

## CAMP ELÈCTRIC EN CONDUCTORS

- 1.35 (b) Un pla aïllant horitzontal s'ha carregat elèctricament amb càrrega positiva de forma que a prop de la seva superfície hi ha un camp elèctric de valor  $1000 \text{ N/C}$ . Es col·loca una moneda de  $1,0 \text{ cm}$  de radi sobre aquest pla, de forma que el camp és perpendicular a les seves cares.
- a) Trobeu les densitats de càrrega en cada cara de la moneda.
  - b) Quina és la càrrega total en una cara de la moneda?
  - c) Què passarà si toquem la moneda, fent contacte amb la terra?

a) $8,85 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$	b) $2,8 \times 10^{-12} \text{ C}$
--	------------------------------------

- 1.36 (b) Considerant la Terra com un conductor esfèric de  $6.400 \text{ km}$  de radi, calculeu-ne la capacitat. Quin radi hauria de tenir un conductor esfèric perquè la seva capacitat fos d'  $1,0 \text{ F}$ ?

$710 \mu\text{F}; 9,0 \times 10^6 \text{ km}$
---

- 1.37 (b) Quant treball es necessita per carregar un conductor esfèric aïllat de radi  $10 \text{ cm}$  fins a  $3.000 \text{ V}$ ?

$50 \mu\text{J}$
------------------

- 1.38 (o) Envoltam una esfera conductora de radi  $R_1 = 10,0 \text{ cm}$  d'una closca esfèrica conductora de radi  $R_2 = 11,0 \text{ cm}$ .
- a) Si carreguem l'esfera amb una càrrega  $Q_1 = 3,0 \text{ nC}$ , calculeu la diferència de potencial entre les plaques i la capacitat del condensador que formen.
  - b) Si el conductor exterior es connecta a terra i l'interior a un potencial  $V_2 = 50 \text{ V}$ , trobeu la càrrega a cada conductor i l'energia emmagatzemada.
  - c) Si desconnectem la bateria, traiem la closca i n'hi posem una altra al seu lloc de radi  $R_3 = 100 \text{ cm}$ , connectada a terra, raoneu com serà la nova càrrega, la diferència de potencial, la capacitat i l'energia.
  - d) I si fèssim els mateixos canvis amb la bateria connectada?

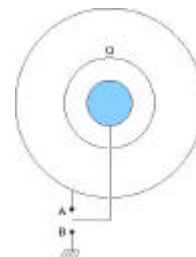
a) $V = 25 \text{ V}$	$C = 122 \text{ pF}$
b) $Q = 6,1 \text{ nC}$	$U = 0,15 \mu\text{J}$
c) $Q' = 6,1 \text{ nC}$	$V' = 494 \text{ V}$ $C' = 12,3 \text{ pF}$ $U' = 1,51 \mu\text{J}$

- 1.39 (o) Un tub Geiger està format per un filferro de  $0,20 \text{ mm}$  de radi i d'una longitud de  $12 \text{ cm}$ , amb un conductor cilíndric coaxial de la mateixa longitud i de  $1,5 \text{ cm}$  de radi.
- a) Trobeu-ne la capacitat aproximant per Gauss i admetent que el gas del seu interior té una constant dielèctrica  $\epsilon_r = 1,0$ .
  - b) Trobeu la càrrega per unitat de longitud sobre el filferro en el cas que el condensador el carreguem a  $1.200 \text{ V}$ . En aquest cas, quin és el valor màxim del camp? On es produirà la **ruptura dielèctrica** si se segueix augmentant el potencial?

a) $1,55 \text{ pF}$	
b) $1,55 \times 10^{-8} \text{ C/m}$	$1,4 \times 10^6 \text{ V/m}$

- 1.40** (o) Una esfera conductora de radio  $R$ , inicialmente descargada está rodeada concéntricamente de un caparazón conductor de espesor despreciable de radio  $2R$  y cargado con carga  $Q$ . Este sistema está rodeado, también concéntricamente por otro caparazón de grosor despreciable, de radio  $4R$  que inicialmente está sin carga. De la esfera interior sale un cable que puede dejarse desconectado, conectarse al caparazón exterior, o conectarse a tierra ( $V=0$ , respecto del infinito).

- Determina el potencial de los tres conductores en el instante inicial.
- Calcula la energía del sistema.
- Si el interruptor pasa a la posición A, conectándose el conductor interior y exterior, calcula la carga y potencial de los tres conductores.
- Si ahora el interruptor pasa a la posición B, calcula de nuevo las cargas y potenciales.



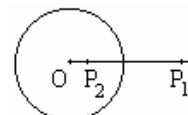
$\text{a) } V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{4R}; V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2R}; V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2R}$	$\text{b) } U = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R}$
$\text{c) } V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{4R}; V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5Q}{12R}; V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{4R}; Q_3 = \frac{Q}{3}; Q_2 = Q; Q_1 = -\frac{Q}{3}$	
$\text{d) } V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q}{16R}; V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{7Q}{24R}; V_1 = 0; Q_3 = \frac{Q}{3}; Q_2 = Q; Q_1 = -\frac{7Q}{12}$	

- 1.41** (o) Tres closques esfèriques concèntriques, de gruix negligible, tenen radis  $R_1 = 4,0$  cm,  $R_2 = 6,0$  cm i  $R_3 = 8,0$  cm. Son conductores i estan aïllades entre sí. Si la closca intermitja es connecta al potencial de l'infinit ( $V_2 = 0$ ), i les altres tenen com a càrrega total  $Q_1 = 20 \times 10^{-9}$  C i  $Q_3 = -12 \times 10^{-9}$  C,

- calculeu el potencial  $V_1$  de la closca 1.
- calculeu la càrrega  $Q_2$  de la closca 2.
- calculeu el potencial  $V_3$  de la closca 3.
- feu un esquema de la distribució de càrregues a les cares interiors i exteriors de cada closca.

a) $V_1 = 1500$ V	b) $Q_2 = -11$ nC	c) $V_3 = -340$ V
-------------------	-------------------	-------------------

- 1.42** (c) Una esfera conductora de radi  $R = 3,0$  cm té el seu centre en l'origen de coordenades O. Una font de tensió de 600 V es connecta entre l'esfera i el terra (que té potencial  $V = 0$ , igual que a l'infinit).



- Quant val la càrrega  $Q$  sobre l'esfera? Com es distribueix?  
L'esfera es desconnecta de la font i se situa una càrrega puntual  $Q' = +1,0 \times 10^{-9}$  C en el punt  $P_1 = (6,0, 0,0, 0,0)$  cm
- Quant val el camp elèctric en el punt  $P_2 = (1,0, 0,0, 0,0)$  cm?
- Quant val el camp que les càrregues de l'esfera creen en aquest punt?
- Demostreu que el potencial en el punt O associat al camp creat per les càrregues de l'esfera encara és de 600V.
- Quant val el potencial total  $V_O$  en el centre de la esfera?
- I el potencial en el punt  $P_2$ ?

a) $Q = 2,0$ nC	b) $E = 0$	c) $E_{\text{esf}} = +3600$ V/m	e) $V_O = 750$ V	f) 750 V
-----------------	------------	---------------------------------	------------------	----------

- 1.43** (o) Col·loquem dues plaques metàl·liques circulars de 20 cm de radi paral·lelament a una distància d'1,0 mm.
- a)** Si les connectem a una bateria de 50 V de f.e.m. Quina és la càrrega a cada placa i quina és la capacitat del condensador que formen totes dues? Quin és el camp elèctric que hi ha entre les plaques? I l'energia emmagatzemada  $U$ ?
- b)** Si desconnectem la bateria i separem les plaques fins a una distància de 50 mm. Quina serà la càrrega en les plaques? I el camp elèctric entre elles? I la diferència de potencial? I l'energia emmagatzemada  $U$ ?
- c)** Què passaria amb les magnituds anteriors si no desconnectéssim la bateria?

a) $Q = 56 \text{ nC}$	$E = 50 \text{ kV/m}$	$C = 1,1 \text{ nF}$	$U = 1,4 \text{ }\mu\text{J}$
b) $Q = 56 \text{ nC}$	$E = 50 \text{ kV/m}$	$V = 2500 \text{ V}$	$U = 70 \text{ }\mu\text{J}$
c) $Q = 1,1 \text{ nC}$	$E = 1 \text{ kV/m}$	$V = 50 \text{ V}$	$U = 0,028 \text{ }\mu\text{J}$

- 1.44** (o) Entre les plaques d'un condensador pla aïllat de capacitat  $C_0$  i que s'havia carregat connectant-lo a una tensió  $V_0$ , introduïm una placa metàl·lica paral·lelament a les plaques.
- a)** L'energia del condensador, la diferència de potencial entre les armadures i la capacitat. Han variat per la presència de la placa metàl·lica si aquesta té un gruix negligible?  
Si la placa metàl·lica que hi introduïm té un gruix igual a  $1/3$  de la separació entre les plaques
- b)** Calculeu les variacions que hi ha respecte a les plantejades a l'apartat a).
- c)** Quina serà la distribució de càrregues en la placa?  
Si en lloc de tenir el condensador aïllat es mantingués connectat a la font d'alimentació amb la qual es va carregar,
- d)** Variarien les vostres respostes anteriors a les qüestions b) i c)?
- e)** Caldria que la font d'alimentació subministrés energia per mantenir-hi la diferència de potencial?

- |  |
|--|
| a) No ha variat res                    |
| b) $U=2/3 U_0$ $V=2/3 V_0$ $C=3/2 C_0$ |
| d) $U=3/2 U_0$ $V=V_0$ $C=3/2 C_0$     |
| e) Si                                  |

**1.45** (o) *EFFECTE DE PUNTES.*

Es tracta de demostrar que en la superfície d'un conductor, el camp elèctric es més intens quan la seva curvatura és més forta.

Dues esferes de radis  $R_1$  i  $R_2$  (on  $R_1 < R_2$ ) estan unides elèctricament per un fil molt llarg. Si se les hi aplica una tensió  $V$  respecte a l'infinit,

- a)** quina relació hi ha entre les càrregues  $Q_1$  i  $Q_2$ ?
- b)** i entre les densitats superficials de càrrega  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ ?
- c)** i entre els camps a la superfície  $E_1$  i  $E_2$ ?
- d)** Si el radi  $R_1$  fos molt petit (com passa en una punta), com seria el camp a la seva superfície?

- |  |
|--|
| a) $Q_1/Q_2 = R_1/R_2$                         |
| b) $\sigma_1/\sigma_2 = R_2/R_1$               |
| c) $E_1/E_2 = R_2/R_1$                         |
| d) Molt gran (inversament proporcional a $R$ ) |

- 1.46** (o) Una esfera conductora de radi  $R_1 = 12$  cm es posa en contacte amb el pol positiu d'una font d'alimentació de tensió  $V = 300$  V, alhora que el pol negatiu està connectat a la terra.
- a) Obteniu els valors de la càrrega, la densitat de càrrega superficial i el camp elèctric en la superfície de l'esfera.
- b) Després de desconnectar la font, connectem aquesta esfera, mitjançant un fil molt llarg, a una altra de radi  $R_2 = 6$  cm inicialment descarregada. Trobeu el potencial i la càrrega de cada una de elles. Quin és el camp elèctric en la superfície de cada una?

a) $Q = 4,0$ nC	$\sigma = 2,2 \times 10^{-8}$ C/m <sup>2</sup>	$E = 2,5$ kV/m
b) $V_1 = V_2 = 200$ V	$Q_1 = 2,7$ nC	$Q_2 = 1,3$ nC $E_1 = 1,7$ V/m $E_2 = 3,3$ kV/m

**1.47** (\*) *COEFICIENTS DE CAPACITAT.*

Disposem d'un sistema format per dos conductors 1 i 2, que es troben propers entre ells. Si connectem el conductor 2 al potencial de referència  $V(\infty) = 0$  i el conductor 1 a un potencial de 1,20 kV, mesurem els valors següents per a les càrregues:

$$Q_1 = 1,80 \text{ nC} \text{ i } Q_2 = -0,36 \text{ nC}$$

Si connectem el conductor 1 al potencial de referència i el 2 a 1,20 kV mesurem  $Q_2 = 1,44$  nC

- a) Calculeu els coeficients de capacitat  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  i  $C_{22}$ .
- b) Demostreu que el resultat ha de ser  $Q_1 = -0,36$  nC en el segon cas ( $V_1 = 0$ ,  $V_2 = 1,2$  kV).
- c) Calculeu  $Q_1$  per a  $V_1 = V_2 = 1,20$  kV i per a  $V_1 = -V_2 = 1,20$  kV.
- d) Calculeu  $V_2$  si 2 està descarregat i connectem 1 a 1,20 kV. Quant valdrà  $Q_1$ ?

a) 1,50, -0,30 i 1,20 pF	c) 1,44 i 2,16 nC	d) 300 V i 1,71 nC
--------------------------	-------------------	--------------------

**1.48** (\*) *CÀLCUL DELS COEFICIENTS DE CAPACITAT.*

Dues esferes conductores de radis  $R_1$  i  $R_2$  es troben separades a una distància  $d$ , de manera que existeix influència electrostàtica entre totes dues. Les esferes estan connectades a uns potencials  $V_1$  i  $V_2$  respectivament (respecte de l'infinit).  $Q_1$  i  $Q_2$  són els valors de la càrrega en cada esfera. Els potencials  $V_1$  i  $V_2$  i les càrregues  $Q_1$  i  $Q_2$  estan relacionats en aquest sistema de la forma següent:

$$V_1 = K_{11} Q_1 + K_{12} Q_2 \quad V_2 = K_{21} Q_1 + K_{22} Q_2$$

- a) Obteniu l'expressió aproximada dels coeficients  $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{22}$ , en el cas de que la distància  $d$  sigui molt més gran que els radis de les esferes conductores. Per això calculeu el potencial de cada esfera, com a superposició del potencial creat per les càrregues de la propia esfera i el creat per les càrregues de l'altra en el seu centre.

Els coeficients de capacitat  $C_{ij}$  relacionan les càrregues  $Q_1$  i  $Q_2$  i els potencials  $V_1$  i  $V_2$  de la forma:

$$Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 \quad Q_2 = C_{21} V_1 + C_{22} V_2$$

i es poden calcular a partir dels coeficients  $K_{ij}$ .

- b) Calculeu  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  i  $C_{22}$  amb les dades  $R_1 = 12,0$  cm,  $R_2 = 6,0$  cm,  $d = 100$  cm.
- c) Calculeu  $Q_1$  i  $Q_2$  si  $V_1 = V_2 = 300$  V.
- d) Calculeu el mateix si  $V_1 = 300$  V i  $V_2 = 0$ .

a) $K_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$ , $K_{22} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_2}$ , $K_{12} = K_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d}$
b) $C_{11} = 13,4$ pF $C_{12} = -0,81$ pF $C_{22} = 6,7$ pF
c) $Q_1 = 3,78$ nC $Q_2 = 1,77$ nC
d) $Q_1 = 4,02$ nC $Q_2 = -0,24$ nC