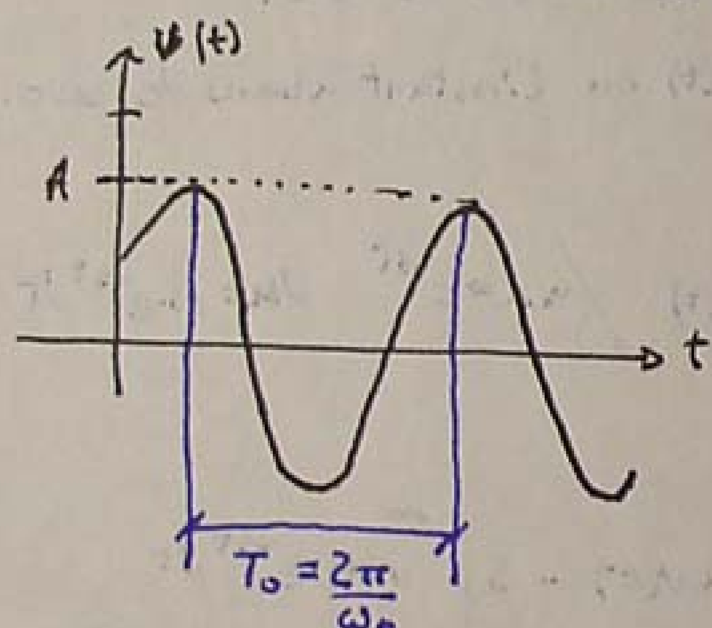
$$= \int_{0^-}^{\infty} e^{-(s+a)t}\,dt = \frac{-1}{s+a}\left[e^{-(s+a)t}\right]_{0^-}^{\infty} =$$

$$= \boxed{\frac{1}{s+a}}$$

Condició de convergència $\sigma + a > 0$, $\sigma > -a$

Ex: Senyal sinosoidal

$$v(t) = A\cdot\cos(\omega_0 t + \Phi)\cdot u(t)$$



A = amplitud
ω_0 = freq. angular
Φ = desfasament

IMPORTANT

$$\cos x = \frac{e^{jx}+e^{-jx}}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{jx}-e^{-jx}}{2j}$$

$$v(t) = A\cdot\cos\Phi\cdot\cos\omega_0 t\cdot u(t) - A\sin\Phi\cdot\sin\omega_0 t\cdot u(t)$$

$$\mathcal{L}\left\{\cos(\omega_0 t)\cdot u(t)\right\} = \int_{0^-}^{\infty}\cos(\omega_0 t)\cdot u(t)\cdot e^{-st}\cdot dt =$$

$$= \int_{0^-}^{\infty}\frac{e^{j\omega_0 t}+e^{-j\omega_0 t}}{2}\cdot e^{-st}\cdot dt = \frac{1}{2}\left[\int_{0^-}^{\infty}e^{-(s-j\omega_0)t}\,dt + \int_{0^-}^{\infty}e^{-(s+j\omega_0)t}\,dt\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{+1}{s-j\omega_0} + \frac{1}{s+j\omega_0}\right] = \frac{1}{2}\,\frac{s+j\omega_0+s-j\omega_0}{(s-j\omega_0)(s+j\omega_0)} = \frac{s}{s^2-(j\omega_0)^2} =$$

$$= \boxed{\frac{s}{s^2+\omega_0^2}}$$

PROPIETATS DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE:

1) Linealitat

$$\boxed{\mathcal{L}\left\{A_1\cdot v_1(t) + A_2\cdot v_2(t)\right\} = A_1\cdot V_1(s) + A_2\cdot V_2(s)}$$

V_1 = transformada de $v_1(t)$

V_2 = transformada de $v_2(t)$

Dem:

$$\int_{0^-}^{\infty}\left[A_1\cdot v_1(t) + A_2\cdot v_2(t)\right]e^{-st}\cdot dt =$$

$$= A_1 \underbrace{\int_{0^-}^{\infty} v_1(t)\cdot e^{-st}\cdot dt}_{V_1(s)} + A_2 \underbrace{\int_{0^-}^{\infty} v_2(t)\cdot e^{-st}\cdot dt}_{V_2(s)}$$

2) Derivació

$$\boxed{\mathcal{L}\left\{\frac{dv(t)}{dt}\right\} = s\cdot V(s) - v(0^-)}$$

$V(s)$ = transformada de $v(t)$

$v(0^-) = v(t)$ en l'instant abans de zero.

Dem:

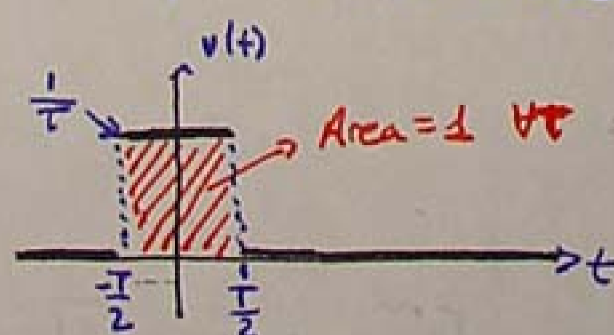
$$\int_{0^-}^{\infty}\frac{dv(t)}{dt}\cdot e^{-st}dt =$$

$v' = dv(t)\,dt \quad v = v(t) \quad / \quad u = e^{-st} \quad du = -s\cdot e^{-st}dt$

$I = uv - \int vu'du$

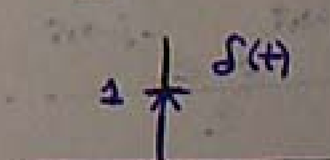
$$= \left[e^{-st}\cdot v(t)\right]_{0^-}^{\infty} - \int_{0^-}^{\infty}(-s)e^{-st}\cdot v(t)dt = 0 - 1\times v(0^-) - s\underbrace{\int_{0^-}^{\infty} v(t)\cdot e^{-st}dt}_{V(s)}$$

Ex: impuls o Delta de Dirac



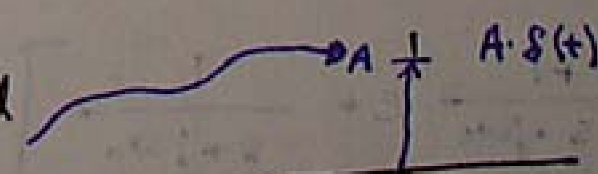
$$\delta(t) = \lim_{T\to 0} v(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt = 1 & t = 0\end{cases}$$

Representació de la funció:



$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0\end{cases}$$

Magnitud del impuls

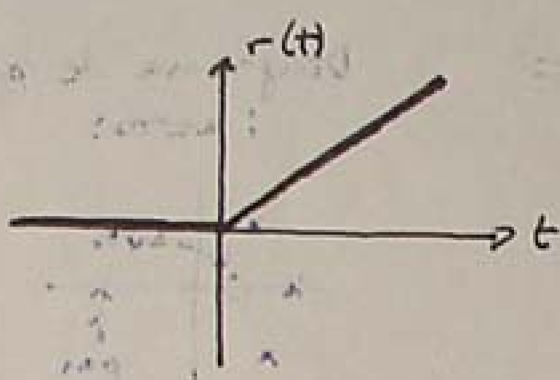


$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} \begin{cases} \mathcal{L}\left\{\dfrac{dv(t)}{dt}\right\} = s\cdot \overset{\text{esglaó unitari transformat}}{U(s)} - u(0^-) = s\cdot\dfrac{1}{s} = 1 \\[2ex] \mathcal{L}\{\delta(t)\} = \displaystyle\int_{0^-}^{\infty}\delta(t)e^{-st}dt = \int_{0^-}^{\infty}\delta(t)\cdot e^{-st}dt = \int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt = 1 \end{cases}$$

3) Integració

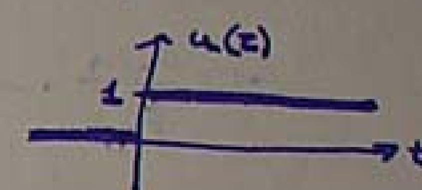
$$\boxed{\mathcal{L}\left\{\int_{0^-}^{t} v(\tau)\,d\tau\right\} = \frac{V(s)}{s}}$$

Ex: Funció rampa



$$r(t) = t\cdot u(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{u(\tau)}_{\text{esglaó unitari}}\,d\tau$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = u(\tau)$$



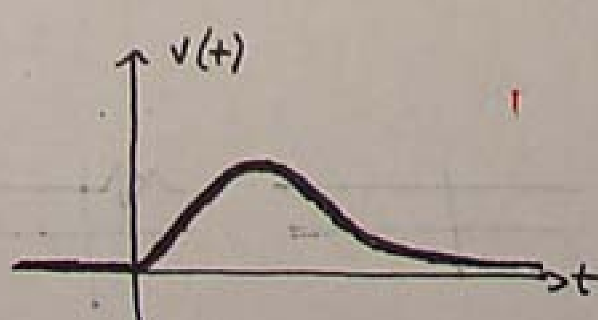
$$\mathcal{L}\left\{\int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,d\tau\right\} = \mathcal{L}\left\{\int_{0^-}^{t} u(\tau)\,d\tau\right\} = \frac{U(s)}{s} = \frac{1/s}{s} = \boxed{\frac{1}{s^2}}$$

4) Producte per exponencial

$$\boxed{\mathcal{L}\left\{e^{-at}\cdot v(t)\right\} = V(s+a)}$$

$V(s+a)$ = transformada del que hi hagi multiplicant a l'exponencial i en comptes de "s" posar "s+a"

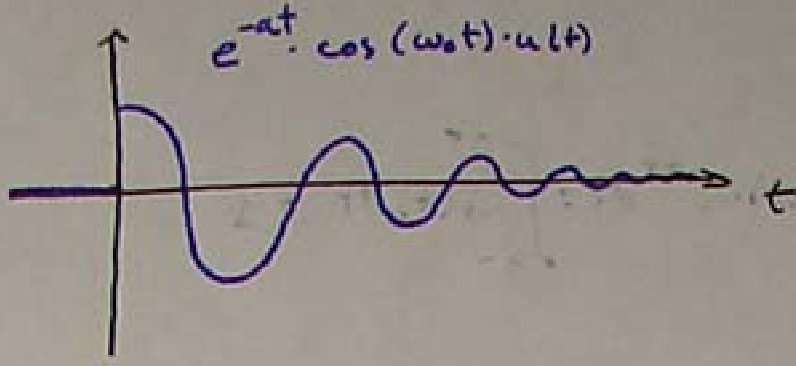
Ex: Rampa esmorteida



$$v(t) = e^{-at}\cdot t\cdot u(t)$$

$$\mathcal{L}\left\{e^{-at}\cdot \underbrace{t\cdot u(t)}_{\text{rampa}}\right\} = \frac{1}{(s+a)^2}$$

Ex: Cosinus esmorteït



$$\mathcal{L}\left\{e^{-at}\cdot\cos(\omega_0 t)\cdot u(t)\right\} = \frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$$

DIAGRAMA DE POLS i ZEROS:

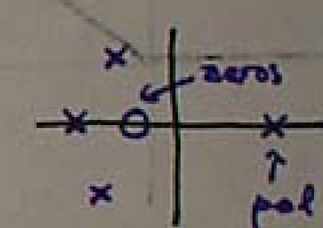
Ex: $$\mathcal{L}\left\{u(t) + 9e^{-20t}\cdot u(t)\right\} = \frac{1}{s} + 9\frac{1}{s+20} = \frac{10s+20}{s^2+20s}$$

En general:

$$\mathcal{L}\{v(t)\} = V(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + \dots + a_0}{b_n s^n + \dots + b_0} =$$

$$= \frac{a_m}{b_n}\cdot\frac{s^m + \dots + \frac{a_0}{a_m}}{s^n + \dots + \frac{b_0}{b_n}} = K\,\frac{(s-z_1)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdots(s-p_n)}$$

Diagrama de pols i zeros:



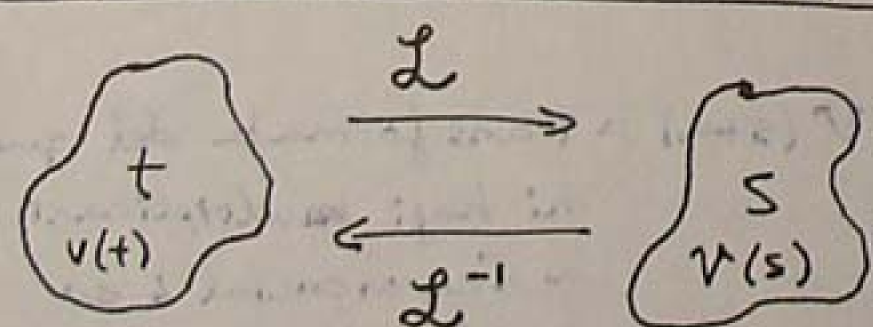
	simples	Dobles
$z_1, \dots, z_m \rightarrow$ Zeros de $V(s)$	(O)	(OO) / O^{2}
$p_1, \dots, p_n \rightarrow$ Pols de $V(s)$	(×)	(⋇) / $\times^{2}$

Normalment: $m < n$

Problemes recomenats: P1, P3, P5

29-09-03

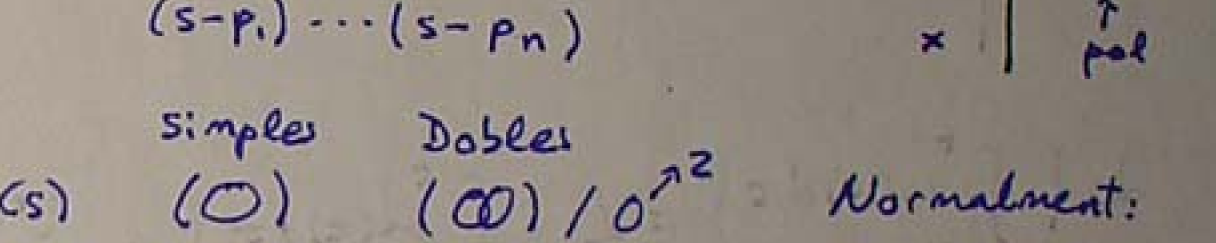
TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE:



Problema d'unicitat:

$\mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\{1\}$

esglaó unitari — Constant 1



$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = u(t) = 1$ Vàlida per $t \geq 0$

$\frac{1}{s} \rightarrow$ Conjunt de senyals amb valor constant $= 1$ per a $t \geq 0$

Q/P on Q>P

Ex: $V(s) = \dfrac{s^2+4s+6}{s^2+3s+2} = 1 + \dfrac{s+4}{(s+1)(s+2)} = 1 + \dfrac{K_1}{s+1} + \dfrac{K_2}{s+2}$

$$\begin{array}{l|l} s^2+4s+6 & s^2+3s+2 \\ \underline{-s^2-3s-2} & 1 \\ \quad s+4 & \end{array}$$

$$\boxed{v(t) = \delta(t) + K_1 \cdot e^{-t} \cdot u(t) + K_2 \cdot e^{-2t} \cdot u(t)}$$

$$K_1 = \cancel{(s+1)} + \frac{(s+4)\cancel{(s+1)}}{\cancel{(s+1)}\cdot(s+2)}\Bigg|_{s=-1} = \frac{3}{1} \Rightarrow \boxed{K_1 = 3}$$

$$K_2 = \frac{s+4}{s+1}\Bigg|_{s=-2} = \frac{2}{-1} \Rightarrow \boxed{K_2 = -2}$$

2/ POLS REALS DOBLES

Ex: $V(s) = \dfrac{4(s+3)}{s(s+2)^2}$

$$V(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s+2)^2} + \frac{K_3}{s+2}$$

$$K_1 = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{K_1 = 3}$$

$$K_2 = \frac{4(s+3)}{s}\Bigg|_{s=-2} = \frac{4}{-2} \Rightarrow \boxed{K_2 = -2}$$

K_3 ? $\quad V(s)\cdot(s+2) = \dfrac{K_1(s+2)}{s} + \boxed{\dfrac{K_2}{s+2}} + K_3$

METODE ALTERNATIU PER SABER K_3:

Derivem:

$$V(s)\cdot(s+2)^2 = \frac{K_1(s+2)^2}{s} + K_2 + K_3(s+2)$$

$$\frac{d}{ds}\left[V(s)\cdot(s+2)^2\right] = \frac{K_1\cdot 2(s+2)s - K_1(s+2)^2}{s^2} + 0 + K_3$$

$$K_3 = \frac{d}{ds}\left[V(s)\cdot(s+2)^2\right]\Bigg|_{s=p_2} = \frac{d}{ds}\left[\frac{4(s+3)}{s}\right]\Bigg|_{s=-2} = \frac{4(s-s-3)}{s^2} = \frac{-12}{4}$$

segon pol $s=-2$

$$\boxed{K_3 = -3}$$

$$\boxed{v(t) = 3u(t) - 2t\cdot e^{-2t}\cdot u(t) - 3e^{-2t}\cdot u(t)}$$

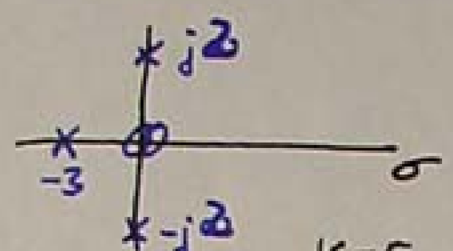
* Per defecte:

$$\mathcal{L}^{-1}\{V(s)\} = \begin{cases} v(t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} = v(t)\cdot u(t)$$

* Metodes d'antitransformada:
  - Integrals en el pla complexe
  - Utilització de taules

Ex: $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{s+9}\right\} = 5\cdot e^{-9t}$

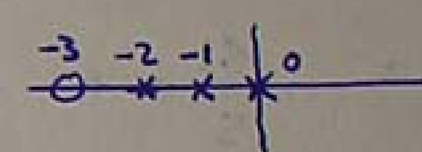
Ex: Pols i zeros



$K=5$

$$V(s) = 5\,\frac{s^2}{(s+3)(s-2j)(s+2j)} = 5\,\frac{s^2}{(s+3)(s^2+4)}$$

1) POLS REALS SIMPLES ($\frac{Q}{P}$ on $P>Q$)



Ex: $V(s) = \frac{2(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$ $\qquad v(t) = ?$

$$V(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1} + \frac{K_3}{s+2}$$ $\qquad K_i \rightarrow$ residus

$$v(t) = K_1\cdot u(t) + K_2 e^{-t}\cdot u(t) + K_3\cdot e^{-2t}\cdot u(t)$$

Per trobar els residus (K's):

$$V(s)\cdot s = K_1 + \frac{K_2\cdot s}{s+1} + \frac{K_3\cdot s}{s+2}$$

$\hookrightarrow s=0 \Rightarrow K_1 = \left[V(s)\cdot s\right]\Big|_{s=0} = \frac{2(s+3)\cancel{s}}{\cancel{s}(s+1)(s+2)}\Big|_{s=0} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{K_1 = 3}$

$K_2 = \frac{2(s+3)}{s(s+2)}\Big|_{s=-1} = \frac{4}{-1} = -4 \Rightarrow \boxed{K_2 = -4}$

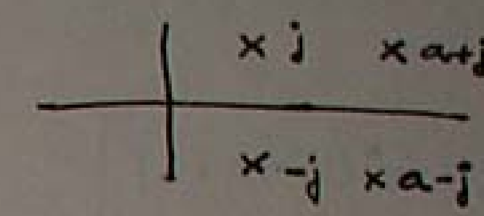
$K_3 = \frac{2(s+3)}{s(s+1)}\Big|_{s=-2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{K_3 = 1}$

$$\boxed{v(t) = 3u(t) - 4e^{-t}\cdot u(t) + e^{-2t}\cdot u(t)}$$

3) POLS COMPLEXES SIMPLES:

$$V(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$v(t)$ Reals $\Rightarrow$ $N(s), D(s)$ Amb coeficients reals $\Rightarrow$ pols i zeros apareixen per nums. complexes parells i conjugats



$$V(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s-\alpha-j\beta)(s-\alpha+j\beta)(\quad)(\quad)\cdots(\quad)(\quad)} = \frac{K}{s-\alpha-\beta j} + \frac{K^*}{s-\alpha+j\beta} + \cdots$$

* Només és necessari calcular un dels dos residus, pk l'altre serà el conjugat.

$$K = \Big[V(s)\cdot(s-\alpha-j\beta)\Big]_{s=\alpha+j\beta} = |K|\cdot \underbrace{e^{j\arg K}}_{e^{j\cdot\arg K}}$$

$$K^* = |K|\cdot e^{-j\cdot\arg K}$$

$$v(t) = \Big[K\cdot e^{(\alpha+\beta j)t} + K^*\cdot e^{(\alpha-j\beta)t} + \cdots\Big]\cdot u(t) =$$

$$= \Big[|K|\cdot e^{j\arg K}\cdot e^{\alpha t}\cdot e^{j\beta t} + |K|\cdot e^{-j\arg K}\cdot e^{\alpha t}\cdot e^{-j\beta t} + \cdots\Big]u(t) =$$

$$= \Big[|K|\cdot e^{\alpha t}\Big(e^{j(\beta t+\arg K)} + e^{-j(\beta t+\arg K)}\Big) + \cdots\Big]u(t) =$$

$$= \Big[2\cdot|K|\cdot e^{\alpha t}\Big(\underbrace{\frac{e^{j(\beta t+\arg K)} + e^{-j(\beta t+\arg K)}}{2}}_{\cos(\beta t+\arg K)}\Big) + \cdots\Big]\cdot u(t) =$$

$$= \Big[2|K|\cdot e^{\alpha t}\cdot\cos(\beta t+\arg K) + \cdots\Big]\cdot u(t)$$

$\alpha \to \frac{1}{\text{const. de temps}}$ $\beta \to$ freq. angular $|K| \to$ Amplitud

$\arg K \to$ Desfasament

Ex: $V(s) = \frac{20(s+3)}{(s+1)(s^2+2s+5)} \longrightarrow v(t) = ?$

Ex: $$V(s) = \frac{20(s+3)}{(s+1)(s^2+2s+5)}$$

$$s = \frac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{2} \quad \begin{cases} s = -1+j2 \\ s = -1-j2 \end{cases}$$

$$V(s) = \frac{K_1}{(s+1)} + \frac{K_2}{(s+1-2j)} + \frac{K_2^*}{(s+1+2j)}$$

$$K_1 = \Big[V(s)\cdot(s+1)\Big]_{s=-1} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \boxed{K_1 = 10}$$

$$K_2 = \Big[V(s)\cdot(s+1-2j)\Big]_{s=-1+2j} = \frac{20(2+2j)}{2j(4j)} = \frac{40+40j}{-8} =$$

$$\cancel{\boxed{K_2 = \frac{10(1+j)}{3}}}$$

$$= -5-j5 = +5(-1-j) =$$

$$= \boxed{5\sqrt{2}\, e^{-j\frac{3\pi}{4}} = K_2}$$

$$\boxed{K_2^* = 5\sqrt{2}\cdot e^{j\frac{3\pi}{4}}}$$

$$\cancel{\boxed{K_2^* = \frac{-10+j10}{3}}}$$

$$\boxed{v(t) = \left(10\cdot e^{-t}\cdot u(t) + 10\sqrt{2}\, e^{-t}\cdot \cos\left(2t - \frac{3\pi}{4}\right)\cdot u(t)\right)}$$

TEOREMA DEL VALOR INICIAL:

$$\boxed{\lim_{t\to 0} v(t) = \lim_{s\to\infty} s\cdot V(s)}$$

TEOREMA DEL VALOR FINAL:

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} v(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot V(s)}$$

Aplicable només si $\exists \lim_{t\to\infty} v(t)$

* Útils per validar càlculs de $\mathcal{L}^{-1}\{V(s)\}$

Ex: $V(s) = \dfrac{2(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \xRightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v(t) = u(t)\left[3 - 4e^{-t} + e^{-2t}\right]$

Valor inicial:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t \to 0} v(t) = v(0) = 3 - 4 + 1 = 0 \\ \\ \lim\limits_{s \to \infty} V(s) \cdot s = \lim\limits_{s \to \infty} \dfrac{2(s+3)}{(s+1)(s+2)} = 0 \end{array}\right\} \text{OK!!}$$

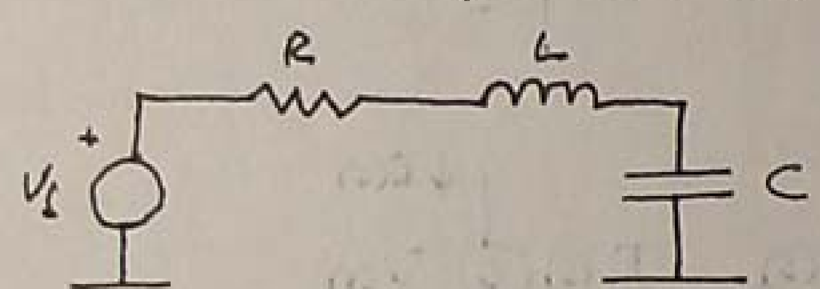
Valor final:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t \to \infty} v(t) = 3 \\ \\ \lim\limits_{s \to 0} s \cdot V(s) = \dfrac{6}{2} = 3 \end{array}\right\} \text{OK!!}$$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DIFERENCIALS:

Mitjançant la transformada de Laplace

Ex:



KVL: $Ri + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau = V_f$ } Eq. Integro diferencial

$$\Downarrow \mathcal{L}$$

$$R \cdot I(s) + L\left(s \cdot I(s) - i(0^-)\right) + \left(\frac{V_C(0^-)}{s} + \frac{I(s)}{C \cdot s}\right) = V_f(s)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i(\tau)\,d\tau + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\tau)\,d\tau = V_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\tau)\,d\tau$$

$$I(s) = \frac{V_f(s) + L \cdot i(0) + \dfrac{V_C(0^-)}{s}}{R + Ls + \dfrac{1}{Cs}}$$

$$\boxed{I(s) = \frac{V_g(s)}{R + Ls + \frac{1}{Cs}}}$$ $\Leftrightarrow$ Condicions inicials nules

$v_c(0^-) = 0$ i $i(0^-) = 0$

2-10-03

CIRCUIT TRANSFORMADA DE LAPLACE:

1) Connexions:

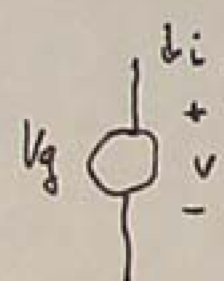
KCL: $i_1(t) + i_2(t) = i_3(t)$

$\downarrow \mathcal{L}$

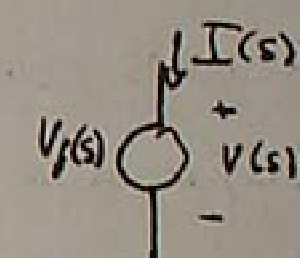
$I_1(s) + I_2(s) = I_3(s)$

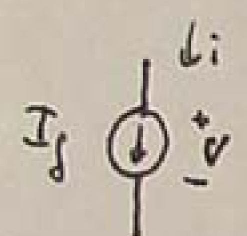
$\boxed{\sum_{\lambda} I_k(s) = 0}$ $\boxed{\sum_{\circlearrowleft} V_k(s) = 0}$ } En el domini transformat també es compleix Kirchoff

2/ Elements:

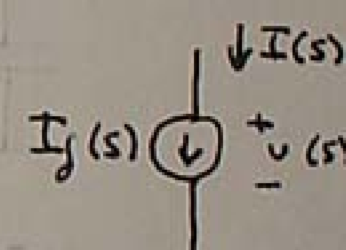


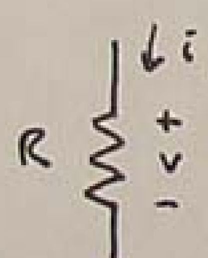
$v = V_g \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = V_g(s)$



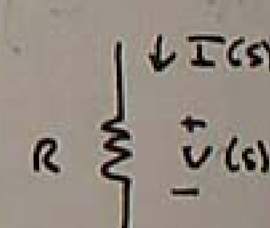


$i = I_g \xrightarrow{\mathcal{L}} I(s) = I_g(s)$

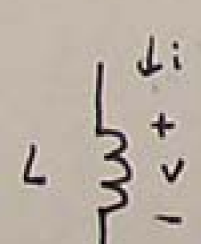




$v = Ri \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = RI(s)$



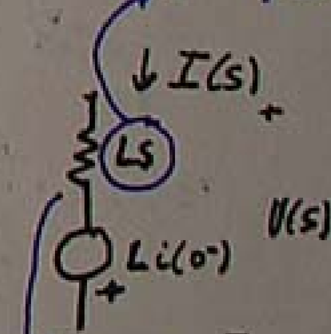
Z = impedància



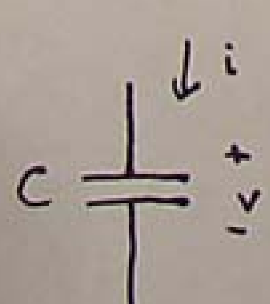
$v = L\frac{di}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = L\left(sI(s) - i(0^-)\right) =$

$= LsI(s) - Li(0^-)$

Z = impedància

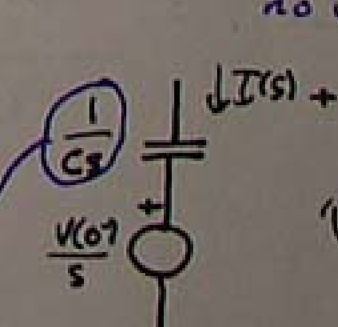


Es sol posar una bobina, no una R.



$v = v_0 + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = \frac{v(0^-)}{s} + \frac{1}{C}\frac{I(s)}{s}$

$v_0 = v(0^-)$



Z = impedància

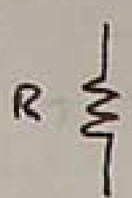
Impedància:

$$Z(s) = \left.\frac{V(s)}{I(s)}\right|_{C.I=0} \qquad Z = [\Omega]$$

↳ condicions inicials

Admitància:

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \left.\frac{I(s)}{V(s)}\right|_{C.I.=0} \qquad Y = [\Omega^{-1}]$$

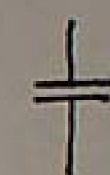


$Z(s) = R$

$Y(s) = \frac{1}{R} = G$

$Z(s) = Ls$

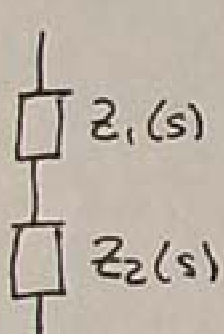
$Y(s) = \frac{1}{Ls}$



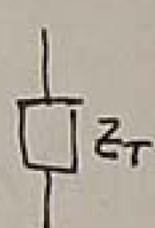
$Z(s) = \frac{1}{Cs}$

$Y(s) = Cs$

Associacions:

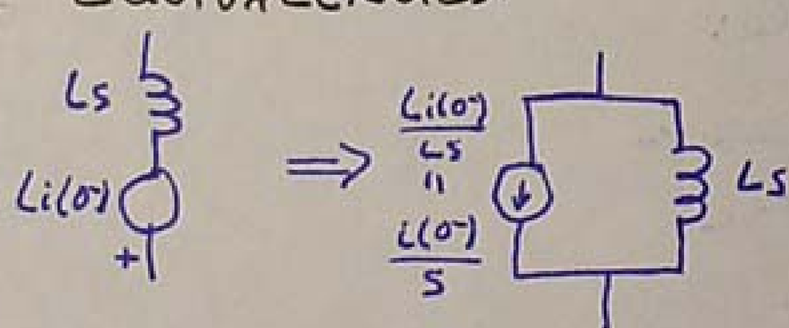


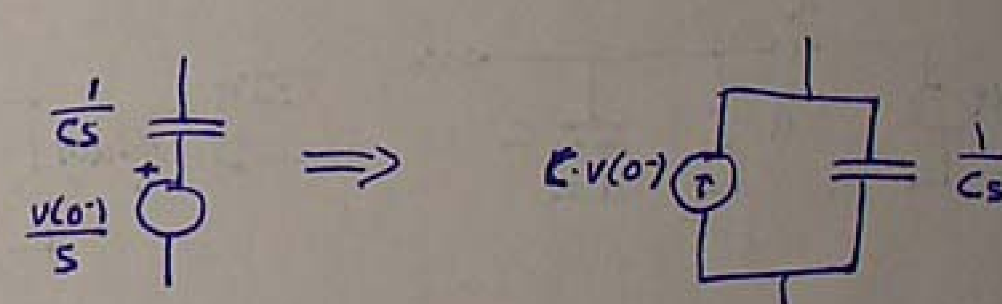
≍



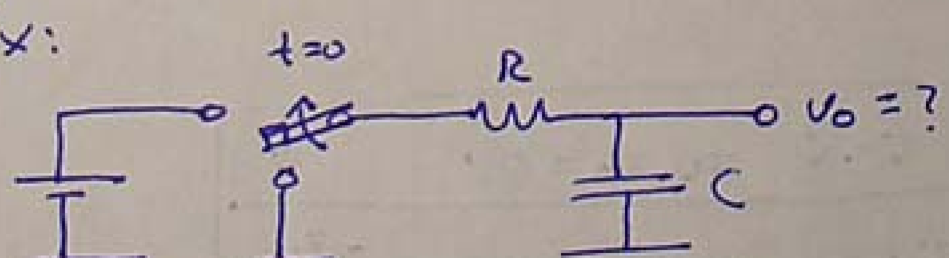
$$Z_T = Z_1(s) + Z_2(s)$$

EQUIVALENCIES:

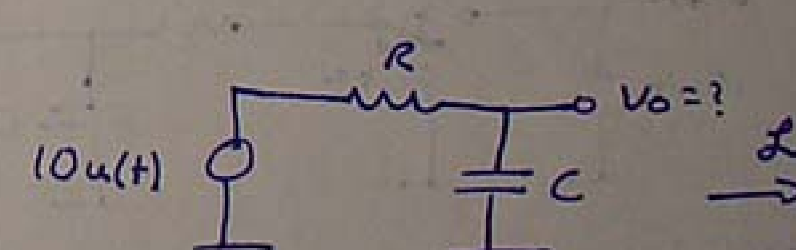




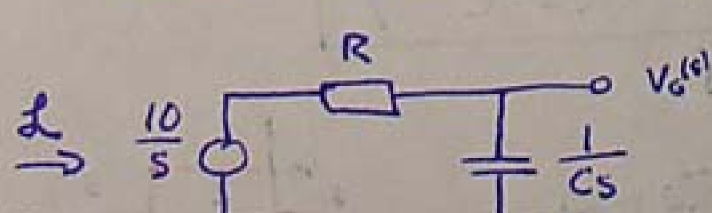
Ex:



⟹

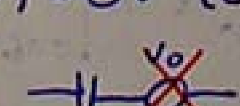


$\xrightarrow{\mathcal{L}}$



Condicions inicials:

$v_o(0^-) = 0V$ (C.I=0)



$$V_o(s) = \frac{10}{s}\,\frac{\frac{1}{Cs}}{R+\frac{1}{Cs}} = \frac{10}{s(RCs+1)} = \frac{10/RC}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)} \implies$$

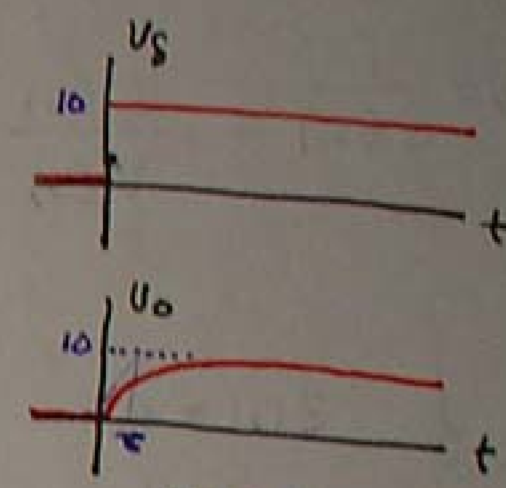
$$V_o(s) = \frac{10/RC}{s(s+\frac{1}{RC})} \Rightarrow V_o(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+\frac{1}{RC}} = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{1}{RC}}$$

$$K_1 = \left[\frac{10/RC}{s+\frac{1}{RC}}\right]_{s=0} = 10$$

$$K_2 = \left.\frac{10/RC}{s}\right]_{s=\frac{-1}{RC}} = -10$$

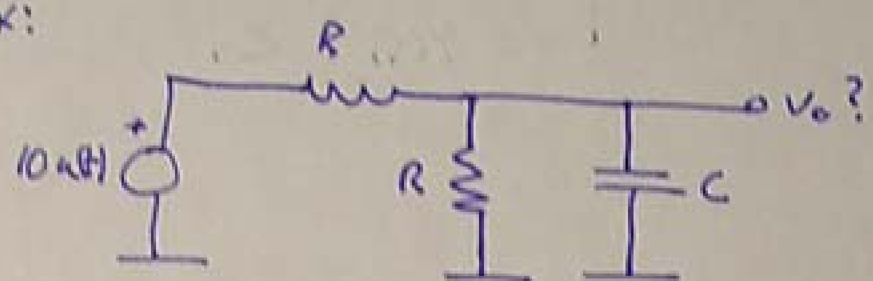
$$\Downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$\boxed{V_o(t) = 10\,u(t) - 10\,e^{-\frac{t}{RC}} \cdot u(t) = 10\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)u(t)}$$



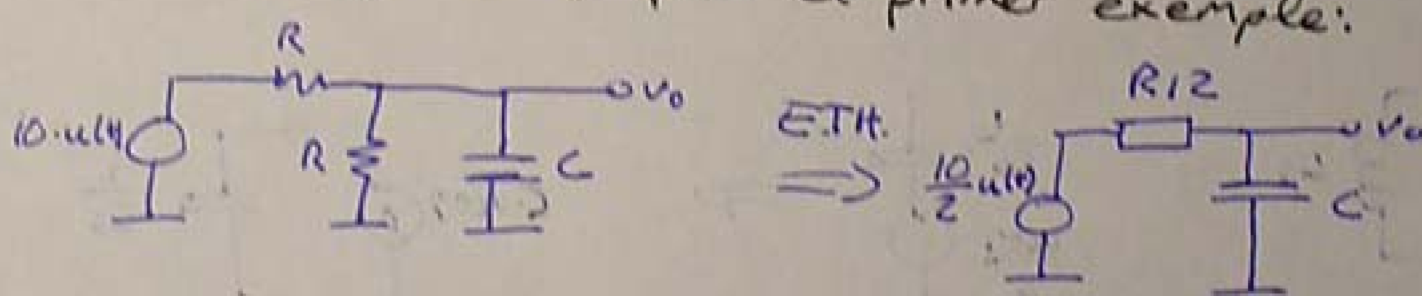
$\tau = RC$

Ex:

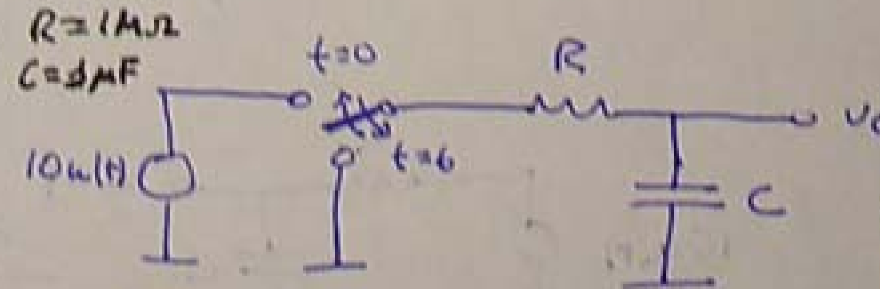


$$V_o(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{Z_{eq}(s)}{R + Z_{eq}(s)} = \frac{R\frac{1}{Cs}}{R+\frac{1}{Cs}} \qquad Z_{eq}(s) = \left(R \,/\!/\, \frac{1}{Cs}\right)$$

Fent-ho així podem aprofitar el primer exemple:



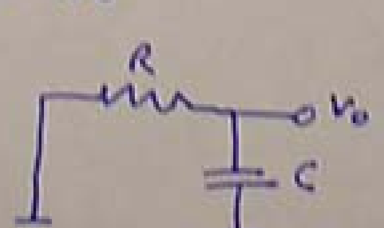
Ex: $R = 1M\Omega$, $C = 1\mu F$



1) $t < 0 \Rightarrow v_o = 0V$

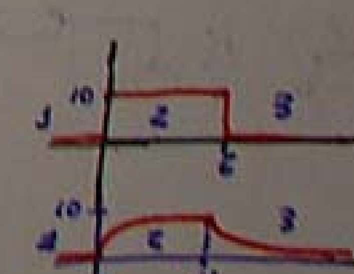
2) $0 \leq t < 6 \Rightarrow v_o = 10(1-e^{-\frac{t}{RC}})$

3) $t \geq 6$

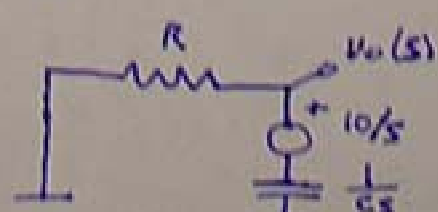


$t' = 0 \Leftrightarrow t = 6s$

$$v_o\Big|_{t'=0^-} = v_o\Big|_{t=6^-} = 10(1-e^{-\frac{6}{RC}}) \simeq 10$$



$\Downarrow \mathcal{L}$

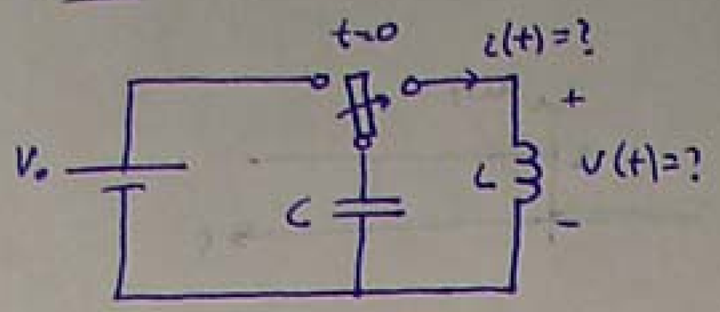


$$v_o(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{R}{R+\frac{1}{Cs}} = \frac{10R}{Rs+\frac{1}{C}} = \frac{10}{s+\frac{1}{CR}}$$

$$\Downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$V(t) = 10\,e^{-\frac{t'}{RC}} = \boxed{10\,e^{-\frac{t-6}{RC}}}$$

Ex:



$V_0 = 9V$

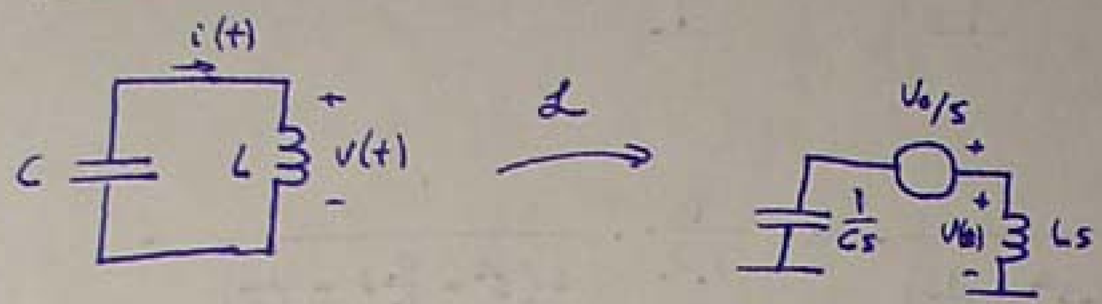
$C = 2'5\mu F$

$L = 10mH$

t<0:

$i(t) = 0 \qquad v(t) = 0$

t≥0:



CI: $V_c(0^-) = 9V$

$i(0^-) = 0A$

$$I(s) = \frac{V_0/s}{\frac{1}{Cs} + Ls} = \frac{V_0}{\frac{1}{C} + Ls^2} = \frac{V_0}{L} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{1}{CL}}$$

$$V(s)_{bobina} = Ls\,I(s) = V_0 \frac{s}{s^2 + \frac{1}{CL}}$$

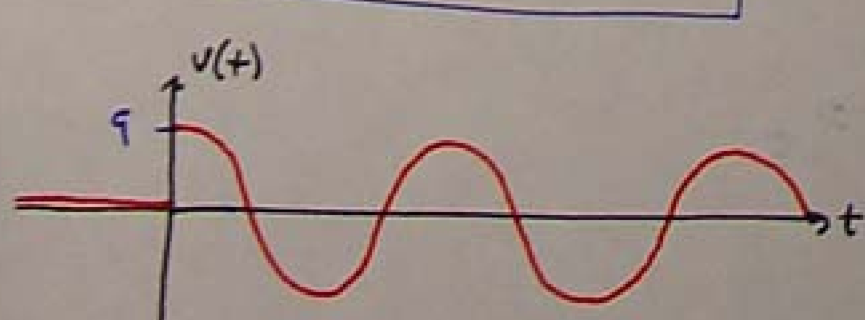
$$\Big\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

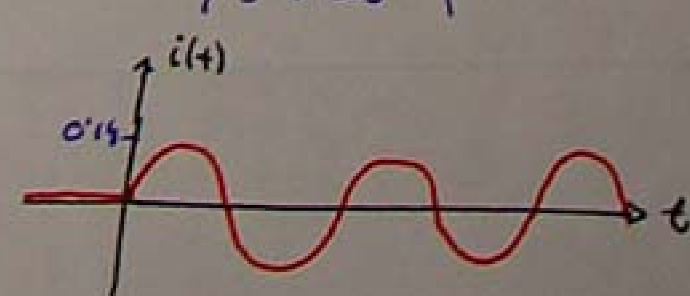
$$v(t) = V_0 \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t \quad \Leftarrow \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+\omega_0^2}\right\} = \cos \omega_0 t \cdot u(t)$$

$$\boxed{v(t) = 9 \cos \left(\frac{t \cdot 6'32 \cdot 10^3}{1}\right)}$$

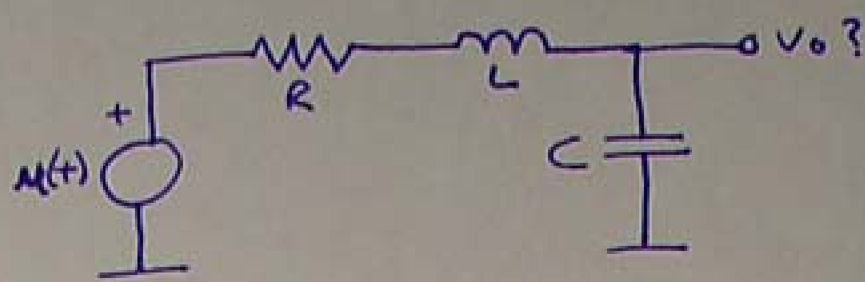
$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ V_0 \frac{\sqrt{C}}{\sqrt{L}} \frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2 + \frac{1}{LC}} \right\} = V_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

$$\boxed{i(t) = 0'14 \sin (6'32 \cdot 10^3\, t)} \quad \Leftarrow \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}\right\} = \sin \omega_0 t \cdot u(t)$$





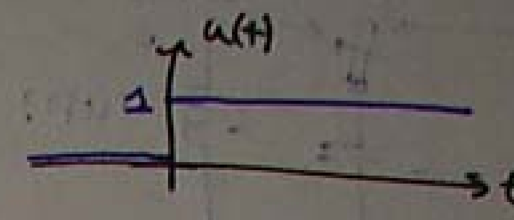
Ex:



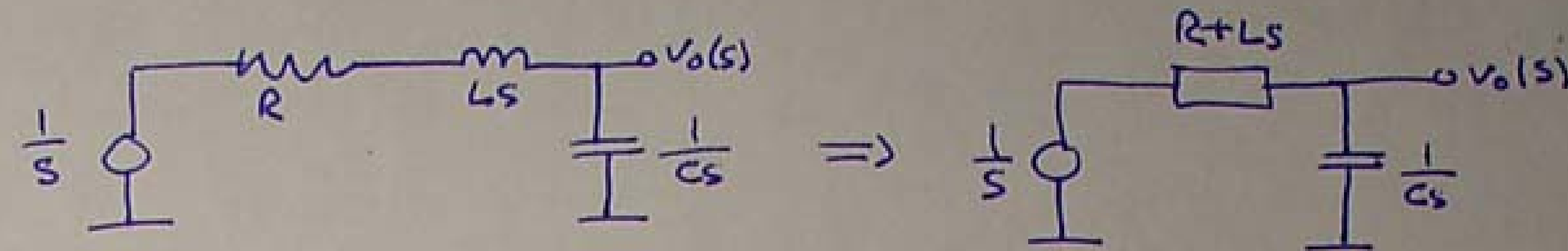
$R = 2\Omega$

$L = 1H$

$C = 100\,mF$



$\downarrow \mathcal{L}$ $\boxed{CI = 0}$



$$V_o(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{Cs\left(Rs + Ls^2 + \frac{1}{C}\right)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{s\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)} =$$

$$= \frac{10}{s(s^2 + 2s + 10)}$$

Valors

$p_1 = 0$

$$p_{2,3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-40}}{2} = -1 \pm 3j$$

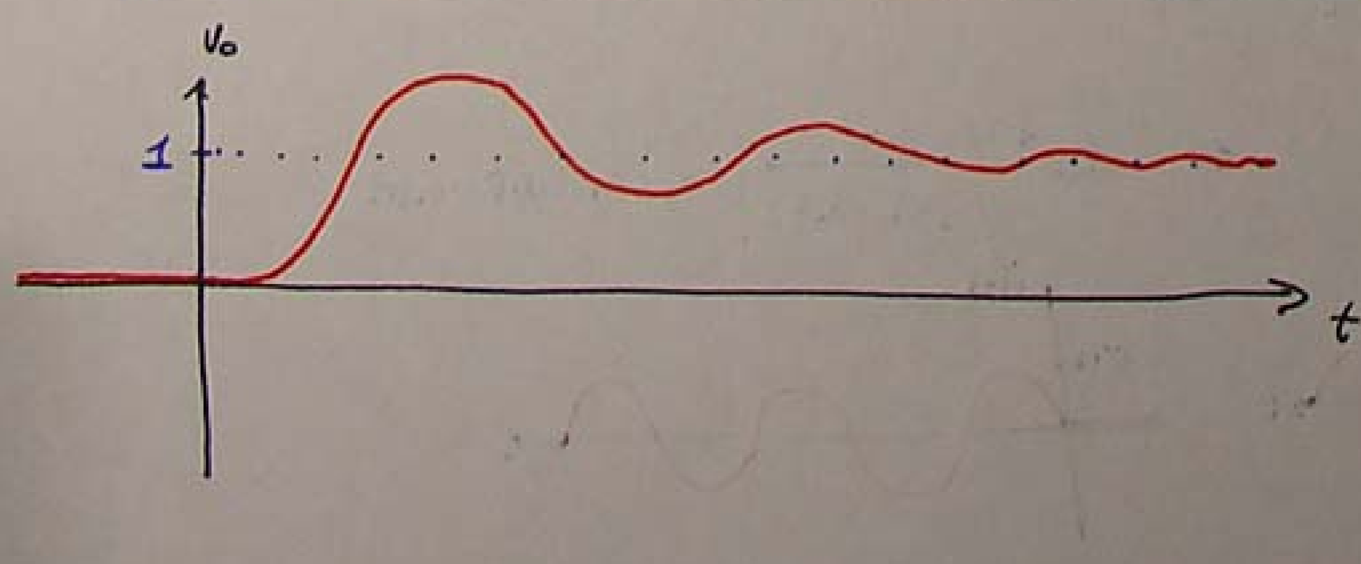
$$V_o(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1-3j} + \frac{K_2^*}{s+1+3j}$$

$\boxed{K_1 = 1}$

$$K_2 = \left.\frac{10}{s(s+1+3j)}\right|_{s=-1+3j} = \frac{10}{(-1+3j)(6j)} = \frac{10}{-18-6j} = \frac{10 \angle 0}{18'97 \angle 3'46} =$$

$$= 0'53\, e^{-j3'46}$$

$$\boxed{v_o(t) = \left[1 + 2 \cdot 0'53\, e^{-t} \cdot \cos 3t - 3'46\right] u(t)}$$



SIMULACIÓ DE CIRCUITS DINÀMICS AMB PSPICE

PSpice = programa capaç de resoldre sistemes d'equacions algebraics

Circuits resistius:

Descripció del circuit (.cir) $\longrightarrow \underline{\underline{P}} \cdot \underline{r} = \underline{e}$ $\overset{\text{Solució}}{\Longrightarrow}$ $\underline{\underline{r}} = P^{-1} \cdot e$

Paràmetres, Respostes, Excitacions

(.out)

Dinàmics:

Problema = sist. eq. integrodiferencials

① Transformada de Laplace

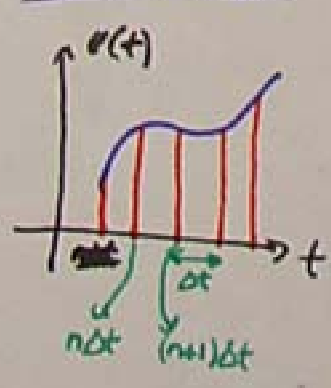
$V(s)$

- PSpice treballa amb valors concrets (numèrics), no pas amb funcions.
- No tots els senyals tenen una transformada que es pugui expressar ~~una~~ amb una funció analítica.

② Discretització de circuits

Es base en la discretització de variables : elements

Variables:



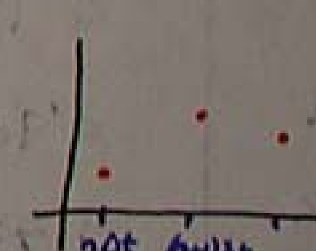
v(t), senyal en temps continu (analògic) $\overset{\text{Discretitzar}}{\Longrightarrow}$ v(nΔt), Senyal discret

⇓

Format per les mostres de v(t)

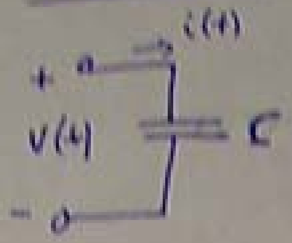
⇓

Parells de punts (n, v(nΔt))

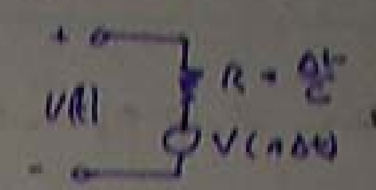


Avantatges: - Permet operar amb valors numèrics.
- Transforma la derivada en operació algebraica.

Elements:

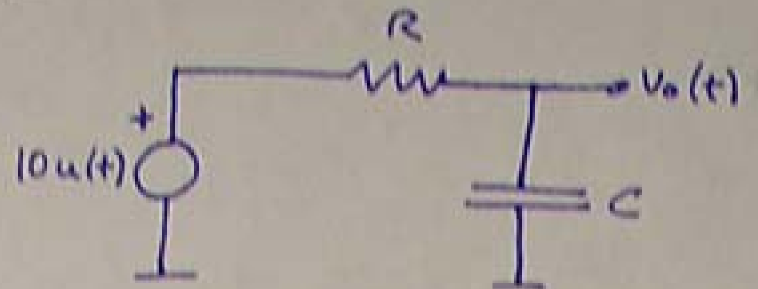


$$i(t) = C\frac{dV_c}{dt} = C\frac{dv(t)}{dt}$$



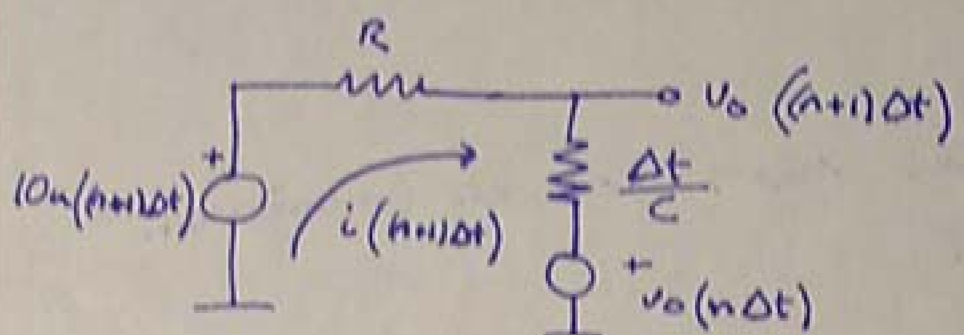
$$i((n+1)\Delta t) = C \cdot \frac{v((n+1)\Delta t) - v(n\Delta t)}{\Delta t} \Rightarrow V((n+1)\Delta t) = \frac{\Delta t}{C}\, i((n+1)\Delta t) + v(n\Delta t)$$

Ex:



$R = 1M\Omega$
$C = 1\mu F$

↓ D (discretització)



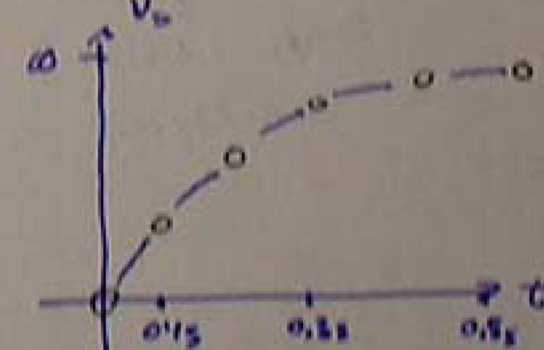
$$v_o((n+1)\Delta t) = v_o(n\Delta t) + \frac{\Delta t}{C}\, i((n+1)\Delta t)$$

$$i((n+1)\Delta t) = \frac{10u((n+1)\Delta t) - v_o(n\Delta t)}{R + \frac{\Delta t}{C}}$$

$$v_o((n+1)\Delta t) = \frac{10\Delta t\, u((n+1)\Delta t) + RC\, v_o(n\Delta t)}{RC + \Delta t} = 0'909 + 0'909\, v_o(n\Delta t)$$

Valors
$RC = 1s$
$\Delta t = 0'1s$

n	$v(n\Delta t)$	$v((n+1)\Delta t)$
0	0^* (CI=0)	0'909
1	0'909	1'74
2	1'74	...
3	...	...



.PARAM Rp Rvar=560

.STEP PARAM Rvar LIST 56 150 330 820 ⟹ Donar diversos valors a Rvar

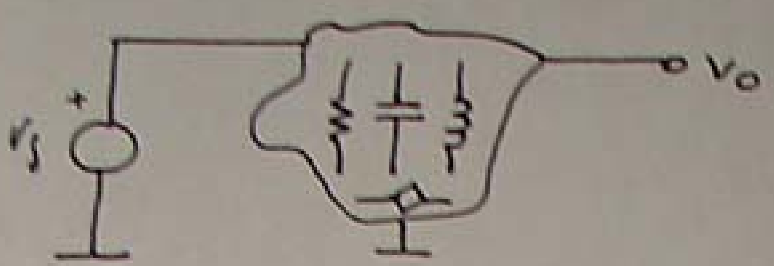
R1 1 2 (Rvar) → podriem canviar el valor de moltes resistencies canviant només el primera linea

TEMA 3:

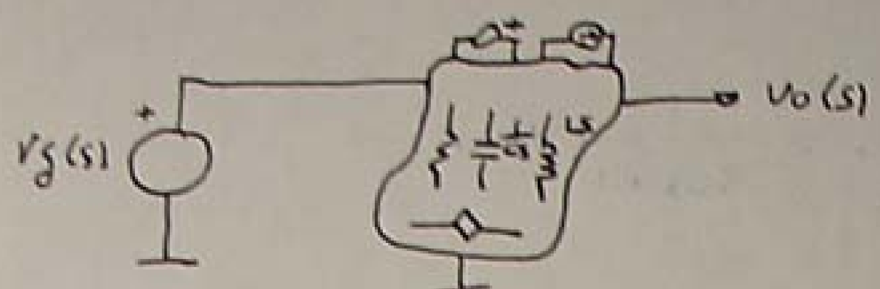
P7, P8, P9, P12
problemes recomanats

10-10-03 (13)

ANÀLISI DE LA RESPOSTA DE CIRCUITS DINÀMICS:



$\downarrow \mathcal{L}$



=

\+

Superposició

Resposta zero-state
||
CI = 0

Resposta zero-input
||
No exitació

$$\boxed{V_o(s) = V_{ozs}(s) + V_{ozI}(s)}$$

RESPOSTA ZERO-STATE:

$\Longrightarrow$ $v_o = K\, v_g$
↳ en funció dels paràmetres

$$\boxed{V_{ozs}(s) = H(s) \cdot V_g(s)}$$

$H(s) \equiv$ Funció de xarxa o de transferència

H(s) → depèn de paràmetres i de s. No de la exitació.

$$H(s) = \frac{V_{ozs}(s)}{V_g(s)} = \frac{\mathcal{L}\{v_o(t)\}}{\mathcal{L}\{v_g(t)\}} \stackrel{CI=0}{=} \frac{N(s)}{D(s)}$$

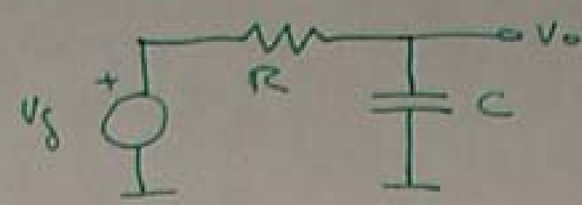
$$v_{ozs}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s) \cdot V_g(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_1}{s-p_1} + \frac{K_2}{s-p_2} + \dots + \frac{K_n}{s-p_n}\right\} =$$

$$= \Big(\underbrace{K_1 e^{p_1 t} + K_2 e^{p_2 t} + \dots + K_n e^{p_n t}}_{\text{RESPOSTA LLIURE (o Pròpia)}} \underbrace{+ e^{\alpha t - \beta} + e^{\alpha t + \beta}}_{\text{RESPOSTA FORÇADA}}\Big)\, u(t)$$

RESPOSTA LLIURE (o Pròpia) ↓ Prové dels pols d'H(s)

RESPOSTA FORÇADA ↓ Prové dels pols de Vg(s)

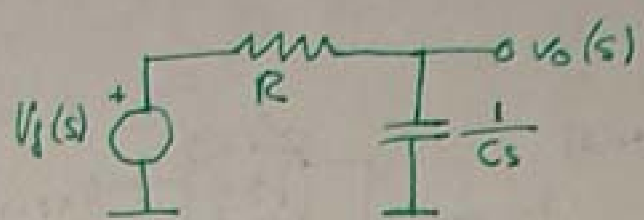
Ex:



$R = 1k\Omega$
$C = 1\mu F$

a/ $v_g = 10 \cdot u(t)$ b) $v_f = \cos t \cdot u(t)$

$\downarrow \mathcal{L}$



$$\Rightarrow V_o(s) = V_g \frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R} = \frac{1}{RCs + 1} V_g(s) =$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Valors}}}{=} \frac{1}{s+1} V_g(s)$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_g(s)} = \frac{1}{s+1}$$

a) $V_o(s) \equiv$ zero state

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_g(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{10}{s} = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1}$$

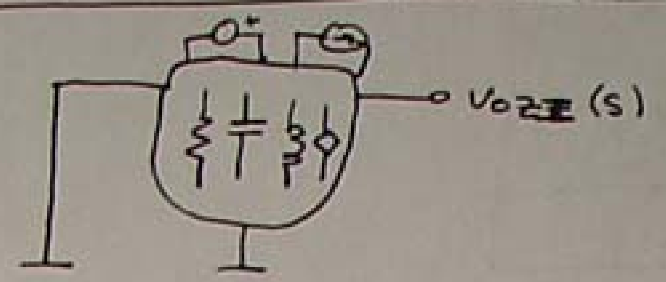
$$v_o(t) = \underbrace{10u(t)}_{\substack{\text{Forçada} \\ (V_f(s))}} - \underbrace{10e^{-t}u(t)}_{\substack{\text{Lliure} \\ (H(s))}}$$

b)

$$V_o(s) = H(s) \cdot V_g(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{s}{s^2+1} = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{s-j} + \frac{K_2^*}{s+j} = \frac{-1/2}{s+1} +$$

$$+ \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \angle -\frac{\pi}{4}\right)^*}{s+j} = \underbrace{-\frac{1}{2} e^{-t}(u(t))}_{\text{Lliure}} + \underbrace{2 \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{0} \cdot \cos(t - \pi/4) u(t)}_{\text{Forçada}}$$

RESPOSTA ZERO-INPUT:



$$V_{OZI}(s) = H_1(s)\cdot L\cdot i_L(0^-) + H_2(s)\cdot C v_C(0^-) + \dots$$

↳ Cada cop es connecta una sola font dels CI dels components.

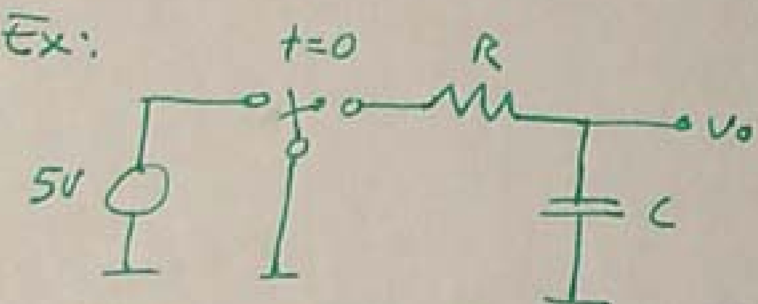
$$V_{OZI}(s) = \frac{N_1(s)}{D(s)} L i_L(0^-) + \frac{N_2(s)}{D(s)} C v_C(0^-)$$ ⇒ D(s) és comú a tots.

$$V_{OZI}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_1}{s-p_1} + \frac{C_2}{s-p_2} + \dots + \frac{C_n}{s-p_n}\right\} =$$

$$= C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_n e^{p_n t}$$

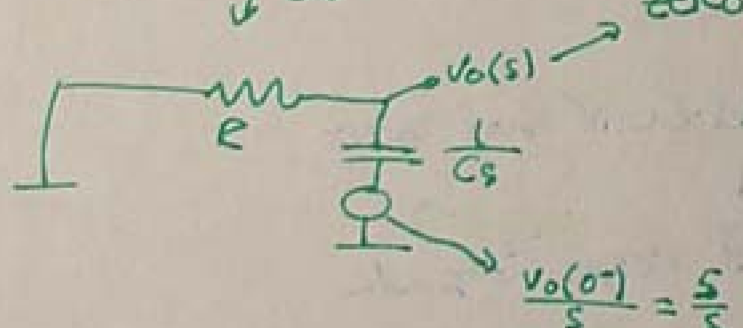
↳ Apareixen les mateixes funcions que a la resposta ZERO-STATE. No apareixen termes nous.

Ex:



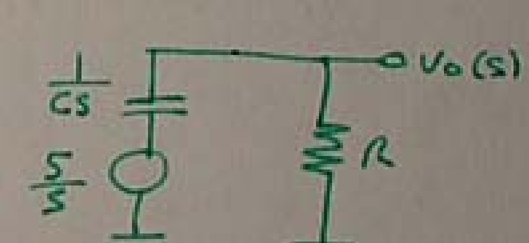
$R = 1\,M\Omega$
$C = 1\,\mu F$

↓ $\mathcal{L}$



CI: $V_o(0^-) = 5V$

⇒



$$V_o(s) = \frac{5}{s}\,\frac{R}{R+\frac{1}{Cs}} = \frac{5RC}{RCs+1} \underset{\text{Valors}}{=} \frac{5}{s+1}$$

$\boxed{v_o(t) = 5e^{-t}}$ ⇒ $t \geq 0_s$

Lliure

$$\boxed{\text{Resposta Completa} = \underbrace{\text{Resposta ZERO-STATE}}_{\text{Lliure + Forçada}} + \underbrace{\text{Resposta ZERO-INPUT}}_{\text{Lliure}}}$$

Lliure → Pols d'H(s)

Forçada → Pols de l'excitació

Lliure → H(s)

13-10-03

ESTABILITAT:

$V_g(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow V_o(s)$

$$H(s) = \left.\frac{V_o(s)}{V_g(s)}\right|_{CI=0} = \underbrace{\frac{N(s)}{D(s)}}_{\text{Polinomis}}$$

- Pols d'H(s)

$$H(s) = \frac{N(s)}{(s-p)\,D_1(s)} \longrightarrow v_o \text{ lliure} = \left[Ke^{pt} + \cdots\right]u(t)$$

- Zeros d'H(s)

$$\left.\begin{aligned} H(s) &= \frac{(s-z)\,N_1(s)}{D(s)} \\ V_g(s) &= \frac{A}{s-z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_o(s) = H(s)\cdot V_g(s) = \underbrace{\frac{\cancel{(s-z)}\,N_1(s)}{D(s)}}_{\text{Lliure}} \cdot \underbrace{\frac{A}{\cancel{s-z}}}_{\text{Forçada}}$$

⇓

Cancel·lació pol zero

⇓

No ∃ resp. forçada

* Els pols ens donen la resp. lliure

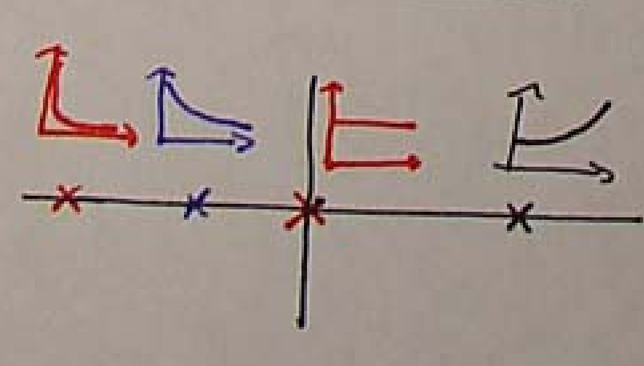
* Els zeros ens diuen quina excitació no produirà una resp. forçada

- Diferents tipus de resp. lliure:

$p = \alpha$

↓

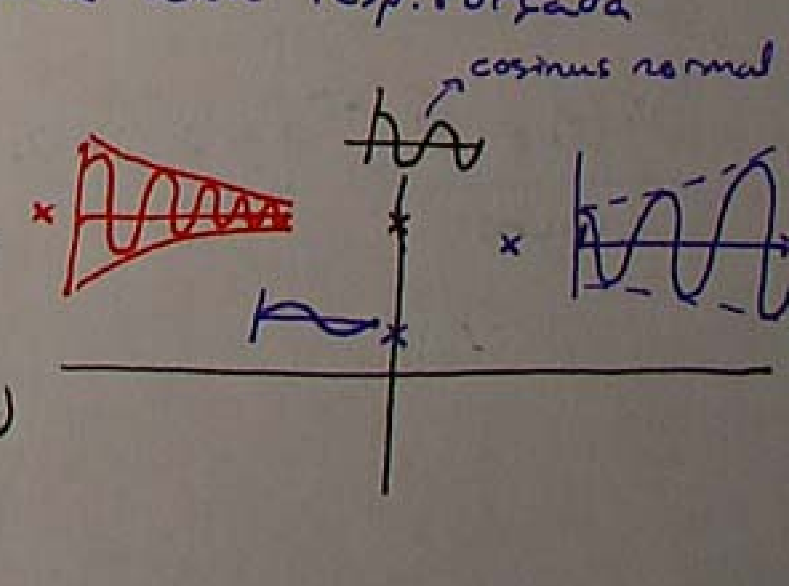
$Ke^{\alpha t}$



$p = \alpha \pm j\beta$

↓

$Ke^{\alpha t}\cos(\beta t + \varphi)$



TEST D'ESTABILITAT

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{a_n s^n + \dots + a_0}$$ Ordre del circuit $= n$

$D(s)$ té totes les arrels al semiplà esquerre $\Leftrightarrow$

1) És complet $\Rightarrow$ No hi falta cap potència → Sí: x^3+x^2+x+1 / → No: x^3+1

2) Tots els coeficients tenen el mateix signe

3) a) Si ordre $n=1$, $n=2$ $\rightarrow$ Res més $\Rightarrow$ Ja hem acabat

   b) Si ordre $n=3$ $\rightarrow a_2 a_1 > a_3 a_0$

   $\left(D(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0\right)$

   Si $a_2 a_1 = a_3 a_0$ llavors

   $D(s) = a_3 (s+\alpha)(s^2+\omega_0^2)$

   ↑ 2 arrels sobre $j\omega$

   c) $n \geq 4$ $\rightarrow$ Altres criteris

Si falla 1) $\Rightarrow$ Circ. inestable o marginal.

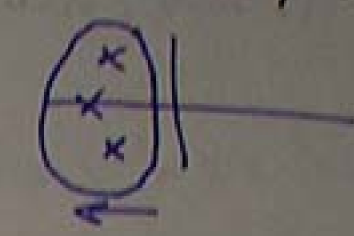
Si falla 2) o 3) $\Rightarrow$ Circ. inestable

Circuit estable:

Tots els components de la resp. lliure s'atenuen en el temps.

⇒ Tots els pols han d'estar al semipla esquerra.

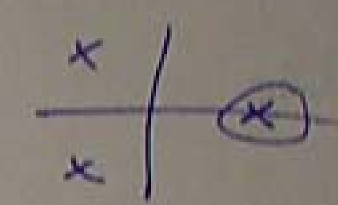
⇒ Entrada afitada suposa sortida afitada



Circuit inestable:

Algun component lliure no està afitat.

⇒ Té un o més pols al semipla dret



⇒ Entrada afitada ⇒ Sortida no afitada suposa ⇒ Saturació dels amplificadors (disp. actius) ó sobrepotencia dels components

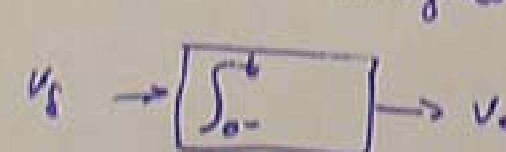
Circuits marginalment estable:

Tots els components de la resp. lliure es mantenen afitats.

⇒ Té tots els pols al semipla esquerra o sobre l'eix imaginari, jw simples.

⇒ Entrada afitada suposa sortida afitada o no.

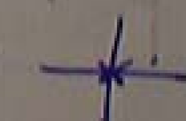
Ex: Circuit integrador

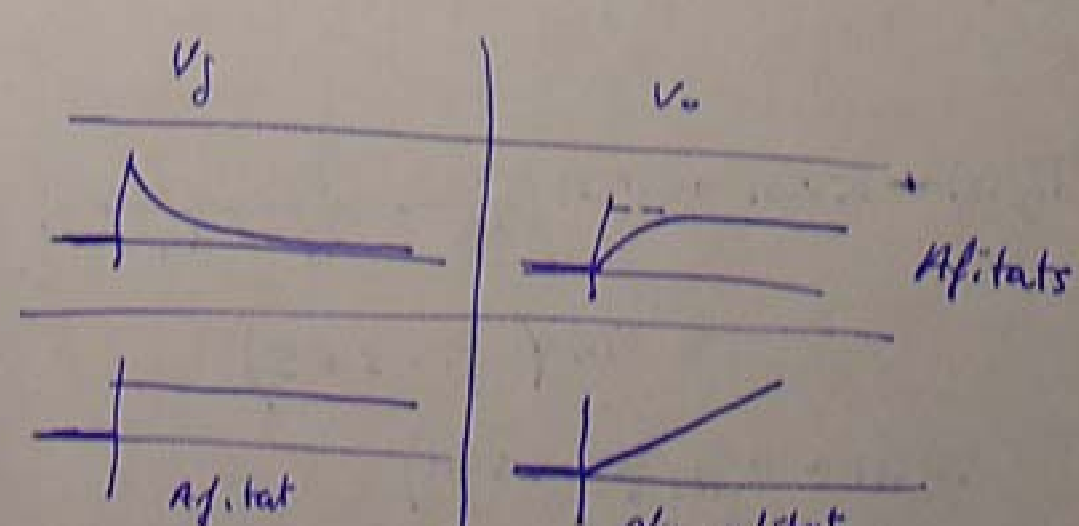


$$v_o = \int_{0^-}^{t} v_g(\tau)\,d\tau$$

$\big\downarrow \mathcal{L}$

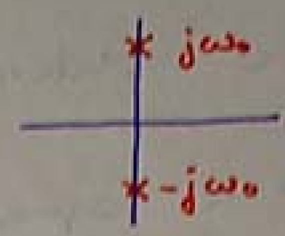
$$V_o(s) = \frac{V_g(s)}{s} \qquad H(s) = \frac{V_o(s)}{V_g(s)} = \frac{1}{s}$$



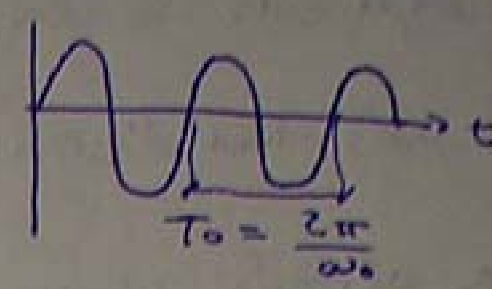


Ex: Oscil·lador sinusoidal

$$H(s) = \frac{N(s)}{(s^2+\omega_0^2)\, D_1(s)}$$



$\Rightarrow$



↳ Aplicació = generacidor de funcions

Criteris d'ESTABILITAT :

* Circuits passius

Tipus R ó Tipus RL ó Tipus RC ó Tipus RLC

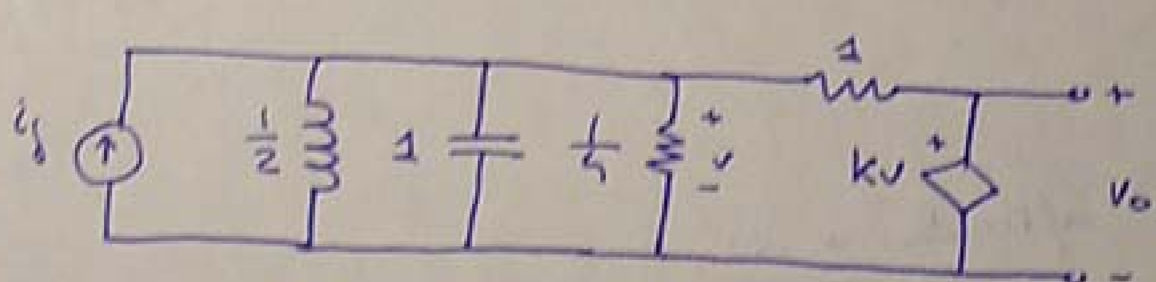
↳ Estable

Tipus LC
Tipus L
Tipus C
} $\Rightarrow$ Marginalment estables

* Circuits actius (amb fons controlades)

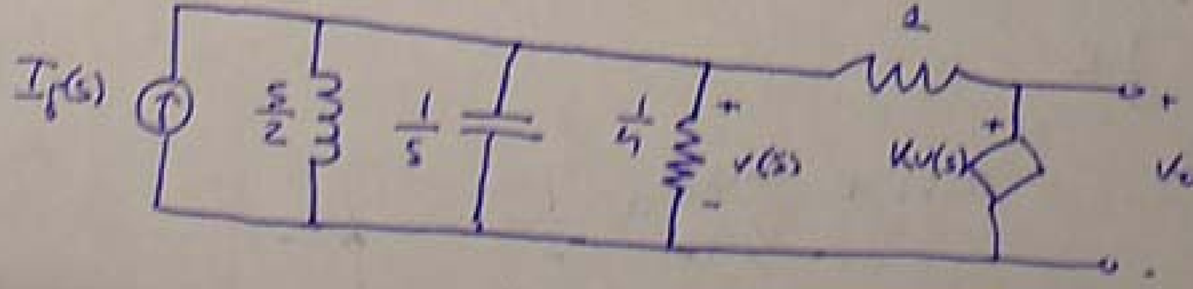
? $\Rightarrow$ Haurem d'analitzar H(s) $\Rightarrow$ Test d'estabilitat

Ex:

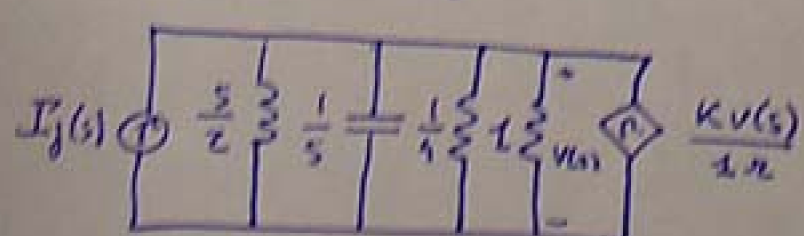


Estudiem l'estabilitat segons k.

↓ $\mathcal{L}$



⇓



$$I_g(s) + kv(s) = V(s)\left[\frac{1}{s/2} + \frac{1}{1/s} + \frac{1}{1/4} + \frac{1}{1}\right] =$$

$$= V(s)\left(\frac{2}{s} + s + 5\right)$$

$$I_g(s) = V(s)\left(\frac{2}{s} + s + 5 - k\right)$$

$$V(s) = \frac{I_g(s)}{\frac{2}{s} + s + 5 - K} = \frac{s \cdot I_g(s)}{s^2 + (5-K)s + 2} = \frac{V_o(s)}{K}$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{I_g(s)} = \frac{K\,V(s)}{I_g(s)} = \frac{Ks}{s^2 + (5-K)s + 2}$$

$K < 5 \rightarrow$ Complet, Mateix signe $\}$ Estable

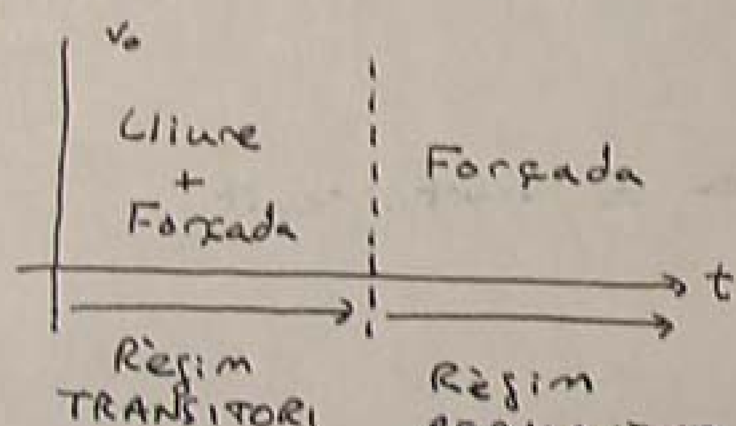
$K = 5 \rightarrow$ Incomplet $\}$ Marginalment estable $\quad H(s) = \frac{5s}{s^2+2}$

$K > 5 \rightarrow$ Complet, Canvis de signe $\}$ Inestable

15-10-03

RÈGIMS DE FUNCIONAMENT D'UN CIRCUIT ESTABLE:

$V_g \longrightarrow \boxed{H(s) \text{ ESTABLE}} \longrightarrow V_o$



t	resp. lliure
τ	$< 0'37 \cdot \lvert K \rvert \approx 37\% \cdot \lvert K \rvert$
3τ	$< 0'05 \cdot \lvert K \rvert = 5\% \cdot \lvert K \rvert$
4τ	$< 0'02 \cdot \lvert K \rvert = 2\% \cdot \lvert K \rvert$
5τ	$< 0'01 \cdot \lvert K \rvert = 1\% \cdot \lvert K \rvert$

Durada del reg. transitori

↳ Determinada per la part real dels pols.

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \quad \begin{cases} p = -\alpha \longrightarrow K e^{-\alpha t} \\ p = -\alpha \pm \beta t \rightarrow K e^{-\alpha t} (\cos(\beta t + \varphi)) \end{cases}$$

* Si hi ha + d'una τ, agafem la més gran.

Ex:

$$H(s) = \frac{s}{(s+0'25)(s+5)(s^2+6s+25)}$$

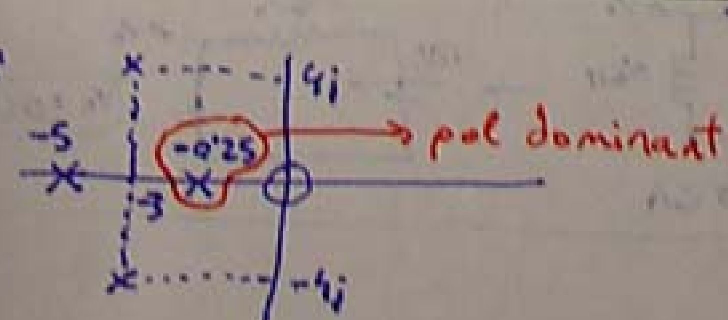
$p_1 = -0'25 \longrightarrow \boxed{\tau_1 = 4s} \longrightarrow \boxed{\tau_{max} = 4s}$

$p_2 = -5 \longrightarrow \tau_2 = 0'2s$

$p_3 = -3 + 4j \longrightarrow \tau_3 = 0'33s$

$p_4 = -3 - 4j \longrightarrow \tau_4 = \tau_3 = 0'33s$

*



- Exemples de circuits en règim permanent.

R. (reg. permanent) P. constant:

$V_f = V_0 \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} H(s) \\ \text{ESTABLE} \end{matrix}} \longrightarrow V_0 = V_0'$

V_0 i $V_0' \equiv$ Konstants

Obs:

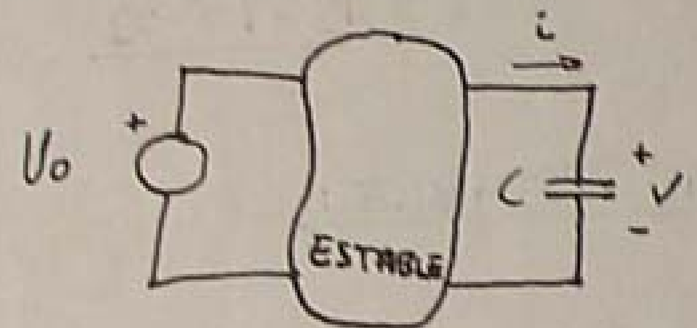
$V_f = V_0 \cdot u(t) \to$ Transitori + Permanent

$V_f = V_0 \to$ Permanent

$$V_0(s) = H(s) \cdot V_f(s) = H(s) \cdot \frac{V_0}{s} = \underbrace{\frac{K}{s}}_{\text{Forçada}} + \underbrace{\cdots}_{\text{Lliure}} \qquad K = \left[H(s) \cdot V_0\right]\Big|_{s=0} = H(0) \cdot V_0$$

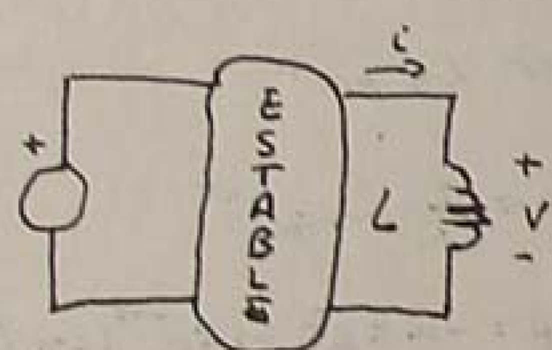
$$V_0(t) = H(0) \cdot V_0 = V_0'$$

- Comportament dels elements dinàmics (en R.P constant)



$v = \text{const.}$

$i = C\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow$ Condensador $\equiv$ circuit obert



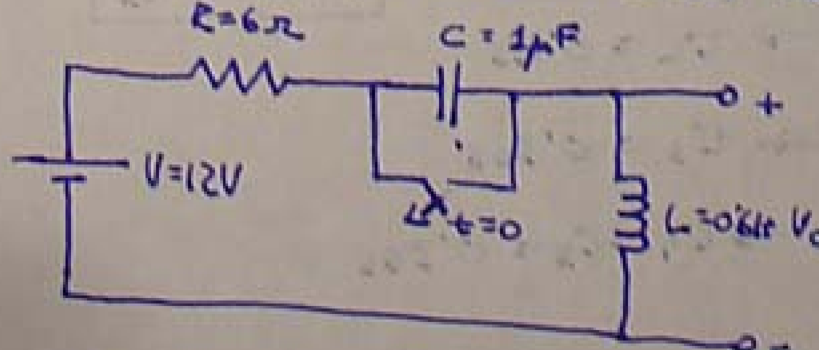
$i = \text{const.}$

$v = 0 \Rightarrow$ Bobina $\equiv$ curtcircuit

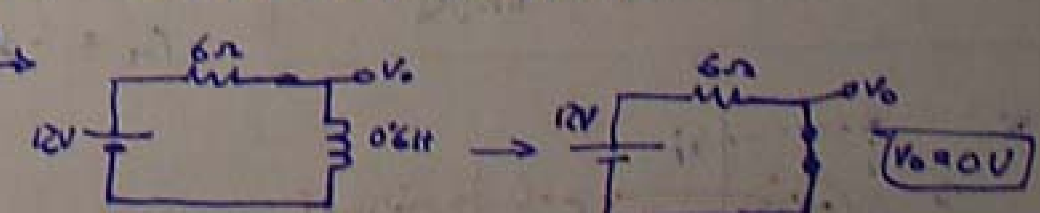
R.P. Sinusoidal:

$V_g = V_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} H(s) \\ \text{ESTABLE} \end{matrix}} \longrightarrow V_0 = V_0' \cos(\omega_0 t + \varphi')$

Ex: Circuit d'encesa d'un automòbil. $\Rightarrow$ Elevem els $12V \to 1000V$

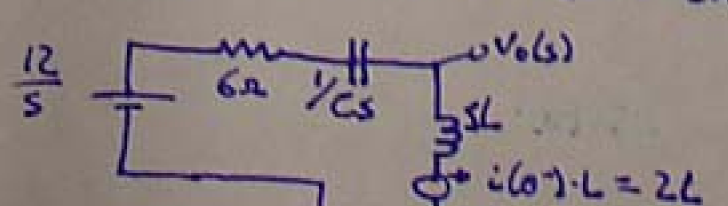


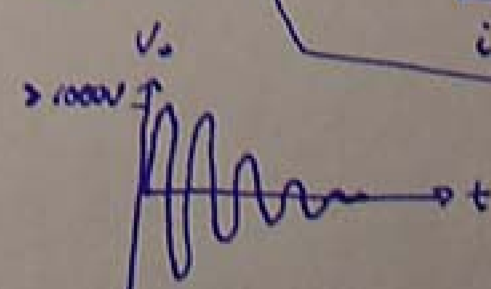
$t<0$ Circ. en RP. constant



$i_L = \frac{12}{6} = 2A$

$t \geq 0$ $\quad V_c(0^-) = 0V \quad i_L(0^-) = 2A$





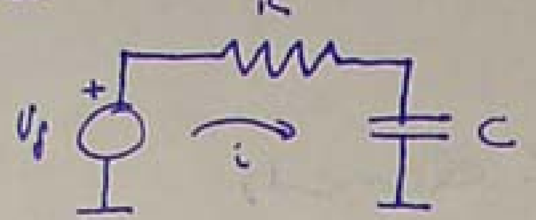
CIRCUIT DE PRIMER ORDRE:

$$H(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s + \alpha}$$ ⇒ L'ordre ve donat per el grau de $N(s)$ ⇒ $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

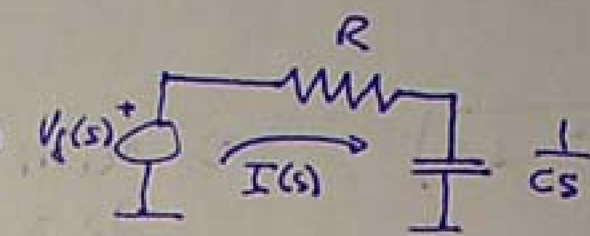
Hauria de ser $D(s)$, no?

$$p_1 = -\alpha \begin{cases} \alpha > 0 & \text{Estable} \\ \alpha = 0 & \text{Marginalment estable} \\ \alpha < 0 & \text{Inestable} \end{cases}$$

Ex:

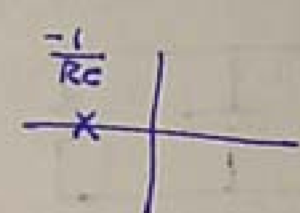


⇒

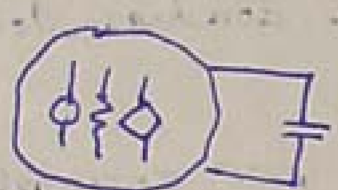


$$H(s) = \frac{I(s)}{V_g(s)} = \frac{\frac{V_g(s)}{R + 1/Cs}}{V_g(s)} = \frac{1}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{\frac{1}{R} s}{s + \frac{1}{RC}}$$

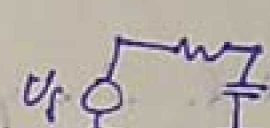
* Habitualment $R > 0$



⇒ $\boxed{\tau = RC \quad R = \text{req als borns del condensador}}$



⇒



$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$ ⇒ $R \equiv$ Req vist des de la bobina

* Si $R < 0$

⇒ Inestable

17-10-03

* Circuits de primer ordre estables amb excitacions constants ($t \geq 0$)

$$V_0(s) = H(s) \cdot V_g(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s + \alpha} \cdot \frac{A}{s} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s + \alpha}$$

$$v_0(t) = \left[K_1 + K_2 e^{-\alpha t}\right] u(t)$$

$$\left.\begin{aligned} v_0(0) &= K_1 + K_2 \\ v_0(\infty) &= K_1 \end{aligned}\right\} \quad K_2 = v_0(0) - v_0(\infty)$$

$$\boxed{v_0(t) = \left[v_0(\infty) + \left(v_0(0) - v_0(\infty)\right) e^{-\alpha t}\right] u(t) \quad \text{on } \alpha = \tau}$$

CIRCUITS DE SEGON ORDRE:

$$H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Forma canònica

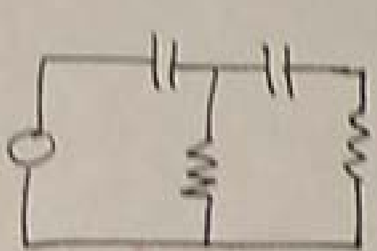
$\xi \rightarrow$ Factor d'esmorteïment

$\omega_0 \rightarrow$ Freq. natural de ressonància

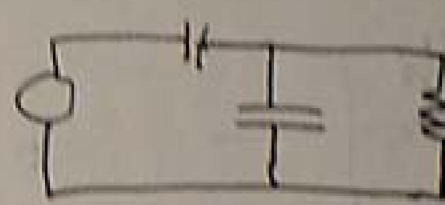
$$P_{1,2} = \frac{-2\xi\omega_0 \pm \sqrt{4\xi^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2-1} =$$

$$P_{1,2} = \omega_0\left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2-1}\right)$$ $\Rightarrow$ Mínim 2 elements dinàmics: (C-C), (L-C), (L-L)

Circuit d'ordre 2:

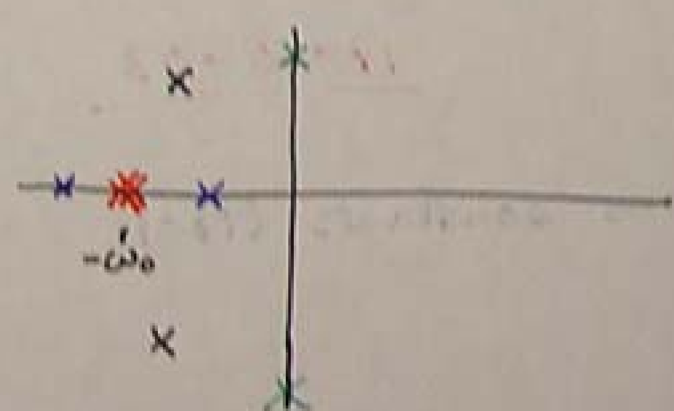


Circuit de ordre 1:



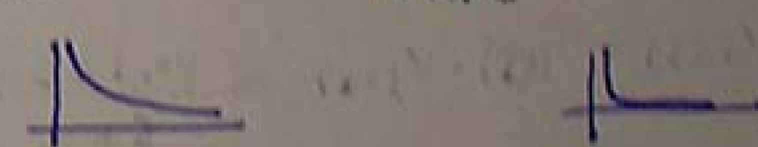
* El d'ordre 2 té 2 condicions inicials. La tensió inicial de cada condensador.

* El d'ordre 1 només té una condició inicial. Ja que, per exemple, l'assignació d'una tensió a un condensador, suposa la inmediata assignació de una tensió en l'altre depenent del primer.



① $\xi > 1 \Rightarrow$ 2 pols reals $\Rightarrow$ Sobre esmorteït

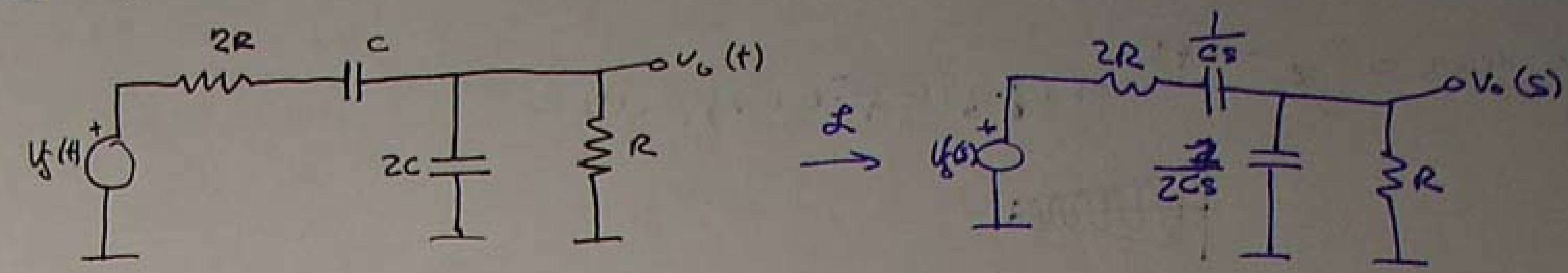
$$V_0\ \text{lliure} = \left[K_1 e^{\omega_0(-\xi+\sqrt{\xi^2-1})t} + K_1 e^{\omega_0(-\xi-\sqrt{\xi^2-1})t}\right]u(t)$$



② $\xi = 1$ Pol real doble $\Rightarrow$ Esmorteïment crític

$$V_0\ \text{lliure} = \left[K_1 \cdot e^{-\omega_0 t} + K_2 t e^{-\omega_0 t}\right]u(t)$$

$\boxed{P4}$ a/



$$Z_1(s) = 2R + \frac{1}{Cs}$$

$$Z_2(s) = \frac{1}{2Cs} \,//\, R = \frac{\frac{R}{2CRs}}{R + \frac{1}{2Cs}} = \frac{R}{2CsR+1}$$

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_g(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)} = \frac{R/2CsR+1}{\frac{R}{2CsR+1} + 2R + \frac{1}{Cs}} = \dots = \frac{\frac{s}{4RC}}{s^2 + \frac{5}{4}\frac{1}{RC}s + \frac{1}{4(RC)^2}}$$

b/

$$p_{1,2} = \frac{-\frac{5}{4}\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{4}\frac{1}{RC}\right)^2 - \left(\frac{1}{RC}\right)^2}}{2} = \frac{1}{2RC}\left(\frac{-5}{4} \pm \sqrt{\frac{25}{16}-1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2CR}\left(\frac{-5}{4} \pm \frac{3}{4}\right) \begin{cases} \frac{-1}{4CR} \\ \frac{-1}{RC} \end{cases}$$

$$v_0 \text{ lliure} = \left[K_0 \cdot e^{-\frac{1}{4RC}t} + K_1 e^{-\frac{1}{RC}t}\right] u(t)$$

c/

$v_g(t) = u(t) \Rightarrow v_0(t) = \text{Lliure} + \text{Forçada}$

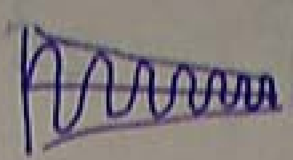
$$V_0(s) = H(s)\cdot\frac{1}{s} = \frac{\frac{1}{4RC}}{s^2 + \frac{5}{4}\frac{1}{RC}s + \frac{1}{4(RC)^2}}$$ $\Rightarrow$ No dóna resposta forçada, només lliure, i desapareix en el temps.

$$\left.\begin{array}{l}\tau_1 = 4RC \\ \tau_2 = RC\end{array}\right\} \tau_{màx} = 4RC$$

$$\underbrace{1 = 4\tau_{màx}}_{\text{s'anul·la les } e^x} = 16RC \Rightarrow \boxed{16RC = 1}$$

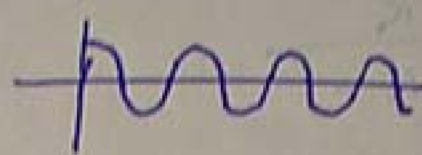
③ $0 < \xi < 1$ Pols complexes $\Rightarrow$ Subesmorteit

$$v_0 \text{ lliure} = \left[K e^{-\omega_0 \xi t} \cdot \cos\left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \cdot t + \phi\right)\right] u(t)$$



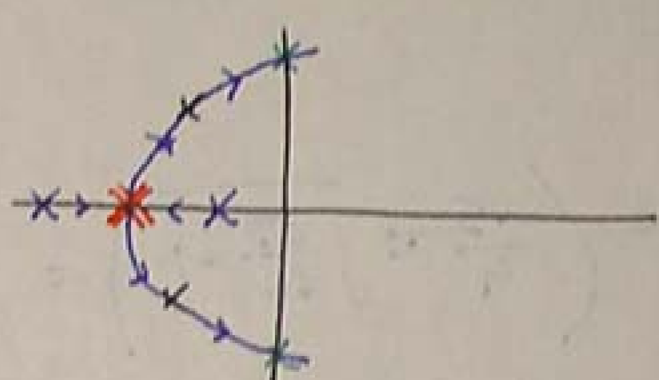
④ $\xi = 0$ Pols complexes sobre eix $j\omega$ $\Rightarrow$ OSCIL·LADOR

$$v_0 \text{ lliure} = K \cos(\omega_0 t + \phi)\, u(t)$$



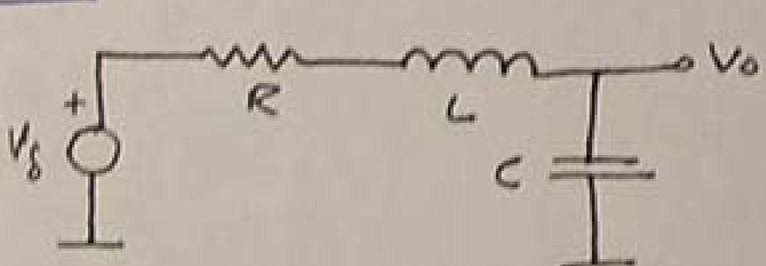
$\rightarrow$ Es manté

⑤ $\xi < 0 \Rightarrow$ INESTABLE

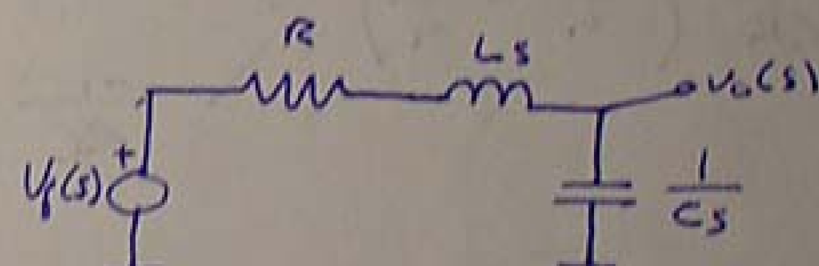


El camí blau s'anomena: Lloc geomètric de les arrels.

Ex:



$\xrightarrow{\mathcal{L}}$



$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_g(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{RCs + LCs^2 + 1} = \frac{1/LC}{\frac{Rs}{L} + s^2 + \frac{1}{LC}} =$$

$$= \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \qquad \frac{R}{L} \rightarrow 2\xi\omega_0 \qquad \frac{1}{LC} \rightarrow \omega_0^2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \xi = \frac{R}{2L\omega_0}$$

Variant R:

$R > 2L\omega_0 \rightarrow$ ~~Sobre~~ Sobreesmorteit

$R = 2L\omega_0 \rightarrow$ Esmorteit crític

$0 < R < 2\omega_0 L \rightarrow$ Subesmorteit

$R = 0 \rightarrow$ Oscil·lador

$R < 0 \rightarrow$ Inestable

→ **P4.** Pel circuit de la Fig. 4

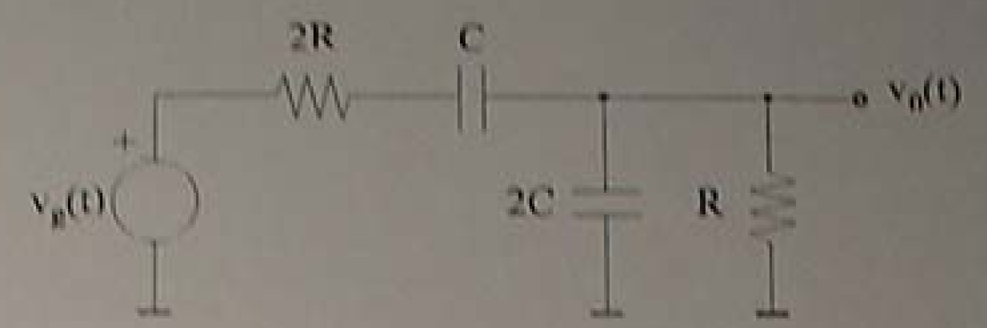


Fig. 4

a) Determineu la funció de xarxa H(s).

b) En funció del producte RC, obteniu els seus pols i doneu la forma general de la resposta lliure.

c) Assigneu valors a R i C per tal de que la resposta al graó unitari, u(t), duri 1s. Valideu el resultat simulant el circuit.

P5. Pel circuit de la *Fig. 5*:

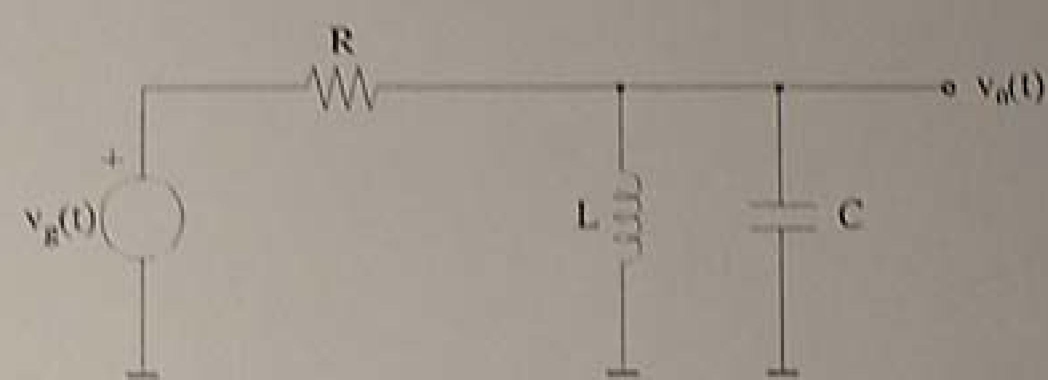


Fig. 5

a) Discutiu l'estabilitat del circuit.

b) Determineu la seva funció de xarxa $H(s)=V_0(s)/V_g(s)$.

c) Trobeu la resposta del circuit en règim permanent quan l'excitació és $v_g(t)=u(t)$.
   1. a partir de H(s).
   2. raonant sobre el circuit.

d) Per a R=1k, L=10mH i C=10nF, calcular el coeficient d'esmorteïment i la freqüència natural de ressonància.

e) Amb els valors relacionats a l'apartat anterior, obteniu la forma de la resposta al graó unitari (lliure i forçada).

f) Quin és el valor de la tensió de sortida a l'instant inicial (t=0)?

g) Trobeu $v_0(t)$ simulant el circuit amb PSpice i verifiqueu la bondat del resultat comparant-lo amb les previsions fetes als apartats anteriors

P6. En el circuit de la *Fig. 6* l'interruptor ha estat obert durant molt de temps i es tanca a t=0. Representeu l'evolució de la tensió al inductor, $v_0(t)$, i doneu el valor de $v_0(0^-)$

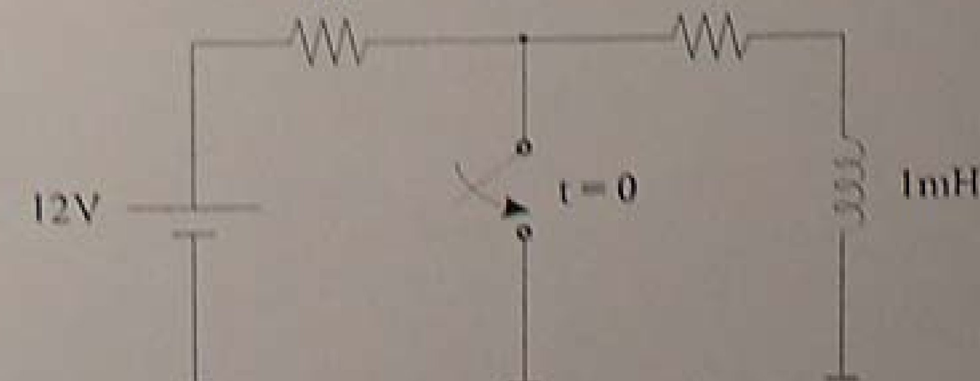


Fig. 6

P7. Donat el circuit de la *Fig. 7*, es demana:

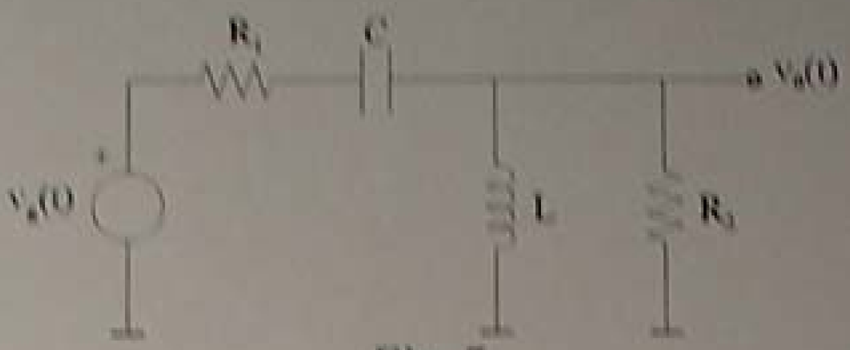


Fig. 7

a) Sense realitzar cap càlcul, predir l'ordre del circuit, decidir si es tracta d'un circuit estable o no i, si ho és, donar la resposta en règim permanent al graó unitari. En aquest últim cas, quin seria el valor de la sortida a l'instant inicial?.
b) Determinar H(s) i verificar els resultats obtinguts a l'apartat anterior.
c) Per a $R_1=R_2=1k$, $L=47mH$ i $C=10nF$, trobar el coeficient d'esmorteïment i la freqüència natural de ressonància.
d) Estimar la durada del transitori, suposant els valors dels paràmetres donats a l'apartat anterior.
e) Trobar $v_0(t)$ quan l'excitació es un graó unitari simulant el circuit amb PSpice i verificar la coherència d'aquests resultats amb els obtinguts a partir del circuit.

→ **P8.** La resposta al graó unitari d'un circuit és la representada a la *Fig. 8*.

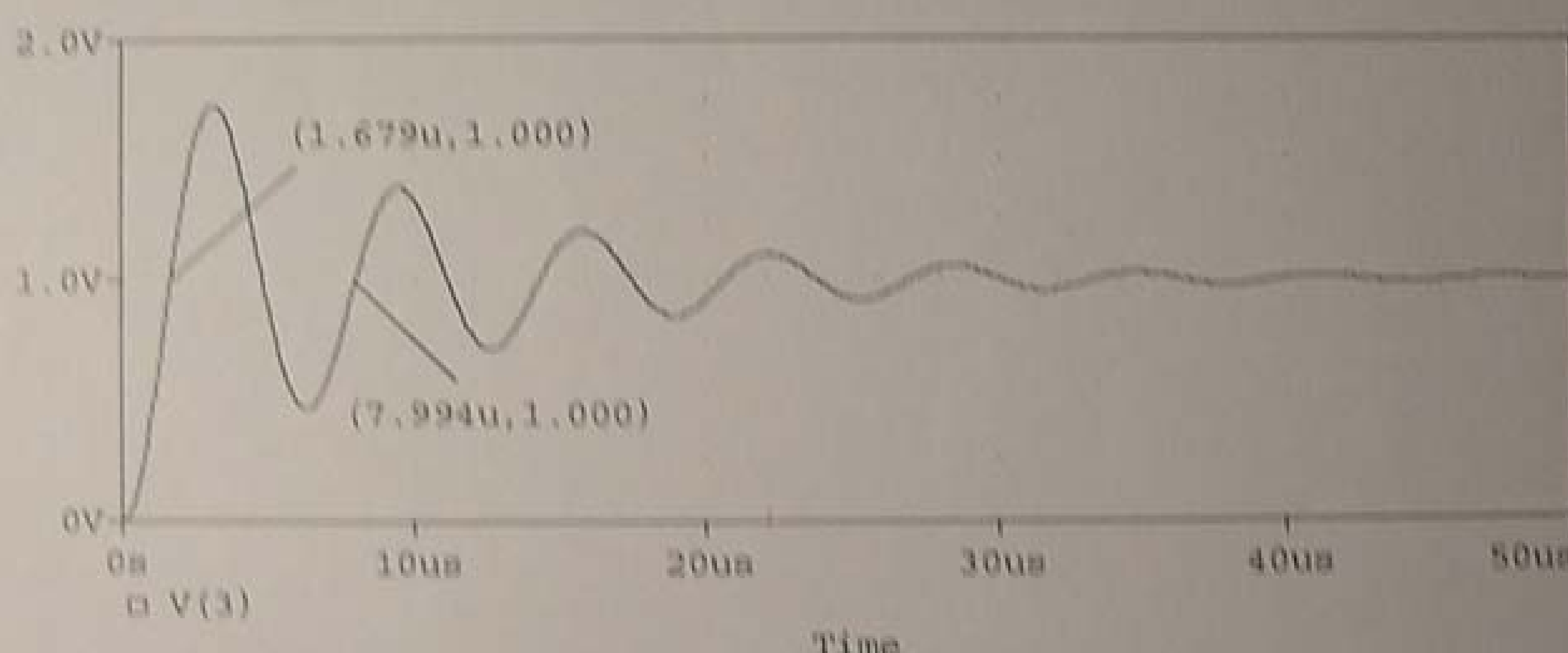


Fig. 8

De les funcions de xarxa relacionades a continuació, escolliu aquella que pugui correspondre al circuit, justificant en cada cas l'elecció o el rebuig.

$$H_1(s)=\frac{110\cdot 10^3}{s+110\cdot 10^3}$$

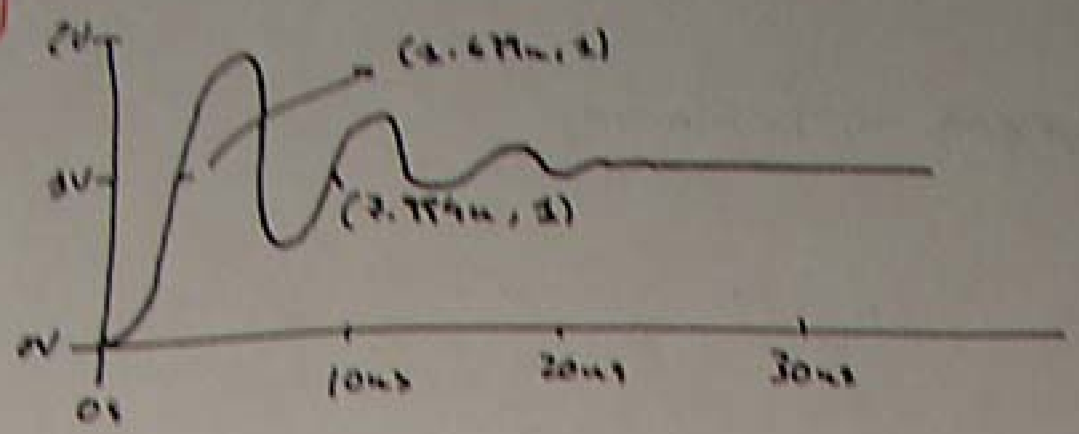
$$H_2(s)=\frac{10^{12}s}{s^2+220\cdot 10^3 s+10^{12}}$$

$$H_3(s)=\frac{10^{12}}{s^2+10^6 s+10^{12}}$$

$$H_4(s)=\frac{10^{12}}{s^2+220\cdot 10^3 s+10^{12}}$$

$$H_5(s)=\frac{10^{12}}{s^2+220\cdot 10^4 s+10^{12}}$$

$$H_6(s)=\frac{10^{12}}{s^2-220\cdot 10^3 s+10^{12}}$$



$$H_1(s) = \frac{110\cdot 10^3}{s + 110\cdot 10^3}$$

$$H_4(s) = \frac{10^{12}}{s^2 + 220\cdot 10^3 s + 10^{12}}$$

$$H_2(s) = \frac{10^{12} s}{s^2 + 220\cdot 10^3 s + 10^{12}}$$

$$H_5(s) = \frac{10^{12}}{s^2 + 220\cdot 10^4 s + 10^{12}}$$

$$H_3(s) = \frac{10^{12}}{s^2 + 10^6 s + 10^{12}}$$

$$H_6(s) = \frac{10^{12}}{s^2 - 220\cdot 10^3 s + 10^{12}}$$

$$v_o(t) = \Big[\underbrace{1}_{\text{Forçada}} + \underbrace{2|k|e^{-\alpha t}\cdot\cos(\beta t + \arg k)}_{\text{Lliure}}\Big]u(t) \qquad V_o = H(s)\cdot V_g(s)$$

De la gràfica tenim $\rightarrow$ Circuit de 2n ordre (2 pols complex).
Subesmorteït ($0 < \xi < 1$), estable

$V_3(0) = 0V$ $\qquad \omega_o = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{(7.994 - 1.679)10^{-6}} \approx 9.9\cdot 10^5$ rad/s

$V_3(\infty) = 1V$

Descartem $\rightarrow$ H_1 és de primer ordre

$H_2 \Rightarrow v_o(s) = H(s)\cdot V_g(s) \qquad V_g(s) = \frac{1}{s}$

En v_o no hi hauria resp. forçada, però sí que hi és.

$$\left.\begin{array}{l} v_3(0) = \lim\limits_{s\to\infty} s\cdot V_3(s) = \lim\limits_{s\to\infty} s\cdot H(s)\cdot\frac{1}{s} = H(\infty) = 0 \\ v_3(\infty) = \lim\limits_{s\to 0} s\cdot V_3(s) = \lim\limits_{s\to 0} s\cdot H(s)\cdot\frac{1}{s} = H(0) = 1 \end{array}\right\} H_2 \text{ no ho compleix}$$

$H_6 \rightarrow$ Els canvis de signe al denominador suposen inestabilitat, però és estable.

Mirem pols:

$H_3 \to p_{1,2} = -5\cdot10^5 \pm 8.66\cdot10^5 j \Rightarrow \beta \neq \omega_0 \Rightarrow$ DESCARTAT

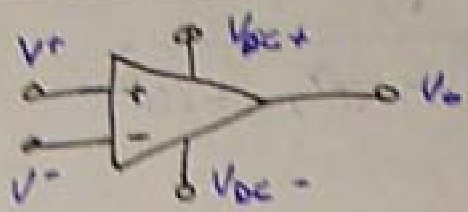
$\boxed{H_4 \to p_{1,2} = -3'1\cdot10^5 \pm 9'5\cdot10^5 j}$ $\beta = \omega_0$

$H_5 \to p = \begin{cases} -1'56\cdot10^6 \\ -0'64\cdot10^6 \end{cases} \Rightarrow$ Pols reals DESCARTAT

TEMA 4:

AMPLIFICADORS OPERACIONALS

Ampli. operacional:

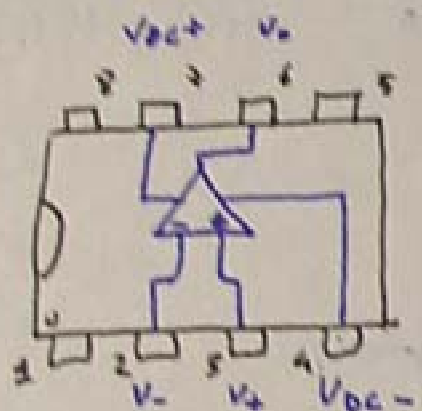
Símbol 

$V^+ \to$ Entrada no inversora

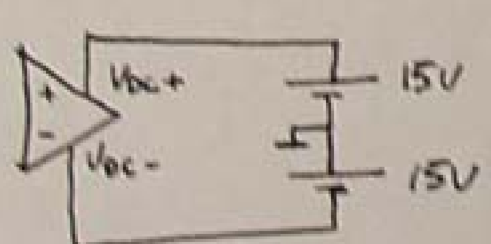
$V^- \to$ Entrada inversora

$V_o \to$ sortida

$V_{DC+} \to$ Alimentació



Experiment:

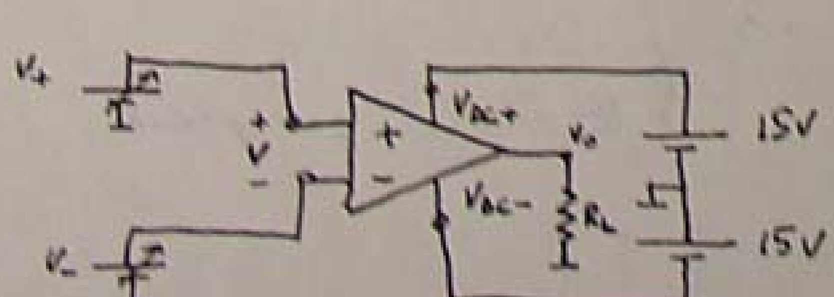


Alimentació simètrica:

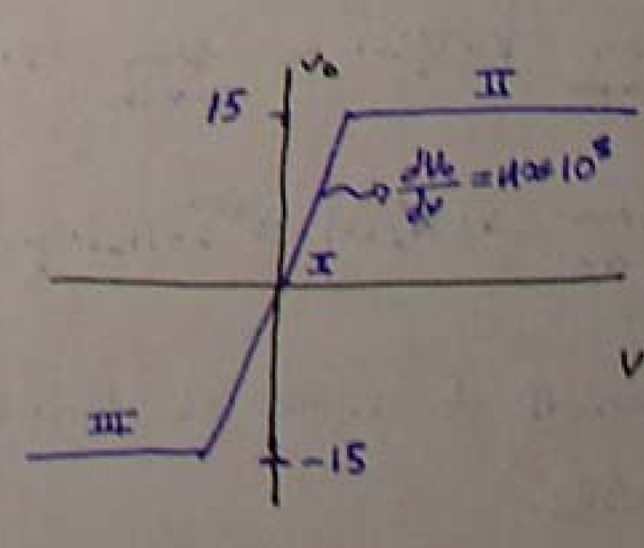
$V_{DC+} = 15V = V_{DC}$
$V_{DC-} = -15V = -V_{DC}$ } Simètrica = Els dos iguals

Alimentació antisimètrica:

$V_{DC+} = 15V$ $V_{DC-} = 5V \Rightarrow$ Diferents



$\Rightarrow$



I $\to$ Zona lineal

II $\to$ Zona saturació positiva

III $\to$ Zona saturació negativa

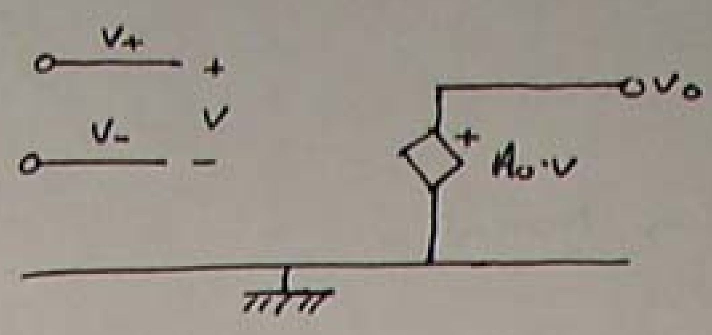
$V = V_+ - V_-$

1) $v_o = f(v_+ - v_-) = f(v)$

2) v_+ i v_- no absorveixen corrent

3) v_o no depèn de R_L

MODEL CIRCUITAL:



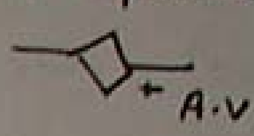
Model per la zona lineal

$-V_{DC} < V_o < V_{DC}$

$-\frac{V_{DC}}{10^5} < V < \frac{V_{DC}}{10^5}$

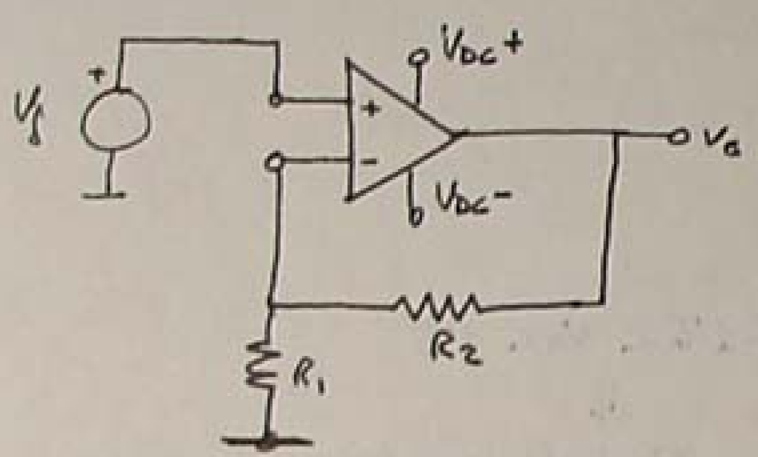
$A_o \rightarrow$ Amplificació en llaç obert

* És equivalent a



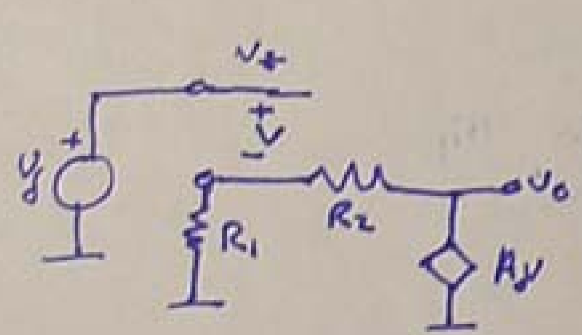
↳ Inconvenient per utilitzarlo com a font de tensió controlada, ja que no es pot ajustar el factor d'amplificació, i aquest és molt alt.

* Operacional en llaç tancat:



⇒ Retroalimentació
"
Connexió sortida-entrada

Hipotesi → Opera en Z. lineal:



$V_+ = V_g$

$V_g = V + V_{R_1} = V + A_o V \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

$V = \frac{1}{\frac{A_o R_1}{R_1+R_2} + 1} V_g$ $\qquad V_o = A_o \cdot V = \frac{A_o V_g}{\frac{A_o R_1}{R_1+R_2} + 1}$

Si $A_o \frac{R_1}{R_1+R_2} >> 1$

↳ $V \approx \frac{1}{A_o \frac{R_1}{R_1+R_2}} V_g \rightarrow 0$ ⇒ Tendeix a zero, per tant Hip. es compleix.

$V_o \approx \frac{R_1+R_2}{R_1} V_g = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_g$ ⇒ El circuit és un amplificador

↳ Podem escollir R_1, R_2 per obtenir diferents A_o'.