

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Senyals i Sistemes I

Exàmen Final - 7 de Gener de 2003

Duració: 3h30'

No es permet l'ús de calculadores, llibres i/o apunts. Les respostes als diferents exercicis s'han d'entregar en fulls separats

Problema 1

Sea el sistema de la Fig.1 donde los bloques rectangulares son dos sistemas L.I. con respuesta impulsional $h_1(t)$ y $h_2(t)$ respectivamente:

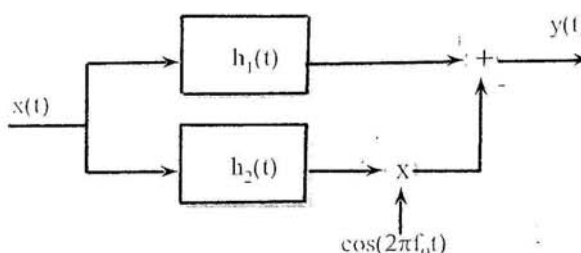


Figura 1

a) Halle la relación entrada-salida del sistema global $T[x(t)] = y(t)$.

b) Analice las propiedades de

b1) linealidad

b2) invarianza

b3) causalidad

b4) estabilidad

Indicando, si es necesario, qué condiciones deben cumplir $h_1(t)$ o $h_2(t)$ en cada caso

Considere a partir de aquí: $h_1(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_0 t)$ con $f_0 \gg 1/T$ $h_2(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$

c) Operando en el dominio temporal halle $y(t)$ en los siguientes casos (para el apartado c3 deje las integrales perfectamente indicadas, con especial atención a los límites de integración y los márgenes de validez de las expresiones)

c1) $x_1(t) = \delta(t)$

c2) $x_2(t) = \delta(t-t_0)$

c3) $x_3(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \cos(2\pi f_0 t)$

d) Halle la respuesta a $x_3(t)$ haciendo los cálculos en el dominio frecuencial. ¿Qué simplificación le permite realizar la condición $f_0 \gg 1/T$?

Problema 2

Es disposa d'un canal de comunicacions per transmetre senyals de fins a 100KHz que malhauradament presenta dos tons interferents a les freqüències $f_1=40\text{KHz}$ i $f_2=90\text{KHz}$. Per aquest motiu s'ha pensat en situar el senyal desitjat en el canal disponible i filtrar les interferències segons dues possibilitats:

Solució 1: Utilitzar només la banda per sota de la freqüència f_1 .

Solució 2: Utilitzar la banda per sobre de la freqüència f_1 i per sota de la freqüència f_2 .

S'hauran de dissenyar els filtres en recepció per tal d'eliminar les interferències. Es vol que l'atenuació màxima dels senyals desitjats sigui de 3dB i la mínima dels senyals atenuats de α_n . Es demana:

a) Dibuixi les plantilles d'especificacions del filtre que s'adaptin a les solucions 1 i 2, considerant un marge de guarda de 6KHz, entre senyals interferents i senyal desitjat, i $\alpha_n = 40\text{dB}$.

Les especificacions de a) donen lloc a filtres d'ordre molt alt. Per evitar-ho, s'ha pensat en dissenyar filtres amb zeros de transmissió finits. Així, la solució 1 ha d'eliminar totalment f_1 i la solució 2 ha d'eliminar totalment f_1 i f_2 . El filtre corresponent a la solució 2 es vol construir per transformació de freqüències. Amb aquestes condicions es vol obtenir l'ampla de banda útil del canal per cada filtre. Es demana:

b) Quins tipus de filtres es poden considerar per aquest disseny (Butterworth, Chebychew o invers de Chebychew)? Dedueixi l'ordre mínim requerit per les solucions 1 i 2 sense necessitat de calcular les constants k_d i k_s . Justifiqui els resultats.

Pel filtre requerit per la **solució 1**:

c) Doni l'expressió general de la funció característica d'ordre mínim obtingut a b) en funció de α_n i f_1 (ajusti a la banda atenuada). Indiqui també en funció d'aquests paràmetres, els zeros d'atenuació i el valor de l'atenuació a l'infinit.

- d) En primer lloc, sense utilitzar el valor numèric de f_1 , trobi una expressió de l'amplada de banda útil per transmetre senyals (recordi que l'atenuació màxima dels senyals desitjats és de 3dB) en funció de f_1 i α_n . En segon lloc, trobi el **valor numèric aproximat** d'aquesta amplada de banda pels valors anteriors $f_1=40\text{KHz}$ i $\alpha_n=40\text{dB}$. **Nota:** els polinomis de Chebychev verifiquen la relació de recurrència $C_n(x) = 2x C_{n-1}(x) - C_{n-2}(x)$ amb $C_0(x)=1$ i $C_1(x)=x$.

Amb la transformació de freqüències adjunt i el disseny d'un prototipus passa-baixes semblant al dissenyat a la solució 1 es pot obtenir un filtre que s'adapti a la **solució 2**. En aquest cas i utilitzant els valors numèrics de f_1 i f_2 es demana:

- e) Quina condició s'ha d'imposar per tal d'obtenir la màxima atenuació en les dues interferències? Doni en aquest cas la transformació de freqüències necessària.
- f) Amb la condició de l'apartat anterior, no cal fixar un valor molt alt del paràmetre α_n . Dibuixi la funció característica d'ordre mínim del prototipus per $\alpha_n = 20\text{dB}$. Obtingui l'amplada de banda útil del prototipus utilitzant l'expressió obtinguda a l'apartat d). A partir d'aquest resultat, trobi l'amplada de banda útil que compleix el filtre requerit per la solució 2.

Problema 3

Un sistema de modulació ASK (amplitude-shift keying) és una forma d'enviar la informació digital sobre canals pas banda. Consisteix en variar l'amplitud d'una portadora segons el símbol que es vulgui transmetre. Un cas particular és el sistema OOK (on-off keying) on l'amplitud de la portadora val A (quan es transmet el bit 1) o 0 (quan es transmet el bit 0). Així, el senyal transmès per cada símbol val:

$$\text{(Bit 1)} \quad x_1(t) = A \cos(2\pi f_c t) \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \quad \text{(Bit 0)} \quad x_0(t) = 0 \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$$

A la Fig. 2 es mostra un exemple amb un missatge de duració finita {0,1,0,1,1,0}.

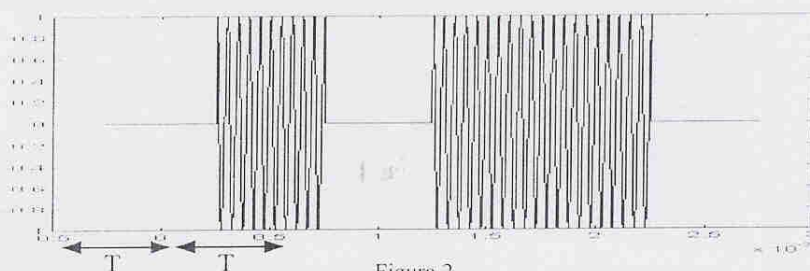


Figura 2

Suposi que T és múltiple de $T_c = 1/f_c$, i que $T \gg T_c$. Per això, el missatge $m(t)$ es pot interpretar com $m(t) = p(t) \cos(2\pi f_c t)$ on $p(t)$ representa un tren de polsos rectangulars d'amplitud A (bit 1) o 0 (bit 0).

- a) Determini l'espectre (mòdul de la Transformada de Fourier) pel cas del missatge amb menys variacions, missatge amb només 1's, i pel cas contrari, missatge {... 1 0 1 0 1 0 1 0 ...} (suposi infinits símbols). Noti que $p(t)$ pot veure's com un tren de polsos periòdic.
- b) Com variaria l'espectre en el cas de que el missatge fos {... 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 ...}?
- c) Es suposa que el canal de comunicacions té un comportament pas banda, amb una freqüència central de 5MHz, i un ample de banda de 10KHz. Tinguent en compte que el senyal que requereix una major amplada de banda correspon a la transmissió del missatge {... 1 0 1 0 1 0 1 0 ...}, esculli els valors de f_c i de T que li semblin més adients. Justifiqui la resposta. Quina serà la velocitat de transmissió dels bits (nombre de bits per segon)?
- d) Per recuperar $p(t)$ a partir de $m(t)$ s'utilitza un sistema que calcula $m^2(t)$, seguit d'un filtre de Butterworth passa-baixes amb una freqüència de tall a 3dB de 20KHz. La resposta freqüencial completa és pot veure a la Fig. 3. Obtingui i representi de forma aproximada el senyal que s'obindrà a la sortida d'aquest filtre quan el missatge és {... 1 0 1 0 1 0 1 0 ...}. Faci justificadament les aproximacions que consideri oportunes. Suposi $T=1\text{mseg}$, i $f_c=1\text{GHz}$.

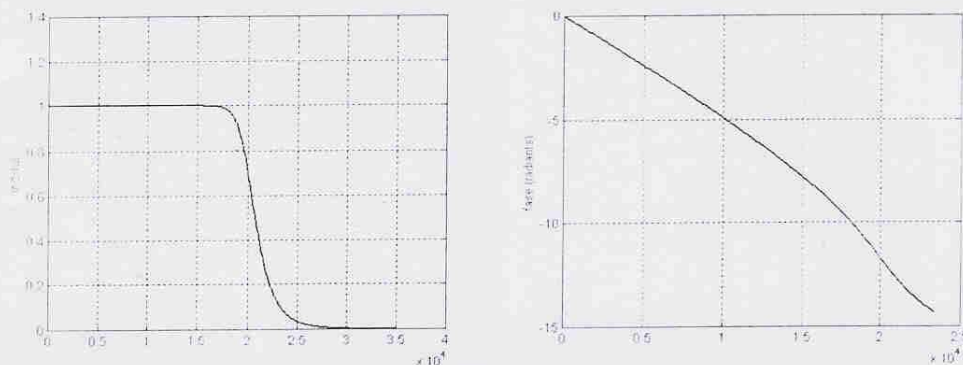


Figura 3

- e) El senyal $m(t)$ que es transmet és d'energia finita o de potència mitjana finita? En funció de la resposta anterior, quina és l'energia o la potència mitjana del senyal transmès pel missatge amb {... 1 1 1 1 1 1 ...} i pel missatge {... 1 0 1 0 1 0 1 0 ...}? El paràmetre important per mesurar la qualitat del sistema és l'energia per bit. Quina serà l'energia del senyal $x_1(t)$ associat a transmetre el bit 1?