ESCOLA TECNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ

Examen Final de **CAMPS ELECTROMAGNÈTICS**

Professors: D. Artigas, F. Canal, F. Dios, J. Recolons, M. Sicard 17.01.2008

Duració: 3h Publicació de notes provisionals: 24.01.2008

Problema 1

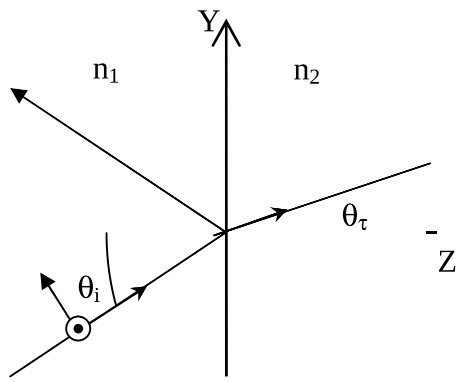
Una ona plana uniforme de freqüència f = 300 MHz incideix, venint de l'aire i amb un angle desconegut, sobre un medi dielèctric d'índex de refracció $n_2 = \sqrt{2}$. L'ona reflectida resultant té polarització circular a esquerres. L'ona transmesa té polarització el·líptica. Determineu:

a) L'expressió de l'ona reflectida, en funció de l'angle d'incidència

b) Els paràmetres p i Δj de la forma canònica de l'ona transmesa, en funció dels angles d'incidència i de transmissió. (Forma canònica $\vec{E}(\vec{r}) = A(\hat{e}_1 + pe^{j\Delta j}\,\hat{e}_2)e^{-j\vec{k}\vec{r}}$

c) Utilizant el resultat de l'apartat c) i la llei de Snell, determineu el valor de l'angle d'incidència per al qual el component paral·lel de l'ona transmesa transporta el doble de potència que el component perpendicular.

d) Determineu el sentit de gir de les ones incidents i transmeses pel cas de l'apartat c)



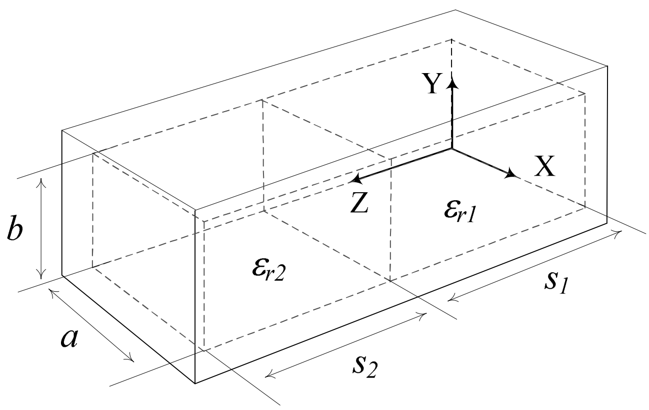
Problema 2

Un resonador consistente en una cavidad de seis paredes conductoras, tal como se muestra en la figura, admite un campo en su interior de la forma:

$$E_{y1} = E_{01}\sin(k_{x1}x)\sinh(k_{z1}z)$$
si $0 < z < s_1$

$$E_{y2} = E_{02}\sin(k_{x2}x)\sin\left[k_{z2}(s_1 + s_2 - z)\right]$$
si $s_1 < z < s_1 + s_2$

con las otras dos componentes nulas.



a) ¿Qué relaciones deben cumplirse entre el número de onda y las constantes k_{x1}, k_{x2}, k_{z1} y k_{z2}?

b) ¿Cuáles son los valores posibles para las constantes k_{x1} y k_{x2} ?

c) Determine el margen de frecuencias en que puede existir una onda del tipo indicado con k_{z1} y k_{z2} reales y para los menores valores posibles de k_{x1} y k_{x2}. ¿Qué requisito deben cumplir e_{r1} y e_{r2} para que este margen exista.

d) Obtenga las relaciones entre las constantes y amplitudes restantes a partir de las condiciones de contorno en la superficie de separación entre las dos zonas de la cavidad.

e) Exprese una condición final entre las constantes que sea independiente de las amplitudes E_{01} y E_{02} .

Considere el caso particular siguiente: $a = s_1 = s_2 = 4$ cm, $e_{r1} = 1, e_{r2} = 4$, y con los menores valores posibles para k_{x1} y k_{x2} (diferentes de cero).

f) ¿Existe algún modo de este tipo entre 2.3 y 2.4 GHz? Compruébelo mediante la resolución gráfica de las ecuaciones.

Problema 3

Sea una antena "elemental" mixta, en el vacío, formada por una espira circular de radio *a* situada en el plano *z=0* y centrada en el origen, y un dipolo elemental de longitud *h*=*a*, centrado en el origen de coordenadas y orientado en la dirección positiva del eje *Y*. Ambos están recorridos por corrientes de fasores I_1 y I_2 respectivamente.

La expresión de los potenciales vector creados por un dipolo elemental y una espira, centrados en el origen y a grandes distancias, son respectivamente:

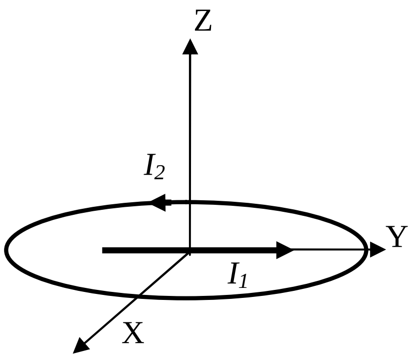
$$\vec{A}(\vec{r}) \cong m_0 \frac{I_1 h}{4p} \frac{e^{-jkr}}{r} \quad \hat{u} \quad \vec{A}(\vec{r}) \cong jm_0 \frac{I_2 k_0}{4p} pa^2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin q \; \hat{f}$$

a) Obtener la expresión del campo eléctrico de radiación

b) Dar la fórmula de la densidad de potencia media radiada por el sistema. Particularizarla, a continuación, para $I_2 = jI_1$

c) Asumiendo que se cumple la relación entre intensidades del apartado anterior, ¿qué polarización tendrá la radiación en la dirección del eje de simetría normal al plano del sistema,?

d) Dado un valor de *?*, ¿existe alguna dirección en que la radiación sea nula en el plano anterior?



e) Volviendo a la expresión general de $\vec{E}_{rad}$, dado un valor de *?*, ¿qué relación tendría que haber entre I_1 y I_2 para que la radiación en el plano *x=0* y para *? = p/4*, tenga polarización circular?

f) Si *a* = 1cm, y si $I_1 = I_2$, ¿para que valor de la frecuencia se daría esa polarización circular? ¿Sería coherente el resultado con los presupuestos teóricos del sistema?

FÓRMULES D'UTILITAT:

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos q_i - n_2 \cos q_t}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t} \qquad t_{\perp} = \frac{2n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_i + n_2 \cos q_t}$$

$$r_{\parallel} = \frac{n_1 \cos q_t - n_2 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i} \qquad t_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos q_i}{n_1 \cos q_t + n_2 \cos q_i}$$

$$\hat{x} = \hat{r} \sin q \cos j + \hat{q} \cos q \cos j - \hat{f} \sin j \qquad \hat{r} = \hat{x} \sin q \cos j + \hat{y} \sin q sen j + \hat{z} \cos q$$

$$\hat{y} = \hat{r}\, senq \sin j + \hat{q} \cos q \sin j + \hat{f} \cos j \qquad \hat{q} = \hat{x} \cos q \cos j + \hat{y} \cos q \sin j - \hat{z} \sin q$$

$$\hat{z} = \hat{r} \cos q - \hat{q} \sin q \qquad \hat{f} = -\hat{x} \sin j + \hat{y} \cos j$$

$$\vec{E}_{rad} \cong -jw\left(A_q \hat{q} + A_j \hat{f}\right)$$