
Solucions a l'examen final del 07/01/2010

1. (2,5 punts) Doneu una gramàtica sobre l'alfabet $\{a, b, c\}$ que generi els mots de la forma xcy on $x, y \in \{a, b\}^*$, tals que x no sigui prefix de y . Cal que la justificació del resultat inclogui l'explicitació de quin és el llenguatge generat per cada una de les variables que constitueixen la gramàtica proposada. Es considerarà com a mèrit addicional que la gramàtica sigui lineal (és a dir, que els costats drets de cada producció continguin com a molt una variable).

Ajuda: Considereu la relació entre el llenguatge plantejat i el definit formalment per l'expressió següent:

$$\{xcy \mid \exists x_1, x_2, y_1, y_2 \in \{a, b\}^* \exists s, t \in \{a, b\} (x = x_1 s x_2 \wedge y = y_1 t y_2 \wedge |x_1| = |y_1| \wedge s \neq t)\}.$$

2. (3 punts) Trobeu el mínim DFA que reconeix el llenguatge format pels mots sobre l'alfabet $\{a, b\}$ tals que després de qualsevol ocurrència del submot bb , el nombre de a 's que queden fins al final del mot és un nombre parell. Justifiqueu el resultat.

3. (1 punt) Doneu dos llenguatges (ben diferents) de cada una de les classes següents:

- a) no semidicidibles
- b) semidecidibles però no decidibles
- c) decidibles però no incontextuals
- d) incontextuals però no regulars
- e) regulars però no finits

4. (1,5 punts) Classifiqueu com a decidible, semi-decidible però no decidible, o no semi-decidible el problema de determinar si un programa donat implementa la funció identitat. Formalment, es tracta de classificar el conjunt

$$\{x \mid \forall z \varphi_x(z) \downarrow \wedge \varphi_x(z) = z\}.$$

5. (2 punts) Demostreu que el Problema de la Correspondència de Post continua essent indecidible encara que el considerem restringit a mots sobre l'alfabet $\{0, 1\}$. Demostreu, en canvi, que si el restringim a un alfabet uniliteral, aleshores és decidible.