

Práctica 7: Medida de la respuesta frecuencial de un filtro de audio

Dani Gabriel y Rafael Gómez

Abril 2011

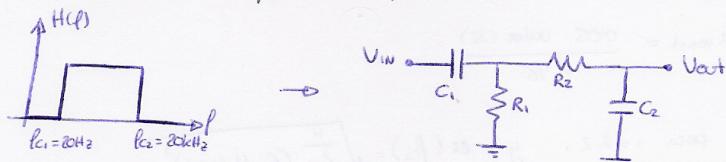
Índex

1 Estudio Previo	2
1.1 Diseño del Filtro	2
1.2 Medida de la fase y el retardo de grupo	4
1.3 Medida del módulo	5
2 Trabajo de Laboratorio	6
2.1 Montaje del Filtro	6
2.2 Creación un subVI para el Generador de Funciones	7
2.3 Realización del diagrama de bode	7
2.4 Cálculo de las frecuencias de corte a 3dB	9
2.5 Mejora del VI: Eliminación de puntos sobrantes	11

1 Estudio Previo

1.1 Diseño del Filtro

- 4) Calcular el valor de los componentes de un filtro RC pasivo paso banda de segundo orden, con una $f_c = 20\text{ Hz}$ paso alto y una $f_c = 20\text{ kHz}$ paso bajo.



Su función de transferencia será la multiplicación de las funciones de transferencia de filtro paso bajo por el filtro paso alto.

- Función de transferencia del Filtro Paso Bajo:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{R_2 C_2}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} ; |H(\omega)|^2 = \frac{1}{s + (\omega R_2 C_2)^2}$$

$$|H(\omega = \omega_{c2})|^2 = \frac{1}{s + (\omega_{c2} R_2 C_2)^2} = \frac{1}{2} \rightarrow s = s + (\omega_{c2} R_2 C_2)^2.$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{R_2 C_2} = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^3 \text{ rad/seg.}$$

- Función de transferencia del Filtro Paso Alto:

$$H(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C_1}} ; |H(\omega)|^2 = \frac{(\omega R_1 C_1)^2}{s + (\omega R_1 C_1)^2} = \frac{s}{s + \frac{1}{(\omega R_1 C_1)^2}}$$

$$|H(\omega = \omega_{c1})|^2 = \frac{1}{s + \frac{1}{(\omega_{c1} R_1 C_1)^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow s = \frac{1}{(\omega_{c1} R_1 C_1)^2}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{R_1 C_1} = 2\pi \cdot 20 \text{ rad/seg.}$$

→ Por lo tanto:

$$R_2 C_2 = 7'96 \cdot 10^{-6}$$

$$R_1 C_1 = 7'96 \cdot 10^{-3}$$

→ Utilizando valores comerciales:

$R_1 = 180\text{ k}\Omega$
$C_1 = 47\text{ nF}$

$R_2 = 8'2\text{ k}\Omega$
$C_2 = 3\text{ nF}$

→ Con lo que obtenemos:

$$f_{c1} = 18'8\text{ Hz}$$

$$f_{c2} = 19'4\text{ kHz}$$

2. Estimar los errores en las frecuencias de corte teniendo en cuenta que la tolerancia de los condensadores es del 10% y la tolerancia de las resistencias es del 5%.

Los condensadores escogidos tienen una tolerancia del 10% (K) y las resistencias del 5% (dorado)

Tolerancia \equiv incertidumbre expandida \Rightarrow Suponemos una distribución normal, con nivel de cobertura $K = 1'96$ (95%).

$$U_{\text{cond}} = 0'5 \cdot \text{valor (F)}$$

$$u_{\text{cond}} = \frac{0'5 \cdot \text{valor (F)}}{1'96}$$

$$U_{\text{resist}} = 0'05 \cdot \text{valor (R)}$$

$$u_{\text{resist}} = \frac{0'05 \cdot \text{valor (R)}}{1'96}$$

Sabiendo que $f_{ci} = \frac{s}{2\pi R_i C_i}$ para $i=1,2$ y $\sigma(f_{ci}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (C_i u(x_i))^2}$

Magnitud	Estimación	Incertidumbre Típica	C_i	$C_i u(x_i)$
R_1	180 k Ω	$0'05 \cdot \frac{R_1}{1'96}$	$\frac{-s}{2\pi R_1 C_1}$	$-\frac{0'05}{1'96} f_{c1}$
C_1	47 nF	$0'1 \cdot \frac{C_1}{1'96}$	$\frac{-s}{2\pi R_1 C_1}$	$-\frac{0'1}{1'96} f_{c1}$
f_{c1}	18'8 Hz.			$\boxed{u(f_{c1}) = 1'07}$
R_2	8'2 k Ω	$0'05 \cdot \frac{R_2}{1'96}$	$\frac{-s}{2\pi R_2 C_2}$	$-\frac{0'05}{1'96} f_{c2}$
C_2	3nF	$0'1 \cdot \frac{C_2}{1'96}$	$\frac{-s}{2\pi R_2 C_2}$	$-\frac{0'1}{1'96} f_{c2}$
f_{c2}	19'4 Hz			$\boxed{u(f_{c2}) = 1'10 \cdot 10^3}$

Suponiendo tambien distribución normal con $K = 1'96$ para la frecuencia:

$$\boxed{f_{c1} = (18'8 \pm 1'96 \cdot 1'07) \text{ Hz} = (18'8 \pm 2'10) \text{ Hz}}$$

$$\boxed{f_{c2} = (19'4 \pm 1'96 \cdot 1'10) \text{ kHz} = (19'4 \pm 2'15) \text{ kHz}}$$

3. ¿Cuál deberá ser la amplitud mínima del generador de funciones para que el error sea menor del 3%, en la banda de paso? (Suponer un filtro de ganancia constante en la banda de paso y un valor eficaz de ruido de 3 mVeff)

Del apartado anterior tenemos $\alpha_{\text{rel}} (\%) = 2.93\%$.

\Rightarrow Si queremos que el error sea menor del 3% : $\alpha_{\text{ruido}} (\%) = (3 - 2.93)\%$

$$\alpha_{\text{ruido}} (\%) = \frac{U_{\text{ruido}} (\text{Veff})}{U_{\text{señal}} (\text{Veff})} \cdot 100 (\%) = 0.127\%$$

$$U_{\text{señal}} (\text{Veff}) = \frac{U_{\text{ruido}} (\text{Veff}) \cdot 100}{0.127} = 370.37 \text{ mVeff}$$

4. Si para medir la amplitud de salida del filtro se utiliza el multímetro digital, ¿cuál será el error total debido al ruido anteriormente especificado y a los errores del multímetro?

De las expresiones del multímetro tenemos:

frecuencia	Incertidumbre extendida ($k=4$) $\pm (\% \text{ lectura} + \% \text{ rango}) / 3 \text{ año}$	Otros ($k=4$) (% rango)	lectura = 370.37 mVeff rango = 1 V.
20 Hz	0.06% + 0.03%	0.002%	0.542 mVeff
2 kHz	0.06% + 0.03%	0.002%	0.542 mVeff
50 kHz	0.60% + 0.08%	0.005%	3.072 mVeff ↓ extendida con $k=4$
..			

1.2 Medida de la fase y el retardo de grupo

1. ¿Cuál será el error absoluto en grados en la medida del desfase debido al muestreo de la señal? Considerar que la memoria de pantalla son 500 muestras y aparece un ciclo y medio de señal.

$$1.5 \text{ ciclos} \Rightarrow 360^\circ + 180^\circ = 540^\circ \text{ en pantalla.}$$

$$\% \text{ muestra} = \frac{540^\circ}{500} = 1.08 \% \text{ muestra.}$$

error (debido a los dos canales) = $2 \cdot 1.08^\circ = 2.16^\circ$

2. ¿Cuál será el máximo error en la salida del desfase debido al ruido con una prob. del 95%? Considerar la relación señal a ruido a la entrada del filtro infinita y de 40 dB a la salida.

$$\alpha_{\text{ruido}} (T) \approx \frac{\text{truido}}{\delta U_{\text{señal}}/dt},$$

$$U_{\text{señal}} (t) = A \sin (2\pi ft) \quad \frac{\partial U_{\text{señal}}}{\partial t} = A \cdot 2\pi f.$$

$$\text{truido} = \frac{\delta \text{señal}}{\text{S/N}} = \frac{A/2}{\text{S/N}} \text{ (V)} \quad (\text{S/N})_{\text{entrada}} = A_0$$

$$(\text{S/N})_{\text{salida}} = 10^{40/20}.$$

1.3 Medida del módulo

1) Determinar la expresión para el error en la medida del módulo de la función de transferencia debido al ruido de cuantificación del osciloscopio y errores del canal vertical cuando se mide en ambos canales. ¿Cuál es el mejor método de medida de tensión para determinar el módulo de la función de transferencia del osciloscopio?

De los apuntes del osciloscopio tenemos:

$$U(V) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\text{Exactitud} + \frac{MD}{2^{n+1}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(a\% \cdot L + \frac{MD}{2^{n+1}} \right)$$

distrib.
uniforme

donde: $n \equiv$ bits de cuantificación resolución vertical.

$a \equiv$ error (%)

$L \equiv$ lectura

$MD \equiv$ Margen Dinámico ($V/\text{Div} \times \text{nº Div. verticales}$)

$$U_{\text{rel}} (\%) = \frac{U(V)}{L(V)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(a\% + \frac{1}{2^{n+1}} \frac{MD}{L} \right) \cdot 2$$

2 canales

Para el osciloscopio AG3062A: $n=8$, $a=8\%$ (con $1V/\text{div}$),

$\frac{MD}{2}$ varía según si medimos V_{pp} , V_p o V_{ef} .

Para determinar el mejor método de medida de tensión:

$$V_{pp}: U_{\text{rel}} (\%) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \left(0'03 + \frac{1}{512} \right) = \underline{\underline{3'69\%}}$$

$$V_p: U_{\text{rel}} (\%) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \left(0'03 + \frac{2}{512} \right) = \underline{\underline{3'91\%}}$$

$$V_{ef}: U_{\text{rel}} (\%) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} 0'03 = \underline{\underline{3'46\%}}$$

⇒ El mejor método es el de la medida de la tensión eficaz.

2. Si se mide sólo la señal a la salida del filtro con el osciloscopio y se consideran los errores del generador de funciones, ¿cómo cambia el error en la medida?

Según las especificaciones del generador de funciones, éste tiene una exactitud del 1%.

$$V_{pp}: U_{\text{rel}} (\%) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(0'03 + \frac{1}{512} \right) + 0'01 = \underline{\underline{2'84\%}}$$

$$V_p: U_{\text{rel}} (\%) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(0'03 + \frac{2}{512} \right) + 0'01 = \underline{\underline{2'95\%}}$$

$$V_{ef}: U_{\text{rel}} (\%) = \frac{1}{\sqrt{3}} (0'03) + 0'01 = \underline{\underline{2'73\%}}$$

$$\text{Ruido (entrada)} = \frac{A/\sqrt{2}}{\omega} = 0$$

$$\text{Ruido (entrada)} = 0.$$

$$\text{Ruido (salida)} = \frac{A/\sqrt{2}}{10^{40/20}}$$

$$\text{Ruido (salida)} = \frac{A/\sqrt{2}}{A \cdot 2\pi f} \quad \left| \begin{array}{l} f = \frac{1}{T} = \frac{1}{360} \\ = 0.405^\circ \end{array} \right.$$

$$\text{Ruido (entrada-salida)} = \sqrt{\text{Ruido (entrada)}^2 + \text{Ruido (salida)}^2} = \sqrt{0^2 + (0.405)^2} = 0.405^\circ$$

Con probabilidad del 95% y suponiendo distribución normal, $k = 1.96$

$$\Rightarrow \text{Error máximo} = 1.96 \cdot 0.405^\circ = 0.794^\circ$$

3) ¿Cuál será el error absoluto en grados en la medida del desfase debido a la cuantificación de la señal? Considerar que la memoria de la pantalla son 500 muestras, se ha configurado la base de tiempos para tener un ciclo y medio de señal y que se ha ajustado la sensibilidad vertical para que la señal ocupe todo el margen dinámico del convertidor A/D (8bits)

$$\frac{MD}{\text{lectura}} = \delta \quad MD = 2A.$$

$$U_{A/D}(T) = \frac{MD}{2^{m_1} \sqrt{3}} \quad \frac{\partial U_{\text{señal}}}{\partial t}$$

$$U_{A/D}(\text{entrada}) = U_{A/D}(\text{salida}) = \frac{2A}{2^{m_1} \sqrt{3}} \quad \left| \begin{array}{l} = 0.13^\circ \\ f = \frac{1}{360} \end{array} \right.$$

$$U_{A/D}(\text{entrada-salida}) = \sqrt{(0.13^\circ)^2 + (0.13^\circ)^2} = 0.18^\circ$$

4. Para reducir el error en la medida se decide reducir la base de tiempos para poder medir con mayor resolución la diferencia temporal entre pasos por cero de las dos señales, T_s , y luego calcular el desfase como $\varphi = 2\pi f T_s$. ¿Cuál será ahora el error en la medida de un desfase de 90° ?

Se supone que hemos reducido la base de tiempos hasta quedarnos solamente con $90^\circ C$ de la señal en pantalla.

$$\Rightarrow \text{grados/muestra} = \frac{90^\circ}{500} = 0.18^\circ C/\text{muestra}.$$

$$\text{Caso medimos en los dos canales} = 2 \cdot 0.18 = 0.36^\circ C/\text{muestra}.$$

Al aumentar la resolución, disminuye considerablemente el error.

2 Trabajo de Laboratorio

2.1 Montaje del Filtro

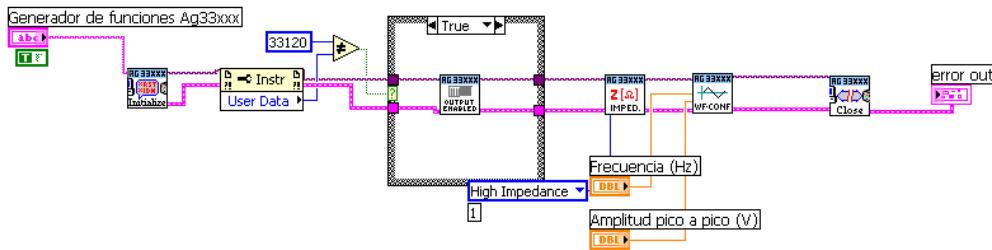
En este apartado construiremos el filtro diseñado en el estudio previo sobre una protoboard y verificaremos su correcto funcionamiento. Para ello lo conectamos al osciloscopio de nuestro puesto de trabajo y le aplicamos una señal de entrada de 1KHz. Vemos que efectivamente, la señal recibida es igual a la transmitida.

Sin embargo, si desdendemos por debajo de los 20Hz, o nos remontamos por encima de los 20kHz, vemos que la señal a la salida está bastante atenuada. Al principio nos pareció poca la atenuación observada, pero si

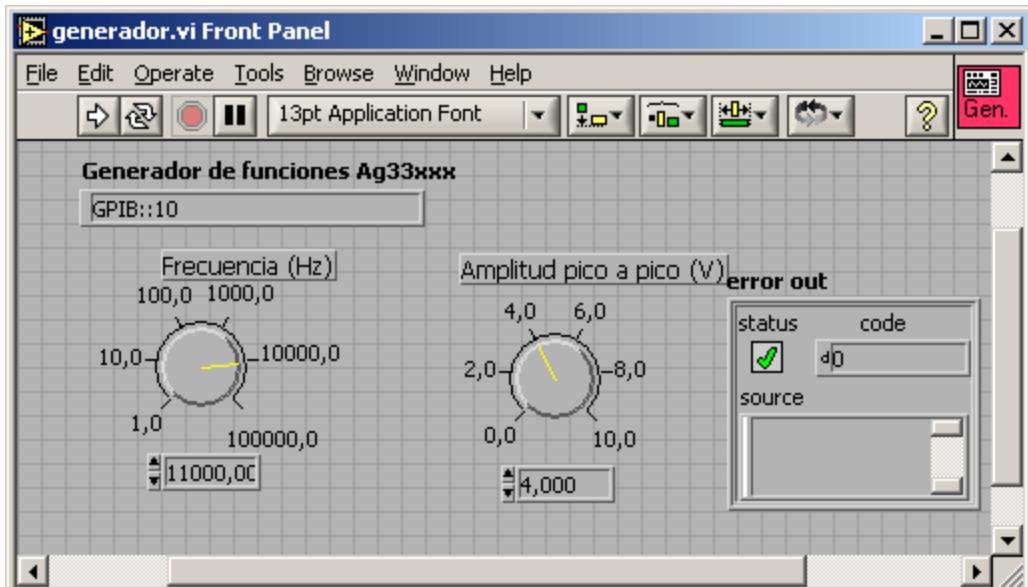
tenemos en cuenta el bajo orden del filtro, no puede esperarse un valor mucho más elevado. Damos por tanto por bueno el diseño y montaje de nuestro filtro paso banda.

2.2 Creación un subVI para el Generador de Funciones

Ahora vamos a generar un subVI que nos permita programar el generador de funciones con una forma de onda senoidal de frecuencia y amplitud variables. En la figura 1 se puede ver el diagrama de bloques y el panel frontal del instrumento.



(a) Diagrama de Bloques



(b) Panel Frontal

Figura 1: SubVI del Generador de Funciones

2.3 Realización del diagrama de bode

En este apartado vamos a tratar de dibujar el diagrama de bode de nuestro filtro mediante el VI que se nos proporciona en el enunciado de la práctica (ver figura 2)

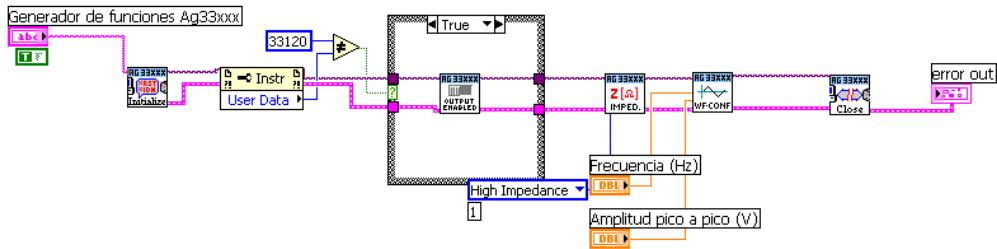


Figura 2: Diagrama de Bloques del draft proporcionado

A continuación se muestra el resultado de ejecutar el VI para nuestro filtro. La configuración aplicada puede verse en el panel frontal de las figuras 3 y 4, con 20 y 40 pasos de frecuencia respectivamente.

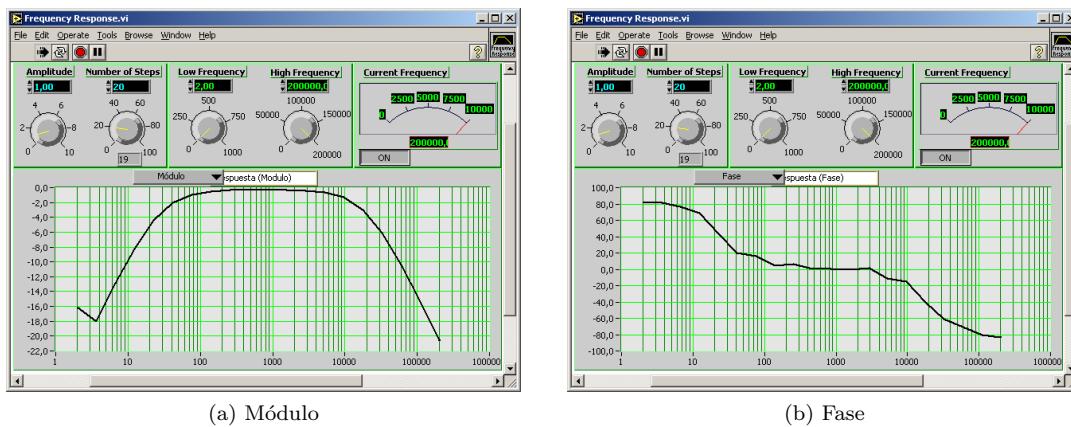


Figura 3: Diagrama de Bode con 20 pasos de frecuencia

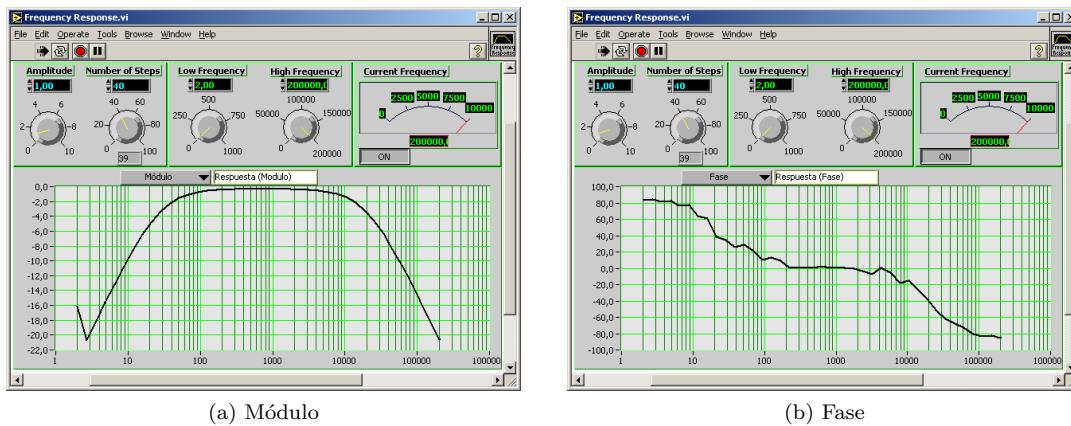


Figura 4: Diagrama de Bode con 40 pasos de frecuencia

Podemos ver que, como habíamos verificado en el apartado 2.1, el filtro tiene un comportamiento correcto y esperado según el diseño. Se trata efectivamente de un paso banda entre 20Hz y 20kHz, y en el diagarama de bode del módulo puede verse de manera mas clara y visual.

2.4 Cálculo de las frecuencias de corte a 3dB

Aunque tal y como aparece en el apartado anterior, el diagrama de bode ya es una herramienta muy buena y visual para verificar la respuesta frecuencial de un filtro, nos sería muy útil poder calcular también las frecuencias alta y baja de corte a 3dB. Esto nos daría una estimación del error cometido en el diseño (teóricamente debería ser muy pequeño y despreciable) respecto a nuestra banda de paso deseada. La mejora que vamos a realizar consiste en añadir un interpolador que detecta entre qué dos pasos se produce la caída de 3dB en módulo e interpola el punto exacto entre ellos. Añadimos un indicador a la salida para visualizarlo. Esto lo hacemos tanto para la frecuencia baja de corte como para la alta (ver figura 5)

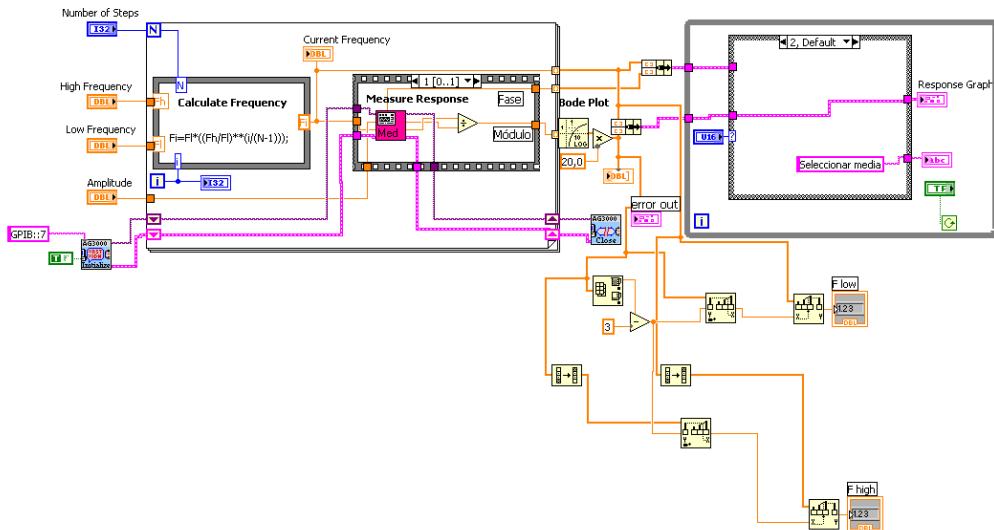


Figura 5: VI con la mejora de detección de frecuencias de corte

Comprobamos que funciona. Establecemos 10 pasos de frecuencia para acortar el tiempo de simulación:

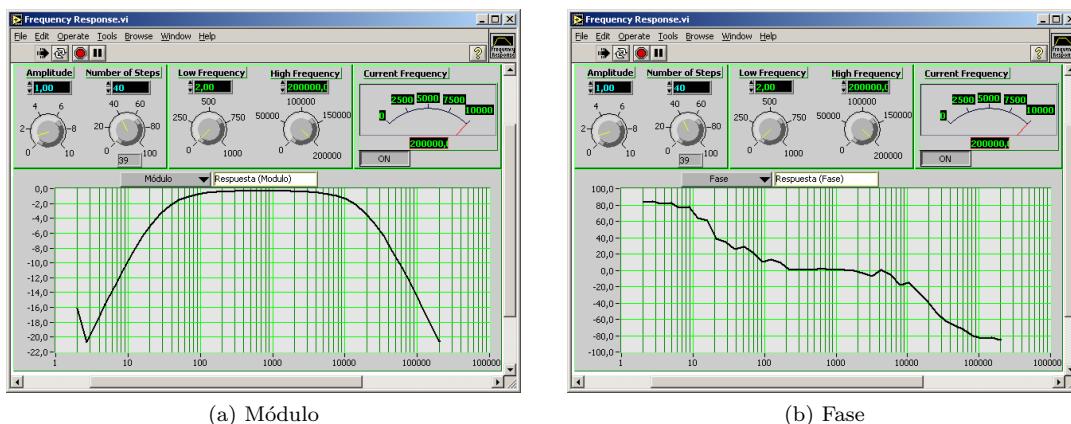
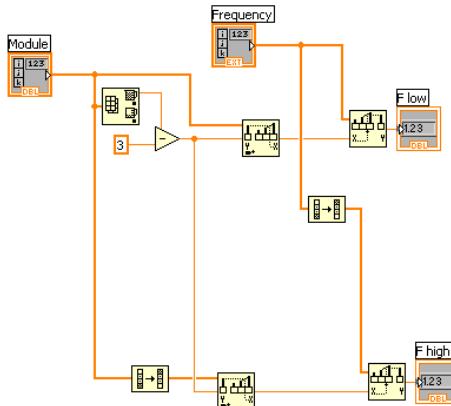


Figura 6: Diagrama de Bode con detector de frecuencias de corte

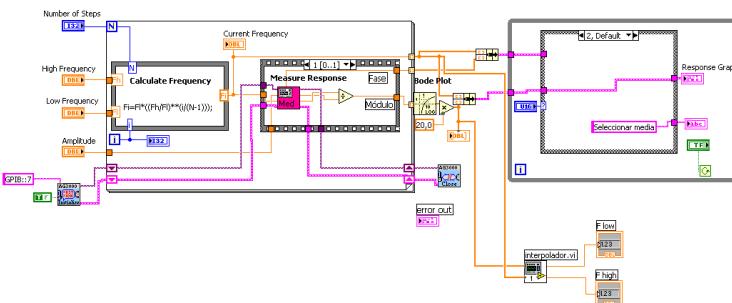
Vemos que el funcionamiento es correcto y que las frecuencias de corte están dentro de un margen tolerable. El error de la inferior de unos 4Hz y de la superior de unos 900Hz. Es normal que a mayor frecuencia mayor sea el error, además de por el diseño, por el interpolador, ya que entre los dos pasos de una frecuencia más alta, al estar representados en escala logarítmica, hay muchos más valores intermedios y es más difícil interpolar con exactitud.

Ahora, para un diseño del VI más elegante, encapsularemos toda la parte de detección de frecuencias de

corte en un subVI que luego conectaremos al diagrama de bloques del draft del enunciado, como se muestra en la figura 7



(a) Diagrama de bloques del subVI detector de frecuencias de corte



(b) Diagrama de bloques del VI general

Figura 7: Respuesta en Frecuencia con detección de frecuencias de corte

El resultado de la simulación es:

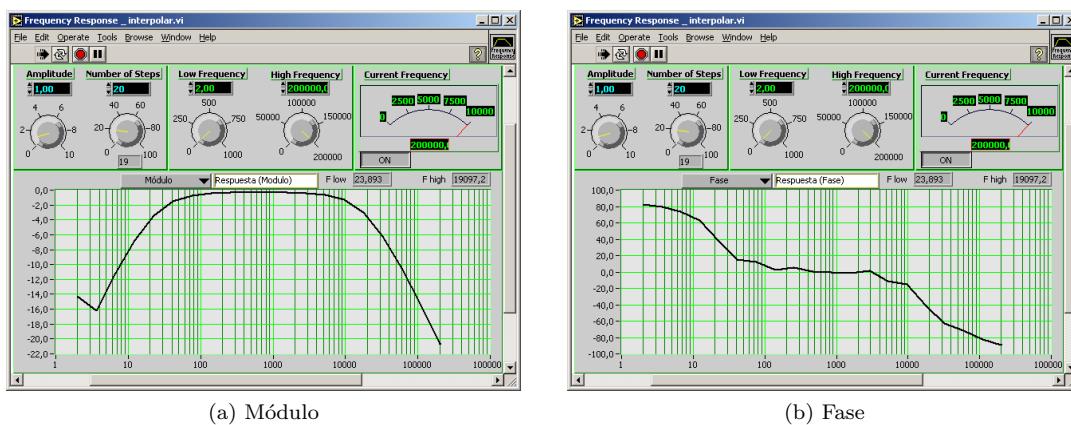


Figura 8: Diagrama de Bode con detector de frecuencias de corte

Que se ajusta a los resultados obtenidos anteriormente.

2.5 Mejora del VI: Eliminación de puntos sobrantes

Si vemos el diagrama de bode de los módulos representados hasta ahora, nos damos cuenta de que el primer punto es una medida un tanto incongruente, debida seguramente al transitorio. Por eso vamos a realizar una pequeña mejora en nuestro VI para descartar esta medida. Puede verse en la figura 9

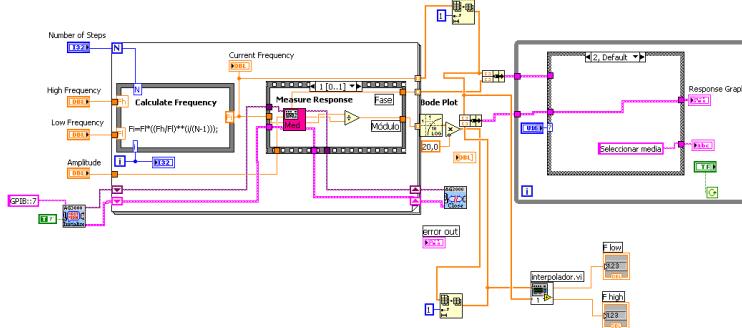


Figura 9: VI final con descarte de medidas incongruentes en el transitorio

El resultado final se puede comparar en la figura 10 con el resultado sin aplicar esta última mejora. Prácticamente, no se trata de una mejora importante, pero le da un acabado más limpio y profesional a nuestro programa de Respuesta en Frecuencia.

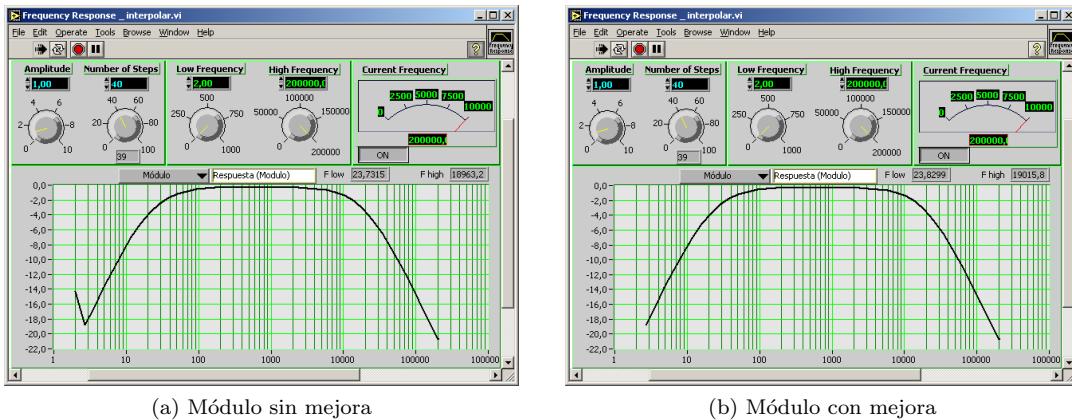


Figura 10: Comparación de resultados con y sin mejora de descarte de transitorio