Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA **Dept. Teoria del Senyal i Comunicacions**	**ComII.** 4-12-2007 Grup 10 M.Cabrera. Durada: 1hora 45'.

Ejercicio 1 (4p.)

Sea una modulación paso banda de 8 símbolos equiprobables de energía media por bit E_b y tasa de transmisión binaria $r_b = \frac{1}{T_b}$. La componente en fase es una modulación 4 PAM polar y la componente en cuadratura es una modulación 2 PAM Unipolar. Para ambas modulaciones se utilizan pulsos RRC (Root Raised Cosinus) $p_\gamma(t)$, ($R_{p_\gamma}(nT) = \delta[n]$), del mismo factor de rolloff γ y de energía unidad. Considere que la señal portadora es $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$. Se transmiten por un canal cuya función de Transferencia se puede aproximar por $H_c(f) = \Pi\left(\frac{f-f_c}{B_h}\right) + \Pi\left(\frac{f+f_c}{B_h}\right)$.

La señal modulada se puede expresar como: $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=1}^{L} \alpha_l[n] \varphi_l(t-nT)$

Se pide:

a) Obtenga una base ortonormal generadora del espacio de señal en función de $p_\gamma(t)$ y del resto de funciones o parámetros que considere necesarios.

b) Obtenga todos los vectores del espacio de señal en función de E_b. Dibuje el espacio de señal.

c) Obtenga y dibuje la densidad espectral de la modulación.

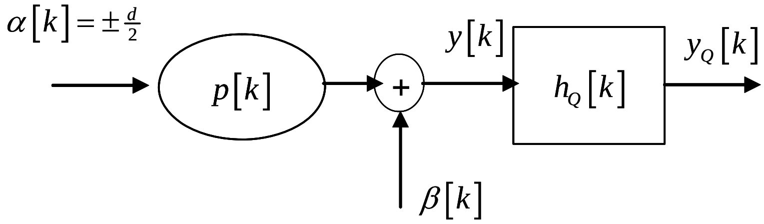
d) Suponga que se desea transmitir a una velocidad binaria de $r_b = 600 Kbps$ y que $B_h = 250 KHz$, decida cual es el valor para el parámetro γ tal que $B_s = B_h$.

$$S_s(f) = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^{L} \sum_{j=1}^{L} C_{\alpha_l \alpha_j}[0] \Phi_l(f) \Phi_j^*(f) + \frac{1}{T^2} \sum_{l=1}^{L} \sum_{j=1}^{L} \mu_{\alpha_l} \mu_{\alpha_j} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Phi_l(kr) \Phi_j^*(kr) \delta(f-kr)$$

$$P_\gamma(f) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{r}} & |f| < \frac{r}{2}(1-\gamma) \\ \frac{1}{\sqrt{r}} \cos\left(\frac{\pi}{2\gamma r}(|f| - \frac{r}{2}(1-\gamma))\right) & \frac{r}{2}(1-\gamma) < |f| < \frac{r}{2}(1+\gamma) \\ 0 & \frac{r}{2}(1+\gamma) < |f| \end{cases}$$

Ejercicio 2 (6p.)

Una modulación 2PAM polar de símbolos equiprobables, se transmite por un canal cuya respuesta impulsional es $h_c(t) = \delta(t) + \gamma\delta(t-T)$ y de ruido *w(t)* blanco gaussiano de media nula y densidad espectral $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$, se proyecta en el espacio de señal. La distorsión generada por el canal se ecualiza en recepción mediante un filtro FIR de 2 coeficientes y de respuesta impulsional $h_Q[n]$, aplicando el criterio de FZ sub-óptimo. Todo el sistema se representa según el siguiente modelo discreto:



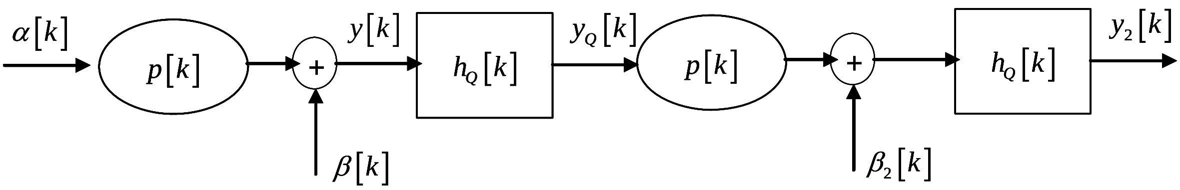
Se pide:

a) Obtenga la expresión de la señal $y[k]$, distinguiendo entre término útil, ISI y ruido. Caracterice estadísticamente las muestras de ruido y dibuje el espacio de señal recibido sin ruido.

b) Diseñe el filtro FIR y calcule el pulso resultante discreto. Dibuje el espacio de señal recibido sin ruido.

c) Obtenga la BER aproximada (peor caso) al detectar sobre la señal $y_Q[k]$ y en función del cociente $\frac{E_b}{N_0}$.

Suponga a continuación que sin realizar la decisión se retransmite la señal $y_Q[k]$, sobre un sistema idéntico y se vuelve a ecualizar utilizando los mismos coeficientes diseñados en el primer apartado. El modelo discreto del sistema completo es:



Ambas señales de ruido ($\beta[k], \beta_2[k]$) son estadísticamente independientes entre sí y presentan idénticas propiedades estadísticas: $R_\beta[k] = R_{\beta_2}[k]$.

Se pide:

d) Obtenga la energía media transmitida por bit, a la que denominaremos E_T, como suma de las energías transmitidas en los dos sistemas transmisores. Para ello considere, únicamente en este apartado, que $\frac{N_0}{2} = \frac{d^2}{4(1+\gamma^2)}$.

e) Obtenga la expresión de la señal $y_2[k]$, distinguiendo entre término útil, ISI y ruido. Dibuje el espacio de señal recibido sin ruido.

f) Obtenga la BER aproximada (peor caso) al detectar sobre la señal $y_2[k]$ y en función del cociente $\frac{E_T}{N_0}$.

Resolución:

Ejercicio 1

a) Base de dimensión L=2. Se comprueba fácilmente que las funciones siguientes forman una base ortonormal:

$$\varphi_i(t)=+\sqrt{2}p_\gamma(t)\cos(2\pi f_c t);\quad \varphi_q(t)=-\sqrt{2}p_\gamma(t)\mathrm{sen}(2\pi f_c t)$$

b) Según las especificaciones del enunciado:

$$i_s(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} I\left[n\right]p_\gamma\left(t-nT\right);\quad I_m=\pm\tfrac{A}{2},\pm\tfrac{3A}{2};\quad Q_s(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Q\left[n\right]p_\gamma\left(t-nT\right);\quad I_m=0,+A$$

y considerando que $d=\frac{1}{\sqrt{2}}A_cA$ y $E_b=\frac{7d^2}{12}$, se obtienen los vectores:

$$\begin{pmatrix}+\frac{d}{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\frac{3d}{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{d}{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{3d}{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\frac{d}{2}\\d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}+\frac{3d}{2}\\d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{d}{2}\\d\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-\frac{3d}{2}\\d\end{pmatrix}$$

c) Se recomienda realizar un análisis detallado de la función de densidad espectral facilitada en el enunciado para demostrar el siguiente resultado.

$$S_s(f)=\frac{1}{T}C_{\alpha_1\alpha_1}\left[0\right]\left|\Phi_1(f)\right|^2+\frac{1}{T}C_{\alpha_2\alpha_2}\left[0\right]\left|\Phi_2(f)\right|^2+\frac{1}{T^2}\left(\mu_{\alpha_2}\right)^2\left|\Phi_2(0)\right|^2\delta\left(f\right)=$$

$$\frac{3E_b}{7T_b}\left(P_\gamma\left(f-f_c\right)+P_\gamma\left(f+f_c\right)\right)+\frac{E_b}{42T_b}\delta\left(f\right)$$

d) Dado que $r=200Kbauds$ y que $B_s=r(1+\gamma)$ se recomienda $\gamma=0,25$

Ejercicio 2

a) Expresión de la señal: $\underbrace{y\left[k\right]=\alpha\left[k\right]}_{\text{Útil}}+\underbrace{\gamma\alpha\left[k-1\right]}_{\text{ISI}}+\underbrace{\beta\left[k\right]}_{\text{Ruido}}$. $\beta\left[k\right]:N(0,\sigma^2=\frac{N_0}{2})$

b) Filtro FIR: $h_Q\left[k\right]=\delta\left[k\right]-\gamma\delta\left[k-1\right]$.

Pulso resultante discreto: $p_R\left[k\right]=\delta\left[k\right]-\gamma^2\delta\left[k-2\right]$.

$y_Q\left[k\right]=\alpha\left[k\right]-\gamma^2\alpha\left[k-2\right]+\beta_Q\left[k\right];\ \beta_Q\left[k\right]:N(0,\frac{N_0}{2}\left(1+\gamma^2\right))$

c) $\mathrm{BER}\le Q\left(\sqrt{\frac{\left(1-\gamma^2\right)^2}{\left(1+\gamma^2\right)}\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

Ambas señales de ruido ($\beta\left[k\right],\beta_2\left[k\right]$) son estadísticamente independientes entre sí y presentan idénticas propiedades estadísticas: $R_\beta\left[k\right]=R_{\beta_2}\left[k\right]$.

d) $E_T=\frac{d^2}{4}+\frac{d^2}{4}\left(1+\gamma^4\right)+\frac{N_0}{2}\left(1+\gamma^2\right)=\frac{d^2}{4}\left(3+\gamma^4\right)$

e) $y_2\left[k\right]=\alpha\left[k\right]-2\gamma^2\alpha\left[k-2\right]+\gamma^4\alpha\left[k-4\right]+\beta\left[k\right]*h_Q\left[k\right]*p_R\left[k\right]+\beta_2\left[k\right]*h_Q\left[k\right]$

Útil ……………ISI…………. …………….Ruido……………….

El ruido resultante presenta la distribución: $N(0,\frac{N_0}{2}\left(2+2\gamma^2+\gamma^4+\gamma^6\right))$

f) $\mathrm{BER}\le Q\left(\sqrt{\frac{\left(1-2\gamma^2-\gamma^4\right)^2}{\left(2+2\gamma^2+\gamma^4+\gamma^6\right)}\frac{1}{\left(3+\gamma^4\right)}\frac{2E_T}{N_0}}\right)$