ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

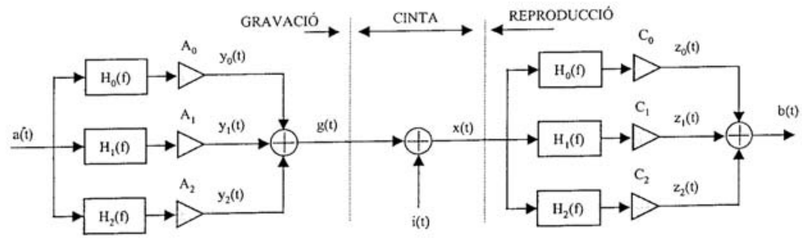
Senyals i Sistemes I **Exàmen Final P03:-25 de Juny de 2003** **Duració: 3h**

Publicació Notes Provisionals: 2-7-03 **Al.legacions: 3-7-03** **Publicació Notes Definitives: 4-7-03**

No es permet l'ús de calculadores, llibres i/o apunts. Les respostes als diferents exercicis s'han d'entregar en fulls separats

Problema 1

Alguns sistemes de reducció de soroll per l'enregistrament de senyals analògics, com la gravació d'àudio en cinta magnètica de la Fig.1, utilitzen filtres de pre-accentuació per realçar aquelles freqüències del senyal d'àudio amb components espectrals més baixos.



$$H_0(f) = \Pi\left(\frac{f}{2f_0}\right) \quad , \quad H_1(f) = \Pi\left(\frac{f-2f_0}{2f_0}\right) + \Pi\left(\frac{f+2f_0}{2f_0}\right) \quad , \quad H_2(f) = \Pi\left(\frac{f-5f_0}{4f_0}\right) + \Pi\left(\frac{f+5f_0}{4f_0}\right)$$

Figura.1: *a(t) representa el senyal original (micròfon), g(t) el senyal gravat en cinta, x(t) el senyal llegit de cinta i b(t) el senyal reproduït (altaveu).*

Suposarem en primera aproximació que els filtres són ideals, tal com es veu a la Fig.1. Es demana:

a) Trobi el valor de les amplificacions C_0, C_1 i C_2 en funció dels coeficients A_0, A_1 i A_2 que garanteixen que a(t) = b(t) en absència de senyal interferent (i(t) = 0). Suposi que l'amplada de banda del senyal a(t) és $7f_0$.

b) Habitualment en el senyal d'àudio, els components més potents es troben a la banda baixa de freqüència. Tot i això, els components d'alta freqüència són importants en afegir-hi nitidesa i brillantor. Aquests últims són els que intenta protegir el sistema proposat. Dibuixi G(f), indicant-hi tots els nivells i freqüències significatius, quan introduïm un senyal de test a(t) tal que, $A(f) = \Delta\left(\frac{f}{7f_0}\right)$.

Suposi A_0=1, A_1=2, A_2=3.

Nota: pels apartats c) i d) suposi el senyal d'entrada a(t) definit anteriorment.

c) Suposi que en el procés de reproducció tenim una interferència $i(t) = \alpha_1 \cos(2\pi f_1 t) + \alpha_2 \cos(2\pi f_2 t)$, on $f_1=2f_0$ i $f_2=4f_0$. Calculi l'expressió de B(f), pels casos següents (operi amb valors genèrics A_0, A_1 i A_2, efectuant la substitució numèrica sobre l'expressió final):

c.1) **cas 1**: en presència de i(t), considerant A_0=1, A_1=2, A_2=3 i els corresponents valors C_i que garantirien a(t)=b(t) en absència de i(t).

c.2) **cas 2**: en presència de i(t), considerant $A'_0=A'_1=A'_2=1$ i els corresponents valors C'_i que garantirien a(t)=b(t) en absència de i(t).

c.3) **comparativa**: examinant tots dos B(f), raoni en quin dels dos casos b(t) és més fidel al senyal a(t) original.

d) A l'apartat c) anterior avaluï:

d.1) l'energia del senyal b(t) en absència de la interferència i(t).

d.2) la potència de la interferència present a b(t): P_{IB}, en funció de valors genèrics per A_0, A_1 i A_2, segons la restricció de l'apartat a).

d.3) Particularitzi l'expressió trobada a d.2) pels casos c.1) i c.2), determinant la reducció de potència interferent que aconsegueix el sistema de la Fig.1. Suposant $\alpha_1 = \alpha_2$, proporcioni l'expressió en funció de tots els paràmetres genèrics i no efectuï la substitució numèrica fins a tenir el resultat final.

Problema 2

En aquest exercici es preten estudiar el sistema lineal definit per: $y(t) = T[x(t)] = \int_{t-1}^{t} \left[e^{-|t-\tau+1|} x(\tau+1) - e^{-|t-\tau|} x(\tau) \right] d\tau$

a) Justifiqui si verifica les següents propietats:

a.1) és un sistema invariant?. És possible caracteritzar-lo per una resposta impulsional h(t)? En cas afirmatiu, trobi h(t) i dibuixi-la.

a.2) Estudïi la causalitat del sistema.

Es considera a la seva entrada la família de senyals $x_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{0k}(t - nT_0)$ amb $x_{0k}(t) = \prod\left(\frac{kt}{T_0}\right)$ i k>1 (k enter).

Nota: Pels apartats b) i c) consideri el sistema representat per: $h(t) = e^{-|t|}\left[\prod(t+0,5) - \prod(t-0,5)\right]$

b) Per analitzar el comportament d'aquest sistema, al domini temporal, es considera a la seva entrada $x_4(t)$ i T_0=8s.

b.1) A partir de la simetria de $x_4(t)$ i de h(t), quina simetria presentarà la seva sortida $y_4(t)$?

b.2) Calculi $y_4(t)$ aprofitant la propietat anterior. Dibuixi $y_4(t)$ amb tots els valors d'interés.

c) Addicionalment, també es pot deduïr alguna propietat d'aquest sistema al domini freqüencial:

c.1) Obtingui el DSF de $x_k(t)$ (expressió en forma de funcions cosinus o sinus).

c.2) Calculi $X_2(f)$ i $X_4(f)$. Dibuixi-les acuradament (indicant-hi tots els valors d'interés) per $|f| \le \frac{5}{T_0}$.

c.3) Sense haver de calcular $Y_2(f)$ i $Y_4(f)$, a partir de la simetria de h(t) dedueixi un component freqüencial que no aparegui a la sortida i estigui present a cadascuna de les entrades $X_2(f)$ i $X_4(f)$. Dibuixi $x_4(t)$ sense aquest component freqüencial.

Problema 3

Es vol transmetre per un mateix canal de comunicacions dos senyals, x(t) i y(t), d'ample de banda de 500 Hz. Amb aquesta finalitat es modula y(t) amb una portadora: $\cos(2\pi f_c t)$, on la freqüència de la portadora és f_c=2000 Hz.

a) Dibuixi i justifiqui l'esquema bàsic del receptor. En cas de necessitar filtres, especifiqui les seves característiques.

A més dels senyals útils es presenta en recepció un soroll interferent. Es dissenyarà un filtre per tal de disminuir-lo. Aclariment: això serà una etapa prèvia a l'esquema demanat a l'apartat a).

El disseny d'aquest filtre es fa a partir d'un prototipus pas baix de Chebychev d'ordre 2, mitjançant la següent transformació: $\lambda = \frac{s(s^2 + \omega_0^2)}{s^2 + \omega_\infty^2}$. A la Fig. 2 es mostra parcialment la transformació de freqüències associada a la transformació anterior, pels valors f_0=2000 i f_∞=1000.

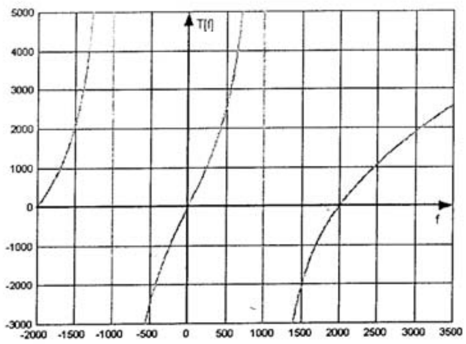


Figura 2: Transformació de freqüència

b) Obtingui l'expressió analítica de la transformació de freqüències T[f] que es mostra a la Fig. 2. Quines característiques freqüencials tindrà el filtre transformat? (no el prototipus, que ja sabem que és un pas baix).

Tenint en compte que la màxima atenuació permesa dels senyals útils és de 3 dB, es demana:

c) Dissenyi el prototipus pas baix. Especifiqui la funció característica, el mòdul al quadrat de la resposta freqüencial (dibuixi'l acuradament), el nombre i la posició dels zeros d'atenuació i dels zeros de transmissió, la funció de transferència H(λ). Recordi que el polinomi de Chebychev d'ordre 2 és: $C_2(x)=2x^2-1$, i consideri que log2=0,3.

d) A partir del prototipus, apliqui la transformació i obtingui el filtre transformat. D'aquest filtre especifiqui: l'ordre, el nombre i la posició aproximada dels zeros d'atenuació, el nombre i la posició dels zeros de transmissió, el mòdul al quadrat de la resposta freqüencial (dibuixi'l aproximadament).