ESCOLA TECNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Examen Final de **CAMPS ELECTROMAGNÈTICS**

Professors: D. Artigas, F. Canal, F. Dios, M. Sicard 22.01.2009

Duració: 3h Publicació de notes provisionals: 27.01.2009

Escolliu TRES problemes dels QUATRE següents

Problema 1

El fasor correspondiente a una onda plana uniforme, que se propaga en un medio no magnético con una susceptibilidad eléctrica $\chi_e = 2.5$, se escribe:

$$\vec{E}(\vec{r}) = (2(1+j)\hat{x} + 2(1-j)\hat{y} - \hat{z})\exp(-j\pi(x+y+4z))$$

a) Buscar el tipo de polarización y el sentido de giro. Hacer un dibujo donde quede clara la orientación de la elipse de polarización.
b) Escribir la expresión del campo eléctrico instantáneo.
c) Escribir la expresión del fasor del campo magnético.
d) Calcular la potencia que atraviesa una superficie de área unidad en el plano Y-Z.
e) Se coloca en el plano X-Y un polarizador cuyo eje está orientado según $(\hat{x}+\hat{y})/\sqrt{2}$. Dar la expresión del fasor a la salida del polarizador. NOTA: Observe que en este caso la onda no incide perpendicularmente al polarizador.

Problema 2

Una onda plana que viaja por un medio de índice de refracción $n_1 = 2.0$ incide sobre la superficie de separación con otro medio de índice $n_2 = 1.525$. La expresión del fasor campo eléctrico asociado a la onda es:

$$\vec{E}_i(\vec{r}) = E_0\left[(\hat{x} + \tfrac{9}{2}\hat{y} - \tfrac{3\sqrt{3}}{2}\hat{z}) - j(\sqrt{3}\,\hat{x} - \tfrac{3\sqrt{3}}{2}\hat{y} + \tfrac{3}{2}\hat{z})\right]\exp(-j\vec{k}_i\cdot\vec{r})$$

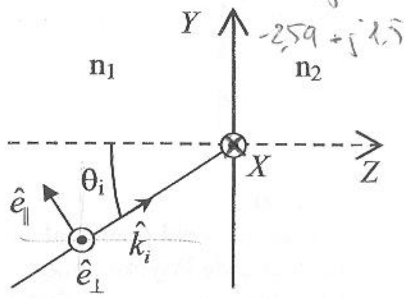
$-\frac{3\sqrt{3}}{2} - j\frac{3}{2} =$

$4.5 + j2.59$

$-2.59 + j1.5$

Encuentre:

a) Escriba la expresión genérica del vector de onda $\hat{k}_i$ en función del ángulo de incidencia.
b) Obtenga el valor del ángulo de incidencia y del vector $\hat{k}_i$.
c) Calcule las expresiones de los vectores unitarios $\hat{e}_{i\parallel}$ y $\hat{e}_{i\perp}$.
d) Escriba el campo de la onda incidente como combinación lineal de los vectores anteriores.
e) ¿Cuál es la polarización y sentido de giro de la onda incidente?



f) Obtenga las amplitudes de las componentes paralela y perpendicular del campo eléctrico de la onda reflejada.
g) ¿Cómo es la polarización de la onda reflejada?

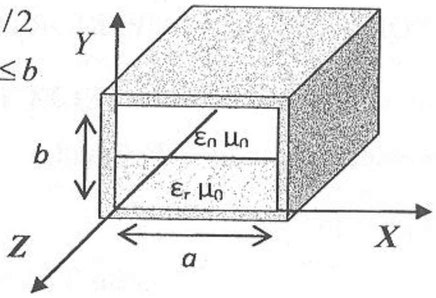
$$\rho_\perp = \frac{n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t} \qquad \tau_\perp = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + n_2\cos\theta_t}$$

$$\rho_\parallel = \frac{n_1\cos\theta_t - n_2\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i} \qquad \tau_\parallel = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_t + n_2\cos\theta_i}$$

Problema 3

Una guía de ondas de paredes conductoras perfectas y sección rectangular está en parte rellena de aire y en parte rellena de un material dieléctrico de permitividad relativa ε_{1r}, tal como se muestra en la figura. El fasor del campo eléctrico que se propaga en su interior tiene la expresión:

$$\vec{E}_i(\vec{r}) = \begin{cases} [A\sin(\alpha_1 y) + B\cos(\alpha_1 y)]\exp(-j\beta z)\hat{x} & 0 \le y \le b/2 \\ [C\sin(\alpha_2 y) + D\cos(\alpha_2 y)]\exp(-j\beta z)\hat{x} & b/2 \le y \le b \end{cases}$$



a) Expresar matemáticamente las relaciones que deben satisfacer entre si α_1, α_2 y β para que el campo eléctrico indicado pueda, en efecto, propagarse en la guía.

b) ¿A qué tipo de modo corresponde la expresión anterior? ¿Por qué?

c) Hallar la expresión del campo magnético asociado a este modo. ¿Cuál sería la expresión de la densidad de potencia media por unidad de superficie propagada en la guía?

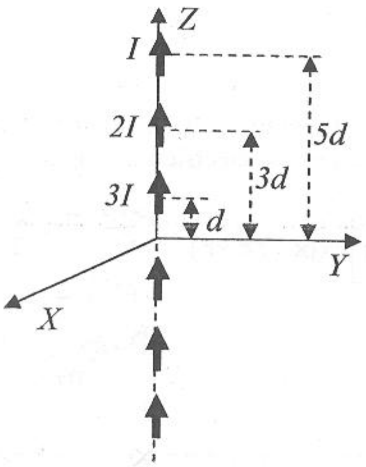
d) Definir las relaciones que cumplen entre si las constantes A, B, C y D.

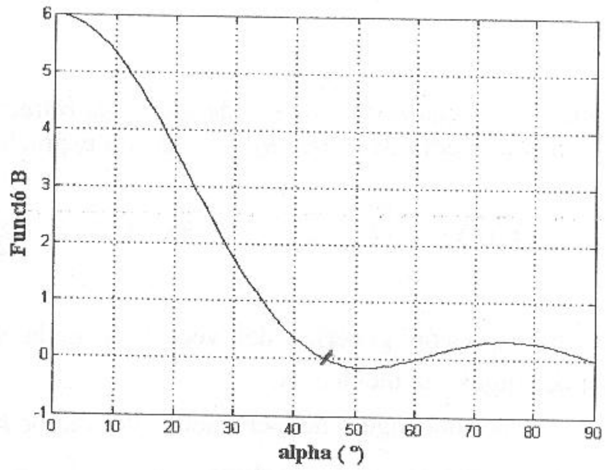
e) A partir de los resultados anteriores, obtener la ecuación de dispersión, relacionando α_1 y α_2, con las dimensiones de la guía, a y b, β

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

Problema 4

Considerem un sistema format per 6 dipols elementals amb idèntica longitud *h*, situats sobre l'eix de les *z*. Els dos primers els tenim a una distància de l'origen de coordenades $+d$ i $-d$ respectivament, i hi circula un corrent $3I$. Dos dipols més estan situats a un distància $\pm 3d$, amb corrents $2I$. Els dos últims dipols es troben a una distància $\pm 5d$, i el corrents es I. La distribució total es mostra a la figura.





Determineu:

a) L'expressió del potencial vector total.

b) El vector de Poynting mig.

c) El valor mínim de la distància *d* (en funció de λ) perquè la radiació sigui nul·la en la direcció $\theta=\pi/3$. Per això, us pot ser d'utilitat la representació de la funció $B=3\cos(\alpha)+2\cos(3\alpha)+\cos(5\alpha)$ mostrada a la gràfica.

d) Trobeu l'expressió del diagrama de radiació del sistema considerant que la distància *d* és la trobada l'apartat c). Dibuixeu el diagrama en els plans X-Y, X-Z i Y-Z. Novament, podeu utilitzar la gràfica pel càlcul.

$$\vec{A}(\vec{r}) \cong \mu_0 \frac{I_0 h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \exp(jk\hat{r}\cdot\vec{r}_0)\,\hat{u}$$

$$\vec{E}_{rad} \cong -j\omega\left(A_\theta \hat{\theta} + A_\varphi \hat{\varphi}\right)$$

$$\hat{x} = \hat{r}\sin\theta\cos\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi$$

$$\hat{y} = \hat{r}\,sen\,\theta\sin\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi$$

$$\hat{z} = \hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$$