

TEMA 4

Transformaciones 3d

2

INDICE

- Transformaciones geométricas 3D
- **Proyecciones:**
 - paralela y perspectiva

PROYECCIONES

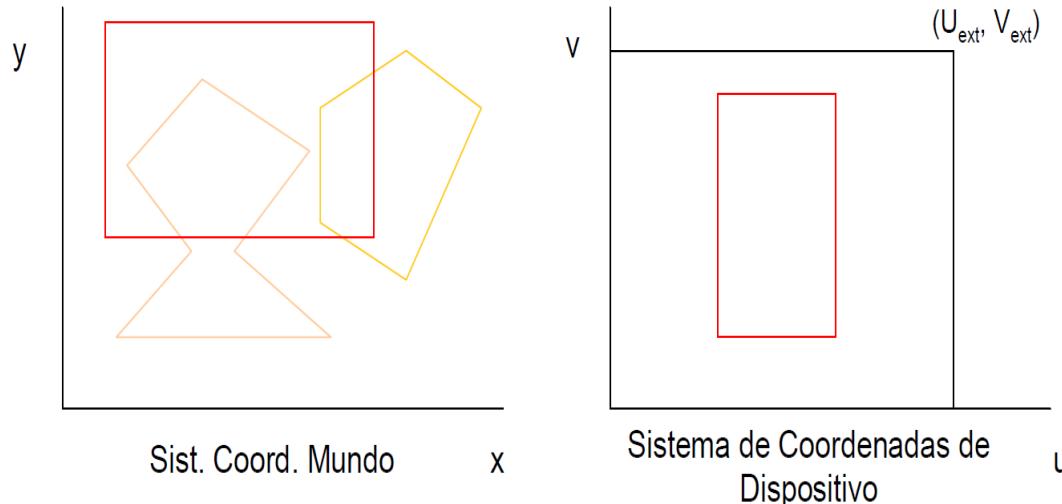
Una vez creado el modelo (sólido) y movido como se desea, hay que visualizarlo:

1. Se debe hacer una **transformación de vista**
 - Del sistema de coordenadas del mundo a un sistema de coordenadas del dispositivo
2. Se debe hacer una **transformación de proyección**
 - Una vez que se visualiza en el dispositivo, se debe indicar cómo se quiere ver el objeto (o parte de él) en la pantalla
3. **Recorte**

PROYECCIONES: TRANSFORMACIÓN DE VISTA

- Los datos geométricos están referidos al “**Sistema de Coordenadas del Mundo**” que tiene unas escalas adecuadas a la escena que se quiere representar (Km, Años-luz, mm, micras)
- La escena se representa en un dispositivo de visualización 2D (monitor, impresora) en “**Coordenadas de Dispositivo**” de tipo entero
- La idea de transformación consiste en realizar una correspondencia entre los **puntos geométricos** que deben ser dibujados y los **pixeles** del dispositivo de salida.

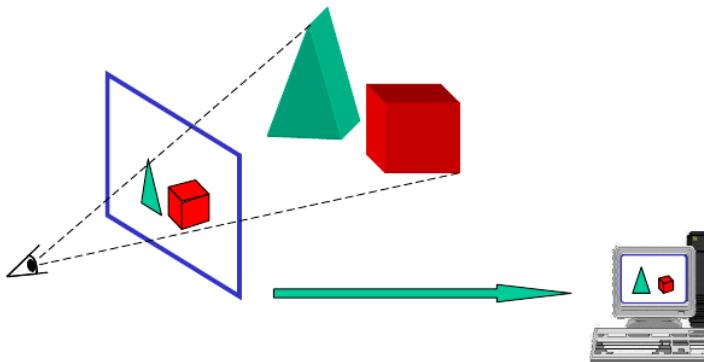
PROYECCIONES: TRANSFORMACIÓN DE VISTA



- La **transformación de vista** debe mantener la proporcionalidad de los puntos geométricos.
- La razón entre **la anchura y altura de la ventana del mundo y el puerto de vista es la misma**, no habrá distorsión.
- Es lo que denominaremos en prácticas **ViewPort**

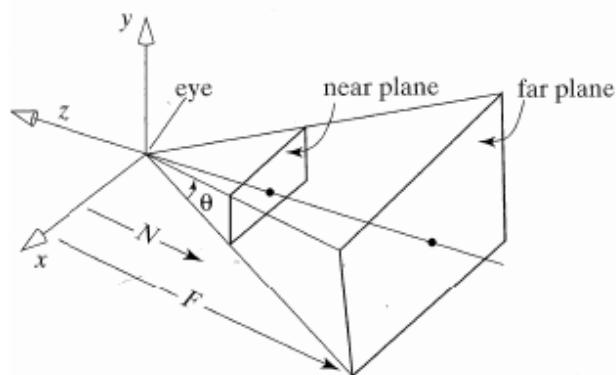
PROYECCIONES: TRANSFORMACIÓN DE PROYECCIÓN

- La otra transformación es la **transformación de proyección**
- La **proyección** es una transformación que convierte la representación tridimensional de una escena sobre una pantalla (2D)
 - Debemos proyectar toda nuestra escena 3D sobre un plano, para convertirlo en un dibujo 2D
 - Luego ese dibujo se traslada a la pantalla

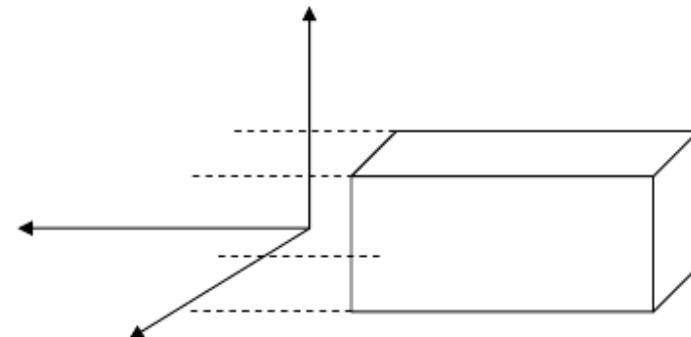


PROYECCIONES: VOLUMEN DE VISIÓN

- En 3D, se define **el volumen de visión**:
 - Define el volumen que determina
 - La porción del espacio que debe ser visualizada
 - **Cómo** un objeto es proyectado en el plano de proyección
 - La **forma de este volumen** determina el **tipo de proyección**
- Tipos:



Proyección en perspectiva.
Volumen = frustum

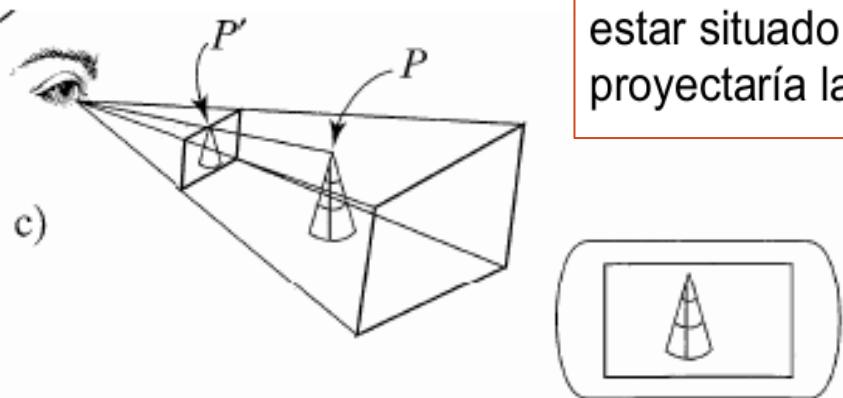


Proyección ortográfica.
Volumen = prisma

PROYECCIONES: VOLUMEN DE VISIÓN

- Sobre este volumen, se define el **plano de proyección**
- En OpenGL, el plano de proyección estará en el plano *near* del frustum

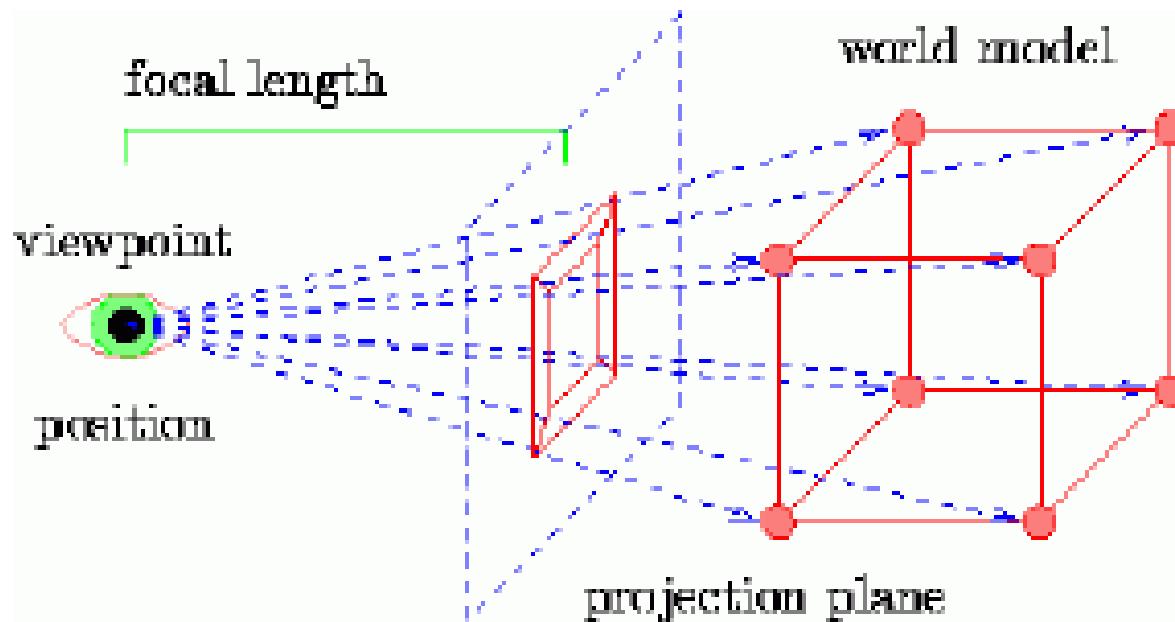
El volumen de visión se define respecto al sistema de coordenadas de vista. La única restricción es que para la proyección en perspectiva el plano de proyección no puede estar situado en el centro de proyección porque entonces se proyectaría la escena en un punto.



PROYECCIONES: ELEMENTOS

■ Elementos:

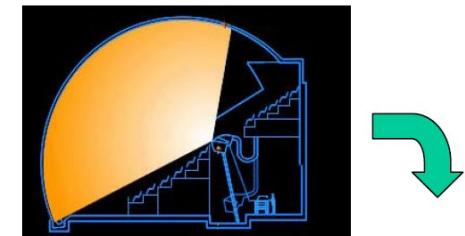
- Objeto a proyectar
- Plano a proyectar
- Volumen de proyección
- Cámara o punto de vista o centro de proyección



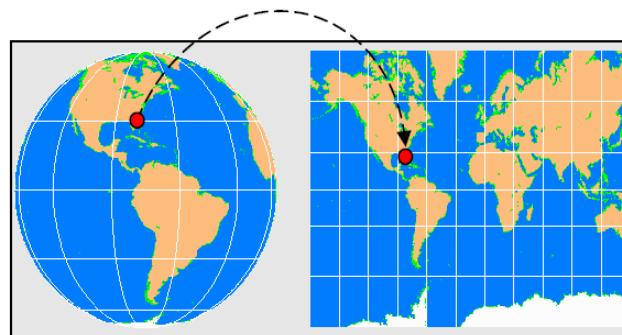
PROYECCIONES: TIPOS 1

■ Tipos de Proyección

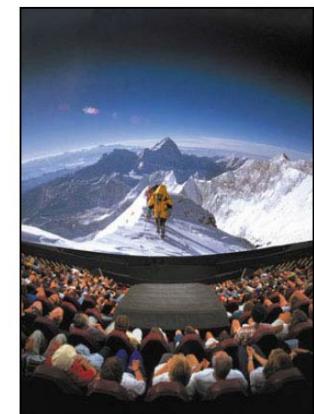
- **Geométrica:** si son Rayos (rectas)
 - Del centro de proyección hasta cada punto del objeto
 - Pasando por el plano de proyección
- **Planar:** la superficie a proyectar es un plano



no planar



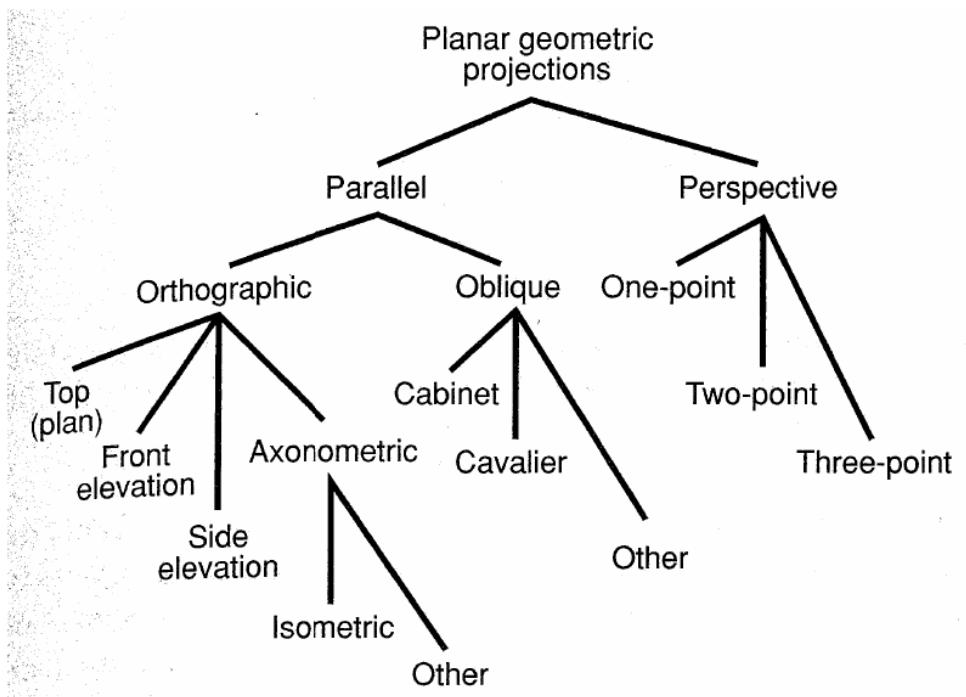
no geométrica



PROYECCIONES : TIPOS 2

Proyección geométrica planar

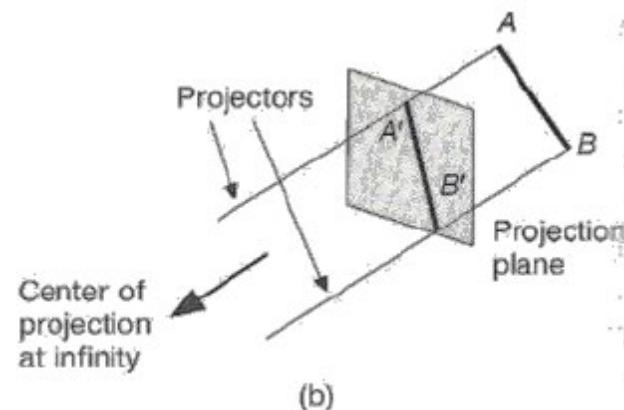
1. Paralela
2. Perspectiva



PROYECCIONES: TIPOS 3

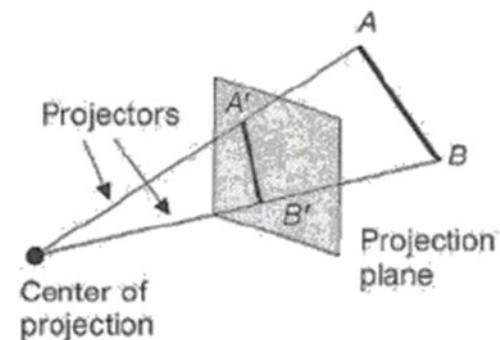
■ 1. Paralela

- Centro de proyección a distancia infinita
- Proyectores paralelos



■ 2. Perspectiva

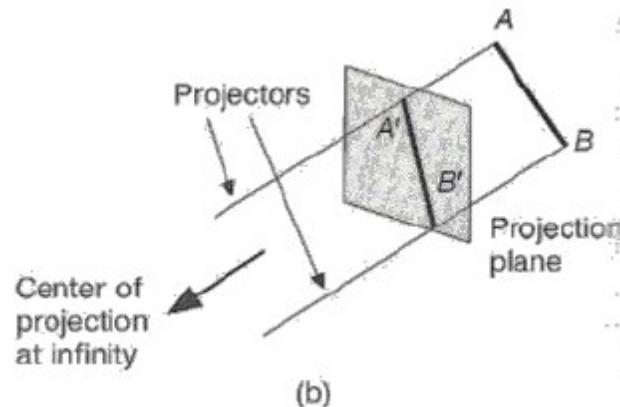
- Centro de proyección (COP) a distancia finita



PROYECCIONES: PARALELA 1

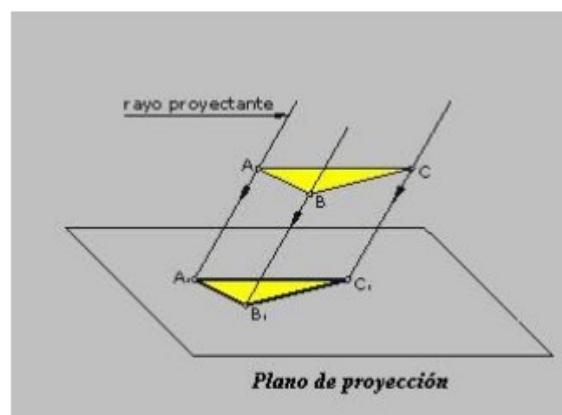
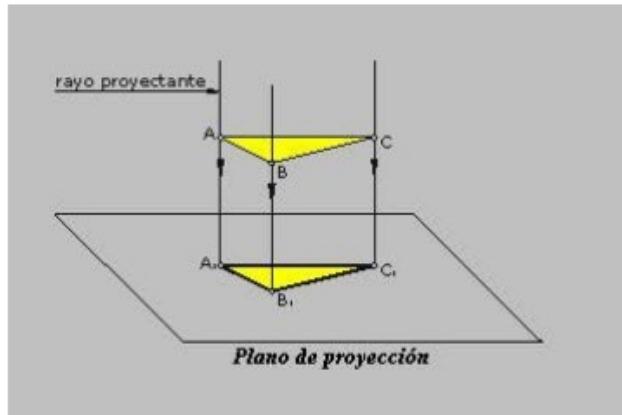
■ 1. Paralela

- COP a distancia infinita
- Proyectores paralelos
 - En la dirección de proyección (DOP)
 - Es peor visualmente
 - Sirve para calcular distancias y ángulos(*)
- Perdemos información sobre la profundidad porque la dirección de proyección es el eje perpendicular (por ejemplo. El eje Z)
- Los ángulos solo se mantienen en las caras paralelas al plano de proyección.
- Las líneas paralelas permanecen paralelas



PROYECCIONES: PARALELA 2

- Hay dos tipos de proyección paralela
 - **Ortogonal (ortográfica)**
 - Dirección de proyección es perpendicular al plano de proyección
 - **Oblícua**
 - La dirección de proyección no es perpendicular al plano de proyección



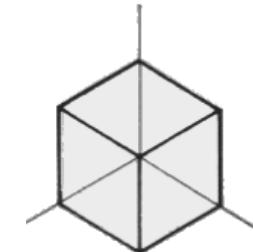
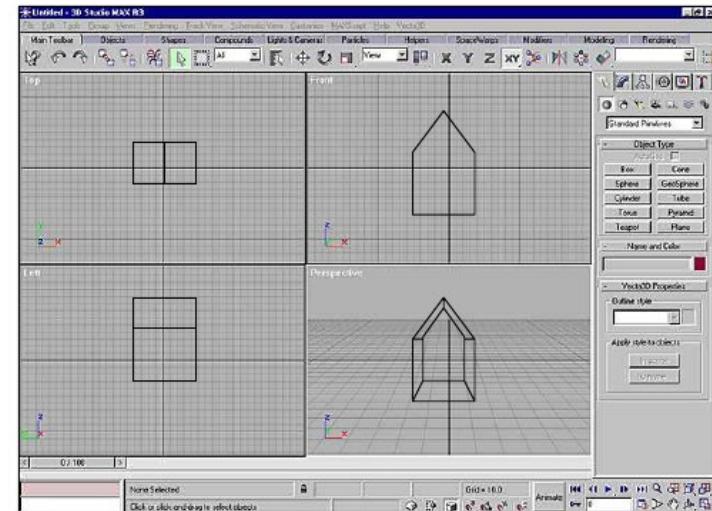
PROYECCIONES: PARALELA 3

■ ORTOGONAL

- Solamente habría que eliminar la componente Z
- Tipos:
 - **Planta, Alzado y Perfil**
 - Plano de proyección es perpendicular a cada eje
 - Se utiliza en ingeniería y arquitectura

■ AXONOMÉTRICA

- Plano de proyección (POP) no es perpendicular a ningún eje
- *Isométrica*
 - Plano de proyección (POP) forma igual ángulo con los tres ejes



PROYECCIONES: PARALELA 4

■ OBLICUA

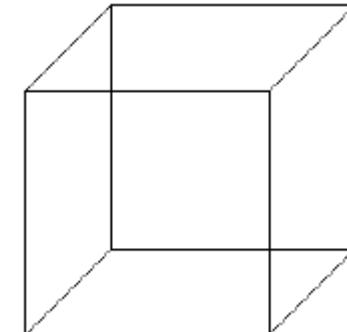
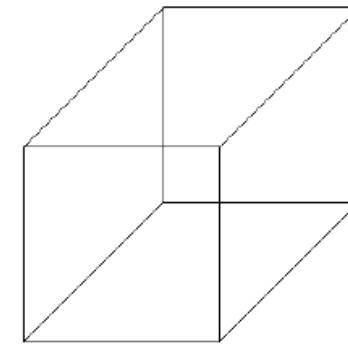
- Tipos:

- **Caballera**

- Dirección de proyección y el plano de proyección
 - Ángulo de 45 grados

- **Gabinete**

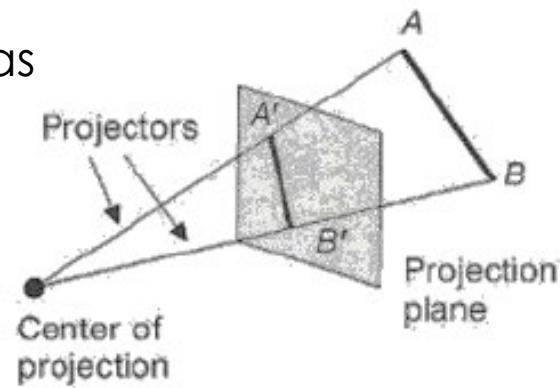
- Dirección de proyección y el plano de proyección
 - Ángulo de 63.4 grados
 - Más realista



PROYECCIONES: PERSPECTIVA 1

■ 2. Perspectiva

- Centro de proyección (COP) a distancia finita
 - Es visualmente más realista porque simula el comportamiento de una cámara u ojo humano
 - **Da sensación de profundidad**
 - Tamaño del objeto varía inversamente proporcional a la distancia del objeto al plano de proyección
 - No calcula distancias ni ángulos(*)
 - Distancias falsas
 - Ángulos no se mantienen
 - Las líneas paralelas no se suelen proyectar paralelas



PROYECCIONES: PERSPECTIVA 2

- Las líneas paralelas que no son paralelas al POP (plano de proyección) convergen en un **punto de fuga**
- Si las líneas son paralelas a uno de los ejes, el punto de fuga es **axial**
 - Hay como mucho tres
 - Uno por eje



PROYECCIONES: PERSPECTIVA 3

■ Tipos

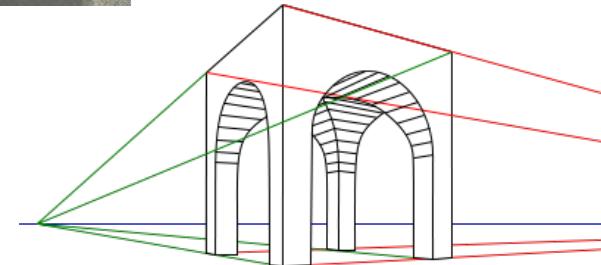
- Un punto de fuga

- Plano de proyección corta perpendicularmente uno de los ejes
 - Líneas paralelas en dos ejes al plano de proyección



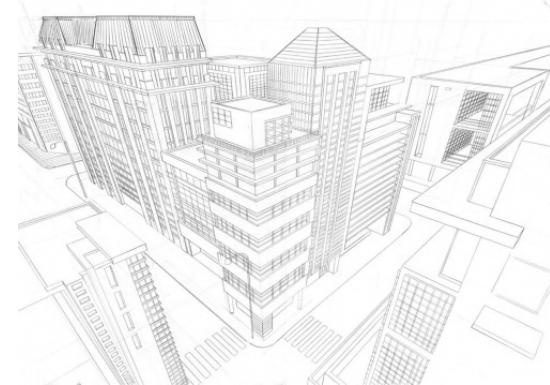
- Dos puntos de fuga

- Plano de proyección corta SOLO dos de los ejes
 - Líneas paralelas a un eje del POP



- Tres puntos de fuga

- Plano de proyección corta los tres ejes
 - No hay líneas paralelas al plano de proyección

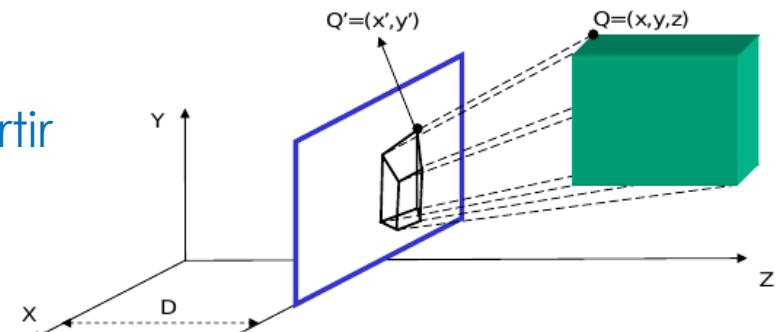


PROYECCIONES PERSPECTIVA: CÁLCULO

- Vamos a utilizar el siguiente sistema de coordenadas
 - Eje X representa la horizontal del observador
 - Eje Y representa la vertical del observador
 - Eje Z representa la dirección de vista
- COP está en origen de coordenadas

■ Problema:

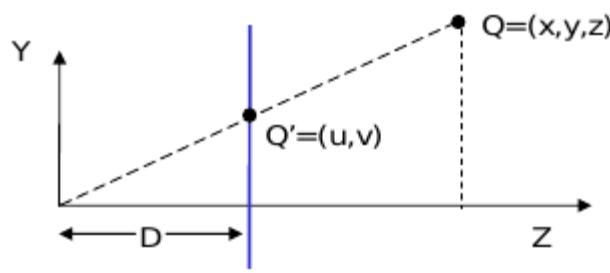
- Punto Q se proyecta sobre Q'
 - Calcular las coordenadas de Q' a partir de Q
 - D es la distancia al COP
 - Suponemos conocida



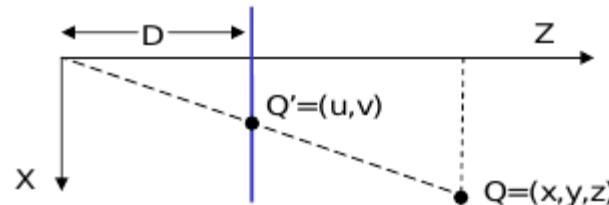
PROYECCIONES PERSPECTIVA: CÁLCULO

Uva

- Se resuelve a partir de la regla de triángulos semejantes



$$\frac{v}{D} = \frac{y}{z} \Rightarrow v = D \frac{y}{z}$$



$$\frac{u}{D} = \frac{x}{z} \Rightarrow u = D \frac{x}{z}$$

PROYECCIONES PERSPECTIVA: CÁLCULO

- De modo que objetos alejados ($z \ggg$) tienen coordenadas más pequeñas

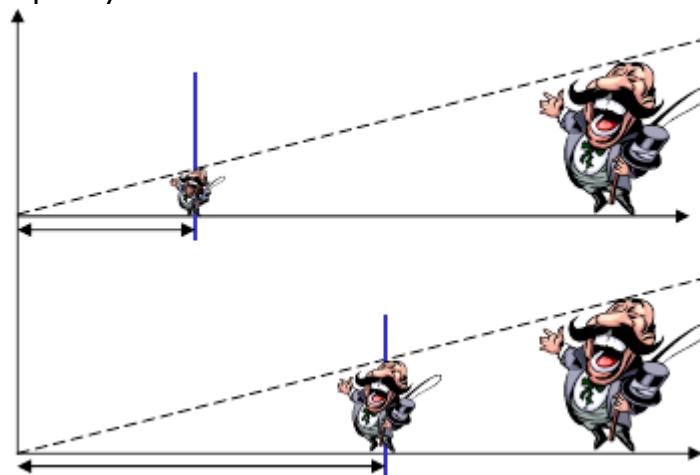
$$u = D \frac{x}{z}$$

$$v = D \frac{y}{z}$$

- La expresión es válida para puntos detrás del plano y del ojo

- ¿Qué ocurriría si cambiamos D ?

- Cambia el lugar donde está el plano de proyección
- Se modifica el volumen de visión



PROYECCIONES PERSPECTIVA: MATRIZ DE PERSPECTIVA

- La expresión final es [1]

$$\begin{cases} x' = Dx / z \\ y' = Dy / z \\ z' = D \end{cases}$$

- En coordenadas homogéneas

$$\begin{cases} x' = Dx / z \\ y' = Dy / z \\ z' = D \\ h' = 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x' = Dx \\ y' = Dy \\ z' = Dz \\ h' = z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = y \\ z' = z \\ h' = z / D \end{cases}$$

- Y matricial

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = M_{\text{per}} \cdot Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q' = M_{\text{perspectiva}} \cdot Q$$

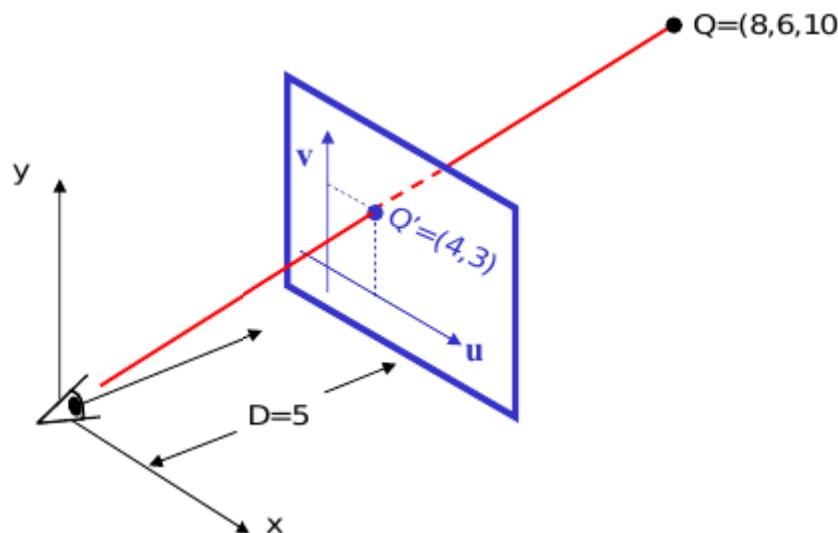
PROYECCIONES PERSPECTIVA: MATRIZ PERSPECTIVA

- Después de aplicar la matriz, el resultado es:

$$\mathbf{Q}' = \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{M}_p \cdot (x, y, z, 1) = (x, y, z, \frac{z}{D})$$

- Para obtener las coordenadas 2D del punto proyectado, dividimos x e y por la componente homogénea.

Un ejemplo en el que se puede aplicar [1]



PROYECCIONES PERSPECTIVA: MATRIZ ORTOGONAL

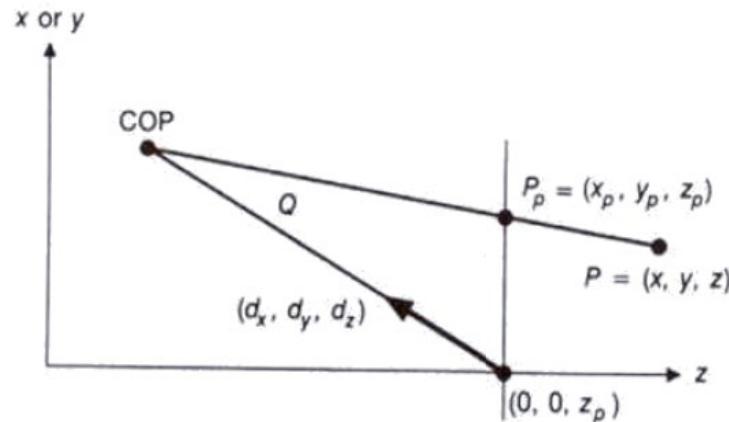
- Si buscáramos la matriz de proyección paralela, hay que pensar que **d** tendería a infinito.

$$M_{per} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

PROYECCIONES PERSPECTIVA: GENERAL

- En general ,
 - Si COP es arbitrario
 - No está en el origen
 - Plano de proyección sí perpendicular al eje z
 - Punto a proyectar
 - $P (x, y, z)$
- Calcular
 - Punto proyectado
 - $P' (x_p, y_p, z_p)$



PROYECCIONES PERSPECTIVA: GENERAL

- La matriz de propósito general sería

$$M_{\text{general}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{d_x}{d_z} & \frac{z_p d_x}{d_z} \\ 0 & 1 & -\frac{d_y}{d_z} & \frac{z_p d_y}{d_z} \\ 0 & 0 & -\frac{z_p}{Q d_z} & \frac{z_p^2}{Q d_z} + z_p \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Q d_z} & \frac{z_p}{Q d_z} + 1 \end{bmatrix}$$

- Los parámetros para cada tipo de proyección serían:

	z_p	Q	$[d_x \quad d_y \quad d_z]$
$\Rightarrow M_{\text{ort}}$	0	∞	$[0 \quad 0 \quad -1]$
$\Rightarrow M_{\text{per}}$	d	d	$[0 \quad 0 \quad -1]$
$\Rightarrow M'_{\text{per}}$	0	d	$[0 \quad 0 \quad -1]$

Cavalier

Cabinet

	z_p	Q	$[d_x \quad d_y \quad d_z]$
	0	∞	$[\cos\alpha \quad \sin\alpha \quad -1]$
	0	∞	$\left[\begin{array}{ccc} \cos\alpha & \sin\alpha & -1 \\ \frac{\cos\alpha}{2} & \frac{\sin\alpha}{2} & -1 \end{array} \right]$

BIBLIOGRAFÍA

- Julián Dorado, Gráficos en computación, Universidade da Coruña
- Vistas en 3D, Univ de Las Palmas de Gran Canaria