1. Resoleu els problemes següents. Justifiqueu les respostes en tots els casos.

   (a) (1 punt) De quantes maneres poden triar-se 6 nombres diferents de 1 a 49 si com a mínim 4 dels nombres han de ser parells.

   (b) (1 punt) Calculeu el nombre de solucions enteres no negatives de l'equació
   $$x + y + z + t = 30$$
   tals que $0 \leq x \leq 15,\ \ 0 \leq z \leq 20$.

   (c) (1 punt) Proveu que
   $$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}.$$

   (d) (1 punt) Trobeu una fòrmula per al nombre de Stirling $\left\{ {n \atop 2} \right\}$.

   (e) (1 punt) Proveu que el nombre de particions de l'enter $n \geq 1$ en parts parelles diferents és igual al nombre de particions de n en les que cada part pot aparèixer com a molt tres vegades.

2. (2 punts) Sigui a_n el nombre de paraules de longitud n en l'alfabet $\{0, 1\}$ que no contenen tres 0 consecutius. Trobeu una equació de recurrència (lineal amb coeficients constants) satisfeta pels a_n. Doneu tantes condicions inicials com siguin necessàries per tal de determinar els a_n completament.

3. (3 punts) Resoleu l'equació de recurrència següent:
   $$a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n + 2 \cdot 3^n, \quad n \geq 0,$$
   amb les condicions inicials $a_0 = 0, a_1 = 2$.