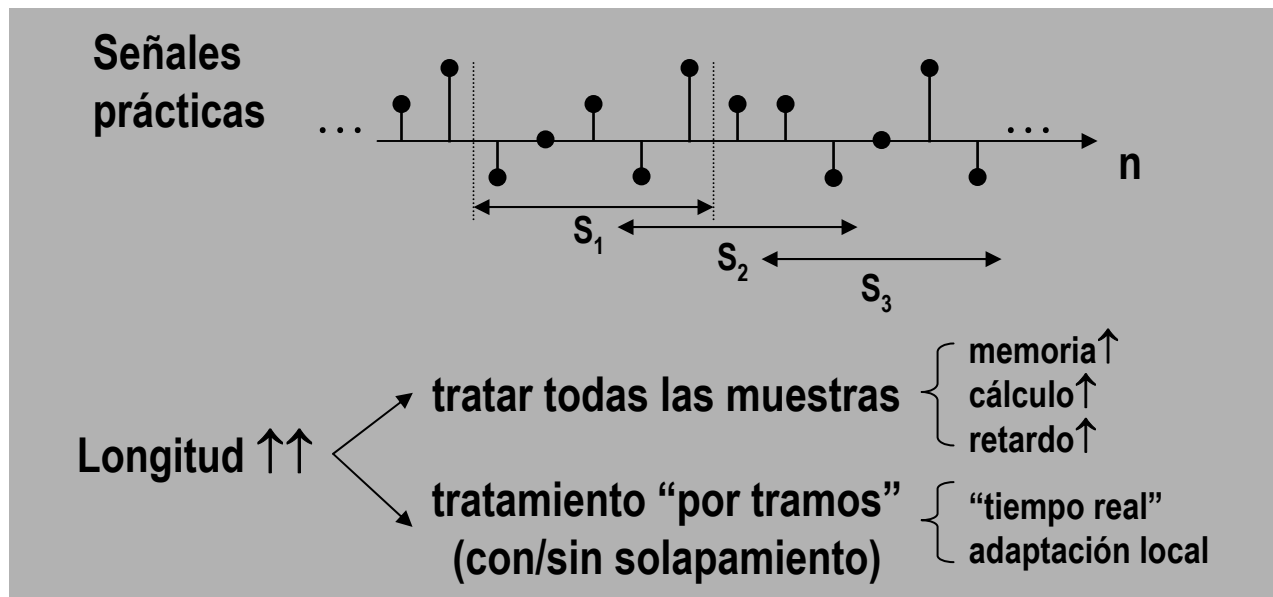
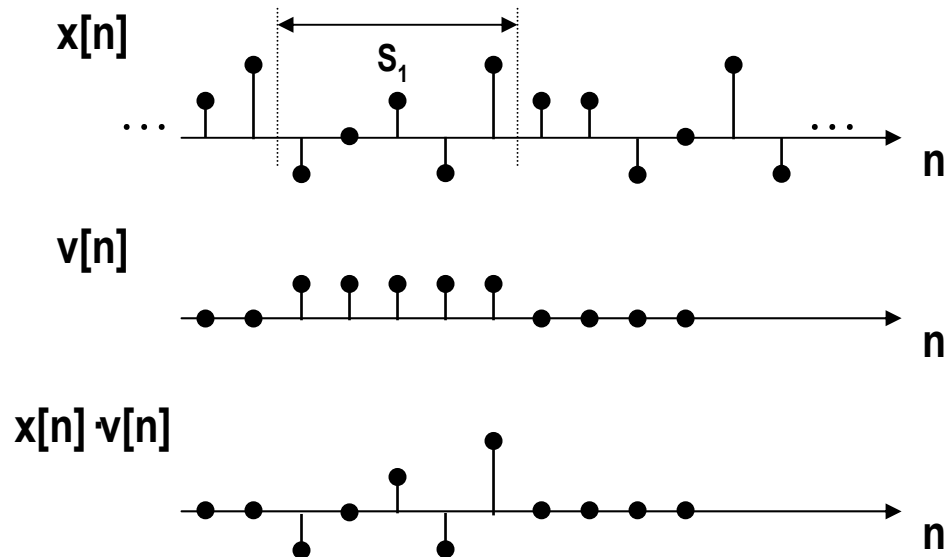


2.4: Enventanado

- ◆ Efecto del enventanado
- ◆ Ventana rectangular
 - Aplicación: detección de sinusoides
- ◆ Otras ventanas
 - Aplicación: diseño de filtros FIR



Efecto del enventanado



◆ Señal enventanada (observada)

$$y[n] = x[n] \cdot v[n] \quad \xleftrightarrow{FT} \quad Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\lambda}) V(e^{j(\lambda-\omega)}) d\lambda = X(e^{j\omega}) \circledast_{2\pi} V(e^{j\omega})$$

Nota: para los demás tramos, se emplea una ventana desplazada: $v[n-n_o]$

Efecto del enventanado (2)

- ◆ Una ventana ideal no debería distorsionar el espectro de la señal original

$$\begin{array}{cc} \text{señal} & \text{señal} \\ \text{observada} & \text{original} \\ Y(e^{j\omega}) & = X(e^{j\omega}) \end{array}$$



$$X(e^{j\omega}) \circledast_{2\pi} V_{\text{id}}(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \Leftrightarrow V_{\text{id}}(e^{j\omega}) = 2\pi \cdot \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi r) \Leftrightarrow v_{\text{id}}[n] = 1 \quad \forall n$$

... ventana rectangular de longitud infinita!

- ◆ En general, el enventanado supone una pérdida de información, manifestada:
 - en el dominio temporal, por la limitación a un número finito de muestras
 - en frecuencia, por la distorsión debida a la convolución con la transformada de la ventana empleada, $V(e^{j\omega})$

Ventana rectangular

◆ Es un pulso de L muestras $v[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq L-1 \\ 0, & \text{para otro } n \end{cases} \xleftrightarrow{FT} V(e^{j\omega}) = e^{-j\omega \frac{L-1}{2}} \frac{\sin(\omega L/2)}{\sin(\omega/2)}$

Lóbulo principal:

- amplitud: $A_p = V(e^{j\omega})|_{\omega=0} = L$
- anchura: $\Delta\omega = 2\omega_p = 4\pi/L$

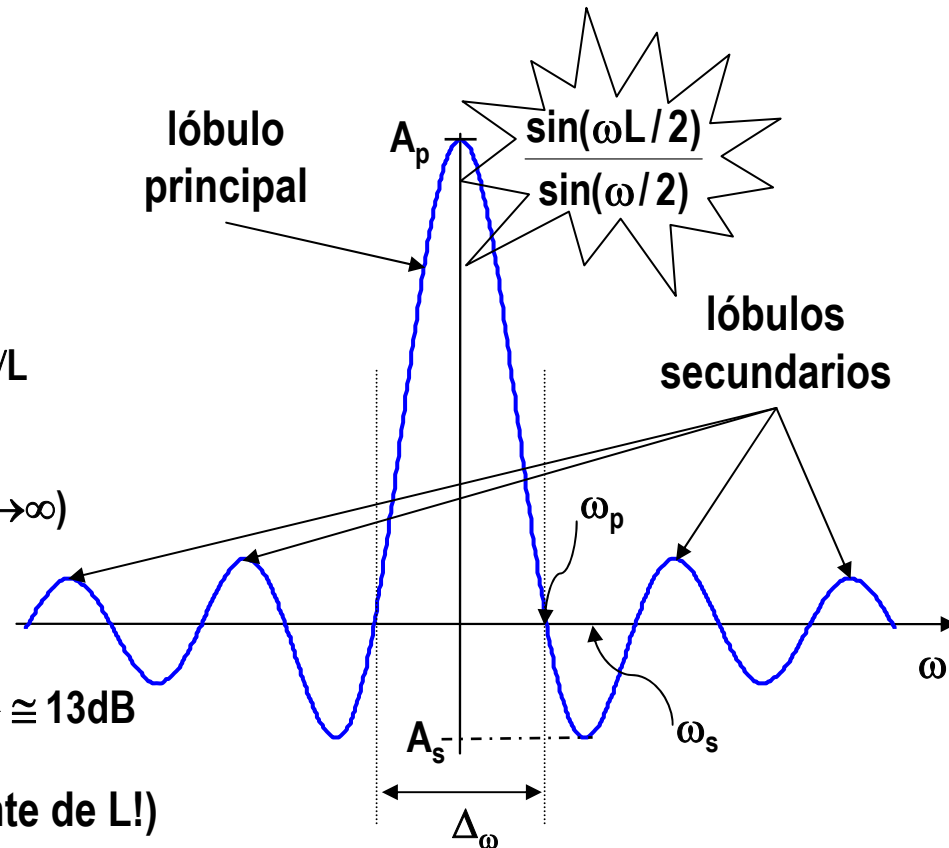
Lóbulos secundarios:

- máx. (aprox): $\sin(\omega_s L/2) = -1 \Leftrightarrow \omega_s = 3\pi/L$
- amplitud: $A_s = |V(e^{j\omega})|_{\omega=3\pi/L} = 1/\sin(3\pi/2L) \cong 2L/3\pi \ (L \rightarrow \infty)$

Relación entre amplitudes:

$$\frac{A_p}{A_s} = \frac{L}{2L/3\pi} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \alpha_{ps} = 20 \log \frac{A_p}{A_s} \cong 13 \text{dB}$$

(independiente de L!)

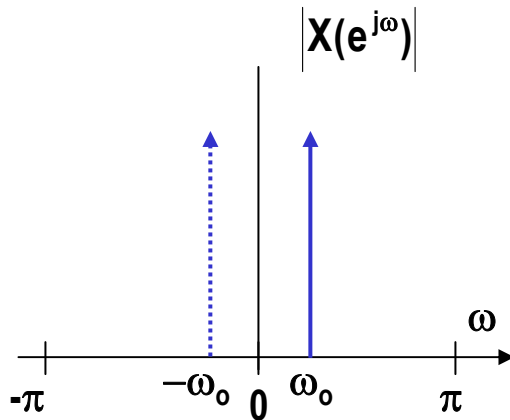


Aplicación: detección de sinusoides (I)

◆ Señal original

$$x[n] = A \cos \omega_o n$$

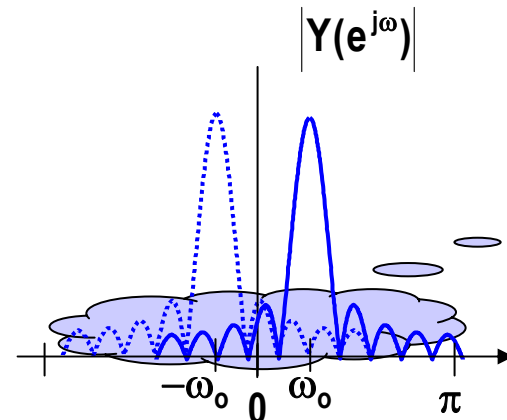
$$X(e^{j\omega}) \underset{\substack{\uparrow \\ -\pi \leq \omega \leq \pi}}{=} A\pi\delta(\omega - \omega_o) + A\pi\delta(\omega + \omega_o)$$



◆ Señal observada

$$y[n] = Av[n] \cos \omega_o n$$

$$\begin{aligned} Y(e^{j\omega}) &= X(e^{j\omega}) \otimes_{2\pi} V(e^{j\omega}) = \\ &= \frac{A}{2} V(e^{j(\omega - \omega_o)}) + \frac{A}{2} V(e^{j(\omega + \omega_o)}) \end{aligned}$$

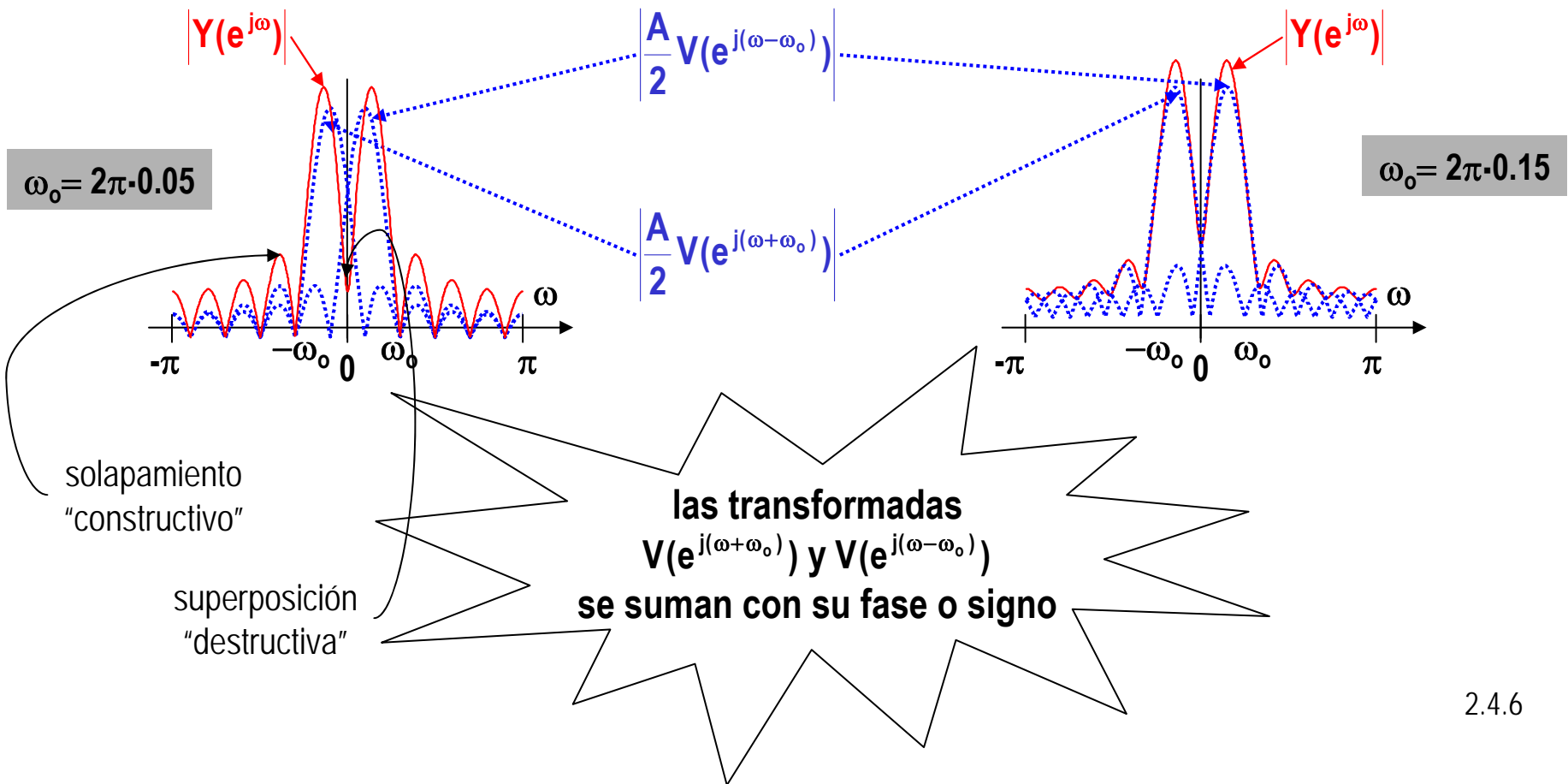


Solapamiento
de lóbulos
secundarios

Aplicación: detección de sinusoides (II)

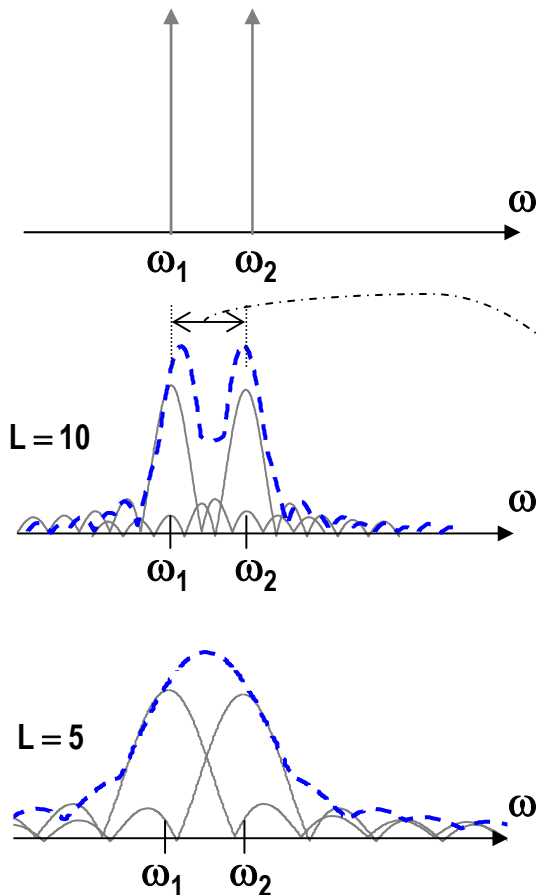
$$y[n] = Av[n]\cos\omega_0 n \xleftrightarrow{FT} Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \otimes_{2\pi} V(e^{j\omega}) = \frac{A}{2} V(e^{j(\omega-\omega_0)}) + \frac{A}{2} V(e^{j(\omega+\omega_0)})$$

$v[n]$: ventana rectangular de $L=10$ muestras

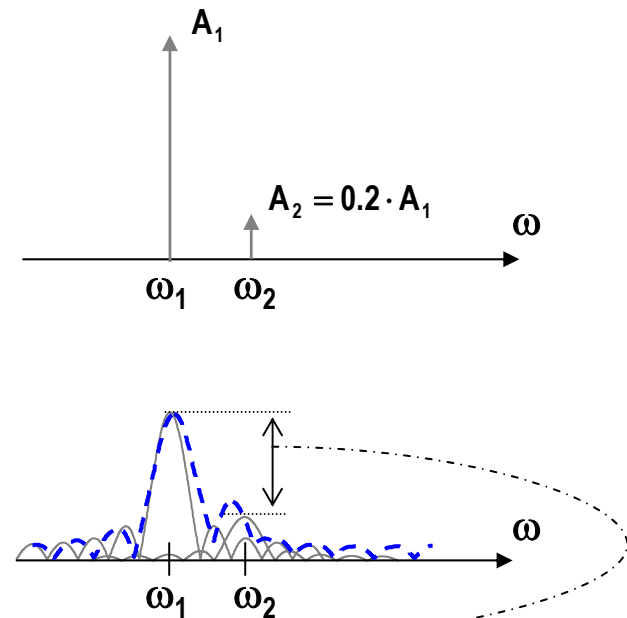


Aplicación: detección de sinusoides (III)

◆ Resolución en frecuencia



◆ Sensibilidad en amplitud



Para distinguir dos tonos:

$$\frac{A_1}{A_2} < \frac{A_p}{A_s} \quad (= 4,71 \text{ ó } 13\text{dB} \quad \text{v. rectangular})$$

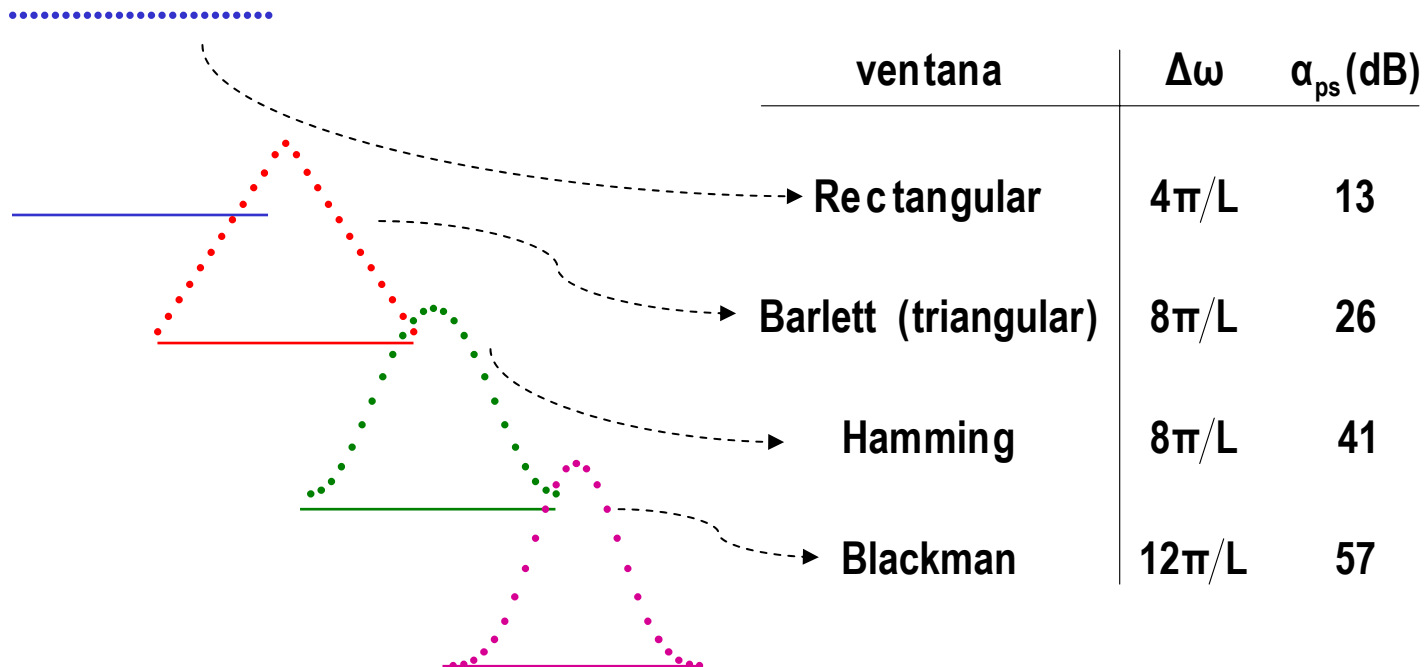
$$|\omega_1 - \omega_2| > \Delta\omega \quad (= 4\pi/L \quad \text{v. rectangular}) \quad 2.4.7$$

Otras ventanas

◆ La ventana rectangular

- presenta buena resolución, si $L \gg 0$
- su sensibilidad es constante (~ 13 dB) e independiente de L . La altura de lóbulos secundarios es debida a la discontinuidad en los extremos de la ventana

◆ Otras ventanas con diferentes compromisos resolución/sensibilidad



Aplicación: Diseño de filtros FIR (I)

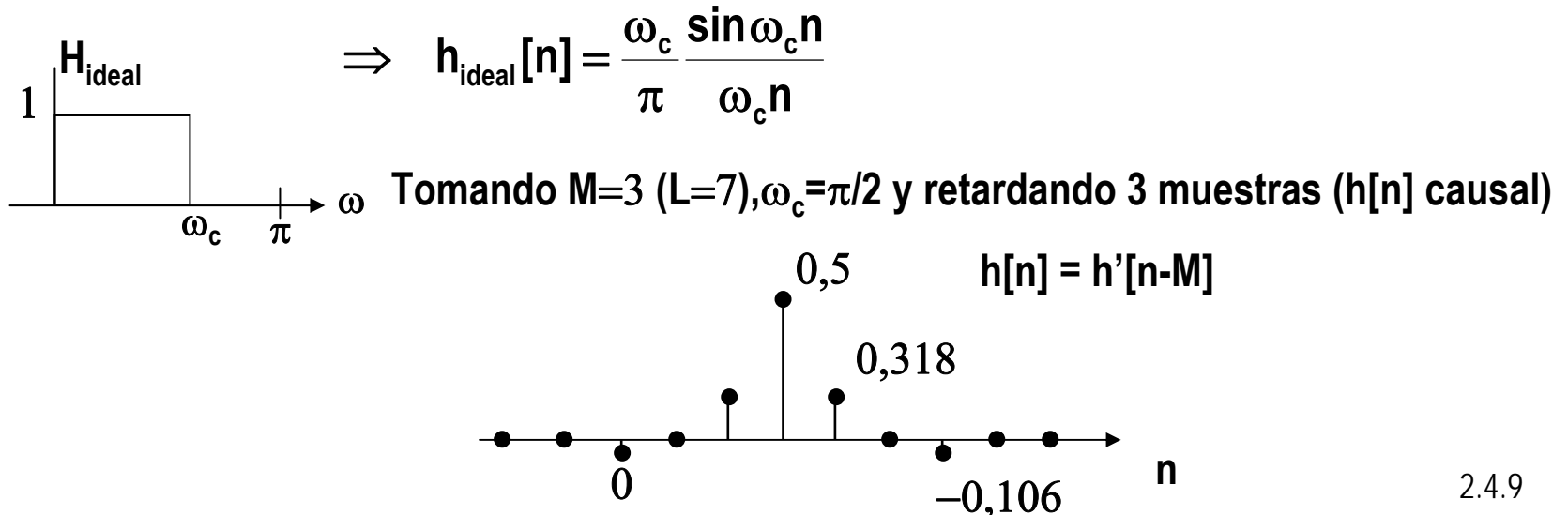
◆ Procedimiento

$$H_{\text{ideal}}(e^{j\omega}) \xleftrightarrow{FT^{-1}} h_{\text{ideal}}[n] \dots\dots \begin{cases} \text{longitud infinita} \\ \text{posib. inestable} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$h'[n] = \begin{cases} h_{\text{ideal}}[n] & |n| \leq M \\ 0 & \text{resto} \end{cases} = h_{\text{ideal}}[n] \cdot v[n]$$

◆ Ejemplo

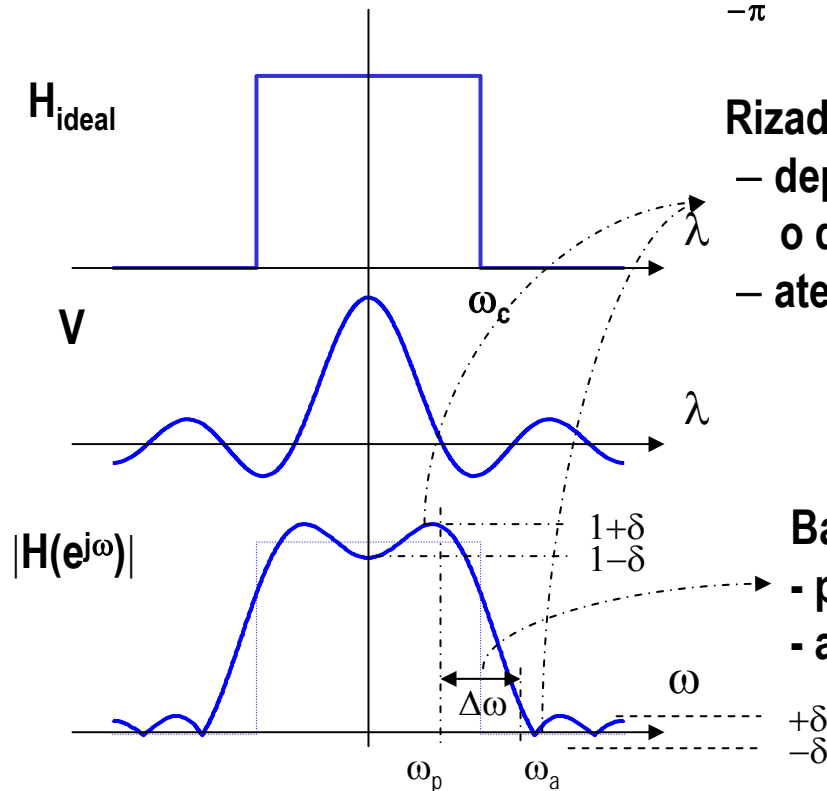


Aplicación: Diseño de filtros FIR (II)

◆ Ejemplo (cont.)

➤ Respuesta frecuencial del filtro enventanado

$$H(e^{j\omega}) = H_{\text{ideal}}(e^{j\omega}) \otimes V(e^{j\omega}) \cdot e^{-jM\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_{\text{ideal}}(e^{j\lambda}) V(e^{j(\omega-\lambda)}) d\lambda \cdot e^{-jM\omega}$$



Rizado:

- depende del nivel de lóbulo secund. o de la forma de la ventana
- atenuación:

$$\alpha_p = 20 \log \left(\frac{1+\delta}{1-\delta} \right)$$

$$\alpha_a = -20 \log \delta$$

Banda de transición:

- posición: ω_c
- anchura: la del lób. principal

$$\Delta\omega = \omega_a - \omega_p$$

Resumen

◆ Efecto del enventanado

$$y[n] = x[n] \cdot v[n] \quad \xleftrightarrow{FT} \quad Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \otimes_{2\pi} V(e^{j\omega})$$

◆ Ventana rectangular

$$v[n] = p_L[n] \quad \xleftrightarrow{FT} \quad V(e^{j\omega}) = e^{-j\omega \frac{L-1}{2}} \frac{\sin(\omega L / 2)}{\sin(\omega / 2)}$$

➤ anchura: $\Delta\omega = 4\pi/L \rightarrow$ resolución (en frecuencia)

➤ Rel. LPS: $\frac{A_p}{A_s} = \frac{3\pi}{2} \quad (\cong 13\text{dB}) \rightarrow$ sensibilidad (amplitud)

◆ Otras ventanas:

➤ Barlett, Hamming, Blackman

– Aplicaciones:

➤ detección de sinusoides, diseño de filtros FIR