

SYSTEMATISCHE ONTWERPTECHNIEK ANALOGE SIGNAALBEWERKING

DR.ING. M.J. VAN DER HORST

19 mei 2020

Copyright ©M.J. van der Horst, 2015, 2016, 2017

Alle rechten voorbehouden. Niets van dit manuscript mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, in enige vorm of op enige wijze, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de auteur.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, without prior permission of the copyright owner.

Inhoudsopgave

Voorwoord 7

1	Inleiding 11
1.1	Leerdoelen 11
1.2	Informatiestromen en elektrische stromen 11
1.3	‘Coderen’ van informatie 12
1.4	Bestuurbaarheid van informatie 13
1.5	Elektronica 13
1.6	Elektrische informatiestromen 14
1.7	Het genereren van een elektrische informatiestroom 15
1.8	De grootte van de elektrische informatiestroom 16
1.9	Elektrische informatiestromen en energie 16
1.10	Informatieverwerkende systemen 18
1.11	Opbouw van het dictaat 19
1.12	Opgaven 19
2	Ontwerpen van elektronische systemen 21
2.1	Leerdoelen 21
2.2	Ontwerpstappen 21
2.3	Applicatie 21
2.4	Specificaties 22
2.5	Systeemniveau 23
2.5.1	Functional decomposition 24
2.6	Basisfuncties 25
2.6.1	Voorversterker 26
2.6.2	Volumeregeling 26
2.6.3	Eindversterker 27
2.6.4	De voeding 27
2.7	Circuit of implementatie niveau 28
2.8	Device- of componentenniveau 29
2.9	Opgaven 29
3	Systematisch Ontwerpproces 31
3.1	Leerdoelen 31
3.2	Classificatie als hulpmiddel bij ontwerpen 31
3.3	Orthogonalisatie 34
3.4	Vereenvoudiging 34
3.5	Hiërarchie 35
3.6	Informatieverwerkende capaciteit 35
3.6.1	Fundamentele beperkingen 36
3.6.2	Implementatie beperkingen 37
3.7	Synthese van schakelingen 37
3.8	Opgaven 38
4	Signaalbewerkingsfuncties 39
4.1	Leerdoelen 39
4.2	Introductie 39
4.3	Classificatie van elektronische signaalbewerkingsfuncties 39

4.4	Elektrische signalen	42
4.5	Elementaire signaalbewerkingsfuncties	43
4.6	Wiskundige beschrijving van signaalbewerkingsfuncties	47
4.6.1	Implementatie van wiskundige functies	47
4.6.2	Homogene circuits	47
4.6.3	Inhomogene circuits	48
4.6.4	Eenvoudige Laplace-transformatie	49
4.7	Overzicht van Wiskundige symbolen	50
4.8	Opgaven	50
5	Ruis	51
5.1	Leerdoelen	51
5.2	Beschrijving van ruis	51
5.3	Fysische aspecten van ruisverschijnselen	54
5.3.1	Thermische ruis	54
5.3.2	Hagelruis	55
5.3.3	Flikkerruis	55
5.3.4	Burst noise	56
5.4	Rekenen met ruis	56
5.5	Dynamisch bereik	61
5.6	Transmissieparameters	62
5.7	Opgaven	64
6	Systematisch ontwerpen van versterkers	67
6.1	Leerdoelen	67
6.2	Ideale versterkers	67
6.2.1	Opdelen in ideale bouwstenen	69
6.2.2	Implementatie	71
6.2.3	Voorbeeld	71
6.3	Ontwerpen van versterkers met een opamp als actief component	72
6.4	Een classificatie van fouten in tegengekoppelde versterkers	73
6.4.1	Fouten ten gevolge van ruis	73
6.4.2	Fouten ten gevolge van ingangssignaalvermogen	73
6.4.3	Fouten ten gevolge van bandbreedtebeperkingen	75
6.5	Tegenkoppelmodellen	77
6.5.1	Terugkoppelmodel van Black/Posthumus	77
6.5.2	Asymptotic gain model	78
6.6	Ruis	80
6.6.1	Ruis in tegengekoppelde versterkers	80
6.6.2	Voorbeelden van ruisberekeningen	84
6.7	Kleinsignaalmodel van de opamp	86
6.7.1	Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een spanningsversterker	86
6.7.2	Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een transimpedantieversterker	88
6.7.3	Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een integrator	89
6.8	Ontwerpstrategie versterkers met opamp-implementatie	90
6.9	Voorbeeldontwerpen	91
6.9.1	Spanningsversterker	91
6.9.2	Versterker voor een piëzo-elektrische sensor	95
6.10	Opgaven	101
7	Synthese van signaalbewerkingsfuncties	105
7.1	Leerdoelen	105
7.2	Optellen en aftrekken	105
7.2.1	Implementatie van de optel/aftrekfunctie	105
7.3	Vermenigvuldigen	108

7.3.1	Delen	109
7.3.2	Kwadrateren	109
7.3.3	Worteltrekken	110
7.4	Integreren en differentiëren	111
7.5	Ontwerp van een elektronische thermometer	111
7.5.1	Omzetten weerstandsverandering naar verandering van spanning of stroom	111
7.5.2	Ontwerp aftrekfunctie	113
7.5.3	Ontwerp van het blok dat vermenigvuldigt met een constante	113
7.5.4	Mogelijke realisatie	114
7.5.5	Discussie	116
7.6	Ontwerp van een absolute waarde circuit	116
7.6.1	Implementatie absolute waarde circuit in het spanningsdomein	117
7.7	Effectieve waarde bepaler	118
7.7.1	Implementatie	120
7.8	Opgaven	122
8	Filterontwerp	123
8.1	Leerdoelen	123
8.2	Filtertoepassing	124
8.3	Filterspecificaties	125
8.3.1	Bepaling van de orde van het filter	125
8.3.2	Bepaling van het type overdracht	127
8.4	Een classificatie van filterimplementaties	128
8.4.1	Actieve tijdcontinue filters	129
8.4.2	Passieve tijdcontinue filters	131
8.4.3	Asynchrone digitale filters	131
8.4.4	Sampled-data filters	131
8.4.5	Synchrone digitale filters	131
8.5	Subklassen van tijdcontinue en amplitudecontinue filters	131
8.5.1	Eerste-orde filters	132
8.5.2	State-space description van filters	133
8.5.3	Implementeren van eerste-orde filters	134
8.5.4	Hogere-orde filters	141
8.5.5	Butterworthkarakteristiek	146
8.5.6	Tschebyscheffkarakteristiek	147
8.5.7	Besselkarakteristiek	147
8.6	Ontwerpen van hogere-orde tijdcontinue filters	148
8.6.1	Ontwerp van een tweede-orde laagdoorlaatfilter	149
8.6.2	Ontwerp van een derde-orde laagdoorlaatfilter	152
8.6.3	Ontwerp van een tweede-orde banddoorlaatfilter	155
8.7	Ruis in integratoren	156
8.7.1	Dynamisch bereik van de integrator	158
8.7.2	Dynamisch bereik van banddoorlaatfilters	159
8.7.3	Optimaliseren van het dynamisch bereik van een filter	159
8.7.4	Schaling naar gelijk uitgangsvermogen	160
8.8	Alternatieve filteroplossingen	162
8.8.1	Tweede-orde laagdoorlaatfilter	162
8.8.2	Tweede-orde hoogdoorlaatfilter	163
8.8.3	Tweede-orde banddoorlaatfilter	163
8.8.4	Eerste-orde all-pass filter	164
8.8.5	Ontwerp van hogere-orde filters met standaardschakelingen	164
8.9	Filters en spreiding in de overdracht	165
8.9.1	Effecten van componenttoleranties op de ‘standaardschakelingen’	167
8.10	Opgaven	169
9	Ontwerpen van oscillatoren	171

9.1	Leerdoelen	171
9.2	Een classificatie van oscillatoren	172
9.3	Eerste-orde oscillatoren	173
9.3.1	Mogelijke implementatie van blok ‘schakeling’	173
9.3.2	Mogelijk implementaties van de eerste-orde tijdreferentie	174
9.3.3	Geheugens	177
9.3.4	Voorbeelden van eerste-orde oscillatoren	180
9.3.5	Ruis in eerste-orde oscillatoren	183
9.3.6	Verminderen van de ruisgevoeligheid van eerste-orde oscillatoren	184
9.3.7	Classificatie van eerste-orde oscillatoren	185
9.4	Toepassingen van eerste-orde oscillatoren	185
9.5	Tweede-orde oscillatoren	185
9.5.1	Voorbeeld dubbele integrator oscillator	186
9.5.2	Analyse	186
9.6	Oscillator met regelbare amplitude en frequentie	189
A	Antwoorden	191
	Bibliografie	196

Voorwoord

De afdeling Engineering, richting Intelligent Devices & Sensors, van de Hogeschool van Amsterdam (HvA) stelt zich tot doel ingenieurs op te leiden die ‘elektronica’ kunnen ontwerpen. Met ontwerpen wordt het proces bedoeld dat zich richt op het *realiseren* van een systeem of schakeling dat/die aan een gegeven *set specificaties* voldoet. De specificaties dienen dus als uitgangspunt. Ter ondersteuning bij het opleiden van ontwerpers is er studiemateriaal nodig. Dat blijkt een probleem te zijn¹.

Conventionele elektronicaboeeken beschrijven veelal oplossingen voor geïsoleerde ontwerpproblemen. De samenhang tussen oplossingen voor verschillende problemen, mogelijke alternatieven of werkwijszen voor het genereren van oplossingen komen meestal niet of nauwelijks ter sprake. Aspirant-ontwerpers leren daardoor slechts een (te beperkt) aantal standaardoplossingen die ze modifiteren voor hun toepassing. Dit modifiteren gebeurt over het algemeen heuristisch (via trial and error of iets vriendelijker verwoord: evolutie).

Bovendien richten deze boeken zich voornamelijk op de *analyse* van het gedrag van een schakeling en zijn niet-idealiteiten in plaats van op het *ontwerp* van deze schakelingen vanuit specificaties. Dit versterkt het idee van de aspirant-ontwerper dat ontwerpen niets anders is dan het (analyseren en) modifiteren van bestaande schakelingen uit de literatuur. Bovendien is deze werkwijs verkeerd om: er wordt een schakeling gepresenteerd en d.m.v. analyse worden (een deel van) de specificaties bepaald.

Het is aannemelijk dat om deze redenen de studenten al bij hun eerste kennismaking met ontwerpen vervallen tot de methode van ‘gissen en missen’ en ‘kant-en-klare schakelingen van internet toepassen’ om hun ontwerpprojecten min of meer succesvol af te ronden. Wanneer deze methode eenmaal is aangeleerd, is het moeilijk om die weer af te leren. Daarom wordt, met name analoge elektronica, al decennialang (vooral door elektrotechnisch ingenieurs met een HBO-achtergrond) via de ‘trial-and-error’ methode² ‘ontworpen’. Voor de trial-and-error methode kan men een paar ‘voordelen’ bedenken: de ontwerper heeft aan beperkte theoretische kennis voldoende en hoeft niet zo diep na te denken.

Nadelen van trial-and-error zijn er ook: de ontwerper moet over een encyclopedische kennis van schakelingen en hun basisgedrag beschikken, zodat een bekende schakeling voor een bepaalde toepassing geselecteerd kan worden, waarvan het gedrag afgereegeld kan worden voor de toepassing. Deze kennis neemt toe met ‘ervaring’. Verder is de relatie tussen gedrag van de schakeling en component parameters onbekend en daardoor is het moeilijk tot onmogelijk om aan te geven wat veranderd moet worden wanneer een paar specificaties gewijzigd worden. Daarnaast geeft Trial-and-error zelden of nooit een optimaal ontwerp en tijdens het proberen kunnen de specificaties waaraan voldaan moeten worden, uit het oog verloren worden. Als laatste moet nog genoemd worden dat het risico niet te verwaarlozen is dat de ontwerper vaak weinig tot niets leert; hij/zij heeft een schakeling gebouwd waar hij het gedrag niet van kan verklaren.

In de echte wereld hebben we altijd eerst de gewenste toepassing (de te realiseren functionaliteit), waarna een oplossing volgt. Zonder toepassing kunnen we ons immers de moeite van het ontwerpen en realiseren van een schakeling besparen.

Bij systematisch ontwerpen werkt men vanuit natuurkundige principes, componentenkennis, kennis van basissignaalbewerkingenfuncties en vanuit logisch redeneren naar een oplossing van

1. Dit is al eerder waargenomen door anderen. Zie bijvoorbeeld [1].

2. Gissen en missen en trial-and-error kunnen in dit dictaat door elkaar gebruikt worden. Beide omschrijvingen hebben in dit dictaat dezelfde betekenis.

het ontwerpprobleem toe. Zoals eerder vermeld gelden de specificaties als uitgangspunt bij het ontwerpen. Ook voor deze manier van ontwerpen kunnen voor- en nadelen aangewezen worden.

Voordelen zijn o.a., dat systematisch ontwerpen sneller gaat dan trial-and-error (niet altijd, er is natuurlijk een kans dat er goed gegokt wordt.). Daarnaast is voorkennis van bestaande kant-en-klare schakelingen niet noodzakelijk en is er geen jarenlange ervaring noodzakelijk om goede ontwerpen te maken. Systematisch ontwerpen levert een ontwerp op dat ‘optimaal’ is voor de gegeven *set specificaties* (‘*application specific*’). De relatie tussen gedrag van de schakeling en componentparameters is bekend en daardoor is het relatief eenvoudig om aan te geven wat veranderd moet worden wanneer een paar specificaties gewijzigd worden. Als laatste voordeel moet nog genoemd worden dat de fundamentele grenzen worden bepaald.

Mogelijke nadelen zijn dat de ontwerper over meer theoretische kennis moet beschikken en dieper over zijn ontwerpen nadenken.

De voordelen wegen ruimschoots tegen de zogenaamde nadelen op. Het is dus van belang om de studenten vroeg in de opleiding met een gestructureerde manier van ontwerpen kennis te laten maken.

Naast de genoemde voordelen hebben we ook nog te maken met regelgeving. Fabrikanten mogen geen producten op de markt zetten die niet conform de Europese (CE) afspraken zijn. Fabrikanten moeten kunnen aantonen dat hun producten aan de CE-eisen voldoen. De methode hiervoor is het bijhouden van een zogenaamd technisch constructiedossier waarin alle ontwerpkeuzes beargumenteerd vermeld staan.

Een systematische ontwerpmethode sluit goed aan bij de eis een technisch constructiedossier bij te houden. Wanneer men systematisch werkt is dat relatief eenvoudig. Trial-and-error ontwerpen documenteren is erg lastig. Doordat men niet begrijpt waar men mee bezig is, kunnen de ‘ontwerpstappen’ niet voldoende gemotiveerd in een technisch constructiedossier opgenomen worden.

Er is behoefte aan studiemateriaal dat zich richt op het systematisch ontwerpen van de te realiseren functionaliteit. De auteur van dit manuscript kon geen studiemateriaal vinden dat voldoet voor het opleiden van ontwerpers van elektronica op HBO-niveau. Vandaar dat dit dictaat geschreven is.

De afdeling micro-elektronica van de Technische Universiteit Delft heeft jarenlange ervaring met ontwerpgericht opleiden van studenten en het verrichten van onderzoek naar ontwerpmethoden. Beide activiteiten hebben materiaal opgeleverd in de vorm van dictaten en proefschriften waarin het systematisch ontwerpen van bepaalde elektronische functies beschreven is. Bij het schrijven van dit dictaat is dankbaar gebruik gemaakt van dit materiaal.

Voor kritiek ter verbetering van dit dictaat houd ik me gaarne aanbevolen.

dr.ing. M.J. van der Horst
Amsterdam, zomer 2013

De opgaven van hoofdstukken 5 t/m 7 zijn uitgebreid om de student van meer oefeningen te voorzien. Tevens zijn verschrijvingen verbeterd.

dr.ing. M.J. van der Horst
Amsterdam, zomer 2014

Verschrijvingen in hoofdstuk 8 zijn verbeterd. Daarnaast is nu explicet beschreven hoe vanuit een laagdoorlaatkarakteristiek een hoogdoorlaatkarakteristiek verkregen kan worden.

Hoofdstuk 9 over oscillatoren is uitgebreid. Nu staat er meer informatie in over het ontwerpen van tweede-orde harmonische oscillatoren.

dr.ing. M.J. van der Horst
Amsterdam, winter 2014/2015

In hoofdstuk 8 zijn min-tekens in terugkoppelussen in signal-flow diagrammen weggehaald op

die plaatsen waar er t.g.v. de inverterende werking van een integrator al tegenkoppeling is. In vorige versies van dit dictaat stonden die min-tekens er wel. Hoewel dat formeel fout was, werd aangenomen dat dat voor de studenten duidelijker was. Hier is op teruggekomen.

Hoofdstuk 9 over oscillatoren is enigzins uitgebreid. Nu staat er meer informatie in over het ontwerpen van tweede-orde harmonische oscillatoren. Helaas is het door tijdgebrek nog steeds niet gelukt om het hoofdstuk af te ronden.

dr.ing. M.J. van der Horst
Amsterdam, januari 2016

Een aantal type-, edit- en rekenfouten is verbeterd. Wederom heeft het me het afgelopen jaar ontbroken om H 9 af te ronden.

dr.ing. M.J. van der Horst
Amsterdam, september 2017

Hoofdstuk 1

Inleiding

Dit vak gaat over het ontwerpen van elektronische schakelingen¹. Het ontwerpen omvat meer dan alleen het uitzoeken welke operationele versterkers, transistoren, weerstanden, enzovoort met elkaar verbonden moeten worden. Het omvat ook meer dan het nabouwen en een beetje ‘verbeteren’ van bekende schakelingen die van internet of uit boeken gehaald zijn. Het is ook het zoeken naar nieuwe schakelingen die bestaande problemen beter kunnen oplossen en naar schakelingen die kunnen voldoen aan de eisen van nieuwe toepassingen. Dat zoeken kan ‘in het wilde weg’, door van alles te proberen en te hopen op inspiratie. Het kan ook heel gestructureerd, recht op het doel af [2]. Maar dan moet natuurlijk wel goed duidelijk zijn wat het doel is en daarom moet er bij het ontwerpen van elektronische schakelingen meer gedaan worden dan alleen gedacht over het schema. In dit vak zal een tipje van de sluier over het gestructureerd ontwerpen van analoge schakelingen worden opgelicht.

1.1 Leerdoelen

Na bestuderen van dit hoofdstuk moet de student het volgende weten/beheersen:

- dat elektronica de kunde van het manipuleren van elektronen is met als doel informatie te verwerken, bewerken, opslaan en transporteren.
- dat elektronica gebruikt kan worden voor meten en regelen.
- dat informatie van een bron naar een bestemming ‘stroomt’, wat in een toename van kennis van de bestemming resulteert.
- dat informatie actief (een energetisch verschijnsel) en passief (in de vorm van geordende materie) kan zijn.
- de rol van elektriciteit als drager van energie en informatie.
- dat informatiedragers: 1) informatie met hoge snelheid kunnen bewerken en transporteren 2) eenvoudig van informatie kunnen worden voorzien 3) goed naar een bestemming te navigeren zijn 4) betrouwbaar zijn.
- dat elektronen, radiogolven en licht goede informatiedragers zijn en waarom dat zo is.
- dat signalen elektrische grootheden zijn die variëren in de tijd.
- wat rendement is en hoe dat te berekenen.

1.2 Informatiestromen en elektrische stromen

Elektronische schakelingen verwerken informatie. Dit lijkt een heel voor de hand liggende uitspraak, maar toch is het goed er even dieper over na te denken. *Informatie* is namelijk iets abstracts. Informatie is niet stoffelijk; je kunt informatie niet ‘op tafel leggen’ [2]. Als techniek ergens geen raad mee weet dan zijn het wel abstracte begrippen. Pas als informatie geïmplanteerd is op een drager die door ons of door een technisch systeem kan worden waargenomen en gehanteerd, kunnen we er mee uit de voeten.

1. Dit hoofdstuk is gebaseerd op, en samengesteld uit, Hoofdstuk 1 uit [1] en Hoofdstuk 10 uit [2].

Informatiewinning en overdracht vonden eeuwenlang plaats door middel van allerlei fysische verschijnselen als bijvoorbeeld geluid en licht. Transport van informatie vond plaats via de tam-tam of via rooksignalen. Voor opslag en transport van informatie werden schrift, kleitableaus, brieven en boeken uitgevonden. Voor aanpassing van informatie gebruikte men bijvoorbeeld de kwikthermometer om temperatuur te kunnen zien en een lakmoesstrookje om een zuurgraad op niet onaangename wijze met het oog waar te kunnen nemen. Rekenen deden we met een telraam en later met een mechanische rekenmachine en stoommachines konden met behulp van een vernuftig centrifugaalregelsysteem hun eigen toerental constant houden.

Na de ontdekking van de elektriciteit zijn in toenemende mate elektrische stromen en spanningen de transporteurs van energie geworden en in overweldigende mate de transporteurs en verwerkers van informatie. De voor het gebruik van elektriciteit ontwikkelde technieken werden gezamenlijk de elektrotechniek genoemd.

Hoe komt het nu eigenlijk dat de komst van de elektrotechniek zo'n enorme invloed op de informatiewereld heeft gehad dat allerlei niet-elektrische technieken naar een bijrol werden verwezen of zelfs volledig verdwenen? Het antwoord is te vinden via een wedervraag, namelijk: waaraan zou een vrij te kiezen type informatiedrager moeten voldoen om ideaal toepasbaar te zijn? Men komt dan al snel tot de volgende wensenlijst.

- de drager moet informatie met grote snelheid kunnen verplaatsen en verwerken
- informatie moet gemakkelijk op de drager zijn te implanteren
- de drager moet in ruimtelijke zin goed bestuurbaar zijn, d.w.z. de informatie moet zich verplaatsen naar het gewenste punt en nergens anders heen
- de benodigde techniek moet vriendelijk zijn ten aanzien van milieu, energieverbruik, materiaalverbruik, kostprijs, afmetingen, gewicht, betrouwbaarheid, reproduceerbaarheid, etc.

De eerstgenoemde wens is een zeer dominante. De hoogst denkbare snelheid is de lichtsnelheid en er zijn in de natuur slechts 2 dragers die *informatie* met de lichtsnelheid of nagenoeg de lichtsnelheid kunnen transporteren. Dat zijn

- elektronen
- elektromagnetische golven in de vorm van
 - radiogolven
 - licht

Deze indeling zou kunnen suggereren dat het gedrag van elektronen in geleiders niets te maken heeft met elektromagnetische velden. Dat is onjuist, want het zich verplaatsen van elektronen in geleidende materialen of vacuum is onverbrekelijk verbonden met het optreden van elektromagnetische velden. De indeling is evenwel gemaakt op puur praktische gronden omdat de optredende verschijnselen bij elektronengeleiding, radiogolven en licht van een duidelijk verschillende dimensie zijn met verschillende golf lengten en verschillende verschijningsvormen en implementatietechnieken. We kunnen nu bekijken in hoeverre deze dragers voldoen aan de andere genoemde wensen.

1.3 ‘Coderen’ van informatie

Elektronen die zich vrij door een geleider of door vacuüm kunnen verplaatsen zijn vrijwel traagheidsloos in hun gedrag te beïnvloeden met behulp van relatief zwakke elektrische en magnetische velden. Dat komt omdat ze een zeer kleine massa ($9,11 \cdot 10^{-31}$ kg) en een relatief grote lading ($1,60 \cdot 10^{-19}$ coulomb) bezitten [3]. Men moet overigens niet denken dat vrije elektronen zich voor overdracht van informatie ook met de lichtsnelheid door het materiaal gaan bewegen. Zij kunnen alleen veranderingen in een situatie met nagenoeg de lichtsnelheid aan elkaar doorgeven. Het valt enigszins te vergelijken met een buis vol knikkers. Als aan een uiteinde een knikker wordt toegevoegd dan valt er aan de andere zijde onmiddellijk een knikker uit. De knikkers hebben zich nauwelijks verplaatst, en toch weet de andere kant onmiddellijk dat er een knikker uit moet.

Ook radiogolven en licht zijn vrijwel traagheidsloos te beïnvloeden en kunnen grote hoeveelheden informatie per tijdseenheid verwerken.

1.4 Bestuurbaarheid van informatie

Vrije elektronen in geleidende materialen zullen zich niet kunnen verplaatsen naar een niet-geleidende omgeving. Door nu geleiders de vorm te geven van dunne buigzame draden, omgeven door een isolerend medium, zijn we in staat om in principe langs elke willekeurige weg een informatiebron met zijn bestemming te verbinden, zonder dat de informatie ook terecht komt op plaatsen waar dat niet gewenst is. In een klein volume zijn vele informatiestromen mogelijk die elkaar niet ‘zien’. Elke te overbruggen afstand is denkbaar, zelfs wereldomspannende. Denk daarbij maar aan transcontinentale telefoonkabels. Grote afstanden worden evenwel moeilijk hanteerbaar en zeer kostbaar. Bij mobiel gebruik is het toepassen van draadverbindingen zelfs praktisch onmogelijk.

Radiogolven en licht kunnen grote afstanden overbruggen. Hun ruimtelijke bestuurbaarheid is echter veel beperkter. Radiogolven worden via antennes opgewekt en planten zich in principe rechtlijnig voort. Net als bij licht kan je dan zeggen dat er alleen bij optisch zicht informatieoverdracht plaats kan vinden. Alleen bij golflengten groter dan circa 10 meter kunnen radiogolven door reflecties in de ionosfeer en onder invloed van het aardoppervlak met de ronding van de aarde meebuigen, waardoor communicatie op wereldschaal, dus veel verder dan het optische zicht, mogelijk is.

Puntvormige antennes zullen net als lichtbronnen hun energie bolvormig in alle richtingen uitzenden. Ruimtelijke besturing van radiogolven kan in beperkte mate bereikt worden door de uitgestraalde energie in een bepaalde richting te bundelen. Dat lukt beter naarmate de antenne afmetingen bezit die veel groter zijn dan de gebruikte golflengte. De rechtlijnige voortplanting blijft evenwel onbeïnvloedbaar.

Het zal duidelijk zijn dat het gescheiden houden van radiosignalen uit allerlei bronnen heel moeilijk is. Ontvangantennes ontvangen doorgaans veel meer dan alleen de gewenste informatiebron. Een duidelijke selectie van één van de waargenomen bronnen is pas weer mogelijk als we via een ontvangstantenne overstappen naar het domein van de vrije elektronen in geleiders, of met andere woorden het domein van de elektrische stromen en spanningen.

Voor licht als informatiedrager geldt in feite hetzelfde als voor radiogolven. De voortplanting is rechtlijnig en bundeling is alleen mogelijk via constructies die veel groter zijn dan de golflengte. Veel problemen met de ruimtelijke bestuurbaarheid van licht zijn evenwel opgelost met de komst van de optische glasvezels, die zich voor licht gedragen als de koperdraad voor elektrische stromen. Het licht kan alleen via de uiteinden de vezel betreden of verlaten. Een groot voordeel van glasvezels is dat elektromagnetische golven of licht uit de omgeving geen ongewenste invloeden kunnen uitoefenen op de overdracht van informatie binnen de vezel. Dat in tegenstelling tot elektrische geleiders, waarin door elektrische en magnetische velden wel storende stromen of spanningen kunnen worden opgewekt. Door de komst van de optische glasvezel is het gebruik van licht als informatiedrager enorm in betekenis toegenomen.

1.5 Elektronica

Elektronica hoort thuis in het gebied van de vrije ladingsdragers in geleidende materialen en in vacuüm. Informatieverwerking geschiedt met behulp van zogenaamde schakelingen. Schakelingen zijn opgebouwd uit componenten, die door draden met elkaar verbonden zijn. De beperkingen van de beschikbaar zijnde fabricagetechnieken zijn steeds bepalend geweest voor de afmetingen, het gewicht, de behuizing en de kostprijs van de schakelingen. De thans dominerende fabricagetechniek is die van de geïntegreerde schakelingen, de zogenaamde ‘chips’.

In een chip zijn vele duizenden componenten als transistoren, diodes, weerstanden en condensatoren met hun doorverbindingen aangebracht in een dun plaatje silicium van enkele vierkante millimeters. Het fabricageproces zelf is duur, doch door de goede reproduceerbaarheid zijn oplagen van miljoenen exemplaren mogelijk. Daardoor is de stuksprijs toch laag. De trend naar kleinere afmetingen zet zich nog steeds voort. Moderne technologieën maken het mogelijk de afzonderlijke componenten op de chip steeds kleiner te maken, terwijl bij de fabricage de beheersbare chipoppervlakken steeds groter worden. Dat leidt ertoe dat er steeds meer signaalbewerkingen per chip kunnen worden uitgevoerd en ook nog met een steeds grotere snelheid. De werkelijke ruimte

die nodig is voor het toepassen van elektronica in een produkt is evenwel vele malen groter dan de hier genoemde. Dat komt o.a. omdat die kleine plakjes silicium moeten worden voorzien van beschermende behuizingen en aansluitpennen voor de verbinding met andere elektronische componenten en omdat de mogelijkheid van bediening door onze vingers nu eenmaal eisen aan minimale afmetingen stelt.

Bij het gebruik van radiogolven als informatiedrager dringen zich onmiddellijk de afmetingen van antennes op. Afmetingen van optimaal werkende antennes liggen meestal in de orde van een halve tot vele malen de gebezigde golflengte, afhankelijk van het gewenste reeds genoemde bundelingsvermogen. Golflengten in het kortegolfgebied liggen tussen 10 en 200 meter, en die in het middengolfgebied tussen 200 en 600 meter. De TV omroep gebruikte golflengten van 0,3 tot 5 meter, met in dat bereik de FM omroep met 3 meter. Men kan zelf nagaan welke afmetingen er nodig zijn om in de genoemde gebieden tot een zeker richtingseffect (bundeling) te kunnen komen. Radar en satellietcommunicatie werken met golflengten van ruwweg 10 millimeter tot 10 centimeter. Omdat bij deze toepassingen een zeer sterk richtingseffect, dus een zeer sterke bundeling gevuld wordt, bezitten de gebruikte antennes ondanks de kleine golflengten toch dikwijls enorme afmetingen. Denk maar aan de grote draaiende antennes voor langeafstand radars en de enorme schotels voor ruimtevaartcommunicatie. Wat men voor deze inspanningen en offers terug krijgt is natuurlijk de mogelijkheid om draadloos te communiceren.

Bij het gebruik van licht als drager van informatie werkt men met golflengten van 0,3 tot 3 micrometer. Ook al wordt bundeling verkregen met lenzen of bronafmetingen bij lasers van duizenden malen de golflengte, dan nog blijven de afmetingen gering en te vergelijken met die van componenten uit het puur elektrische domein. Ook hier worden fabricageprocessen ontwikkeld die leiden tot geïntegreerde optica, waarbij vele optische componenten in een klein plakje basismateriaal worden aangebracht.

Optische informatie kan met veel minder energieverliezen door glasvezels worden getransporteerd dan elektrische informatie door geleiders. Al met al vormt licht in een aantal toepassingsgebieden van overdracht van informatie een geduchte concurrent voor de vrije elektronen.

1.6 Elektrische informatiestromen

Informatie in de ons omringende wereld kan in twee vormen voorkomen, namelijk als een *energetisch verschijnsel* of in de vorm van *geordende materie*.

Als we met een energetisch verschijnsel te maken hebben (bijvoorbeeld stralingsenergie, mechanische energie of chemische energie), dan zal de sensor zonder meer een energie bevattend elektrisch signaal produceren. We zeggen dan dat de oorspronkelijke informatie *actief* is.

Met geordende materie bedoelen we bijvoorbeeld de groef in een grammofonplaat, de putjes in een CD of DVD, de beeldinhoud van een foto, of de vorm van voorwerpen. Dat zijn *informatiedragers*. Het zijn de fysieke manifestaties van informatie, maar ze zijn niet gelijk aan de informatie zelf [2]. Omdat informatie in deze vorm geen energie aan een sensor kan afgeven, kan een sensor deze informatie ook niet zonder meer omzetten in een elektrisch signaal. Er zal eerst hulpenergie aan de geordende materie moeten worden toegevoerd om dat te bewerkstelligen. De grammofonplaat moet met een motor in beweging worden gebracht (mechanische energie), de CD moet eveneens gaan draaien en bovendien moet licht (stralingsenergie) worden toegevoerd om de putjes optisch te kunnen detecteren of de foto moet belicht worden om het beeld te kunnen waarnemen. Aan geordende materie moet eerst energie worden toegevoerd om een elektrisch signaal op te kunnen leveren. Deze informatievorm noemen we daarom *passief*.

Zoals reeds eerder opgemerkt werd, is informatie een dynamisch begrip. Dat komt ook naar voren bij het feit dat informatie altijd verborgen zit in veranderingen van toestanden en niet in het statisch zijn van toestanden. In de elektrotechniek betekent dit dat informatie ingevoerd wordt of aanwezig is in de vorm van elektrische *stromen* en *spanningen* die als functie van de tijd veranderen. Deze als functie van de tijd variërende stromen en spanningen heten *signalen*. Verderop zal aan de orde komen dat signaalvormen in enkele categorieën ingedeeld worden, waarvan de analoge en de digitale vorm de meest voorkomende zijn. Wij beperken ons tot de analoge signaalvorm en de

typisch daarbij behorende elektronica.

Een belangrijk probleem bij het ontwerpen van elektronische schakelingen is de vraag hoe we in een schakeling elektrische informatiestromen kunnen laten lopen met een minimum aan energiekosten. Wanneer we informatie willen verplaatsen van het ene punt naar het andere, dus wanneer we een informatiestroom willen genereren, zal dit in elektronische schakelingen altijd gepaard gaan met stroom van ladingdragers. Informatiestromen in elektronische schakelingen manifesteren zich dus altijd als elektrische stromen. Bits per seconde wordt dus ook altijd coulomb per seconde (ampère). Het is niet mogelijk schakelingen te bouwen waarin geen stromen lopen terwijl ze toch informatie verwerken.

De vraag is steeds hoeveel energie er minimaal nodig is. Bij dit energieprobleem is een aantal aspecten van belang. De aspecten zijn te vervatten in de volgende ontwerpervragen:

- Hoe moeten we coderen, dat wil zeggen hoe moeten we de informatie in de elektrische stroom aanbrengen?
- Hoe kunnen we informatie met zo min mogelijk elektrische stroom (ladingdragers) transporteren?
- Hoe kunnen we zorgen dat het laten lopen van een elektrische stroom zo min mogelijk energie kost?
- Hoe kunnen we voorkomen dat er stromen lopen die geen informatie transporterend?

Vooral het laatste punt begint steeds duidelijker te worden bij het ontwerpen van elektronische schakelingen. De constatering dat voor informatietransport elektrische stromen nodig zijn, leidt tot de volgende ontwerpregel: indien er geen informatietransport is, mag er ook geen elektrische stroom lopen. Een geheugen, dat informatie bewaart, moet dit bijvoorbeeld doen zonder dat er stromen lopen. Daarom zie je ook vrijwel altijd dat informatie wordt bewaard als spanning, bijvoorbeeld via lading op een condensator. Een ander voorbeeld is de selectieve magnetisatie van een stukje magnetisch materiaal op bijvoorbeeld een diskette of het patroon van putjes op een CD-ROM.

De bovenstaande ontwerpregel is heel algemeen gesteld, maar kan een ontwerper toch veel helpen. De regel geeft bijvoorbeeld meteen heel duidelijk aan dat een geheugen geen groot succes zal worden wanneer de informatie als stroom bewaard wordt. Het bestaan van dit soort regels - en we zullen er bij dit vak nog een aantal tegenkomen - maakt dat al heel snel tijdens een ontwerp besloten kan worden dat een bepaalde schakeling principieel onjuist is. Dat kan heel veel ontwerpijd scheelen. Je hoeft nu niet de hele schakeling tot het eind toe te ontwerpen voor je kunt constateren dat het niet lukt en alles voor niets geweest is.

1.7 Het genereren van een elektrische informatiestroom

Elektrische stroom is transport van ladingdragers, van elektronen en gaten. Een belangrijke vraag is nu hoe we in deze stroom informatie kunnen coderen. Een elektrische stroom kan worden beschreven met grootheden die met het tijgedrag van de stroom te maken hebben (zoals de *frequentie*) en met de grootte (zoals de *amplitude*). Door bijvoorbeeld de amplitude van de stroom te variëren in het ritme van de informatie wordt het een elektrische informatiestroom. Wanneer er gekozen wordt om de stroom op een bepaalde manier de informatie te laten dragen moet er ook nog gekozen worden hoe de informatie precies gecodeerd zal worden. Een heel veel toegepaste methode op dit moment is om maar twee verschillende waarden van de stroom te gebruiken. De ene waarde noemt men dan 0, de andere 1. De elektronische schakeling die voor dit type informatiestroom is geoptimaliseerd, wordt *digitale schakeling* genoemd. Zijn de twee waarden goed gekozen, dan zijn ze makkelijk uit elkaar te houden en wordt het eenvoudiger om hele grote systemen te maken zonder dat we voortdurend rekening hoeven houden met details van de basisschakelingetjes waaruit het systeem is opgebouwd. De prijs die we daarvoor betalen is natuurlijk dat de basisschakelingetjes in principe meer hadden kunnen presteren dan alleen maar enen en nullen doorgeven.

Elektronische schakelingen die met meer dan twee waarden voor de elektrische informatiestromen werken, worden ook wel *analoge schakelingen* genoemd. Het ontwerp van grote systemen met analoge schakelingen is veel moeilijker, omdat er bij het systeemontwerp veel meer rekening gehouden moet worden met de individuele eigenschappen van iedere basisschakeling. Daarom worden

tegenwoordig analoge schakelingen voornamelijk gevonden op plaatsen waar geen digitale schakelingen toegepast kunnen worden, bijvoorbeeld bij heel hoogfrequente systemen, zoals systemen die de radioverbinding verzorgen bij draagbare telefoons.

1.8 De grootte van de elektrische informatiestroom

Wanneer een elektrische stroom wordt gegenereerd, is het nooit mogelijk om de waarde precies vast te leggen. Er is altijd een bepaalde onzekerheid. Deze onzekerheid in de stroom wordt gewoonlijk ruis genoemd. De variatie in de stroom door de informatie moet altijd sterker zijn dan de ruis. Hoe zwakker de informatiestroom, hoe moeilijker het is om de informatie van de ruis te onderscheiden. De strijd tegen de ruis is een van de belangrijkste taken van de ontwerper van elektronische schakelingen. Aan de ene kant moet de ontwerper ervoor zorgen dat de informatiestroom groot genoeg is om te onderscheiden te zijn van de ruis, aan de andere kant moet hij hem weer zo klein mogelijk proberen te houden in verband met het stroomverbruik. Helaas is het zo dat elektronische schakelingen onvermijdelijk ruis toevoegen aan de informatiestromen die ze bewerken. Bij alle schakelingen moet er dan ook zorgvuldig op gelet worden dat de ruis die ze toevoegen de informatie niet onzichtbaar maakt.

Bij digitale schakelingen wordt een slimme strategie gebruikt om te voorkomen dat ruis het signaal beïnvloedt. Door af te spreken dat de informatiestroom slechts twee waarden kan hebben, kan de informatie weer compleet worden teruggewonnen wanneer de informatiestroom vervuld raakt met ruis. Een signaal dat op een 1 lijkt is een 1, een signaal dat op een 0 lijkt is een 0. Deze signaalafspraak maakt het dus een stuk makkelijker om ruisvervuiling te weerstaan. Helaas kun je door deze afspraak wel *minder* informatie in een stroom kwijt dan wanneer je meer waarden zou toelaten. Een digitale schakeling moet daarom vaak ‘harder werken’ dan een analoge, waar alle waarden zijn toegelaten, om dezelfde hoeveelheid informatie te verwerken en zal dan ook meer energie nodig hebben om dit te doen. Het ontwerp van een analoge schakeling van hoge kwaliteit is vaak echter zo gecompliceerd en soms zelfs met de huidige stand van de techniek onmogelijk, dat toch heel vaak voor een digitale oplossing gekozen wordt.

1.9 Elektrische informatiestromen en energie

In systemen die veel informatie verwerken lopen veel elektrische informatiestromen. De vraag is nu: kost dit ook veel energie? Om dat na te gaan moeten we ook kijken naar de spanningen die in de schakelingen aanwezig zijn. Over het algemeen moet iedereen bij elektronische schakelingen het eerst aan spanningen te denken; waarschijnlijk komt dat doordat spanningen makkelijker te meten zijn dan stromen, en wat je goed kunt waarnemen trekt nu eenmaal meer de aandacht. Toch kan een spanning op zichzelf geen informatie transporteren.

Een condensator die opgeladen is kan die lading heel lang vasthouden. Een condensator kan dus heel lang informatie onthouden. Daarbij loopt er geen stroom. Het is daarom een heel zuinige manier om iets te onthouden. Het kost geen energie uit de voeding. Zodra echter de informatie van de condensator ergens heen moet, zal er een stroom nodig zijn.

De spanningen die we waarnemen bij informatietransport - bij het lopen van een informatiestroom - zijn het gevolg van het feit dat de stroom door een stukje materiaal met een eindige impedantie of weerstand loopt. Wanneer de impedantie van dat stukje materiaal een waarde R heeft en de stroom de waarde i_{info} , is de waarde van de spanning u_{info} :

$$u_{\text{info}} = i_{\text{info}} R \quad (1.1)$$

De informatiespanning die te meten is, is slechts het gevolg van de informatiestroom in combinatie met de eindige weerstand van het traject waar de stroom door moet lopen. De energie die het transport van de informatie per seconde kost (het vermogen p_{info}) is gegeven door:

$$p_{\text{info}} = u_{\text{info}} i_{\text{info}} \quad (1.2)$$

Om het energieverbruik van elektronische schakelingen te beperken is het daarom van belang de spanningen bij informatietransport zo laag mogelijk te houden.

Soms laten elektronische schakelingen het signaalvermogen onaangeraakt, doch vaak wordt een deel van het signaalvermogen ongewild omgezet in warmte of een andere niet-elektrische energievorm. Men noemt dat *verliezen*.

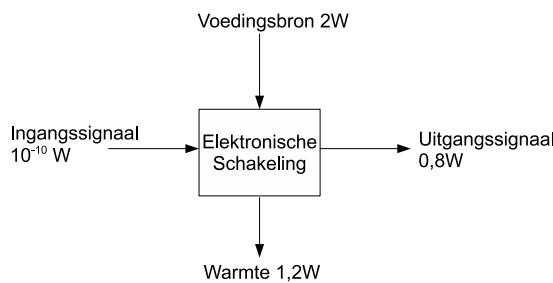
Door het optreden van verliezen neemt het signaalvermogen geleidelijk af, en daarmee zoals later zal blijken, ook de betrouwbaarheid van de informatieverwerking. Om dat te voorkomen moet ook de mogelijkheid beschikbaar zijn om tot toename van het signaalvermogen te komen. De wet tot behoud van energie geeft echter aan dat die toegevoegde energie ergens vandaan zal moeten komen. In de elektrotechniek zijn componenten beschikbaar die de beschikbare signaalvermogens kunnen vergroten, waarbij de toegevoegde energie door een voedingsbron, bijvoorbeeld een batterij of accu, geleverd wordt. We kunnen dan zeggen dat de informatieloze energie uit de voedingsbron wordt omgezet in informatiedragende energie van het signaal. We zijn daarmee het echte domein der *elektronica* binnen getreden. De voornaamste vertegenwoordigers van de bedoelde componenten zijn de *transistoren* en de *elektronenbuizen* (radiobuizen), zie figuur 1.1. Ze worden *actieve componenten* genoemd. Hun aanwezigheid is kenmerkend voor een elektronische schakeling.



(a) Voorbeeld van enkele transistoren
(b) en enkele elektronenbuizen.

Figuur 1.1: Transistoren en elektronenbuizen. Foto's: M.J. van der Horst.

Uit het voorgaande volgt dat bij een elektronische schakeling altijd een elektrische voedingsbron nodig is. De omzetting van voedingsenergie in signaalenergie geschiedt met een beperkt rendement ($\eta = \text{afgegeven vermogen}/\text{opgenomen vermogen}$), dat veelal onder 50% ligt. Het niet omgezette deel gaat verloren in de vorm van warmte. Figuur 1.2 toont een voorbeeld waarin het rendement 40% is. De overtollige warmte wordt meestal via natuurlijke koeling afgevoerd, doch



Figuur 1.2: Voorbeeld van een elektronische schakeling met 40% rendement.

soms is geforceerde koeling nodig. De warmteontwikkeling kan een beperkende factor zijn bij het streven naar een hoge graad van compactheid of miniaturisering. Het vaak onbedoeld en nutteloos verloren gaan van energie wordt *dissipatie* genoemd.

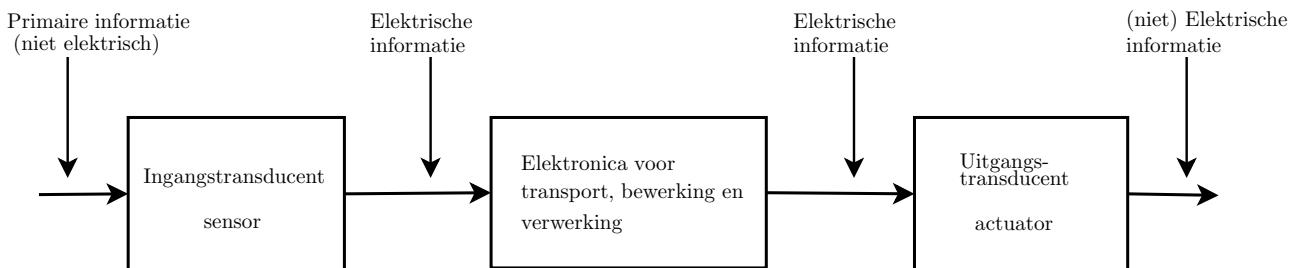
1.10 Informatieverwerkende systemen

Informatie uit de ons omringende wereld is bijna altijd in een niet-elektrische vorm aanwezig. Informatie kan de vorm hebben van kracht, druk, snelheid (geluid is daar ook een vorm van), licht (denk aan beelden), temperatuur, chemische samenstelling, mechanische stand, enz. Om met die informatie in de elektrotechniek iets te kunnen doen zal hij eerst in een elektrische vorm moeten worden omgezet. Zo'n omzetter die dat doet heet een *sensor*. Een sensor zet dus *niet-elektrische informatie om in elektrische informatie in de vorm van stroom of spanning*, waarop dan vervolgens met elektronica signaalbewerking kan worden uitgevoerd.

Het resultaat van deze elektronische bewerking heeft natuurlijk nog steeds een elektrische vorm, terwijl doorgaans voor een zintuiglijke waarneming van de bewerkte informatie een niet-elektrische vorm gewenst is, bijvoorbeeld weer een vorm van geluid, licht, mechanische beweging, enz. Een hiervoor benodigde omzetter die *elektrische informatie omzet in een niet-elektrische vorm* noemen we een *actuator*. Sensoren en actuatoren worden bij elkaar ook wel *transducenten* genoemd.

Voorbeelden van transducenten zijn niet moeilijk te vinden. Microfoons, fotocellen, opneembuizen in (oude) tv-camera's en charge coupled device (CCD) opneemelementen in nieuwe, weergeefkoppen van een videorecorder, drukknopjes en toetsenborden van computers zijn allemaal sensoren. Luidsprekers, beeldbuizen van computers en tv's, opneemkoppen van recorders, besturingsmotoren in CD-spelers en recorders, en elektrisch bediende gaskleppen van CV-ketels zijn bekende actuatoren.

Het geheel van sensor, elektronica en actuator vormt een informatieverwerkend kanaal. Een of meerdere informatieverwerkende kanalen wordt een (informatie verwerkend) elektronisch systeem genoemd. Figuur 1.3 toont de opbouw van een elektronisch systeem.



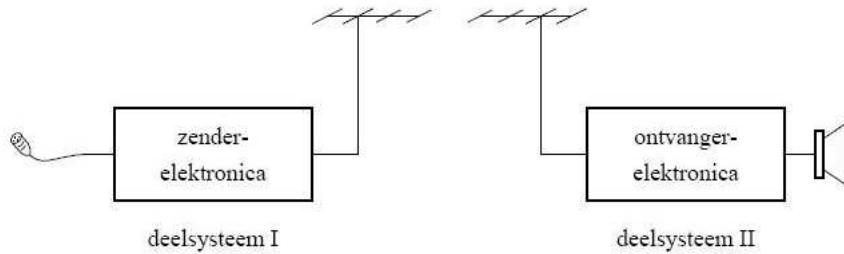
Figuur 1.3: Algemene opbouw van een elektronisch systeem.

De sensor zet dus de primaire informatiedragende grootheid om naar een elektrisch signaal welke door de elektronica verwerkt, bewerkt en getransporteerd wordt naar de actuator. De elektronica kan zodanig ontworpen zijn dat het primaire signaal gemeten wordt en door de actuator als wijzeruitslag of getal zichtbaar gemaakt wordt. Er vindt dan slechts meting van de primaire grootheid plaats. Wanneer de elektronica zodanig ontworpen is dat naar aanleiding van de gemeten waarde door de actuator een actie ondernomen wordt, zoals het openen van een gasklep van een CV-ketel, spreekt men van besturen of regelen. In de vakken besturingstechniek en regelsystemen wordt hier dieper op ingegaan.

Het kan ook voorkomen dat een elektronisch informatieverwerkend systeem is opgebouwd uit twee of meer deelsystemen, waarbij in een tussenfase een andere informatiedrager wordt benut. Voorbeelden zijn een draadloos zend/ontvangsysteem en een systeem voor glasvezelcommunicatie. Radiogolven en licht vormen hier het tussenmedium. Zie figuur 1.4.

Bij het ontwerpen van elektronische systemen ontstaat een behoefte om eigenschappen en werkingen ervan te kunnen berekenen en vast te kunnen leggen met behulp van mathematische formuleringen en grafische voorstellingen. Elk technisch boek is er mee doorspekt. Het maakt eveneens deel uit van het taalgebruik van een elektronicus. Ook in dit dictaat is het gebruik van deze middelen onvermijdelijk.

Berekeningen worden in de techniek altijd gemaakt aan de hand van modellen. Die mo-



Figuur 1.4: Elektronisch systeem opgebouwd uit twee deelsystemen.

dellen zijn zo gevormd dat ze mathematisch beschreven kunnen worden en de werkelijkheid zo goed mogelijk benaderen. Modellen die de werking van elektronische componenten en schakelingen nauwkeurig beschrijven zijn evenwel al snel zeer gecompliceerd. Dat leidt ertoe dat rekenen aan de hand van zulke modellen alleen met een computer te realiseren is. Er bestaan in de elektronica diverse simulatieprogramma's die dat werk uitstekend verrichten. Evenwel kunnen voor het verkrijgen van een globaal inzicht in de werking van elektronische componenten en schakelingen meestal veel eenvoudiger modellen worden gebruikt, die weliswaar niet nauwkeurig zijn maar wel een eenvoudiger mathematische beschrijving mogelijk maken. Secundaire effecten worden daarbij verwaarloosd. Dergelijke eenvoudiger modellen zullen in dit dictaat gebruikt worden.

Hoe nauwkeurig elektronische schakelingen moeten werken hangt geheel van de toepassing af. Een fout van 10% bij een elektronische thermometer is meestal onacceptabel, maar een tolerantie van 10% in het vermogen van een audioversterker is geen probleem: 10% verandering is voor het oor nauwelijks waarneembaar.

Zoals overal in de techniek geldt ook hier: hoe nauwkeuriger de werking moet zijn, hoe lastiger en tijdrovender het ontwerpproces wordt, hoe meer componenten er nodig zijn van een vaak duurder soort en dus hoe duurder het product wordt.

1.11 Opbouw van het dictaat

In hoofdstuk 2 en 3 zal een overzicht van het ontwerpproces gegeven worden. Er zal uitgelegd worden dat het ontwerp in verschillende stappen op te delen valt, wat tot een aanzienlijke vereenvoudiging van het ontwerpprobleem leidt. Tevens wordt een systematische ontwerp methode geïntroduceerd.

In hoofdstuk 4 worden basissignaalbewerkingsfuncties afgeleid. Door bijvoorbeeld combinaties van deze basissignaalbewerkingsfuncties toe te passen, wordt het mogelijk om grote ingewikkelde ontwerpen te maken. In de daarop volgende hoofdstukken zal getoond worden hoe je signaalbewerkingsfuncties combineert en met componenten implementeert. Er wordt in detail ingegaan op het ontwerpen van versterkers, filters en oscillatoren.

1.12 Opgaven

1. Een versterker trekt 1.5 A bij 15 V. Het uitgangsvermogen is 2.5 W en het vermogen van het ingangssignaal 0.5 W. Bereken het gedissipeerde vermogen en het rendement.
2. Een versterker heeft een ingangsspanning van $100 \text{ mV}_{\text{effectief}}$ en een ingangsweerstand van $100 \text{ k}\Omega$. Hij levert een uitgangsspanning van $10\text{V}_{\text{effectief}}$ over een belasting van 8Ω . De voeding levert 15 V en een gemiddelde stroom van 2 A. Bereken het gedissipeerde vermogen en het rendement.
3. In een draagbare radio heeft de luidspreker de rol van:
 - (a) sensor of
 - (b) actief component of

- (c) actuator of
 - (d) energiebron
4. Geef 5 voorbeelden van elektronische systemen.
 5. Verklaar waarom informatie zo makkelijk met elektriciteit te bewerken en transporteren is.

Hoofdstuk 2

Ontwerpen van elektronische systemen

Bij het ontwerpen van elektronische systemen kunnen verschillende, duidelijk van elkaar te onderscheiden, ontwerp niveaus worden geïdentificeerd. Op elk niveau moeten ontwerpkeuzes worden gemaakt, die op elk daarop volgend niveau geldig moeten blijven.

De effecten van elke ontwerpbeslissing moeten grondig geanalyseerd worden voordat naar het volgende ontwerp niveau overgegaan wordt. Dat kan gedaan worden door simpelweg na te denken, maar ook door handberekeningen en computersimulaties te gebruiken.

De juiste volgorde in het ontwerp proces is dus: synthetiseren (het onwerpen zelf op de verschillende niveaus), analyseren en simuleren, opbouwen van het systeem en meten/testen. Merk op dat het opbouwen en meten de laatste stap is in het ontwerp proces.

2.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk is de student:

- zich er van bewust dat er verschillende ontwerp niveau's bestaan.
- in staat specificaties op te stellen.
- in staat vanuit de specificaties een systeemontwerp op te stellen.
- in staat vanuit het systeemontwerp een blokdiagram op te stellen (functional decomposition).

2.2 Ontwerpstappen

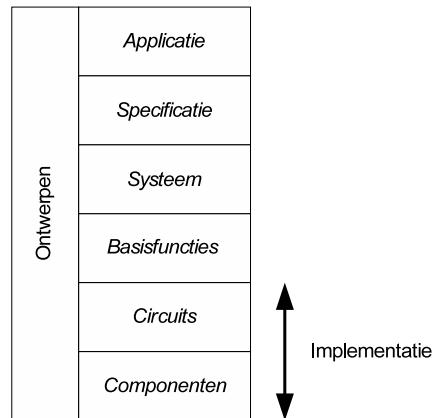
Bij het realiseren van elk ontwerp wordt een bepaald traject doorlopen. Figuur 2.1 toont een voorbeeld van de diverse ontwerp stappen die men kan onderscheiden [4]. De verschillende stappen, of hiërarchische niveau's, zijn algemeen geldig en kunnen ook bij andere disciplines dan elektronica worden toegepast. Pas op het implementatie niveau zullen er verschillen optreden. Elektronici zullen de applicatie die ontworpen moet worden met behulp van elektronische componenten realiseren, terwijl softwaremensen code zullen gaan schrijven.

De verschillende ontwerp stappen zullen in de volgende paragrafen nader besproken worden.

2.3 Applicatie

Het hoogste niveau is de ‘applicatie’. Op dit niveau wordt bepaald dat er een toepassing is waarvoor een ontwerp moet worden gemaakt; de te realiseren functionaliteit van het informatieverwerkendsysteem wordt bepaald. Zo kan het bijvoorbeeld voorkomen dat men temperatuur in een ruimte wilt meten om daarmee een verwarming te regelen, met als doel de temperatuur in die ruimte constant te houden. Om dit te realiseren dient een systeem ontworpen te worden.

Op dit niveau kan met een woordelijke beschrijving volstaan worden. Soms kiest de ontwerper er voor om een zeer globaal principeschema van het informatieverwerkendsysteem op te stellen. Dat zou er bijvoorbeeld uit kunnen zien zoals in figuur 1.3 op bladzijde 18 getoond is.



Figuur 2.1: Diagram van te onderscheiden ontwerpstappen.

De ontwerper heeft nu als taak een correcte invulling te geven aan ieder blok dat in figuur 1.3 getoond wordt. De sensor en actuator dienen geselecteerd, gekocht of ontworpen te worden en de elektronica voor transport, verwerking en bewerking zal ontworpen moeten worden. Om echter te kunnen ontwerpen, moeten **eerst** de specificaties waaraan de applicatie moet voldoen opgesteld worden.

2.4 Specificaties

Op dit niveau moet de complete lijst met specificaties waaraan het ontwerp moet voldoen bepaald worden. Naast functionele specificaties bestaan er additionele specificaties of -eisen, zoals kosten, afmetingen, onderhoud, veiligheid, elektromagnetische compatibiliteit, enzovoort. De functionele- en additionele eisen bepalen samen de ondergrenzen waar het ontwerp aan moet voldoen.

Het is belangrijk dat de functionele- en additionele eisen niet meer veranderen wanneer ze eenmaal zijn vastgelegd. Tenminste, totdat uit fundamentele- of praktische beperkingen blijkt dat de functionele eisen niet haalbaar zijn en moeten worden aangepast. De ontwerper moet dan in samenspraak met de opdrachtgever de eisen aanpassen. In dit dictaat laten we de additionele eisen verder buiten beschouwing.

Het belang van het opstellen van specificaties mag niet onderschat worden. Uit waarneming is namelijk gebleken dat het opstellen van specificaties over het algemeen slecht wordt gedaan [5]. Vaak zijn ontwerpers namelijk geneigd om te denken in oplossingen (maken gebruik van ‘ervaring’) als zij met een probleem geconfronteerd worden. Zij leggen relaties met eerder aangepakte problemen en eerder gevonden oplossingen. Dit *lijkt* effectief omdat er onmiddellijk deeloplossingen aangedragen worden. Dit blijkt echter een verkeerde aanpak te zijn. Men kan tot betere ontwerpen komen als eerst precies bekend is ‘wat’ de bedoeling is. Vervolgens kan de keuze gemaakt worden hoe het gespecificeerde ‘wat’ het best gerealiseerd kan worden [6]. Als te vroeg wordt vastgelegd hoe een oplossing gerealiseerd kan worden, blijkt deze inspanning later vaak gedeeltelijk waardeeloos te zijn. Specificaties opstellen dient daarom zo objectief mogelijk te gebeuren, zonder dat de ontwerper zich al met de implementatie, het ‘hoe’, bezighoudt.

Ten gevolge van slecht of subjectief specificeren worden kostbare en soms onherstelbare fouten gemaakt. De oorzaak is terug te voeren op onzorgvuldigheid, onduidelijkheid, dubbelzinnigheid, onbegrip, enzovoort [6]. Het kan daardoor gebeuren dat het ontwerp geheel of gedeeltelijk onbruikbaar is; de specificaties vormen immers het uitgangspunt voor het ontwerp.

Goede specificaties beschrijven objectief de functionaliteit en de meetbare voorwaarden die bij die functionaliteit horen. Elke specificatie moet daarom aan de volgende eisen voldoen [7]:

1. Een specificatie moet omschrijven wat het systeem doet en niet hoe het geïmplementeerd

wordt. Als voorbeeld kan men de specificatie ‘het transporteren van mensen van de ene kant naar de andere kant van een rivier’ nemen. Dit is een correcte specificatie, want het laat de implementatie buiten beschouwing. Toch zijn veel ontwerpers geneigd om de incorrecte specificatie ‘dat er een brug van de ene kant naar de andere kant van de rivier gebouwd moet worden’ te gebruiken. Hiermee gaan ze volkomen voorbij aan de mogelijkheid om een veerpont te gebruiken om mensen over te zetten.

Een voorbeeld uit de elektronica is de volgende, correcte, specificatie [4]: ‘een toepassing vereist een oscillatorend signaal met een frequentie van 900 MHz dat in stappen van 25 kHz verstemd kan worden’. Wanneer men omschrijft ‘dat er een oscillator vereist is die op 900 MHz oscilleert en die met stapjes van 25 kHz verstemd moet kunnen worden’, dan is dat een incorrecte specificatie. Er wordt voorbijgegaan aan de mogelijkheid een ‘frequentie synthesizer’ toe te passen. Hier is nu weer, al dan niet bewust, een mogelijke implementatie beschreven.

2. Een specificatie moet controleerbaar zijn. Dat betekent dat het systeem aantoonbaar, door metingen of demonstraties, aan de specificatie voldoet.
3. Een specificatie moet duidelijk, met goedlopende zinnen, opgesteld worden en welzo dat hij ondubbelzinnig is.
4. Een specificatie dient overeen te komen met wat de opdrachtgever wil.

Het laatste punt is vanuit marketing en management oogpunt belangrijk, maar valt buiten het aandachtsgebied van dit dictaat. We zullen ons alleen bezighouden met de eerste drie punten.

We bekijken nog enkele aanvullende voorbeelden. Beschouw de volgende specificatie voor een robot die zelfstandig moet kunnen navigeren in een bepaalde omgeving [7]: *De robot moet een gemiddelde snelheid hebben van 15 cm/s, een topsnelheid van minimaal 30 cm/s en binnen 1 seconde vanuit stilstand de gemiddelde snelheid kunnen bereiken.* Deze specificatie voldoet aan bovenstaande eisen. Hij beschrijft wat de robot moet doen zonder te vertellen hoe en de specificatie kan gecontroleerd worden door metingen.

Volgend voorbeeld. *De robot moet infra-rood sensoren gebruiken om zijn omgeving te verkennen en één uur lang op zijn accu autonoom kunnen rondrijden.* Deze specificatie voldoet niet aan de eerste eis, omdat er verklaard wordt dat infra-rood sensoren en een accu gebruikt moeten worden, wat duidelijk implementaties zijn. Over de meetbaarheid valt ook te discussiëren: is het de bedoeling dat de robot precies één uur rijdt en dan stopt of is langer dan een uur ook acceptabel? Bovendien, wat wordt in deze context precies met autonoom bedoeld?

Een betere specificatie zou zijn: *De robot moet minimaal één uur in een door navigatiebalkens aangegeven omgeving kunnen rondrijden.*

Als laatste zullen we, als voorbeeld, de correcte specificaties van een audio versterker presenteren (uit: [7]). De audio versterker moet:

- Een audio ingangssignaal met een maximale spanning van 0,5 V_{piek} kunnen verwerken.
- Een regelbare audiovolume hebben tussen nul en maximaal.
- Een piek vermogen van maximaal 50 W aan een 8 Ω luidspreker kunnen leveren.
- Door netspanning (230 V, 50 Hz) gevoed worden.

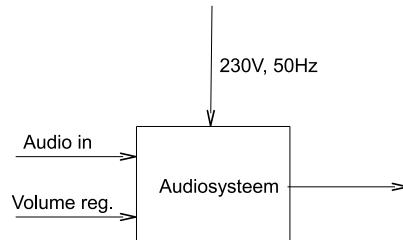
Het ontwerp van deze audioversterker zal tot aan het implementatienniveau worden besproken in de volgende paragrafen.

2.5 Systeemniveau

Het systeemniveau is het niveau waarop met het ‘echte’ ontwerpen begonnen wordt. Er wordt een beschrijving op systeemniveau van de werking van het apparaat gemaakt: het ‘Systeemontwerp’.

De eerste stap is om een blok, een ‘black box’ te introduceren die de functionaliteit moet uitvoeren. Tevens worden de specificaties bij het blok geplaatst. In figuur 2.2 en tabel 2.1 is dit gedaan [7] voor het audiosysteem waarvan de specificaties eerder bepaald zijn.

Vervolgens wordt bekijken welke signaalbewerkingsfunctie(s) door de black-box uitgevoerd moeten worden. Dit gebeurt nog steeds op een vrij hoog abstractieniveau en is ook implementatie onafhankelijk. Dit kan door de signaalbewerkingsfunctie als wiskundige uitdrukking beschrijven.



Figuur 2.2: Systeemontwerp Audiosysteem.

Tabel 2.1: Specificaties op systeemontwerpniveau

Module	Audiosysteem
Ingangen	Audio in: 0.5V _{piek} , 20Hz–20kHz Lichtnet: 230V, 50Hz Volumeregeling: '0' – maximaal
Uitgang(en)	Audio uitgang: ? V _{piek}
Functie	Versterk het ingangssignaal zoveel dat er maximaal 50 W aan de belasting (8Ω) geleverd wordt. Het volume moet geregeld kunnen worden tussen 0 en maximaal. Het audiosysteem moet vanuit het lichtnet gevoed worden.

In principe kan elke (analoge) signaalbewerkingfunctie beschreven worden met een differentiaalvergelijking [4]. Wanneer we dus kunnen differentiëren, integreren, vermenigvuldigen, delen, optellen en aftrekken, is het dus theoretisch mogelijk om elk gewenst analoog ontwerp te maken. Naast deze functies blijken er nog andere zogenaamde basissignaalbewerkingsfuncties te bestaan; in totaal 23. Die worden in hoofdstuk 4 uitgebreid behandeld.

Het realiseren van het systeem is dus uiteindelijk niets anders dan de basissignaalbewerkingsfuncties implementeren met behulp van componenten. Daarvoor is het vaak nodig om het totale systeem op te delen in subsystemen, net zo vaak totdat het totale systeem uit een combinatie van basissignaalbewerkingsfuncties bestaat. Dit proces wordt ‘functional decomposition’ genoemd [7].

2.5.1 Functional decomposition

Functional decomposition is een (mogelijk iteratief) proces dat de totale functionaliteit van de black box opdeelt in aparte functies. We kijken naar een voorbeeld uit de wiskunde. Stel: we hebben een signaalbewerkingsfunctie op systeemniveau die gegeven wordt door: $y = x^2 + 3x - 1$. Als basissignaalbewerkingsfuncties zijn te herkennen: kwadrateren, vermenigvuldigen (met een constante: 3), optellen en aftrekken (van een constante: 1).

Soms blijkt het dat na de eerste stap van decompositie een subsysteem overblijft dat zelf ook weer verder opgedeeld kan worden. Beschouw de functie: $y_1 = \sqrt{y} = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$. We zien dat een signaalbewerkingsfunctie, worteltrekken uitgevoerd moet worden op de functie y . Functie y kan nu een subsysteem genoemd worden die zelf weer op te delen is, zoals hierboven gedaan.

Bij iedere basisfunctie moet weer een functionele beschrijving en een lijst met specificaties gegeven worden. Als voorbeeld wordt het audiosysteem opgedeeld met functional decomposition. Wanneer we het systeemontwerp gaan opdelen in subsystemen, lopen we tegen een probleem aan: we weten wel hoeveel vermogen geleverd moet kunnen worden aan de luidspreker, maar nog niet hoeveel spanning en stroom geleverd moet kunnen worden. Die kunnen uitgerekend worden: er moet 50 W geleverd kunnen worden aan een luidspreker van $8 \Omega^1$.

1. Er wordt voor de eenvoud vanuit gegaan dat de belasting over het hele frequentiegebied 8Ω is. In werkelijkheid is dit niet het geval. De impedantie van een luidspreker is frequentie afhankelijk ($\approx R + j\omega L$). Meestal is er slechts een beperkt frequentiegebied te vinden waar de impedantie 8Ω is. Voor andere frequenties is de impedantie hoger.

Er volgt uit de gegevens dat $u_{\max} = \sqrt{P_{\max} R} = 20$ V. Om enige ontwerpmaarge te hebben, om met spanningsverliezen rekening te houden, moet er een voedingsspanning hoger dan 20 V gekozen worden. Er is geen harde richtlijn voor hoeveel hoger. Meestal kiest de ontwerper de voedingsspanning ergens tussen de 10% tot zelfs 50 % hoger. Hier kiezen we voor een voedingsspanning van 25 V. Let wel dat de spanning die aan de luidspreker geleverd moet worden een wisselspanning is. We hebben dus ± 20 V uitsturing en daarom ook ± 25 V voedingsspanning nodig.

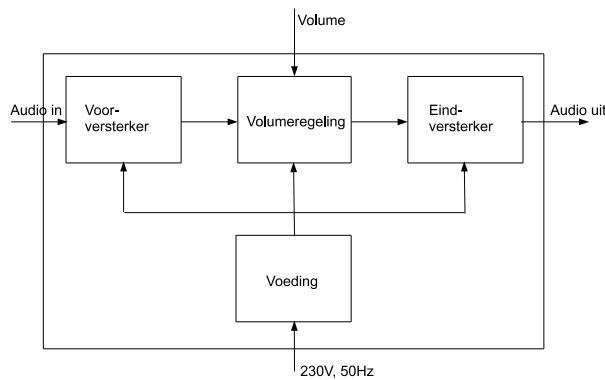
Het ingangssignaal en het uitgangssignaal liggen nu vast: respectievelijk 0.5 V en 20 V. In totaal moet er dus 40 keer versterkt worden. In principe kan het systeem opgedeeld worden in een blok 'voeding', volumeregeling en versterking en kunnen we doorgaan naar de volgende ontwerpstappen. Wanneer men dat echter doet, zal men ontdekken dat het erg lastig is een versterker te ontwerpen die 40 keer versterkt, 2.5 A kan leveren en ook nog de gewenste bandbreedte van 20 kHz kan halen. In dit geval is een iteratie nodig. Tijdens het ontwerpen blijkt dat de gekozen oplossing niet kan, daarom gaan we terug naar het systeemniveau en kiezen een ander alternatief.

Wanneer de totale versterking over twee versterkers verdeeld wordt, is het makkelijker om de gewenste specificaties te halen. De twee versterkers worden voorversterker en eindversterker genoemd. De voorversterker is een versterker die een hoge versterking kan hebben maar weinig vermogen hoeft te leveren, de eindversterker behoeft dan nog maar weinig te versterken terwijl hij het vermogen levert.

Een speciaal aandachtspunt is de volumeregeling. Deze zou actief uitgevoerd kunnen worden, door een versterker met regelbare versterking te ontwerpen, of passief door een potmeter te gebruiken. De passieve volumeregeling zou bovendien voor of na de voorversterker geplaatst kunnen worden. Dit levert de volgende mogelijkheden op:

- voorversterker met regelbare versterking & eindversterker
- potmeter & voorversterker & eindversterker
- voorversterker & potmeter & eindversterker

Er zijn dus drie combinaties van mogelijkheden. Er moet nu onderzocht worden welke combinatie het best is, of dat er op dit ontwerp niveau geen beste combinatie bestaat. Om de analyse hier te beperken beschouwen we alleen de laatste optie, zie figuur 2.3.



Figuur 2.3: Mogelijke decompositie van het audiosysteem .

2.6 Basisfuncties

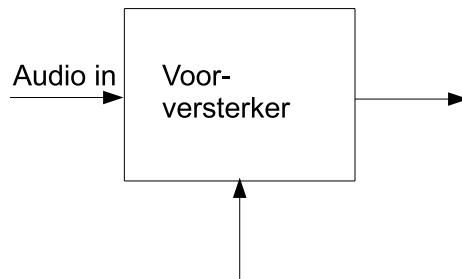
Hier wordt het blokschema opgesteld. De specificaties van elk blok volgen uit de eerder opgestelde specificaties. Soms kunnen al zogenaamde basissignaalbewerkingsfuncties geïdentificeerd worden.

In dit voorbeeld wordt het blokschema al gegeven door figuur 2.3. Van elk van de afzonderlijke blokken, de basissignaalbewerkingsfuncties, moet nu de specificaties opgesteld worden. De vraag is hoe de totale versterking over beide versterkers moet verdeeld moet worden. Om deze vraag te kunnen beantwoorden, moeten we iets meer weten van ruis. Hier wordt in de hoofdstukken 5, 6 en 8 meer aandacht aan besteed.

Om een slechte signaal-ruis verhouding te voorkomen willen we geen weerstanden in serie met de ingang van een spanningsversterker plaatsen en moeten we er voor zorgen dat de voorversterker meer versterkt dan de eindversterker. Daarom is hier gekozen om de voorversterker 10 keer en de eindversterker 4 keer te laten versterken.

2.6.1 Voorversterker

Het blok voorversterker wordt nu zoals figuur 2.4 en tabel 2.2 tonen. Het ingangssignaal is een spanning van maximaal 0.5 V, het uitgangssignaal maximaal 5 V. De voeding is ± 25 V. Verder



Figuur 2.4: Voorversterker.

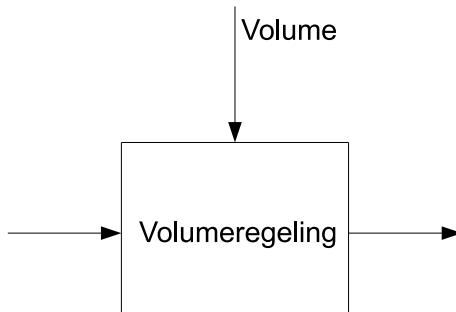
geldt bij spanningsversterkers dat de ingangsimpedantie zo hoog mogelijk, bij voorkeur ∞ , en de uitgangsimpedantie zo laag mogelijk, bij voorkeur 0, is. Dit voorkomt signaalverlies (ga dit na). Om toch enige getallen te noemen, wordt hier een ingangsimpedantie van $\geq 47 \text{ k}\Omega$ genomen. Dit getal wordt vaak gehanteerd in audiosystemen. Voor de uitgangsimpedantie wordt als richtwaarde $< 100m\Omega$ genomen.

Basisfunctie	Voorversterker
Ingangen	Audio in: 0.5V_piek Voeding: ± 25 V DC
Uitgang(en)	Audio uitgang: 5V_piek
Functie	Versterk de ingangsspanning met een factor 10. De uitgangsgrootte is: spanning . Spanningversterker met zo hoog mogelijke ingangsimpedantie ($\geq 47 \text{ k}\Omega$) en zo laag mogelijke uitgangsimpedantie $< 100m\Omega$.

Tabel 2.2: Specificaties van de voorversterker

2.6.2 Volumeregeling

De volumeregeling heeft als ingangssignaal een signaal ‘volume’ dat de verzwakking moet regelen en een ingangssignaal dat het uitgangssignaal van de voorversterker is. De specificaties worden in tabel 2.3 opgesomd. Het is in principe mogelijk om de volumeregeling te realiseren met een



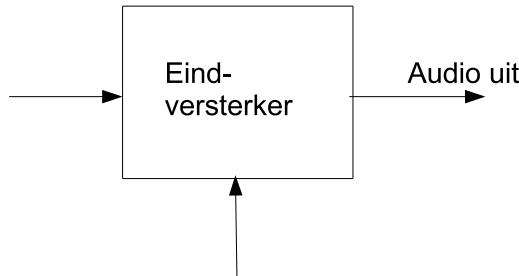
Tabel 2.3: Specificaties van de volumeregeling

Basisfunctie	Volumeregeling
Ingangen	Audio in: $5V_{\text{piek}}$ Voeding: Geen, blijkt niet noodzakelijk
Uitgang(en)	Audio uitgang: $0-5 V_{\text{piek}}$
Functie	Verzwakt het ingangssignaal tussen oneindig en nul keer. minimale belasting voor voorversterker en max. bronweerstand eindversterker: $1 k\Omega$

versterker waarvan de versterking regelbaar is. Dat is één van de mogelijkheden die de ontwerper moet overwegen. Hier is er voor gekozen om de volumeregeling passief uit te voeren.

2.6.3 Eindversterker

De eindversterker krijgt maximaal 5 V ingangssignaal en levert daarbij maximaal 20 V audio signaal aan de luidspreker. Natuurlijk wordt ook de $\pm 25 V$ voeding aangeboden. De specificaties worden in tabel 2.4 opgesomd.



Tabel 2.4: Specificaties van de eindversterker.

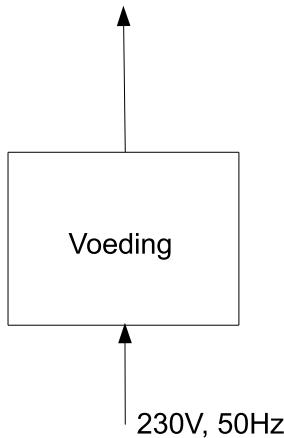
Basisfunctie	Eindversterker
Ingang	Audio in: $0-5V_{\text{piek}}$ Voeding: $\pm 25 V$
Uitgang(en)	Audio signaal: $20 V_{\text{piek}}, 2.5 A_{\text{piek}}$
Functie	Versterkt de ingangsspanning 4 keer en levert tot max. 2.5 A aan een resistieve belasting van 8Ω . Ingangsimpedantie: zo hoog mogelijk ($\geq 47 k\Omega$) en zo laag mogelijke uitgangsimpedantie $< 100m\Omega$.

2.6.4 De voeding

Het systeemontwerp tot op basisfunctieniveau is afgerond. De blokken die de basisfuncties moeten uitvoeren, moeten echter van energie voorzien worden. Een voeding is daarom altijd een noodzakelijke additionele basisfunctie, die daarom net zo zorgvuldig ontworpen moet worden als de basisfuncties die bij elkaar de vereiste functionaliteit vormen.

Tabel 2.5: Specificaties van de voeding.

Module	Voeding
Ingang	Lichtnet: $230V, 50Hz$
Uitgang(en)	$\pm 25 V$ DC, $3.0 A$, 'regulatie' beter dan 1%
Functie	Zet $230V, 50 Hz$ om in een positieve- en negatieve $25 V$ gelijkspanning en levert voldoende stroom aan alle modules.



Figuur 2.5: Voeding van het audiosysteem.

Het ingangssignaal van de voeding is de energie van het lichtnet, het uitgangssignaal een symmetrische voeding, zoals figuur 2.5 en tabel 2.5 tonen.

De functie en de specificaties van alle blokken zijn nu beschreven. Wat nu rest is het ontwerpen van een elektrisch circuit dat de functie van het blok uitvoert en dat ook nog eens volgens de specificaties.

2.7 Circuit of implementatie niveau

Op dit niveau worden de blokken van het blokdiagram geïmplementeerd. De (wiskundige) functie die het blok moet uitvoeren wordt vertaald naar een elektrisch schema. Dit is het ingewikkeldste en slechtst beschreven deel van het ontwerpproces van elektronica.

Het systeemontwerpproces zoals tot nu toe beschreven is, kan (met kleine verschillen) in de literatuur teruggevonden worden (bijv. [7]). Veel kant-en-klare schakelingen zijn ook in de literatuur terug te vinden, bijvoorbeeld [8]. Het probleem is echter dat de literatuur over het ‘ontwerpen’ van circuits zich meestal richt op het analyseren van schakelingen en vanuit deze analyse de specificaties presenteert. Van een ontwerper wordt echter het omgekeerde verwacht.

Wat daarom veel waargenomen wordt bij studenten en bedrijven waar amper ontwerpkenis aanwezig is, is dat naar schakelingen gezocht wordt (in boeken en op internet) die min of meer doen wat nodig is. Wanneer de specificaties toevallig blijken overeen te komen, of beter zijn, met wat vereist is, dan is het ‘ontwerpproces’ verder eenvoudig: nabouwen. Als de specificaties niet overeenkomen moet de schakeling aangepast worden. Vaak gebeurt dat door de schakeling in een simulatieprogramma of in het echt na te bouwen, waarna min of meer op goed geluk componentwaardes veranderd worden in de hoop op een schakeling uit te komen die wel aan de specificaties voldoet. Dit is de ‘trial and error (horror) methode’. Afhankelijk van veel geluk kunnen er twee, tien of misschien wel honderd iteraties nodig zijn. Het is echter heel goed mogelijk dat het op deze manier helemaal niet lukt.

Het is overigens niet zo dat de bestaande schakelingen uit de literatuur niet gebruikt mogen worden. Als men dat doet moet men echter wel het gedrag en de eigenschappen van de schakeling goed begrijpen, zodat, zonder tot trial-and-error te vervallen, de specificaties aangepast kunnen worden. Hier komen we later op terug.

In de volgende hoofdstukken zal een methode worden aangereikt die het de ontwerper mogelijk maakt om schakelingen te ontwerpen die aan de specificaties voldoen. Door deze methode toe te passen kan men tot schakelingen komen die in de literatuur beschreven zijn, maar de

ontwerper weet nu hoe het gedrag (specificaties) van de schakeling te beïnvloeden. Het is echter ook heel goed mogelijk dat een schakeling ontworpen wordt die nieuw is. Door de systematische ontwerp methode is in zo'n geval de creativiteit van de ontwerper in de juiste richting gestuurd. Creativiteit is voor een ontwerper belangrijk, maar moet wel gestuurd worden. Creativiteit ‘in het wilde weg’ levert in de elektronica niets op.

2.8 Device- of componentenniveau

De schakeling wordt uiteindelijk opgebouwd met praktische componenten, elk met zijn eigen fysieke en praktische beperkingen.

In het eerstejaar zijn de belangrijke passieve componenten weerstand, spoel en condensator, en de actieve componenten operationele versterker en de verschillende typen transistoren behandeld. Deze zullen hier niet opnieuw behandeld worden. Er wordt vanuit gegaan dat de student deze componenten kent en zowel de theorie als de praktijk van de componenten beheert.

2.9 Opgaven

1. Het systeem in figuur 2.3 toont een implementatie van een audiosysteem met een volumeregeling tussen de voorversterker en de eindversterker in. Stel, men kiest er voor om de volumeregeling na de eindversterker te plaatsen. Beschrijf de consequentie hiervan.
2. Geef de functionele specificatie van een radio.

Hoofdstuk 3

Systematisch Ontwerpproces

Dit vak richt zich verder op het circuitniveau. Een blok uit het blokdiagram, met bijbehorende specificaties, moet omgezet worden naar een schakeling die aan die specificaties voldoet.

Elke schakeling die men ontwerpt heeft beperkingen. De ontwerper dient zich bewust te zijn van deze beperkingen en daar rekening mee te houden in het ontwerp.

Ontwerpen is een ingewikkeld proces. Om het ontwerpproces van schakelingen hanteerbaar te maken, maken we gebruik van *classificatie*, *orthogonalisatie*, *vereenvoudiging* en *hiërarchie* [5].

Dit hoofdstuk brengt verder de fundamentele en praktische beperkingen die voor elke schakeling gelden in kaart.

3.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk dient de student:

- te weten wat orthogonalisatie, vereenvoudiging en hiërarchie inhouden.
- de voordelen van classificatie weten.
- de beperkingen van een elektronische implementatie kunnen benoemen.
- te weten wat informatieverwerkende- of kanaalcapaciteit is en waardoor die wordt beperkt.
- de kanaalcapaciteit kunnen uitrekenen.

3.2 Classificatie als hulpmiddel bij ontwerpen

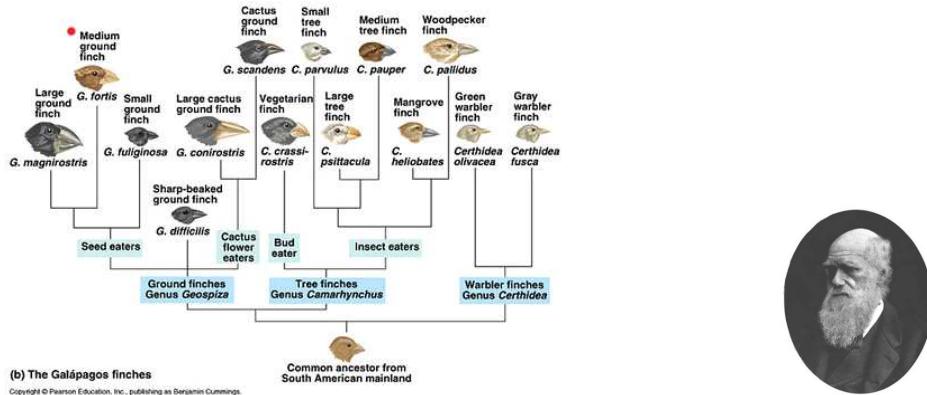
Het gebruiken van schakelingen die uit de literatuur bekend zijn, is natuurlijk niet verboden¹. Zolang de schakeling maar niet rücksichtslos wordt toegepast en het gedrag niet met behulp van trial and error wordt fijngeregeerd, maar door grondige analyse het verband tussen de parameters van de schakeling en zijn gedrag duidelijk zijn geworden, kunnen deze schakelingen worden toegepast.

Het probleem is echter al in het voorwoord beschreven: conventionele elektronica boeken beschrijven veelal oplossingen voor geïsoleerde ontwerpproblemen. Mogelijke alternatieven komen meestal niet of nauwelijks ter sprake. Aspirant-ontwerpers leren daardoor slechts een (te beperkt) aantal standaardoplossingen die ze modifiseren voor hun toepassing. Dit modifiseren gebeurt over het algemeen heuristisch (via trial and error of iets vriendelijker verwoord: evolutie). Het aandeel van conventionele elektronica boeken in de literatuur is veel groter dan dat van elektronica boeken die zich op ontwerpstrategieën richten. Hoe dan toch de conventionele literatuur te gebruiken vanuit een ontwerpoogpunt? Hiervoor moet een ordening in de ‘chaos’ van gepresenteerde schakelingen worden aangebracht.

Zo’n poging om een ordening aan te brengen heet een classificatie. In een classificatie worden schakelingen met eenzelfde soort eigenschap in één groep ingedeeld [2]. Er wordt geprobeerd om bij elke classificatieslag slechts op één eigenschap te letten. Zo ontstaat een classificatieboom, die de ontwerper kan helpen om de juiste schakeling te kiezen.

1. Toepassen van systematische ontwerpmethodieken kan tot een schakeling leiden die uit de literatuur bekend is.

Dit classificatieproces is te vergelijken met wat door Charles Darwin met diersoorten is gedaan. In de grote, overkoepelende, diersoort ‘vogels’, heeft hij de klasse ‘vink’ genomen en daarin een subclassificatie van vinkenfamilies aangebracht. Figuur 3.1 toont deze classificatie.



Figuur 3.1: Classificatie van vinkenfamilies (links) en Darwin (rechts). Bron vinkenfamilie: www.slideshare.net en Darwin: www.natuurinformatie.nl

Als voorbeeld kunnen we een classificatie van versterkers maken (gebaseerd op de classificatie in [9]). Als uitgangspunt hebben we de basissignaalbewerkingsfunctie ‘versterker’. De ingangs- en uitgangsgrootheden kunnen spanning en stroom zijn, maar ook vermogen. Meestal wordt naar spanning of stroom gekeken. Dat levert dus de volgende mogelijke combinaties op

1. spanning in, spanning uit
2. spanning in, stroom uit
3. stroom in, spanning uit
4. stroom in, stroom uit.

De verschillende versterkerfamilies zullen dus minimaal één van de vier overdrachten moeten kunnen bewerkstelligen. Vaak lukt het om met elke gevonden verstekersubklasse alle vier de soorten overdrachten te realiseren.

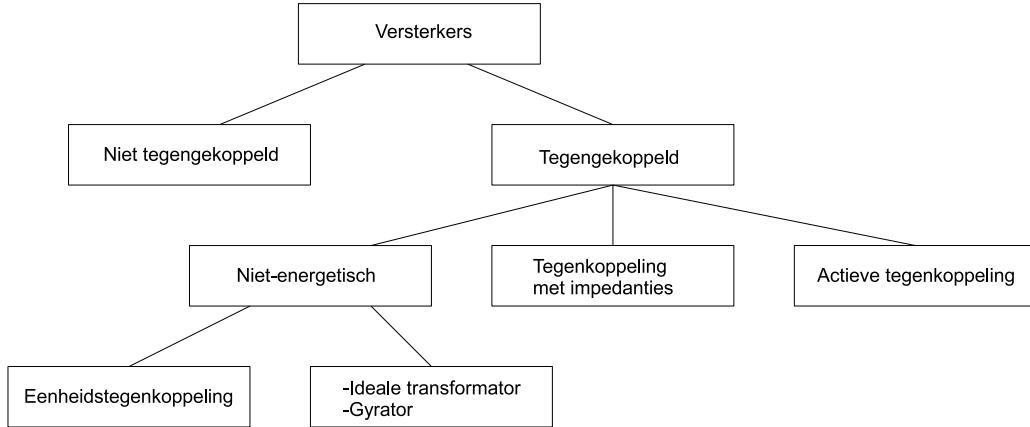
Er kunnen versterkers met en zonder tegenkoppeling worden onderscheiden (zie fig. 3.2). Versterkers zonder tegenkoppeling bestaan vaak uit enkele transistorschakelingen met over het algemeen een onnauwkeurige overdracht van lagere kwaliteit dan die van tegengekoppelde versterkers. Vooral de vervorming die optreedt kan een probleem zijn. In het eerste jaar zijn dit soort versterkers behandeld bij de bipolaire transistor en de veldeffect transistor. Tegenwoordig worden dit soort versterkers voornamelijk nog bij hoogfrequent toepassingen gebruikt, waarbij (LC) resonantiekringen worden toegepast om o.a. vervorming van het signaal te beperken.

De grootste klasse van versterkers is de versterker met tegenkoppeling. De nauwkeurigheid van de overdracht van deze klasse is groter dan die van de klasse niet-tegengekoppelde versterkers. Op deze familie kan weer een subclassificatie worden toegepast: er kan niet-energetische tegenkoppeling (in de tegenkoppeling vindt geen vermogensdissipatie plaats), tegenkoppeling met impedantie netwerken en actieve tegenkoppeling worden onderscheiden.

Theoretisch kunnen niet-energetisch tegengekoppelde versterkers met ideale transformatoren (geen koper- of ijzerverliezen) of gyratoren (theoretisch component²) worden gerealiseerd. Praktisch bestaat de gyrorator niet en is het een probleem om transformatoren te vinden die het ideaal goed genoeg benaderen. Daarom blijven in de praktijk vaak slechts de versterkers met eenheidstegenkoppeling te realiseren: de spanningsvolger (bijvoorbeeld de emittervolger, de sourcevolger) en de stroomvolger (bijvoorbeeld de gemeenschappelijke basis/gate-schakeling). Bij niet-energetische tegenkoppeling vindt geen vermogensverlies in de tegenkoppeling plaats.

In het geval van eenheidstegenkoppeling neemt de amplitude van het signaal niet toe. Door tegenkoppeling met transformatoren toe te passen kunnen breedbandige versterkers gerealiseerd

2. Een gyrorator is een tweepoort waarvoor geldt $U_{in} = -RI_{uit}$ en $U_{uit} = RI_{in}$, waarbij R de overdracht is [10].



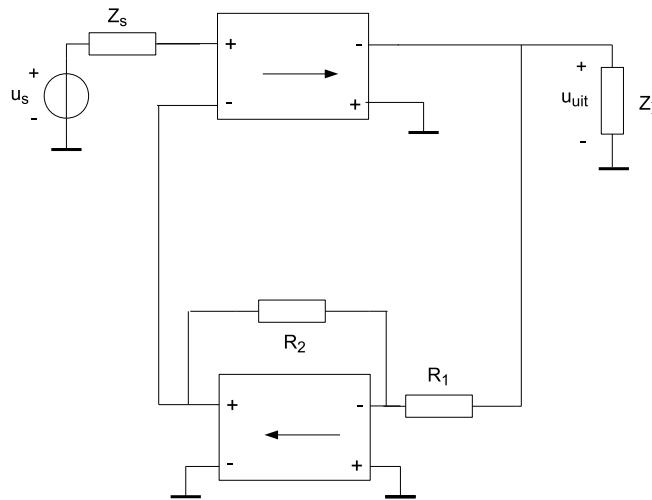
Figuur 3.2: Classificatie van versterkers.

worden die de signaal-ruis verhouding minimaal verslechteren en minimaal verlies van uitgangsvermogen vertonen [9]. Daarentegen is deze versterker minder geschikt voor het bewerken van laagfrequente signalen.

Tegenkoppeling met impedanties levert nauwkeurige versterkers op die ruisarm te houden zijn, hoewel ze een slechter ruisgedrag vertonen dan versterkers die gerealiseerd zijn met een ideale transformator of gyrator. Deze subklasse zal uitgebreid in hoofdstuk 6 behandeld worden.

Bij versterkers met actieve tegenkoppeling, zit er een (al dan niet tegengekoppeld) actief component in de tegenkoppeling. Wanneer het door bijvoorbeeld lage voedingsspanningen niet mogelijk is om de spanning of stroom direct in de belasting te meten, kan de stroom/spanning in een dummy belasting gemeten worden door middel van actieve tegenkoppeling. Dit wordt in low-voltage, low-power i.c. technologie toegepast [11] en zal daarom hier niet verder besproken worden.

Door gebruik te maken van tegengekoppelde actieve componenten in de tegenkoppeling, kunnen versterkers met speciale overdrachten worden gerealiseerd. Een voorbeeld hiervan is een inverterende spanningsversterker met een oneindig hoge ingangsimpedantie en tevens een redelijk ruisgedrag, zie fig. 3.3. Dit is niet mogelijk met tegenkoppeling met impedanties. De spanningsver-



Figuur 3.3: Inverterende spanningsversterker.

sterking is groter dan één indien $R_1 > R_2$. Als R_2 een relatief lage waarde heeft, is dat bevorderlijk

voor een laag ruisgedrag.

Het valt op dat in figuur 3.2 geen schakelingen gepresenteerd zijn. Een volgende stap voor een ontwerper kan zijn om in elektronica boeken schakelingen op te zoeken die binnen elke subklasse behoren. Met behulp van de eerder gegeven discussie en de resultaten van de analyses van de schakelingen die in die elektronica boeken is gegeven, kan de ontwerper een gerichte keuze maken voor de (sub)klasse versterker en de uiteindelijke schakeling.

Ter verdere illustratie van het concept classificatie worden in dit dictaat enkele voorbeelden uitgewerkt. Hoofdstuk 4 presenteert daarom een classificatie van basissignaalbewerkingsfuncies. In hoofdstukken 8 en 9 zullen een classificatie van filters en oscillatoren gegeven worden. Hoofdstuk 6 zal uitgebreid ingaan op het ontwerpen van versterkers met tegenkoppelnetwerken die met impedanties gerealiseerd zijn.

3.3 Orthogonalisatie

Orthogonalisatie betekent dat we ons steeds met één ontwerpaspect bezighouden en de andere ontwerpaspecten buiten beschouwing laten. We gaan er vanuit, of zorgen er voor dat we daar vanuit kunnen gaan, dat het ontwerpaspect waarmee we ons bezighouden geen invloed heeft op de andere aspecten.

Een vorm van orthogonalisatie hebben we gezien bij het blokschema in hoofdstuk 2. Elk blok in dit blokschema wordt met een elektronische schakeling gerealiseerd. Wanneer zo'n schakeling wordt ontworpen, worden de (te ontwerpen) schakelingen in de andere blokken buiten beschouwing gelaten.

Ook bij het ontwerpen van schakelingen wordt orthogonalisatie toegepast: bij versterkers, bijvoorbeeld, worden het tegenkoppelnetwerk en het acieve deel onafhankelijk van elkaar ontworpen. Bij het ontwerpen van filters worden de integratoren onafhankelijk van eventuele vermenigvuldig- of optelacties ontworpen.

3.4 Vereenvoudiging

Het ontwerpen van elektronica is moeilijk. Als direct met alle mogelijke fysische aspecten van de elektronica rekening gehouden moet worden, raakt de ontwerper het overzicht kwijt en ziet door de bomen het bos niet meer. Daarom passen we vereenvoudiging toe.

We starten met zo eenvoudig mogelijke modellen en sluiten op basis van die eenvoudige modellen (al dan niet aan de hand van eenvoudige berekeningen) verkeerde ontwerpkeuzes uit en kiezen voor een, of de enige, juiste keuze. Vervolgens voegen we meer details aan het model toe en evalueren vervolgens de effecten, met de hand of met behulp van een simulator. Dit proces wordt herhaald totdat het model de werkelijkheid zoveel als gewenst/mogelijk is uitgebreid.

Bij het ontwerpen van versterkers, bijvoorbeeld, gaan we in eerste instantie uit van nullors en ideale operationele versterkers (opamps) en ideale weerstanden en condensatoren. Als blijkt dat met deze ideale componenten het gewenste versterker gedrag niet te halen is, behoeven we niet eens de moeite te nemen om de effecten van niet-idealiteiten te analyseren. Met die uitgebreidere modellen zal het gewenste gedrag helemaal niet bereikt worden³.

Vervolgens kunnen de effecten van niet-ideaal opamp gedrag of parasitaire capaciteiten op de ruis en bandbreedte gevalueerd en geoptimaliseerd worden, waarna de effecten van offset aan de beurt zijn. Bij elke stap worden er dus meer niet-idealiteiten in de modellen van de componenten opgenomen.

Merk op dat naast een toenemende complexiteit van de modellen in de vorige alinea ook een zekere hiërarchie in de stappen is aangegeven.

3. Indien dit wel het geval zou zijn, is er bij de ontwerpstap met de eenvoudige modellen een fout gemaakt.

3.5 Hiërarchie

In hoofdstuk 2 hebben we al gezien dat het hele ontwerp van een systeem in verschillende stappen, hiërarchieën, opgedeeld kan worden. Dit geldt eveneens voor het ontwerpen van schakelingen voor basissignaalbewerkingsfuncties. Hierbij is het belangrijk dat ontwerpbeslissingen die op een hoger hiërarchisch niveau genomen zijn, op lagere hiërarchische niveaus blijven gelden.

Bij het ontwerpen van versterkers, bijvoorbeeld, wordt de overdracht van het tegenkoppelnetwerk ontworpen voordat het ruisgedrag geoptimaliseerd wordt. Bij het optimaliseren van het ruisgedrag kunnen de componentwaardes van het tegenkoppelnetwerk worden bepaald. Hierbij moet er voor gezorgd worden dat de overdracht van het tegenkoppelnetwerk niet veranderd, anders gaat het totale ontwerpproces fout.

Mocht op een zeker ontwerp niveau blijken dat het geen gewenst is, onmogelijk ontworpen kan worden, dan moet men terug naar het daarboven liggende hiërarchische niveau om daar een andere ontwerpkeuze te maken. Wederom blijft nu gelden dat ontwerpkeuzes in de daarboven liggende niveaus blijven gelden.

3.6 Informatieverwerkende capaciteit

Er kunnen hoge eisen aan elektronische schakelingen gesteld worden. De schakelingen zullen echter altijd met beperkingen te maken krijgen. Deze kunnen van velerlei aard zijn. Er zijn echter maar drie fundamentele beperkingen waar iedere schakeling mee geconfronteerd wordt [5]:

- Ruisvermogen (N)
- Signaalvermogen (S)
- Bandbreedte (B)

Tesamen bepalen zij de zogenaamde *kanaalcapaciteit*, C , de maat voor de hoeveelheid informatie die de schakeling per seconde kan verwerken (digitale schakelingen: bit/seconde). Shannon heeft bewezen dat C gegeven wordt door [12]:

$$C = B \cdot \log_2 \left(\frac{S+N}{N} \right) \approx 3.322B \cdot \log_{10} \left(\frac{S+N}{N} \right) \quad (3.1)$$

Het ultieme doel van een ontwerper is om C te maximaliseren [5]. C is rechtevenredig met de bandbreedte B , zoals formule (3.1) laat zien, terwijl het *dynamisch bereik* (DR) $((S+N)/N)$ in de logaritme zit. Een vergroting van de bandbreedte levert dus een grotere bijdrage aan C dan een vergelijkbare vergroting van het dynamisch bereik [5].

Voor een grote kanaalcapaciteit, het vermogen van bijvoorbeeld een elektronisch systeem, om veel informatie te verwerken, is een grote bandbreedte van belang. Wanneer we gebruik zouden kunnen maken van signalen met een beperkt dynamisch bereik, maar een grote bandbreedte in combinatie met schakelingen met een grote bandbreedte, is het mogelijk een grote kanaalcapaciteit te bereiken. Digitale signalen en schakelingen voldoen aan deze beschrijving en worden daarom vaak toegepast [5].

Dat we in geval van digitale signalen meer ruis kunnen toestaan voordat C te klein wordt, komt doordat we hebben afgesproken dat de informatiestroom slechts twee (i.g.v. binaire signalen) waarden kan aannemen. De informatie kan weer compleet worden teruggevonden wanneer de informatiestroom vervuld raakt met ruis. Een signaal dat op een ‘1’ lijkt is een ‘1’, een signaal dat op een ‘0’ lijkt is een ‘0’. Deze signaalafspraak (codering) maakt het dus makkelijker om ruisvervuiling te weerstaan [2].

Helaas kun je door deze afspraak wel minder informatie in een stroom kwijt dan wanneer je meer waarden zou toelaten. Een digitale schakeling moet daarom vaak ‘harder werken’ dan een analoge, waar alle waarden zijn toegelaten, om dezelfde hoeveelheid informatie te verwerken en zal dan ook meer energie nodig hebben om dit te doen. Doordat de nullen en enen over het algemeen goed uit elkaar te houden zijn, wordt het eenvoudiger om hele grote systemen te maken zonder dat de ontwerper rekening hoeft te houden met de details van de basisschakelingetjes waaruit het systeem is opgebouwd [2]. De genoemde voordeelen wegen ruimschoots op tegen de nadelen van digitale signalen en -schakelingen. Daarom worden ze tegenwoordig veelvuldig gebruikt.

Het ontwerpen van analoge systemen met voldoende grote C is veel moeilijker, omdat veel meer rekening gehouden moet worden met de individuele eigenschappen van iedere basisschakeling [2]. In toepassingen waar bandbreedte een probleem is, zoals onder laagvermogens (laagspanning $\leq 1V$) condities of op zeer hoge frequenties of wanneer het signaal niet (binair) gecodeerd is, zal C geoptimaliseerd moeten worden door $(S + N)/N$ te optimaliseren [5]. Hier zullen analoge schakelingen voor gebruikt moeten worden. Een voorbeeld van deze laatst genoemde situatie is de interface tussen de ‘echte wereld’ via een sensor en de analoog-digitaal-omzetter (ADC). Het analoge signaal zal eerst door analoge circuits met voldoende grote C bewerkt moeten worden voordat de informatie digitaal gemaakt kan worden. Wanneer C te klein is, kan het voorkomen dat de informatie in de ruis ‘verzopen’ is. Al die mooie, eenvoudige digitale schakelingen zijn verder alleen maar de digitale versie van de ruis aan het verwerken... Het moge duidelijk zijn dat het ook in dit digitale tijdperk kennis en kunde van de analoge elektronica van groot belang is.

3.6.1 Fundamentele beperkingen

De kanaalcapaciteit wordt bepaald door de drie fundamentele beperkingen (of specificaties) bandbreedte, signaalvermogen en ruis. Elk van deze beperkingen zal in het ontwerp meegenomen moeten worden. De bandbreedte zal voldoende groot moeten zijn om het volledig frequentiebereik van de informatiestroom te omvatten, de ruis zal zo klein moeten zijn dat het kleinste signaal (amplitude) nog met voldoende zekerheid van de ruis is te onderscheiden en het signaalvermogen moet zo groot mogelijk gemaakt worden, zonder dat er onacceptabele vervorming van het uitgangssignaal van de schakeling optreedt.

Het is gebleken dat het mogelijk is deze drie fundamentele beperkingen afzonderlijk te optimaliseren in het ontwerp [5]. Bij het ontwerpen van versterkers, zoals bijvoorbeeld die van figuur 6.4(c), wordt de orthogonaliteit van de drie ontwerpaspecten gedemonstreerd doordat:

- Wanneer de ruisaspecten bekeken worden, worden signaalvermogensaspecten, zoals vervorming, genegeerd. Het frequentiegedrag wordt wel meegenomen, maar de bandbreedte van de hele schakeling niet.
- Wanneer de signaalvermogensaspecten geëvalueerd worden, worden ruis en bandbreedte-aspecten buiten beschouwing gelaten.
- Wanneer de bandbreedte geëvalueerd wordt, worden de ruis en signaalvermogensaspecten buiten beschouwing gelaten.

Wanneer een signaal zo groot wordt dat het niet meer ‘tussen de voedingsrails’ past, treedt er een ernstige vorm van vervorming op: ‘clipping’ of ‘klippen’. De amplitude van het ingangssignaal verandert nog wel, maar het uitgangssignaal verandert niet meer mee. Er gaat nu dus informatie verloren. Dat mag niet voorkomen. Bij het ontwerpen van analoge schakelingen moet er dus steeds voor gezorgd worden dat bij maximale uitsturing het uitgangssignaal onvervormd is en dus kleiner blijft dan de voedingsspanning of de te leveren stroom kleiner blijft dan wat de voeding kan leveren.

Naast clipping vervorming (of harde vervorming) bestaat zwakke vervorming ook. Dit wordt veroorzaakt door de niet-lineaire karakteristieken van de gebruikte transistoren. Ten gevolge van zwakke vervorming gaat (bij eerste orde benadering) geen informatie verloren, maar worden er boventonen van het ingangssignaal (signalen op 2, 3, 4, 5 enz. keer de frequentie van het ingangssignaal) aangetroffen in het uitgangssignaal. Voor methodes om dit type vervorming te minimaliseren wordt verwezen naar [5][13][14].

In het eerste jaar is de bepaling van de bandbreedte van versterkers met een opamp implementatie behandeld. Dat zal hier kort herhaald worden. Voor een uitgebreidere behandeling wordt naar de studieboeken van het eerste jaar verwezen.

Naast deze fundamentele beperkingen kan de correcte werking van elektronica ook in gevaar gebracht worden door elektromagnetische verstoringen veroorzaakt door andere schakelingen: ‘storing’. Hoe storing te beperken is het onderwerp van het vak ElektroMagnetische Compatibiliteit (EMC). Voor het speciale geval van beperken van storing in tegengekoppelde versterkers wordt naar [14] verwezen.

3.6.2 Implementatie beperkingen

In⁴ de wiskunde is het bereik van de (meeste) operatoren onbeperkt. Optellen, bijvoorbeeld, is geldig voor elke operand: $a + b = c$.

In de elektronica zijn er over het algemeen randvoorwaarden waar de operanden aan moeten voldoen. Hun waarden kunnen bijvoorbeeld beperkt worden door de voedingsspanningen om klippen te voorkomen.

$$U_a + U_b = U_c \quad (3.2)$$

wanneer geldt dat $U_a < U_v$, $U_b < U_v$, $U_c < U_v$. Anders geldt $U_c = U_v$. Waarbij U_v de voedingsspanning is. Er is blijkbaar een maximale waarde voor de operanden. Boven deze waarden treedt er clipping-vervorming op en gedraagt de schakeling zich niet meer als opteller. Het maximale signaalvermogen S is dus beperkt.

Er is ook een minimale waarde voor de operanden. In de wiskundige beschrijving is de optelling oneindig nauwkeurig. Beschouw de volgende optelling:

$$1 + 1 = 2 \quad (3.3)$$

Het resultaat van de optelling van de twee operanden die exact gelijk zijn aan ‘1’, is exact gelijk aan ‘2’. Er zijn geen onnauwkeurigheden of toleranties. In de elektronica is het onmogelijk de operanden een oneindige nauwkeurigheid te geven. Er kan slechts een bereik opgegeven worden waar operand zich met een zekere waarschijnlijkheid bevindt. Bijvoorbeeld:

$$1' \in <0.9, 1.1> |_{90\%} \quad (3.4)$$

Ook het resultaat van de optelling heeft een zekere nauwkeurigheid. Daardoor zou het elektronische equivalent van formule (3.3)

$$0.98 + 1.09 \approx 2.03 \quad (3.5)$$

kunnen zijn.

Het heeft geen zin informatie met een grotere nauwkeurigheid door deze elektronische schakeling te laten verwerken. De details van het signaal zullen verloren gaan. Net zoals stochastische ruis (zoals de ruis die door weerstanden gegenereerd wordt) zorgen componenttoleranties ook voor onnauwkeurigheden, fouten, in de signaaloverdracht.

Elke elektronische schakeling heeft, zoals aangetoond, een beperkt ingangs- en uitgangsbereik. Het maximum wordt beperkt door het maximaal toegestane signaalvermogen S en het minimum wordt beperkt door de ruis (N), die kleine details in de informatie kan maskeren. De combinatie van beide geeft het dynamisch bereik van signalen en schakelingen en is een belangrijke kwaliteitsfactor van elektronische schakelingen. In hoofdstuk 5 wordt nader ingegaan op de begrippen ruis en dynamisch bereik.

Naast ruis en signaalvermogen hebben we als beperkende factor de snelheid waarmee bewerkingen uitgevoerd kunnen worden. Snelheid is niet gedefinieerd voor de operator ‘+’ in formule (3.3). De elektronische implementatie van ‘+’ zal echter enige tijd nodig hebben om het resultaat van de optelling te bepalen. De operanden mogen dus niet sneller veranderen dan ‘+’ kan optellen. Snellere veranderingen worden niet ‘gezien’ door de schakeling en dragen niet bij tot het resultaat aan de uitgang van ‘+’. De operator heeft een beperkte bandbreedte, B , die uiteraard groter of gelijk moet zijn aan de bandbreedte van de informatie. Bandbreedte in combinatie met DR geeft weer de signaalverwerkende capaciteit, C , zoals die in formule (3.1) gegeven is.

3.7 Synthese van schakelingen

Bij het ontwerpen van schakelingen kunnen verschillende niveau’s van complexiteit worden onderscheiden. Men start met de eenvoudigste (ideale) modellen (vereenvoudiging). Als de gewenste signaalbewerkingsfunctie hiermee ontworpen is, stapt men over naar modellen die iets ingewikkelder en nauwkeuriger zijn. Dit verhoogt de nauwkeurigheid, maar vergroot de complexiteit van de

4. Deze paragraaf is vertaald en bewerkt uit [5]

(hand)berekeningen. Op elk van deze niveau's worden ontwerpkeuzes gemaakt. Om een efficiënte manier van ontwerpen te bereiken, moet elke ontwerpkeuze geldig, en dus ongewijzigd blijven, voor de rest van het ontwerp [5].

Het aanbrengen van *hiërarchie* is bovendien een effectieve manier om de complexiteit van het ontwerpproces te verkleinen. Als voorbeeld kunnen we tegengekoppelde versterkers nemen. In elke tegengekoppelde versterker kunnen twee belangrijke blokken worden onderscheiden: het tegenkoppelnetwerk en het actieve deel. Het is mogelijk een van beide te ontwerpen, terwijl ideaal gedrag van de ander wordt verondersteld. Op deze manier wordt het ontwerp van een tegengekoppelde versterker opgedeeld in het ontwerp van twee eenvoudiger sub-circuits.

Het principe van hiërarchie zal aan de hand van het voorbeeld ‘versterkers’ gedemonstreerd worden in hoofdstuk 6. Andere signaalbewerkingenfuncties kunnen op soortgelijke wijze beschouwd worden. Op het allerhoogste hiërarchische niveau, hebben we eenvoudige, ideale, modellen waarmee op basis van eenvoudige redenaties de eerste correcte ontwerpkeuzes gemaakt worden. Deze blijven gelden op de daaronder liggende niveau’s, waarvan de complexiteit en daarmee de nauwkeurigheid van het ontwerp toeneemt. Met andere woorden, bij ieder lager hiërarchisch niveau zal het theoretische gedrag van de schakeling de werkelijkheid steeds meer benaderen. In hoofdstukken 6 en 8 zal dit proces gedemonstreerd worden.

3.8 Opgaven

1. Vertel in eigen woorden wat vereenvoudiging inhoudt.
2. Wat betekent orthogonalisatie?
3. Waarom is het vrijwel onmogelijk om een versterker exact 2.000000000 keer te laten versterken?
4. Wat zijn de fundamentele grenzen bij signaaloverdracht?
5. Bepaal de kanaalcapaciteit wanneer de ruis $10^{-12}V^2$, het signaalvermogen $(10 \text{ mV})^2$ is en de bandbreedte 10MHz is.
 - (a) De ruis wordt een factor twee kleiner. Bereken de nieuwe waarde van C .
 - (b) De ruis krijgt zijn oorspronkelijke waarde terug. Het signaalvermogen wordt nu een echter $(20 \text{ mV})^2$. Bereken de nieuwe waarde van C .
 - (c) Het signaalvermogen krijgt zijn oude waarde terug. Nu wordt de bandbreedte twee keer zo groot. Bereken de nieuwe waarde van C .
 - (d) Bediscussieer wat de effecten van de 3 bovenstaande veranderingen zijn op C en welke verandering het grootste effect heeft en waarom.

Hoofdstuk 4

Signaalbewerkingsfuncties

4.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk kent de student de volgende elementaire signaalbewerkingsfuncties en weet hij dat complexe systemen zijn te realiseren door combinaties van de signaalbewerkingsfuncties te maken:

- DC- opwekking, opwekking van een constante in het magnitude domein.
- Optellen en aftrekken, translatie in het magnitude domein.
- Versterking, expansie in het magnitude domein.
- Vergelijken (comparison), discriminatie in het magnitudedomein.
- Oscillatie, opwekken van een constante in het frequentiedomein.
- Conversie (mixing), translatie in het frequentiedomein.
- Filtering, discriminatie in het frequentiedomein.
- Vertraging (delay), translatie in het tijddomein.
- Switching, discriminatie in het tijddomein.
- Modulatie of codering, transitie van het ene domein naar het andere, bijvoorbeeld amplitude naar frequentie.

4.2 Introductie

Met behulp van elektronische schakelingen kunnen bewerkingen uitvoeren op signalen¹. Bij inventarisatie blijken er 23 principieel verschillende soorten signaalbewerkingen te zijn die men met elektronica kan bewerkstelligen. In dit hoofdstuk zullen we nader op de verschillende soorten signaalbewerkingsfuncties ingaan.

4.3 Classificatie van elektronische signaalbewerkingsfuncties

In deze paragraaf onderzoeken we hoeveel elektrische signalen er zijn per signaalbewerkingsblok en hun onderlinge relatie.

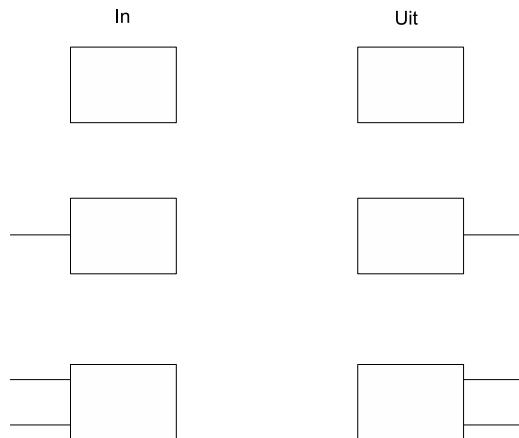
Elektrische signalen aan de ingang van een signaalbewerkingsfunctie kunnen:

- afwezig zijn, er zijn geen ingangssignalen.
- enkelvoudig zijn, er is één ingangssignaal.
- meervoudig zijn, er zijn meerdere ingangssignalen.

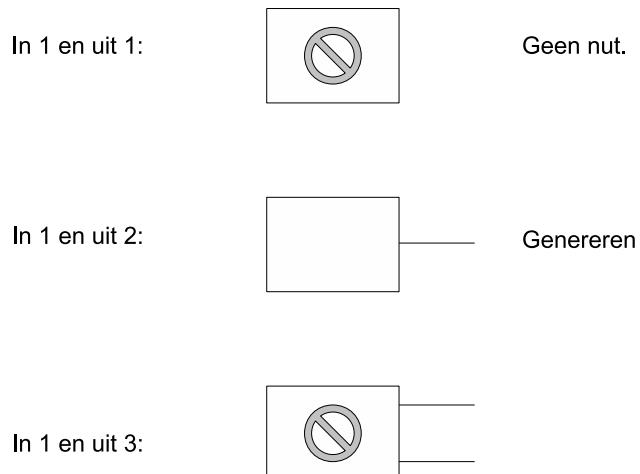
Hetzelfde geldt voor uitgangssignalen van een signaalbewerkingsfunctie. Zij kunnen ook afwezig, enkelvoudig of meervoudig zijn. Zie figuur 4.1, waarin meervoudige ingangs- en uitgangssignalen gerepresenteerd worden door twee ingangen respectievelijk uitgangen.

In principe zijn er dus $3 \cdot 3 = 9$ klassen van signaalbewerkingsfuncties samen te stellen, zoals in figuren 4.2, 4.3 en 4.4 getoond wordt. Het blijkt echter dat van de negen signaalbewerkingsfuncties er één geen nut heeft en dat er drie gerealiseerd kunnen worden met de vijf andere

1. Deze en de volgende paragrafen zijn een vertaalde en bewerkte versie van [15].



Figuur 4.1: Mogelijke combinaties van het al of niet voorkomen van ingangs- en uitgangssignalen.



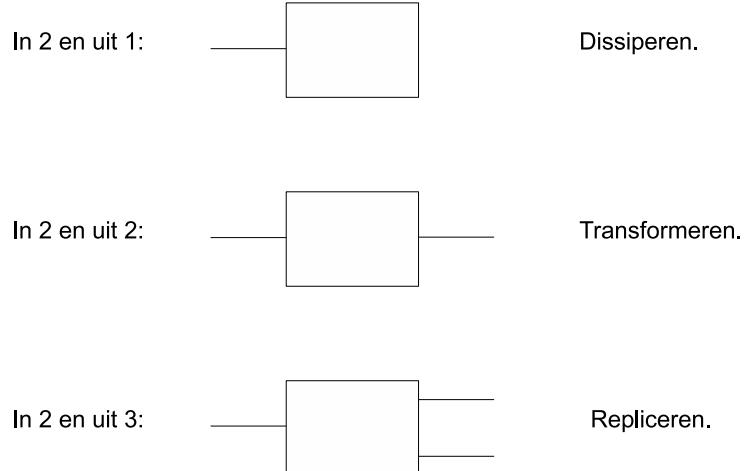
Figuur 4.2: Mogelijke signaalbewerkingsfuncties wanneer er geen ingangssignaal aanwezig is.

en dus geen basissignaalbewerkingsfuncties zijn. Deze vier zijn dus overbodig en daarom in zijn ze in de figuren aangegeven met een verbods bord. De overgebleven signaalbewerkingsfuncties zijn:

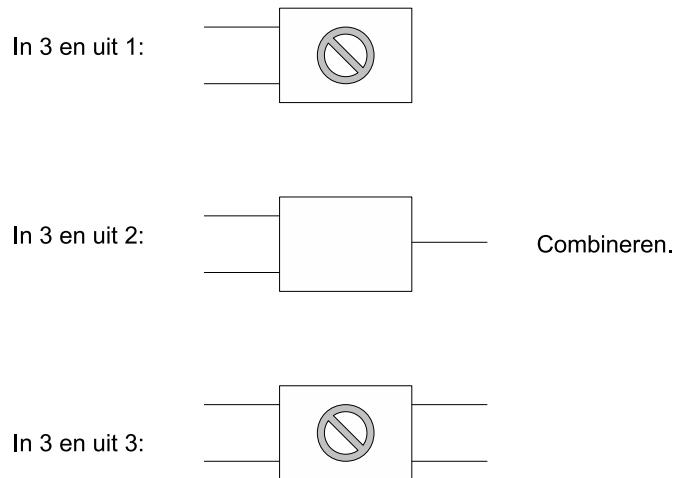
1. **Genereren**, er wordt een elektrisch uitgangssignaal opgewekt terwijl er geen ingangssignaal is.
2. **Dissiperen**, er is een elektrisch ingangssignaal aanwezig, maar geen elektrisch uitgangssignaal.
3. **Transformeren**, er wordt één uitgangssignaal gecreëerd uit één ingangssignaal.
4. **Repliceren**, er wordt meer dan één elektrische uitgangssignalen gecreëerd uit slechts één elektrisch ingangssignaal.
5. **Combineren**, er wordt één elektrisch uitgangssignaal gecreëerd uit meerdere elektrische ingangssignalen.

In het vervolg zullen we, voor de eenvoud, de combineerfunctie beschouwen met twee ingangssignalen in plaats van ‘meerdere’. Vaak zal één van de ingangssignalen *het ingangssignaal* genoemd worden en de ander *het regelsignaal of stuursignaal* (control signal). In het geval van meerdere ingangssignalen kan op een vergelijkbare manier als in de komende discussie de invloed van de overige ingangssignalen bepaald worden.

Genereren, repliceren en dissiperen zijn eenvoudig te beschrijven. Een nadere beschouwing van **transformeren** en **combineren** leert ons echter dat deze functies kunnen worden on-



Figuur 4.3: Mogelijke signaalbewerkingsfuncties wanneer er één ingangssignaal is.



Figuur 4.4: Mogelijke signaalbewerkingsfuncties wanneer er meerdere ingangssignalen zijn.

derverdeeld in drie subklassen:

1. **Translatie**, het uitgangssignaal is een verschoven versie van het ingangssignaal (en mogelijk een interne referentie), bijv. $y = x + a$ waarbij y het uitgangssignaal, x het ingangssignaal en a bijvoorbeeld een constante is.
2. **Expansie**, de relatie tussen de ingangs- en uitgangssignalen kan beschreven worden als een lineaire of niet-lineaire uitdrukking, bijv. $y = k \cdot x$ of $y = x^n$.
3. **Discriminatie**, de relatie tussen het uitgangssignaal en ingangssignaal kan geschreven

worden als een Boolese uitdrukking. In andere woorden, er wordt een onderscheid gemaakt tussen de ingangssignalen zelf en mogelijk een interne referentie.

Voordat we de bovenstaande classificaties gaan opsplitsen in hun elementaire signaalbewerkingsfuncties, bekijken we twee voorbeelden.

Het eerste voorbeeld betreft een **expanderende transformatie**. Volgens de bovenstaande definities heeft deze signaalbewerkingsfunctie één ingangssignaal en één uitgangssignaal en wordt hun relatie gegeven door een lineaire of niet-lineaire uitdrukking. Dit is bijvoorbeeld het geval bij een versterker. Versterking is een onontbeerlijke functie in bijna elk elektronisch systeem.

Het doel van een versterker is de informatie die aan zijn ingang wordt aangeboden met een grotere energie-inhoud aan zijn uitgangsklemmen ter beschikken te stellen aan de belasting. Dat doet hij door het ingangssignaal met een bepaalde factor te vergroten. Zijn ideale overdrachtsfunctie wordt gegeven door

$$y = k \cdot x \quad (4.1)$$

waarbij y het uitgangssignaal is, x het ingangssignaal en k de versterkingsfactor.

Nota bene, merk op dat de verzwakker (attenuator), de inverse functie van de versterker, ook in de klasse van **expanderende transformatie**, ook al spreek je in het geval van een verzwakker eerder over **compressie** in plaats van **expansie**.

Merk op dat wanneer een constante stroom door een (variabele) weerstand loopt er ook een vermenigvuldiging met een constante optreedt: $U = IR$. Hier kan gebruik van gemaakt worden om een weerstandsverandering, van bijv. een rekstrookje of temperatuurgevoelige weerstand, om te zetten naar een spanning die verder verwerkt en bewerkt kan worden.

Het tweede voorbeeld is een **expanderende combinator**. Volgens de definities moet deze functie meerdere ingangssignalen combineren tot één uitgangssignaal. De relatie tussen de ingangen en de uitgang moet ook weer met een (niet)lineaire vergelijking beschreven kunnen worden. Dit is het geval bij een *regelbare versterker* (controlled amplifier). Regelbare versterkers worden vaak toegepast in communicatiesystemen. Ze kunnen, bijvoorbeeld, aangetroffen worden in mobiele telefoons en radio-ontvangers. Het doel van een regelbare versterker is het dynamisch bereik van het ingangssignaal aan te passen aan het dynamisch bereik van de belasting aan de uitgang. Dat gebeurt door middel van een regelsignaal.

De ideale overdrachtsfunctie van de **expanderende combinator** wordt gegeven door

$$y = f(x_2) \cdot x_1 \quad (4.2)$$

x_1 , x_2 en y zijn respectievelijk het ingangssignaal, het regelsignaal en het uitgangssignaal.

Een populaire realisatie van een regelbare versterker is de *multiplier*. De AD734 en MLT04 zijn voorbeelden van multipliers in i.c.-vorm. In deze i.c.'s wordt de vermenigvuldigactie gerealiseerd met vier transistoren in een zogenaamde translineaire lus. De vermenigvuldiging vindt plaats in het stroomdomein en wordt gegeven door $I_y = I_{x2}I_{x1}/I_{\text{ref}}$. I_{x1} , I_{x2} , I_y en I_{ref} zijn respectievelijk de twee ingangssignalen (stromen), het uitgangssignaal (stroom) en een referentiestroom. Zie bijvoorbeeld [8] voor meer uitleg over de werking van de *multiplier*.

4.4 Elektrische signalen

We hebben nu klassen en sub-klassen van signaalbewerkingsfuncties gedefinieerd. Voordat we verder kunnen met het verder onderverdelen en het bepalen van de 23 signaalbewerkingsfuncties, moeten we naar elektronische signalen kijken. We beschouwen de eenvoudigste vorm.

$$x(t) = \alpha e^{j\phi} e^{j\omega t} = \alpha e^{j(\omega t + \phi)} \quad (4.3)$$

α is de magnitude, ω de hoekfrequentie, ϕ de fase en t de tijd. Elektronische signalen worden dus gekarakteriseerd door:

- tijd
- frequentie of fase
- magnitude

In principe kunnen we dus 'iets' met elk van deze drie grootheden doen.

4.5 Elementaire signaalbewerkingsfuncties

Er zijn vijf signaalbewerkingsfuncties (generatie, dissipatie, transformatie, replicatie en combinatie), waarvan er weer twee verder kunnen worden onderverdeeld in de drie sub-klassen translatie, expansie en discriminatie. Generatie, transformatie en combinatie kunnen plaatsvinden in het tijddomein, frequentie of fase en amplitude domein. In totaal vinden we nu de volgende 23 elementaire basissignaalbewerkingsfuncties^{2,3}:

1. **Genereren** kan in het tijddomein, frequentiedomein en magnitudedomein:
 - (a) **Generatie van tijd.** Een ‘tijd opwekker’ produceert gedurende bepaalde tijd een uitgangssignaal door middel van een interne tijdsreferentie. Zijn uitgangssignaal kan beschreven worden met $y(t) = f(\cdot)$.
Als voorbeeld kunnen we denken aan een *monostabiele multivibrator*, een schakeling die, elke keer als hij ge-triggered wordt, een puls genereert. In veel hotels bevatten de lichtschakelaars een monostabiele multivibrator. Wanneer de lichtschakelaar wordt ingedrukt gaat het licht aan en na een paar minuten automatisch weer uit.
 - (b) **Frequentie opwekking** Een frequentie-opwekker, of *oscillator*, wekt een periodiek signaal op met behulp van een interne frequentie-referentie. Het uitgangssignaal kan beschreven worden met $y = f(\cdot)$. Het opgewekte uitgangssignaal kan harmonisch, sinusvormig, of andersvormig zijn. Voor het opwekken van een frequentie is de golfvorm vaak van ondergeschikt belang.
In vele elektronische systemen worden oscillatoren toegepast. Een televisietoestel, bijvoorbeeld, bevat diverse oscillatoren. Eén oscillator wekt een ‘zaagtand’-vormig signaal op van ongeveer 16 kHz (in oudere TV-toestellen) dat gebruikt wordt voor de horizontale afbuiging van elektronenstraal in de beeldbuis. Een tweede oscillator wekt een 50 of 60 Hz zaagtand op dat gebruikt wordt voor de verticale beeldtaftasting. Een andere oscillator wekt een sinus op op ca. 4 MHz, die gebruikt wordt om de kleurinformatie uit het ontvangen signaal te halen. Weer een andere oscillator, de ‘lokale oscillator’, wekt een sinus op die gebruikt wordt om het af te stemmen op het gewenste kanaal.
 - (c) **Magnitude opwekking.** Een magnitude opwekker, of DC-bron (U of I), wekt een constant uitgangssignaal op met behulp van een interne referentie magnitude. Het uitgangssignaal wordt beschreven door de functie: $y = k$, waarbij k een constante is. Een bekend voorbeeld is de *bandgap referentie* die een vrijwel constante spanning opwekt, zelfs in geval van grote temperatuur- en voedingsspanning variaties (bijv. 0°–100°C, 5 V–15 V), door middel van een lineaire combinatie van meerdere basis-emitter spanningen.
Een spanningsregulator is een ander voorbeeld van magnitude opwekking.
DC-bronnen worden vaak gebruikt in voedingen, maar ook in *analoog-digitaal omzetters*, *comparators* (vergelijkers) en *level shifters*.
2. **Dissipatie.** Een elektronisch circuit dat een elektrisch ingangssignaal omzet in een niet-elektrisch fenomeen, vaak warmte. De formule voor het uitgangssignaal is $y = 0$. Als voorbeeld kun je denken aan een parallelweerstand die vaak in voedingen opgenomen is (vaak wordt een dergelijke weerstand een ‘bleeder’ genoemd). De enige functie van deze weerstand is het ontladen van de condensator(en) wanneer de voeding uitgeschakeld wordt. Het lijkt wat overdreven om dissipatie als signaalbewerkingsfunctie te kwalificeren (het volgt echter gewoon uit de voorgaande analyse). Hetzelfde geldt voor de twee volgende signaalbewerkingsfuncties, die traditioneel vaak wel tot de signaalbewerkingsfuncties worden gerekend.
3. **Transformeren**, alle mogelijkheden:
 - (a) **Constante tijdverschuiving.** Een verschuiving in de tijd (tijdvertraging), of ‘delay’, reproduceert zijn ingangssignaal na een bepaalde tijdsinterval aan zijn uitgang. Zijn overdrachtsfunctie kan beschreven worden met $y(t) = x(t - t_0)$, waarbij t_0 de tijdvertraging is. Een bekende implementatie van een tijdvertraging is een *delay line*, welke

2. Er moeten nog verhelderende afbeeldingen bij dit verhaal opgenomen worden.

3. Zie voor een overzicht van de betekenis van de gebruikte wiskundige symbolen § 4.7 en je wiskundeboeken.

vaak met een transmissielijn geïmplementeerd wordt. Met zogenaamde ‘all-pass’ filters en ‘surface acoustic wave’ (SAW) filters kan ook een tijdvertraging opgewekt worden.

- (b) **Constante frequentieverschuiving/frequentieconversie.** Een frequentieverschuiver (frequency converter) reproduceert het ingangssignaal aan zijn uitgang, maar op een andere frequentie. Zijn overdrachtsfunctie wordt beschreven door: $y(\omega) = x(\omega - \omega_0)$, waarbij ω_0 de frequentieverschuiving is. Frequentieconversie wordt in bijna elk zend- en ontvangssysteem toegepast en wordt vaak bewerkstelligd door middel van een lokale oscillator en een *mixer*. Frequentieconversie is in dit geval noodzakelijk doordat de frequentie waarop uitgezonden en ontvangen wordt, de draaggolffrequentie, veel hoger is dan de maximale frequentie waarop de elektronische implementatie van de andere signaalbewerkingsfuncties kunnen werken.
In essentie is de implementatie van een *mixer* gebaseerd op de vermenigvuldiging van twee ingangssignalen. Eén van deze signalen is meestal een sinus, met frequentie ω_0 , dat door een lokale oscillator opgewekt wordt. Het andere ingangssignaal is gecentreerd rond de draaggolffrequentie ω_c . Vermenigvuldigen van beide signalen levert een frequentieconversie op naar $\omega_c + \omega_0$ en een frequentieconversie naar $\omega_c - \omega_0$. Naar keuze kan één van beide conversies uitgefilterd worden. Zie ook **discrimineren in het frequentiedomein**.
- (c) **Constante verschuiving in magnitude.** Een magnitude verschuiver, of *level shifter*, reproduceert het ingangssignaal aan zijn uitgang, maar met een andere waarde. De overdrachtsfunctie wordt gegeven door: $y = x - x_0$, waarbij x_0 de waarde van de ‘level shift’ is. Level shifters zie je vaak in elektronische schakelingen. Zo zorgen ze er, bijvoorbeeld, voor dat de juiste spanningen en stromen aanwezig zijn op de aansluitklemmen van transistoren. Ze worden geïmplementeerd als zwevende spanningsbronnen en stroombronnen die met de referentie verbonden zijn.
- (d) **Constante expansie in de tijd.** Een expansie in de tijd, of het alternatief: compressie in de tijd, is een signaalbewerkingsfunctie die aan zijn uitgang het ingangssignaal reproduceert maar in een andere tijdschaal. Als voorbeeld van een expansie in de tijd d.m.v. een analoog systeem kan men denken aan het op een lagere snelheid afspelen van een cassettebandje (analoge bandopname). (In dit geval is er ook sprake van een tijdvertraging.)
Compressie in het tijddomein treedt bijvoorbeeld op wanneer een schuifregister met een hogere kloksnelheid uitgelezen wordt dan voor het inlezen gebruikt wordt. Dit wordt tegenwoordig gebruikt in GSM telefoons als onderdeel van het zogenaamde time-division-multiple-acces (TDMA) systeem.
- (e) **Constante expansie in het frequentiedomein.** Een frequentie expander, of het geïnverteerde: de frequentie compressor, reproduceert het ingangssignaal aan zijn uitgang op een andere frequentie. Als voorbeeld kan de eerder genoemde bandopname, met een andere afspeelsnelheid dan de opnamesnelheid, genomen worden. Dit voorbeeld toont dus ook duidelijk dat tijd en frequentie aan elkaar gerelateerd zijn.
Een ander voorbeeld van een frequentie expander is een systeem dat voor draadloze communicatie over grote afstand gebruikt wordt: een ‘repeater’. Een repeater ontvangt een zwak signaal in een bepaalde frequentieband en zendt dat meteen met groter vermogen weer uit in een andere frequentieband.
Een niet-lineaire omzetting die ook een expansie in het frequentiedomein oplevert, treedt op in een (frequency) controlled oscillator, zoals bijvoorbeeld gebruikt voor de opwekking van frequentie gemoduleerde (FM) signalen.
- (f) **Constante expansie van de magnitude.** Een constante magnitude expander, of versterker, reproduceert zijn ingangssignaal aan de uitgang, maar met een grotere magnitude. De inverse functie, oftewel de verzwakker, reproduceert het ingangssignaal aan de uitgang met een kleinere magnitude.
- (g) **Constante discriminatie in het tijddomein** Een tijddiscriminator, oftewel een schakelaar, reproduceert zijn ingangssignaal aan zijn uitgang, maar alleen gedurende een bepaalde tijd. Zijn overdrachtsfunctie kan geschreven worden als $y(t) = x(t), \forall t$

ϵT . Waarbij T de tijdsduur is dat het signaal doorgegeven mag worden. $y = 0$ voor alle andere gevallen.

- (h) **Constante discriminatie in het frequentiedomein.** Een frequentiediscriminator, of *filter*, reproduceert zijn ingangssignaal alleen in een bepaalde frequentieband aan zijn uitgang. Zijn overdrachtsfunctie wordt gegeven door: $y(\omega) = x(\omega), \forall \omega \in \Omega$. In alle andere gevallen geldt $y(\omega) = 0$. Ω is de frequentieband die doorgelaten moet worden. Evenals versterking is *filtering* een onmisbare functie bij het ontwerpen van elektronische systemen. Een systeem dat niet tenminste een vorm van filtering bevat kan bijna niet gevonden worden.

Elektronische filters worden, bijvoorbeeld, gebruikt bij kanalenselectie in radio en televisie ontvangers, voor ruis en storing onderdrukking en in audio ‘equalizers’.

- (i) **Constante discriminatie in magnitude.** Een magnitude discriminator geeft alleen voor bepaalde waarde van de magnitude van het ingangssignaal een overdracht daarvan aan de uitgang. De overdrachtsfunctie wordt gegeven door: $y = f(x), \forall x \in X, y = 0$ in alle andere gevallen. X is een subset van het signaaldomein D waarvoor het ingangssignaal aan de uitgang gepresenteerd moet worden.

Een voorbeeld van een magnitude discriminator is de halvebrug gelijkrichter. Wanneer de anode-kathode overgang geleidt, wordt de ingangsspanning naar de uitgang getransformeerd. Spert de overgang, dan volgt de uitgang de ingangsspanning niet meer.

Magnitude discriminators kunnen aangetroffen worden in ‘level detectors’, ‘limiters’, logische schakelingen en de meeste voedingen.

4. **Replicatie.** Een ‘replicator’ maakt (meerdere) kopieën van het ingangssignaal. Zijn overdrachtsfunctie kan beschreven worden door $y_i = x$. x is het ingangssignaal, y is het uitgangssignaal en i het aantal uitgangen. Een bekend voorbeeld van een replicator is een *stroomspiegel* (*current mirror*) met meerdere uitgangen.

5. **Combineren**, alle mogelijkheden:

- (a) **Variabele translatie in de tijd.** Een variabele translatie in de tijd, of variabele tijdvertraging, presenteert zijn ingangssignaal, x , na een variabele tijdsinterval die een functie is van het elektrische regelsignaal x_2 dat aan de tweede ingang wordt aangeboden. De overdrachtsfunctie luidt: $y(t) = x_1[t - \Delta t(x_2)]$. Δt is de vertagingstijd, die zelf weer een functie is van het regelsignaal x_2 .

De variabele tijdvertraging speelt geen belangrijke rol in de meeste elektronische systemen. Aan de andere kant is het de belangrijkste signaalbewerkingsfunctie die door musici gebruikt wordt die een elektrisch gitaar bespelen: de ‘phaser’. Een phaser produceert een geluid dat lijkt op dat van een ‘wah-wah’, een ‘flanger’, een ‘chorus’ of een ‘Lesley box’ en verrijkt het vlakke geluid van de elektrische gitaar⁴.

- (b) **Variabele translatie in frequentie.** Een variabele translatie in het frequentiedomein, of variabele frequentie-omzetting, reproduceert het ingangssignaal, x_1 , aan zijn uitgang op een andere, varabele, frequentie. De frequentieverandering is een functie van van het regelsignaal, x_2 , op de andere ingang. De overdrachtsfunctie is: $y[\omega] = x_1[\omega - \Delta\omega(x_2)]$. $\Delta\omega$ is de frequentieverplaatsing, die zelf weer een functie van regelsignaal x_2 is.

Variabele frequentie-omzetters, of ‘spreaders’, worden aangetroffen in elektronische ontvangers, meerkanaals zenders en in communicatiesystemen die ‘frequency hopping’ gebruiken om veel gebruikers gelijktijdig toegang te verschaffen tot een bepaalde frequentieband door gebruik te maken van ‘code-division multiple acces’ (CDMA) of ‘spread spectrum’ technieken.

- (c) **Variabele translatie in magnitude.** Een variabele translatie in magnitude treedt elke keer wanneer er *opgeteld* of *afgetrokken* wordt op. Het uitgangssignaal kan dus beschreven worden met de formule $y = x_1 \pm x_2$, waarbij x_1 en x_2 de ingangssignalen zijn.

4. N.B. dit heeft de auteur uit tweede hand.

Spanningen kunnen worden opgeteld of afgetrokken door spanningsbronnen in serie (optellen) of anti-serie (aftrekken) te schakelen. Stromen kunnen worden opgeteld of afgetrokken door stroombronnen parallel of anti-parallel te schakelen.

Optellen en aftrekken gebeurt in bijna elk elektronisch systeem wel ergens. Speciale elektronische schakelingen zijn hiervoor niet altijd nodig. Als er al speciale schakelingen nodig zijn, worden ze gebruikt om het signaal te bufferen, te kopiëren of te inverteren.

- (d) **Variabele expansie in de tijd.** Een variabele expansie in de tijd moet het ingangssignaal aan zijn uitgang reproduceren op een andere, variabele, tijdschaal. Zover de auteur weet speelt een variabele expansie in de tijd geen belangrijke rol in hedendaagse elektronische systemen. Deze functie kan echter gevonden worden in speciale (digitale) audio signal processors genaamd ‘sequencers’. Veel zogenaamde open literatuur op internet gaat over dit onderwerp.
Een ander voorbeeld is puls breedte modulatie, pulse width modulation (PWM), hoewel dit in de praktijk strikt genomen geen echte variabele expansie in de tijd is. Bij PWM wordt de pulsduur een functie van het modulerende ingangssignaal.
- (e) **Variabele expansie in frequentie.** Hoewel het vaak niet als zodanig herkend wordt, treedt een variabele frequentie expansie op in veel modulatiemethodes met een constante omhullende (er treedt geen amplitude modulatie (AM) op) die een modulatie op het uitgangssignaal van een oscillator uitvoeren. Dit is vaak het geval bij ‘binary phase shift keying (BPSK)’ en andere ‘fase modulators’. Ook ‘pulse density modulation’ (PDM), waarin de hoeveelheid pulsen aan de uitgang in een bepaald tijdinterval afhangt van het modulerende signaal, behoort tot deze klasse van signaalbewerkingsfuncties.
- (f) **Variabele expansie in magnitude.** Een variabele expansie in magnitude, bijv. een regelbare versterker, heeft als overdracht $y = f(x_2)x_1$. De regelbare versterker is al eerder besproken. Basis ‘amplitude modulatie’ en ‘pulse amplitude modulation’(PAM) worden vaak gerealiseerd met regelbare versterkers.
- (g) **Variabele discriminatie in de tijd.** Een variabele tijddiscriminator, of een ‘controlled switch’, reproduceert het ingangssignaal aan zijn uitgang op bepaalde ogenblikken of tijdsintervallen. De overdrachtsfunctie is $y(t) = x_1(t)$, $\forall t \in T(x_2)$, $y(t) = 0$ in alle andere gevallen. $T(x_2)$ is een de tijdinterval waarin het ingangssignaal naar de uitgang doorgelaten moet worden. $T(x_2)$ is een functie van het regelsignaal x_2 .
Variabele tijddiscriminators worden vaak gebruikt in geklokte ‘transmission gates’ en worden aangetroffen in *analoge multiplexers, sample-and-hold schakelingen en analoog-digitale omzetters*.
- (h) **Variabele discriminatie in frequentie.** Een variabele frequentie discriminator, of *geregeld filter*, reproduceert zijn ingangssignaal aan zijn uitgang alleen in bepaalde instelbare frequentiebanden. Zijn overdrachtsfunctie wordt gegeven door $y(\omega) = x_1(\omega)$, $\forall \omega \in \Omega(x_2)$, $y(\omega) = 0$ in alle andere gevallen. $\Omega(x_2)$ is de door regelsignaal x_2 bepaalde subset van de reële hoekfrequentie waarvoor het ingangssignaal naar de uitgang doorgelaten moet worden. Evenals gewone filters worden geregelde filters vaak aangetroffen in communicatie- en audiosystemen.
- (i) **Variabele discriminatie in magnitude.** Een variabele frequentie discriminator presenteert slechts een bepaalde functie van het ingangssignaal aan zijn uitgang in het geval van een bepaalde combinatie van ingangssignalen. Zijn overdrachtsfunctie wordt beschreven door $y = f(x_1, x_2)$, $\forall x_1 \in X(x_2)$, $y = 0$ in alle andere gevallen. $X(x_2)$ is een subset, die afhangt van regelsignaal x_2 , van het signaaldomein D waarvoor het ingangssignaal doorgegeven moet worden aan de uitgang. ‘Comparators’, bijvoorbeeld, zijn magnitude discriminatoren.

Complexe elektronische systemen kunnen worden gerealiseerd door op logische wijze de 23 signaalbewerkingsfuncties te combineren. In hoofdstuk 7 wordt hier dieper op ingegaan.

4.6 Wiskundige beschrijving van signaalbewerkingsfuncties

Vanuit een ontwerpoogpunt⁵ moet de signaalbewerkingsfunctie van een te ontwerpen systeem correct en afdoende beschreven worden. Het ligt voor de hand om gebruik te maken van de wiskunde als beschrijvingstaal. De wiskunde maakt het mogelijk om de vereiste signaalbewerkingsfunctie op een hoog abstractieniveau, onafhankelijk van de implementatie, te beschrijven, waardoor het algemeen geldend en toepasbaar is.

Er zijn diverse wiskundige beschrijvingen mogelijk. Twee voor de handliggende methoden zijn de algoritmische- en de functionele beschrijving. De eerste geeft de volgorde waarin bepaalde bewerkingen uitgevoerd moeten worden en wordt over het algemeen in computertalen toegepast. De functionele beschrijving zegt niets over de volgorde en geeft daarom meer vrijheid aan de ontwerper. Dit is de reden dat er voor een wiskundige functionele beschrijvingsmethode gekozen wordt: differentiaalvergelijkingen (DV).

Omdat de signaalbewerkingsfuncties die geïmplementeerd moeten worden beschreven worden door wiskundige functies, is het ontwerpproces te beschouwen als het implementeren van die wiskundige functies in silicium (of elk ander halfgeleidermateriaal).

4.6.1 Implementatie van wiskundige functies

Een DV relateert het ingangssignaal met het uitgangssignaal van een systeem. De afhankelijke variabele van de DV is het uitgangssignaal van het systeem. De tweede orde (lineaire) DV $a \frac{d^2 e_o}{dt^2} + b \frac{de_o}{dt} + c = e_i$, bijv., beschrijft hoe uitgangssignaal e_o afhangt van ingangssignaal e_i .

De totale oplossing van een DV bestaat uit een ‘normale’ en een ‘particuliere’ oplossing. De normale oplossing kan gevonden worden door de excitatie (e_i) nul te stellen. Het beschrijft de responsie van een ‘opstartend’ (initial state) systeem in het geval het ingangssignaal nul is.

De particuliere oplossing volgt uit de DV met een excitatie. De DV heet nu ‘inhomogeen’. De particuliere oplossing beschrijft het ‘steady state’ uitgangssignaal als gevolg van de ingangsexcitatie.

In de elektronica kan hetzelfde onderscheid gemaakt worden. Er zijn homogene circuits en inhomogene. Homogene circuits, ook wel autonome circuits genoemd, zijn schakelingen die geen ingangssignaal hebben. Hun uitgangssignaal bestaat uit de combinatie van de ‘uitgangsstaat’ (initial state) en de natuurlijke responsie van de schakeling, analoog aan de homogene DV en zijn homogene oplossing.

Inhomogene circuits zijn schakelingen die een ingangssignaal hebben. Het steady state uitgangssignaal van deze schakelingen volgt uit het ingangssignaal, analoog aan de inhomogene DV en zijn particuliere oplossing.

4.6.2 Homogene circuits

Schakelingen die een DV zonder excitatie implementeren hebben geen ingangssignaal nodig. Om het gedrag hiervan te bestuderen kijken we naar de volgende eerste orde DV:

$$a \frac{de}{dt} + be = 0 \quad (4.4)$$

De homogene oplossing is

$$e(t) = Ae^{(-\frac{b}{a}t)} \quad (4.5)$$

waarbij A een constante is. De DV bevat een differentiërende actie. De uitgangswaarde van een differentiator is het verschil tussen de huidige waarde en de vorige waarde van e . De vorige waarde is een infinitesimaal klein stapje terug in de tijd. De differentiator introduceert dus een ‘geheugenfunctie’.

De uitgangsstaat (initial state) van dit geheugen moet bekend zijn om de oplossing van het systeem te vinden. Als we aannemen dat de uitgangsstaat gegeven wordt door $e(0)$ wordt de

5. Veel van de in deze paragraaf beschreven stof is gebaseerd op, of geïnspireerd door, het werk van van Staveren [4].

oplossing:

$$e(t) = e(0)e^{(-\frac{b}{a}t)} \quad (4.6)$$

De exponent kan verschillende waarden hebben. In geval $-\frac{b}{a} \rightarrow \infty$ hebben we een systeem waarvan de uitgang instantaan naar oneindig gaat; wanneer $-\frac{b}{a} \rightarrow -\infty$, gaat de uitgang van het systeem instantaan naar min oneindig. Als $-\frac{b}{a} = c \vee -c$, hebben we een systeem dat exponentieel stijgt resp. daalt als een functie van de tijd. Onder bepaalde voorwaarden kan hiervan gebruik gemaakt worden om een zogenaamde eerste-orde oscillator te maken. Hier gaan we daar verder niet op in.

De laatste situatie hebben we als $-\frac{b}{a} = 0$. Het uitgangssignaal is constant en gelijk aan de uitgangsstaat. Het systeem ‘onthoudt’ de waarde van die het uitgangssignaal had op $t=0$. In andere woorden, het resultaat is een magnitude opwekker, bijv. een constante spanningsreferentie. Voorbeelden hiervan zijn bandgapreferenties en spanningsregulatoren.

In het geval van een homogene tweede orde differentiaalvergelijking hebben we:

$$a \frac{d^2e}{dt^2} + b \frac{de}{dt} + ce = 0 \quad (4.7)$$

De oplossing van deze homogene DV is nu:

$$e(t) = e^{\sigma t} \cdot [A \cos \omega t + B \sin \omega t] \quad (4.8)$$

De oplossing beschrijft een harmonisch signaal met frequentie ω , waarvan de amplitude als functie van de tijd wordt bepaald door de term $e^{\sigma t}$. Voor $\sigma < 0$ neemt de amplitude als functie van de tijd af (dissipatie); voor $\sigma > 0$ neemt de amplitude als functie van de tijd toe. Beide gevallen leiden tot onpraktische oplossingen. A en B zijn constantes.

Als $\sigma = 0$ krijgen we een harmonisch signaal met een constante amplitude (A of B is nul). Dit levert een ideale harmonische frequentiereferentie op: de ideale harmonische oscillator. In hoofdstuk 9 zal nader op zowel de eerste-orde als de harmonische oscillator worden ingegaan.

Het kan bewezen worden dat hogere orde DV geen nieuwe functies opleveren. Derhalve worden ze hier niet verder behandeld.

4.6.3 Inhomogene circuits

Inhomogene circuits hebben een ingangssignaal nodig. Als we gelijk de tweede orde inhomogene differentiaalvergelijking volgt hiervoor:

$$a \frac{d^2e_o}{dt^2} + b \frac{de_o}{dt} + c = e_i(t) \quad (4.9)$$

De homogene oplossing is op dezelfde manier te verkrijgen als in de voorgaande paragraaf.

Een particuliere oplossing van vergelijking (4.9) is niet eenvoudig te leveren. Men kan dit formeel proberen te doen door (4.9) als convolutieproduct te schrijven waarbij gebruik gemaakt wordt van de impulsresponsie. Met behulp van Laplace-transformaties is het mogelijk de particuliere oplossing op eenvoudiger wijze te bepalen. Dit valt echter buiten het bestek van dit stuk.

Stel, we hebben een serie LRC-circuit dat door een spanningsbron $u(t)$ aangeslagen wordt en we beschouwen de resulterende stroom $i(t)$. De inhomogene DV wordt daarvan gegeven door:

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{di(t)}{dt} \frac{R}{L} + i(t) \frac{1}{LC} = \frac{du(t)}{dt} \frac{1}{L} \quad (4.10)$$

Voor de homogene oplossing vinden we:

$$i(t) = Ae^{(-\zeta\omega_0 t)} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} t + \Phi_0) \quad (4.11)$$

A is de amplitude, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ wordt de eigenfrequentie van het systeem genoemd en $\zeta = \frac{R}{2\omega_0 L}$ de dempingsfactor. De kwaliteitsfactor (Q) wordt ook gebruikt en is gelijk aan $\frac{1}{2\zeta}$.

Uit vergelijking (4.11) volgt dat $i(t)$ een harmonisch signaal is (een oscillerend karakter vertoont). Verder is te zien dat de dempingsfactor ζ een grote invloed uitoefent op $i(t)$. Indien $\zeta > 0$ zal de amplitude met de tijd afnemen. Een $\zeta < 0$ levert een met de tijd toenemende amplitude op, terwijl de amplitude constant blijft wanneer $\zeta = 0$. In het laatste geval is er sprake van een oscillatie met een oscillaatiefrequentie gelijk aan ω_0 . In de gevallen dat $\zeta \neq 0$ is de frequentie van de oscillatie verschoven t.o.v. ω_0 : $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$.

4.6.4 Eenvoudige Laplace-transformatie

Differentiaalvergelijkingen oplossen is over het algemeen ingewikkeld met een grote kans op fouten. Daarom willen we een overdrachtsfunctie hebben die het gedrag van de DV als een eenvoudige algebraïsche vergelijking (dus zonder $\frac{d}{dt}$ of $\int dt$) beschrijft.

Als de Laplace-transformatie wordt toegepast blijkt dat $\frac{d}{dt} \sim s$ en dat $\int dt \sim \frac{1}{s}$ en s is de Laplace operator. (Zie de overeenkomst met $\frac{d}{dt} \sim j\omega$ en $\int dt \sim \frac{1}{j\omega}$ voor sinusvormige signalen). De stroom in het eerder genoemde serie LRC-circuit wordt gegeven door:

$$i = u \frac{s \frac{1}{L}}{s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \quad (4.12)$$

Verder kan afgeleid worden dat voor een ‘standaard’ tweede orde systeem geldt:

$$H(s) = H_0 \frac{\omega_0}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.13)$$

H_0 is de statische overdracht en de overige termen hebben dezelfde betekenis.

Formule (4.12) moet dezelfde resultaten geven als formule (4.11). Dat dit het geval is kan gecontroleerd worden door de inverse Laplace-transformatie toe te passen. Het gedrag van (4.12) kan ook bepaald worden door het polen- en nulpuntenbeeld te bestuderen. Hiertoe moet de plaats van de polen bepaald worden. De polen volgen uit het gelijk aan nul stellen van de noemer en s hieruit te bepalen. (Voor nulpunten geldt hetzelfde voor de teller). Er zijn diverse oplossingen voor de plaatsen van de polen:

$$\zeta = 0 \quad p_{1,2} = -j\omega_0 \quad (4.14)$$

$$\zeta > 1 \quad p_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (4.15)$$

$$\zeta = 1 \quad p_{1,2} = -\omega_0 \quad (4.16)$$

Indien geldt $0 < \zeta < 1$:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.17)$$

Indien geldt $-1 < \zeta < 0$:

$$p_{1,2} = \zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.18)$$

Met name de situaties waarin $\zeta = 0$, $\zeta > 0$ en $\zeta < 0$ zijn nu interessant. De locatie van de polen die dit tot gevolg heeft resulteert in dezelfde respontie van het tweede orde systeem als (4.11). Het polen- en nulpuntenbeeld van een overdracht $H(s)$ is dus een eenvoudige manier om het gedrag van ingewikkelde differentiaalvergelijkingen te bepalen.

In de elektronica komen de polen overeen met -3 dB punten in het Bodediagram en nulpunten met +3 dB punten. Het Bodediagram van een overdracht $H(s)$ volgt uit:

$$H(\omega) = \frac{\prod_{j=1}^k |j\omega - z_j|}{\prod_{i=1}^n |j\omega - p_i|} \quad (4.19)$$

Het Bodediagram wordt dus bepaald door de absolute afstand van de eindpunten van alle polen en nulpunten tot de positieve imaginaire as te bepalen als functie van ω .

4.7 Overzicht van Wiskundige symbolen

In dit hoofdstuk is een aantal wiskundige symbolen gebruikt met de volgende betekenis:

=	is gelijk aan
\in	is element van
\forall	voor alle

4.8 Opgaven

1. Geef 10 verschillende basissignaalbewerkingsfuncties en geef bij elk een toepassing.

Hoofdstuk 5

Ruis

Elk fysisch systeem vertoont spontane, volstrekt toevallige fluctuaties. Een in een fysisch systeem opgewekt informatiedragend signaal is daardoor eveneens onvermijdelijk belast met spontane fluctuaties [16]. Is het signaal zeer klein, dan kunnen de fluctuaties van dezelfde orde van grootte zijn als de signaalsterkte en wordt de herkenning van het signaal moeilijk of zelfs onmogelijk.

In elektrische systemen manifesteren fluctuaties verschijnselen zich als spontane spannings- en stroomveranderingen. Als die via een luidspreker hoorbaar worden gemaakt, dan klinken ze als ruis. De naam ‘ruis’ (Engels: noise) heeft zich algemeen ingeburgerd, ook voor die gevallen waarin niet naar fluctuaties verschijnselen geluisterd wordt. Men spreekt dus van ruis in meetsignalen, beeldsignalen, enzovoort.

Omdat alle fysische processen spontane fluctuaties vertonen, is ruis alomtegenwoordig. Het is dan ook principieel niet mogelijk ruisverschijnselen volledig te elimineren [16], maar we kunnen er wel naar streven hun invloed zoveel mogelijk te beperken.

5.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk kan/weet de student:

- wat thermische-, hagel-, flikker-, en burstruis is.
- dat ruis d.m.v. een spanningsruisbron en een stroomruisbron te modelleren is.
- dat het gunstig is om de eerste versterker(trap) van een cascade van (deel)systeem veel te laten versterken.
- wat signaal-ruis-verhouding is.
- wat de beperkende factoren bij maximale uitsturing zijn
- wat dynamisch bereik is
- het dynamisch bereik berekenen
- eenvoudige ruisberekeningen maken.
- wat transmissie- en transferparameters zijn.
- kan met transmissie- en transferparameters rekenen.

5.2 Beschrijving van ruis

Ruis wordt veroorzaakt door processen van stochastische (waarschijnlijkheid) aard. Van een stochastisch signaal is het preciese verloop niet voorspelbaar [17]. De beschrijving van ruisverschijnselen is dan ook slechts mogelijk in termen van waarschijnlijkheid; alleen uitspraken in termen van gemiddelden, waarschijnlijkheidsverdelingen en dergelijke zijn mogelijk [16].

De waarschijnlijkheidsverdeling van de momentele waarden e_r van ruissignalen¹ die door elektronische componenten worden opgewekt (in een zeker instelpunt) is Gaussisch. Dat komt doordat bij de voor de elektronica belangrijke ruisverschijnselen zeer veel ladingsdragers betrokken zijn, waarvan de toestand statistisch fluctueert [16]. Dit betekent dat e_r het resultaat is van een groot aantal individuele toevalsprocessen. Men spreekt dan van Gausische ruis [16]. Voor de kansverdeling van Gausische ruis geldt [16][5]:

$$p(e_r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(e_r - \bar{e}_r)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.1)$$

1. e_r kan hier zowel spanningsruis als stroomruis betekenen.

waarin $\sigma^2 = \overline{(e_r - \bar{e}_r)^2}$ de gemiddelde waarde van het kwadraat van de mate waarin e_r van zijn gemiddelde waarde \bar{e}_r afwijkt is. σ wordt de standaarddeviatie (of standaardafwijking of spreiding) genoemd en σ^2 de variantie [16]. De over de tijd gemiddelde waarde van een grootheid wordt aangeduid door een streep boven het symbool dat die grootheid aangeeft².

De fluctuaties in e_r treden op ten opzichte van een bepaalde gemiddelde waarde \bar{e}_r . Voor de beschrijving van de fluctuaties verschijnselen is deze *niet* interessant, \bar{e}_r wordt dus verder gelijk aan nul verondersteld:

$$\overline{[e_r(t)]_T} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} e_r(t) dt = 0 \quad \text{voor } T \rightarrow \infty \quad (5.2)$$

Een volledige beschrijving van de kansverdeling is meestal omslachtig en voor vele praktische doeleinden onnodig. *Een eenvoudige en zeer bruikbare beschrijvende grootheid is de gemiddelde waarde van het kwadraat van $e_r(t)$* [16]:

$$\overline{[e_r^2(t)]_T} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} e_r^2(t) dt \quad (5.3)$$

De effectieve waarde van een signaal wordt beschreven door (zie leerboeken over analoge technieken bijv. [17][18][10]):

$$x_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (5.4)$$

We zien dus dat de effectieve waarde van de ruis gegeven wordt door $\sqrt{\overline{e_r^2(t)}}$.

Naast een beschrijving in termen van waarschijnlijkheid in het tijddomein (van de momentane ruiswaardes), is een beschrijving in het frequentiedomein nodig. Het verband tussen tijds- en frequentiedomein wordt gelegd door de Fourier-transformatie. Per definitie geldt

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e_r(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.5)$$

en

$$e_r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (5.6)$$

Beschouwen we nu een tot het tijdsinterval T beperkt signaal. Om de verdeling van het signaalvermogen over het spectrum te karakteriseren voeren we de *spectrale (ruis)vermogensdichtheid* $S(\omega)$ in, gedefinieerd als

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F(\omega)|^2 \quad (5.7)$$

De ruisvermogensdichtheid S specificeert de effectieve waarde van het vermogen van het ruissignaal per eenheid bandbreedte (1 Hz). Het spectrum heeft, afhankelijk of we naar spannings- of stroomruis kijken, de eenheid [V^2/Hz] of [A^2/Hz].

Wanneer S constant is voor alle frequenties, dus $S(\omega) = \text{constant}$, spreken we van witte ruis. De waarde van de ruis beschouwd in het frequentiedomein kan nu gevonden worden de spectrale ruisdichtheid te integreren over de bandbreedte [5]:

$$\overline{e_r^2} = \int_{f_l}^{f_h} S(f) df \quad (5.8)$$

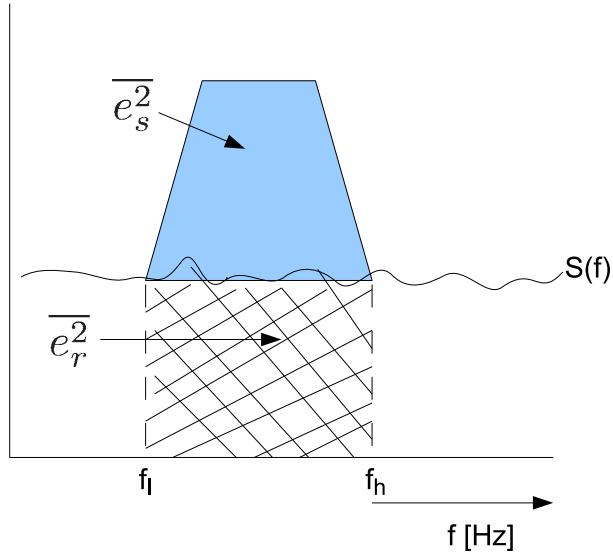
De effectieve waarde van de ruis kan gevonden worden door hier de wortel uit te trekken:

$$\overline{e_r} = \sqrt{\overline{e_r^2}} = \sqrt{\int_{f_l}^{f_h} S(f) df} \quad (5.9)$$

Waarbij f_h de hoogkantfrequentie en f_l de laagkantfrequentie van de bandbreedte is. Figuur 5.1 maakt deze discussie aanschouwelijk. De spectrale ruisdichtheid (de witte ruisenergie) is constant over het hele

2. Opmerking: Het in het voorgaande gehanteerde begrip ‘gemiddelde’ heeft betrekking op middeling over de tijd. Dit wordt aangeduid met *tijdgemiddelde*. Men kan ook op andere wijze een gemiddelde definiëren. Wil men bijvoorbeeld de over een weerstand van een bepaalde grootte optredende thermische ruisspanning onderzoeken, dan bepaalt men het *tijdgemiddelde* door op een aantal verschillende tijdstippen de spanning te meten.

Op een vast tijdstip de spanningen over een groot aantal gelijke weerstanden bepalen en deze uitkomsten middelen kan echter ook. Er wordt dan gesproken van een *ensemble-gemiddelde*. In beide gevallen wordt dezelfde waarschijnlijkhedsverdeling van de meetwaarden gevonden [16]. Stochastische processen waarvoor tijds- en ensemble-gemiddelde gelijk zijn, worden *ergodisch* genoemd. Alle voor ons van belang zijnde stochastische processen behoren tot deze categorie. We nemen verder aan dat steeds aan de voorwaarde van ergodiciteit is voldaan.



Figuur 5.1: Schets van spectrale ruisdichtheid, de ruisvermogen binnen de bandbreedte en het vermogen van het signaal.

(grote) frequentiebereik. Vanuit de informatietheorie is het bekend dat alleen ruis dat zich binnen de signaalbandbreedte bevindt de signaal ruis verhouding beperkt [5][19]. Alle ruis met frequenties boven f_h of beneden f_l is niet van belang; beïnvloeden het systeem niet of kunnen makkelijk weggefilterd worden [19]. Dit is de reden waarom de spectrale ruisdichtheid over de signaalbandbreedte geïntegreerd wordt.

Alleen signaalvermogens (e_s^2) die groter zijn dan het ruisvermogen kunnen door het systeem onderscheiden en verwerkt worden. De ruis bepaalt dus het *fundamentele* minimum dat een systeem kan verwerken.

De signaal-ruisverhouding (SN) wordt dan bepaald door:

$$SN = 10 \log \left(\frac{e_s^2}{\int_{f_l}^{f_h} [S_{e_n} + 4kT \cdot \Re e(Z_s)] df} \right) \quad (5.10)$$

waarbij e_s^2 het vermogen van het signaal is, S_{e_n} de spectrale ruisdichtheid van de (equivalente) ruisbron en Z_s de (Thévenin/Norton) impedantie van de signaalbron. Merk op dat de ruis die door de signaalbron zelf opgewekt wordt, ook meegekomen moet worden bij het bepalen van SN .

Het zal later blijken dat alle ruis die in een systeem gegenereerd wordt, gerepresenteerd kan worden door slechts één ruisbron aan de ingang van dat systeem. Vandaar dat we het bij het bepalen van de SN hebben over de ruis die door de equivalente ruisbron wordt gegenereerd. We vergelijken het vermogen van de ruis (van de equivalente ruisbron en de signaalbron) met het signaalvermogen waar deze het kleinst is, dus aan de ingang van het systeem.

Wanneer het informatiedragende signaal een spanning of een stroom is, kan de SN als volgt berekend worden

$$\begin{aligned} SN &= 10 \log \left(\frac{u_s^2}{u_{n,eq}^2} \right) \equiv 20 \log \left(\frac{u_s}{\sqrt{u_{n,eq}^2}} \right) \\ SN &= 10 \log \left(\frac{i_s^2}{i_{n,eq}^2} \right) \equiv 20 \log \left(\frac{i_s}{\sqrt{i_{n,eq}^2}} \right), \end{aligned} \quad (5.11)$$

waarbij u_s en i_s respectievelijk de effectieve waarde van de signaalspanning en de signaalstroom zijn. **Wanneer we een signaalspanning hebben moeten de ruisbronnen dus naar een equivalente spanningsruisbron aan de ingang getransformeerd worden en i.g.v. een signaalstroom naar een equivalente stroomruisbron [5].**

Voordat we nu daadwerkelijk gaan rekenen met ruis, zullen we eerst nader in gaan op de fysische aspecten van ruis.

5.3 Fysische aspecten van ruisverschijnselen

Als we het ruisgedrag van elektronische schakelingen willen leren kennen met het doel de ruis te optimaliseren, dan moeten we weten welke fysische oorzaken er voor de ruis aan te wijzen zijn [16]. In deze paragraaf worden de belangrijkste fysische oorzaken van ruis besproken.

5.3.1 Thermische ruis

Een materiaal kan elektrisch geleiden dankzij de mobiliteit van de vrije ladingsdragers. Ook indien er geen elektrisch veld aanwezig is, dan zijn deze ladingsdragers voortdurend in beweging [20]. De bewegingsrichtingen zijn hierbij willekeurig verdeeld en de bewegingssterkte hangt direct samen met de temperatuur. In feite is de temperatuur een maatstaf voor de gemiddelde sterke van de thermische bewegingen. Door deze bewegingen worden in het materiaal stochastisch fluctuerende elektrische spanningen opgewekt welke thermische ruis (thermal noise) of Johnson ruis wordt genoemd.

Van alle bestaande passieve componenten produceren alleen de weerstanden ruis³ [5].

De spectrale ruisdichtheid van een weerstand wordt gegeven door

$$\begin{aligned} S_{u_r}(f) &= 4kTR \\ S_{i_r}(f) &= 4kTG = \frac{4kT}{R} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Hierbij zijn k de constante van Boltzmann, T de absolute temperatuur en R de weerstandswaarde. Deze ruisbeschrijving is geldig voor frequenties tot ca. 6000 GHz. Boven deze frequentie neemt de spectrale ruisdichtheid af, wat te begrijpen valt omdat anders het ruisvermogen oneindig zou zijn [5].

$S_{u_r}(f)$ is de spectrale ruisdichtheid van de spanningsruis die een weerstand genereert en $S_{i_r}(f)$ de spectrale ruisdichtheid van de stroomruis. Of $S_{u_r}(f)$ of $S_{i_r}(f)$ gebruikt moet worden hangt af van de keuze voor een Thévenin of Norton representatie van de ruis. Merk op dat de eenheid van $S_{u_r}(f)$ [V^2/Hz] is en die van $S_{i_r}(f)$ [A^2/Hz].

Wanneer we integreren over de bandbreedte, $\Delta f = f_h - f_l$ vinden we voor de ruis:

$$\begin{aligned} \overline{u_r^2} &= \int_{f_l}^{f_h} 4kTRdf = 4kTR\Delta f \\ \overline{i_r^2} &= \int_{f_l}^{f_h} \frac{4kT}{R} df = \frac{4kT}{R}\Delta f \end{aligned} \quad (5.13)$$

De eenheid van $\overline{u_r^2}$ is [V^2] en die van $\overline{i_r^2}$, [A^2]. De effectieve waarden $\sqrt{\overline{u_r^2}}$ geeft dan de eenheid [V] en $\sqrt{\overline{i_r^2}}$ heeft de eenheid [A], zoals te verwachten valt.

Het effect van deze ruis in een weerstand kan gemodelleerd worden met een enkele spannings-(Thévenin) of stroombron (Norton) zoals aangegeven in fig 5.2.

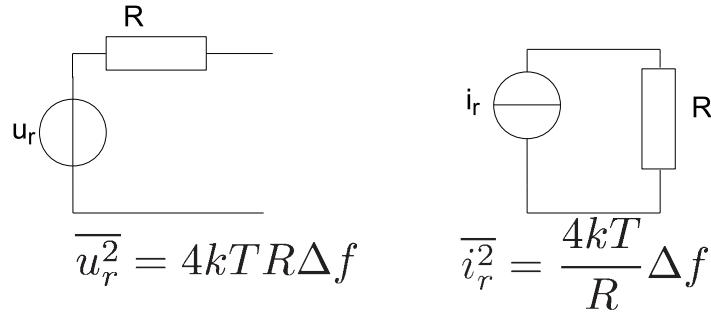
Kenmerkend voor deze ruis is dat ze uitsluitend van de temperatuur afhangt en onafhankelijk is van het soort materiaal, de grootte van elektrische velden en stromen. De ruissterkte is ook onafhankelijk van de frequentie: bij iedere frequentie is de ruissterkte in een frequentieband Δf even sterk. Thermische ruis is dus witte ruis.

Vaak wordt er in de literatuur ook gewerkt met stroom- en spanningsruisbronnen die opgegeven worden in de eenheid [V/\sqrt{Hz}] respectievelijk [A/\sqrt{Hz}]. Dat houdt in dat de volgende bewerking is uitgevoerd:

$$\begin{aligned} u'_r &= \sqrt{\frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f}} = \sqrt{4kTR} \\ i'_r &= \sqrt{\frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f}} = \sqrt{\frac{4kT}{R}}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

In dit diktaat wordt verder gewerkt met de spectrale ruisdichtheid, $\overline{u_r^2}$ respectievelijk $\overline{i_r^2}$ en $\overline{u_r} = \sqrt{\overline{u_r^2}}$ respectievelijk $\overline{i_r} = \sqrt{\overline{i_r^2}}$.

3. De (zelf)inductie en de capaciteit ‘ruisen’ niet, maar kunnen de totale ruis in een schakeling wel beïnvloeden.



Figuur 5.2: Vervangingsschema van een weerstand waarbij de thermische ruis explicet is weergegeven met een spanningsbron u_r (links) en een stroombron i_r (rechts).

5.3.2 Hagelruit

Hagelruit heeft een volledig andere fysische oorsprong dan thermische ruis en treedt op bij halfgeleider juncties, elektronenbuizen en andere componenten met ruimteladingsgebieden. De ladingsdragers steken onafhankelijk van elkaar een potentiaalbarrière over, wat discrete stroomstootjes met een ruisig karakter oplevert: hagelruit (Engels: shot noise).

De spectrale ruisdichtheid wordt gegeven door

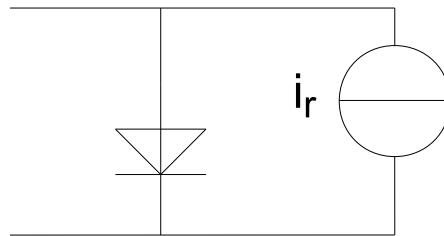
$$S_i(f) = 2qI \quad (5.15)$$

I is de stroom door het component, bijvoorbeeld een diode of transistor, en q is de lading van het elektron. In tegenstelling tot thermische ruis is hagelruit dus stroomafhankelijk. Indien er geen stroom loopt is er ook geen hagelruit.

De stroomruit wordt gegeven door

$$\overline{i_r^2} = \int_{f_l}^{f_h} 2qIdf = 2qI\Delta f \quad (5.16)$$

Hagelruit heeft ook een wit spectrum [20]. Figuur 5.3 toont een diode met hagelruitstroombron. Voor de transistor geldt een vergelijkbaar schema.



$$\overline{i_r^2} = 2qI\Delta f$$

Figuur 5.3: Vervangingsschema van een stroomvoerende diode, met daarin hagelruitstroombron i_r weergegeven.

5.3.3 Flikkerruis

Thermische ruis en hagelruit zijn fundamenteel van aard en hangen op geen enkele wijze samen met de kwaliteit van de componenten [20]. Flikkerruis (excess noise, flicker noise, $\frac{1}{f}$ -noise) daarentegen wordt

veroorzaakt door onvolkomenheden in het materiaal, zoals kristaldefecten, vervuiling en oppervlakte-toestanden, welke trapsgewijs in de verboden band ontstaan. Dit veroorzaakt statistische variatie in de geleiding van het materiaal [5].

Met een kwalitatief goed fabricageproces kan de flikkerruis verminderd worden [20]. Flikkerruis wordt aangetroffen in alle actieve componenten (bipolaire- en veldeffecttransistoren) en in sommige passieve componenten, zoals koolweerstanden.

De spectrale ruisdichtheid is omgekeerd evenredig met de frequentie, wat de benaming $\frac{1}{f}$ -noise verklaard.

$$S_i = K I^a \frac{f_l}{f^b} \quad (5.17)$$

K is een constante voor een bepaald component, a is een constante ergens tussen 0.5 en 2, b is een constante van ongeveer één [21]. De grensfrequentie f_l is de frequentie waarbij de flikkerruis gelijk is geworden aan de thermische ruis [5].

Voor diodes en transistoren is $K = 2q$, $a = b = 1$, waaruit volgt

$$S_i(f) = 2qI \frac{f_l}{f} \quad (5.18)$$

De grensfrequentie f_l moet idealiter zo laag mogelijk liggen. Vaak is dit het geval (veel moderne bipolaire transistoren hebben een grensfrequentie van een paar hertz of nog minder [4]) en kan de flikkerruis verwaarloosd worden.

5.3.4 Burst noise

Burst noise, ook wel popcorn noise genoemd, treedt in sommige i.c.'s en discrete transistoren op. De oorzaak van burst noise is nog niet goed begrepen, maar het lijkt verband te houden met de aanwezigheid van vervuiling door ionen van zware metalen [21]. Met goud gedoteerde componenten genereren bijvoorbeeld hoge burst noise niveau's.

De spectrale ruisdichtheid wordt gegeven door:

$$S_i(f) = K_2 I^c \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad (5.19)$$

K_2 is een constante voor een bepaald type component, I is de stroomsterkte door het component, c is een constante tussen 0.5 en 2 en f_c is de hoekfrequentie van het ruisproces [21].

Burst noise dankt zijn naam aan het feit dat, wanneer deze ruissoort op een oscilloscoop wordt bekeken, de ruis uit pulsen (bursts) met twee of meer discrete niveau's blijkt te bestaan. De herhalingsfrequentie van die ruispulsen is gewoonlijk een paar kilohertz of minder [21]. Als de ruis hoorbaar wordt gemaakt op een luidspreker klinkt het als het knallen ('pop') van popcorn, terwijl de thermische ruis voor de achtergrondruis van het bakken zorgt; vandaar de naam popcorn ruis [22].

5.4 Rekenen met ruis

Elektronische schakelingen bevatten talrijke ruisbronnen. Het is niet nodig om die allemaal in rekening te brengen: men kan volstaan met de meest belangrijke [20].

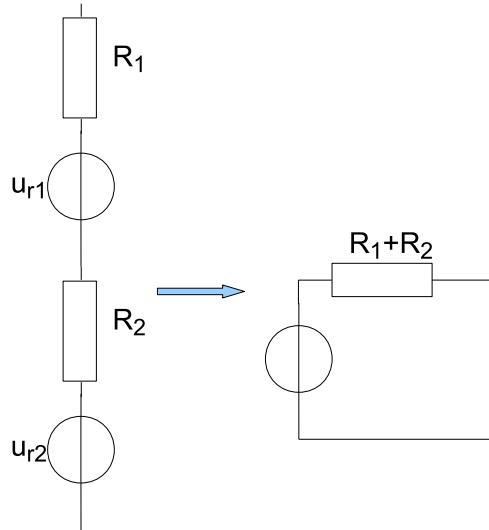
Om de invloeden van de diverse ruisbronnen met elkaar te vergelijken is het handig om ze naar de ingang van, bijvoorbeeld, een versterker te transformeren. Daar zijn de signalen het kleinst. Ruis kan daar dus het grootste, nadelige effect hebben. Door de ruis naar één equivalente ruisbron te transformeren kan de ruis direct met het signaal vergeleken worden en de signaal-ruis verhouding bepaald worden [21].

Bij het bepalen van de equivalente ruisbron moeten enige regels in acht genomen worden, die nu besproken zullen worden. Indien twee weerstanden in serie staan (zie fig. 5.4), dan kan men de bijbehorende ruisbronnen samenstellen tot één bron $u_{tot} = u_{r1} + u_{r2}$ (in het geval van spanningsruis) waarbij

$$\begin{aligned} S_{u_{tot}} &= S_{u_{r1}+u_{r2}} \Rightarrow \\ \overline{u_{tot}^2} &= \int_{f_l}^{f_h} \overline{(u_{r1} + u_{r2})^2} df = \int_{f_l}^{f_h} \left(\overline{u_{r1}^2} + \overline{u_{r2}^2} + 2\overline{u_{r1}u_{r2}} \right) df \end{aligned} \quad (5.20)$$

Omdat de ruisspanningen ongecorreleerd zijn (geen enkele samenhang vertonen) zal de gemiddelde waarde van het dubbelproduct gelijk aan nul zijn, zodat

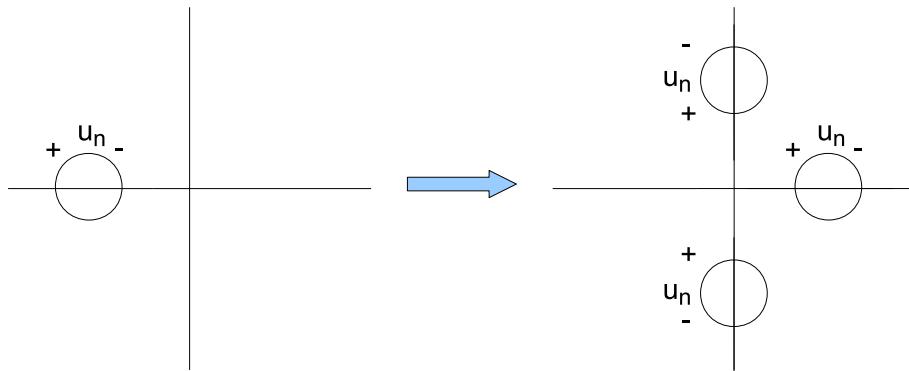
$$\overline{u_{tot}^2} = \int_{f_l}^{f_h} \left(\overline{u_{r1}^2} + \overline{u_{r2}^2} \right) df \quad (5.21)$$



Figuur 5.4: Het optellen van ongecorreleerde spanningsruisbronnen.

Dit principe is algemeen geldig en uit te breiden tot schakelingen met vele spannings- en stroomruisbronnen, waarbij de spectrale ruisdichtheid van parallelgeschakelde stroomruisbronnen bij elkaar opgeteld mogen worden.

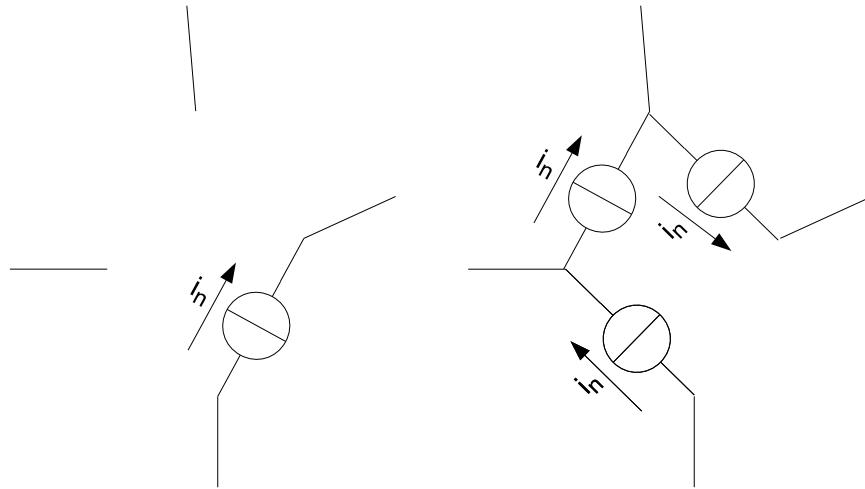
Merk op dat de situatie bij gecorreleerde bronnen geheel anders is. Indien bijvoorbeeld twee gelijkspanningsbronnen of wisselspanningsbronnen met dezelfde frequentie en fase in serie staan dan is $\overline{2u_{r1}u_{r2}}$ niet gelijk aan nul. Een dergelijke situatie treft men ook vaak aan in ruisberekeningen, bijvoorbeeld indien men om rekenkundige redenen een ruisbron transformeert in twee anderen. Een voorbeeld van zo'n bewerking is de zogenaamde Blakesley transformatie (Fig. 5.5): Een spanningsbron mag op de aangegeven wijze door een knooppunt heen geschoven worden, omdat de maasvergelijkingen zich daarbij niet wijzigen.



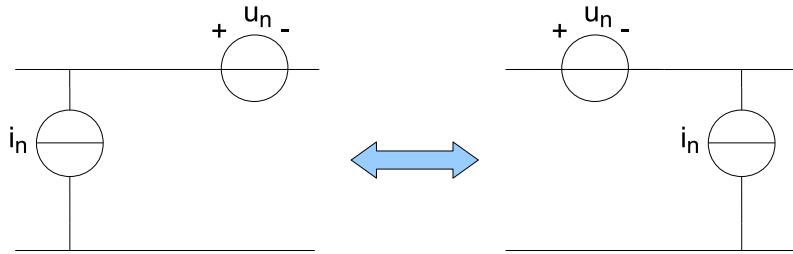
Figuur 5.5: Blakesly transformatie.

Figuur 5.6 toont een soortgelijke transformatie voor stroombronnen. De nieuwe bronnen die door deze transformaties ontstaan zijn onderling volledig gecorreleerd op de wijze aangegeven door de tekens. Een bijzonder geval van de Blakesley transformatie is dat van Fig. 5.7. De spanningsbron wordt hierbij ‘door het knooppunt geschoven’. Omdat de spanningsbron die daarbij in serie met de ideale stroombron komt te staan geen effect heeft mag deze weggelaten worden [20].

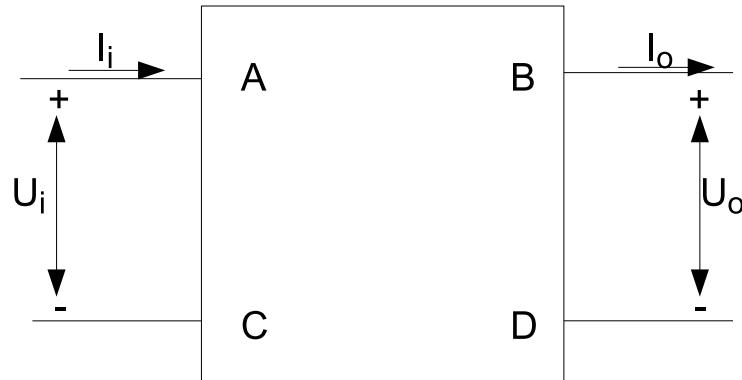
Bij het transformeren van ruisbronnen naar een equivalente ruisbron is het eveneens handig om gebruik te maken van zogenaamde transmissieparameters. In het geval van een netwerk met twee poorten zal meestal één daarvan als ingangspoort en de andere als uitgangspoort dienen. In overeenstemming daarmee definiëren we de ingangsgradiënten U_i en I_i respectievelijk de uitgangsgradiënten U_o en I_o , die een positieve richting hebben zoals aangegeven in figuur 5.8. Een voor de hand liggende manier om de



Figuur 5.6: Doorschuiven van stroombronnen door middel van splitsing.



Figuur 5.7: Een bijzonder geval van de Blakesley transformatie.



Figuur 5.8: Een tweepoort met tekenconventie voor de in- en uitgangsgrootheden.

tweepoort in fig. 5.8 te modelleren is door de beide uitgangsgrootheden (U_o en I_o) uit te drukken in de beide ingangsgrootheden (U_i en I_i). Indien het netwerk geen inwendige bronnen bevat is het systeem te beschrijven met de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} U_i &= AU_o + BI_o \\ I_i &= CU_o + DI_o \end{aligned} \quad (5.22)$$

waarin A , B , C en D systeemconstanten zijn [17] die *transmissieparameters* genoemd worden [9]. De

systeemconstanten zijn door middel van de superpositiemethode te bepalen, waarbij geldt [5]:

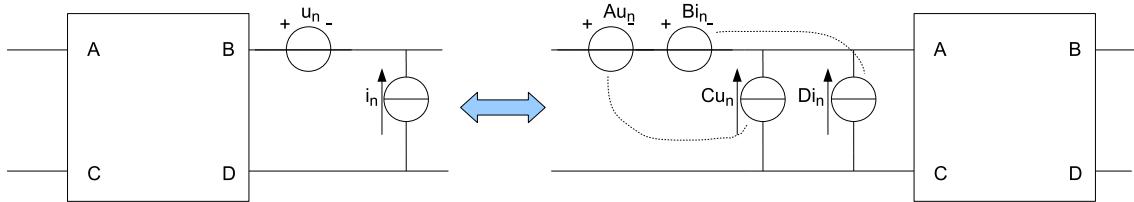
$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\mu} = \left. \frac{U_i}{U_o} \right|_{I_o=0} \\ B &= \frac{1}{\gamma} = \left. \frac{U_i}{I_o} \right|_{U_o=0} \\ C &= \frac{1}{\zeta} = \left. \frac{I_i}{U_o} \right|_{I_o=0} \\ D &= \frac{1}{\alpha} = \left. \frac{I_i}{I_o} \right|_{U_o=0} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Merk op dat μ een spanning naar spanningsoverdracht geeft; een spanningsversterking of -verzwakking. γ geeft een spanning naar stroomoverdracht oftewel een *transadmittantie* en ζ geeft een stroom naar spanningsoverdracht, een *transimpedantie*. α geeft een stroom naar stroomoverdacht; een stroomversterking of verzwakking. μ , γ , ζ en α worden de *transferparameters* genoemd [9]. In paragraaf 5.6 wordt ter verduidelijking meer vermeld over het bepalen van transmissieparameters.

Uit de poortvergelijkingen

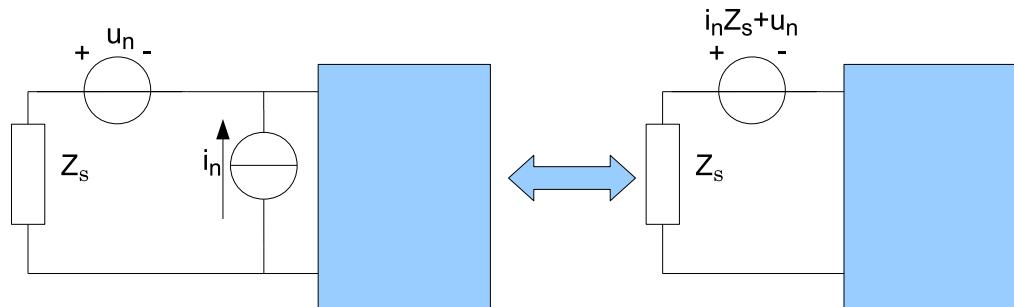
$$\begin{aligned} U_i &= AU_o + BI_o \\ I_i &= CU_o + DI_o \end{aligned} \quad (5.24)$$

volgt dat een spanningsbron aan de uitgang vervangen mag worden door een tweetal bronnen aan de ingang: een spanningsbron AU_o en een stroombron CU_o . Voor een stroombron aan de uitgang geldt iets soortgelijks (Fig. 5.9). Ook hier moet men bedenken dat de door transformatie verkregen bronnen paarsgewijs gecorreleerd zijn, hetgeen met de onderbroken lijn is aangegeven [20].



Figuur 5.9: Transformatie van bronnen aan de uitgang naar de ingang van een tweepoort.

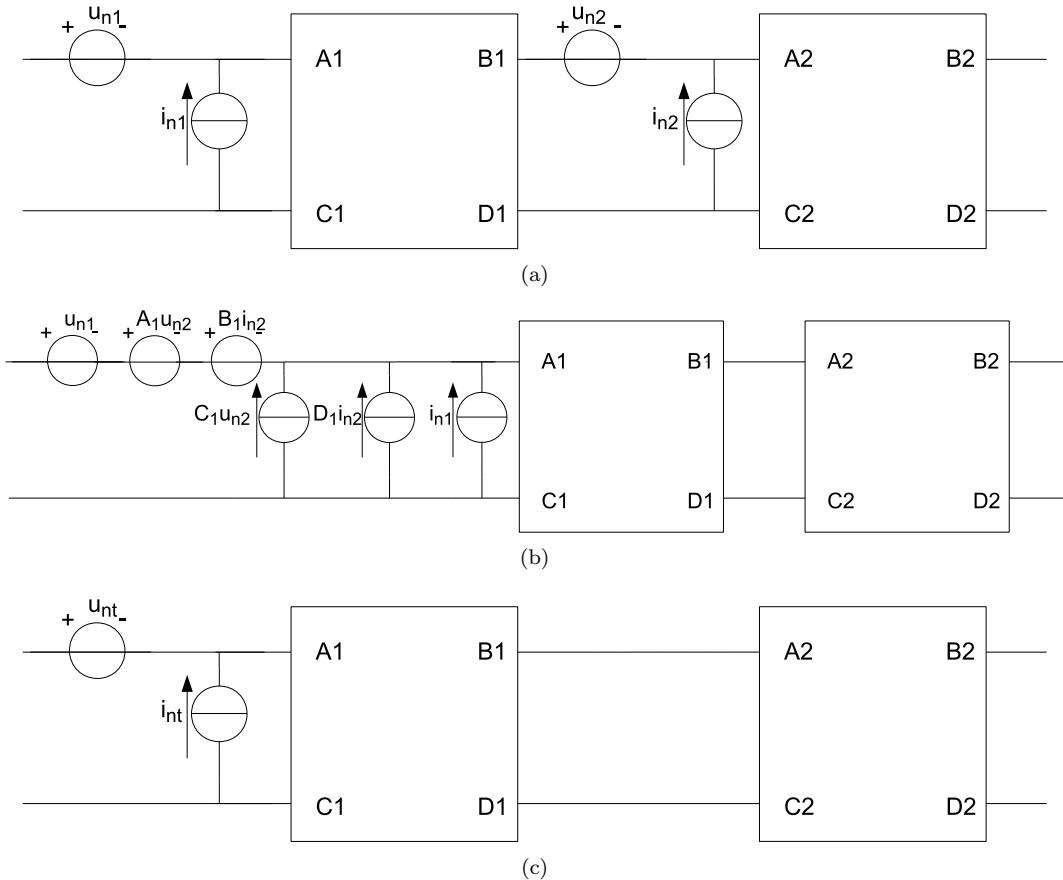
Het transformeren van allerlei ruisbronnen naar de ingang van een versterkerschakeling biedt het voordeel dat ze dan gemakkelijk met elkaar en met het bronsignaal vergeleken kunnen worden, zoals al eerder betoogd. Soortgelijke bronnen kan men rechtstreeks met elkaar vergelijken. Stroom- en spanningsbronnen zijn pas vergelijkbaar als de bronimpedantie Z_s , in rekening wordt gebracht (Fig 5.10) [20]; door gebruik te maken van het theorema van Thévenin. Bij zeer hoge waarden van Z_s , domineert de invloed



Figuur 5.10: Transformatie van een ruisstroom naar een ruisspanning aan de ingang van een versterker.

van de ruisstroombron; bij zeer lage waarden van Z_s is dat de ruisspanningsbron. Beide bronnen hebben evenveel invloed indien $Z_s = \left| \frac{u_n}{i_n} \right|$ [20].

Wanneer we naar een cascade (serieschakeling) van twee systemen bekijken, zien we dat elk van de twee systemen gekarakteriseerd kan worden met een spanningsruisbron en een stroomruisbron, zie fig. 5.11(a). De twee systemen met hun eigen transmissieparameters, hebben elk een equivalente stoorspanningsbron u_{n1} resp. u_{n2} en een equivalente stoorstroombron i_{n1} resp. i_{n2} . We zijn nu twee equivalente



Figuur 5.11: Model voor de bepaling van de equivalente ruisbronnen van een seriesysteem.

ruisbronnen (u_{nt} en i_{nt}) aan de ingang van systeem 1 vinden, die het totale ruisgedrag van deze cascade beschrijft.

Met behulp van dezelfde transformatie als getoond is in fig. 5.9 worden de ruisbronnen van systeem 2 naar de ingang van systeem 1 getransformeerd, zoals te zien is in figuur 5.11(b). De spanningsruisbronnen en stroomruisbronnen mogen bij elkaar opgeteld worden en gemodelleerd worden als één spanningsruisbron respectievelijk één stroomruisbron, zie fig. 5.11(c). Er geldt

$$\begin{aligned} u_{nt} &= u_{n1} + A_1 u_{n2} + B_1 i_{n2} \\ i_{nt} &= i_{n1} + C_1 u_{n2} + D_1 i_{n2}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

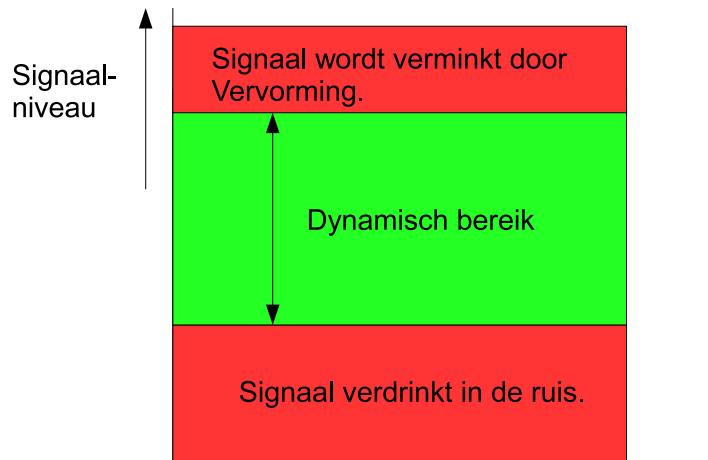
Hieruit kunnen we concluderen dat in het geval van kleine waarden (idealiter nul) van A_1 , B_1 , C_1 en D_1 , de ruisbijdrage van systeem 2 aan de totale ruis te verwaarlozen valt. De transmissieparameters zijn de inverse van de transferparameters (de versterkingen). Kleine waarden van transmissieparameters betekent dus grote waarden van de versterkingen. **Uit dit voorbeeld blijkt duidelijk dat grote versterkingsfactoren van het eerste systeem een gunstige invloed heeft op het ruisgedrag: de ruissignalen van het tweede systeem dragen dan in geringe mate bij aan de totale ruis; de ruis van het totale systeem worden bijna uitsluitend bepaald door die van het eerste systeem.**

5.5 Dynamisch bereik

Het dynamisch bereik (dynamic range (*DR*)) is gedefinieerd als zijnde de verhouding tussen het grootste en het kleinste signaal dat *gelijktijdig* verwerkt kan worden [19]:

$$DR = \frac{\text{Grootste signaal}}{\text{Kleinste signaal}} \Big|_{\text{gelijktijdig}} \quad (5.26)$$

Deze definitie bepaalt dat aan de ene kant een klein signaal niet in de ruis mag verdriicken waardoor de informatie in dat signaal verloren gaat en aan de andere kant mag de informatie van grote signalen niet verloren gaan ten gevolge van vervorming. Figuur 5.12 toont het concept van het *DR*.



Figuur 5.12: Het dynamisch bereik kan voorgesteld worden als het gebied tussen te kleine en te grote signalen waar het systeem correct werkt.

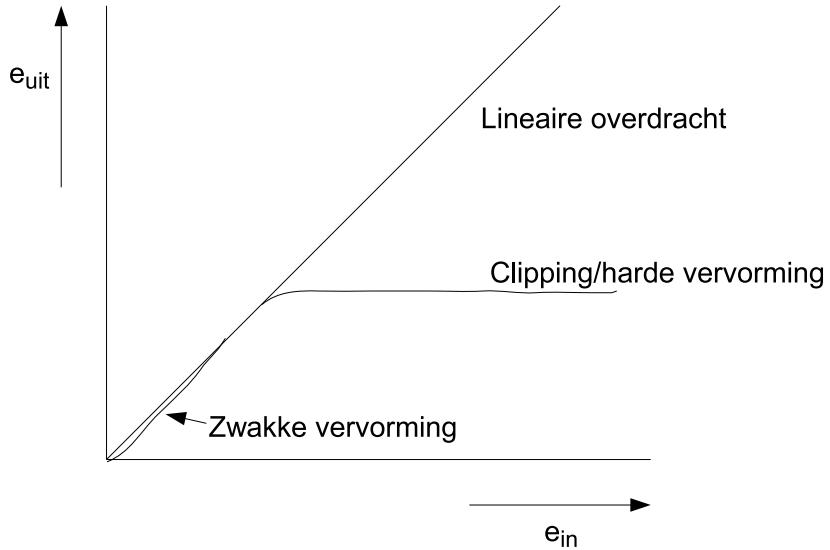
Voor het kleinste signaal wordt vaak het signaalniveau gebruikt dat hetzelfde vermogen heeft als de equivalente ruisbron [19]. Het grootste signaal dat zonder vervorming weergegeven kan worden is minder helder. Er bestaan namelijk twee typen vervorming: harde vervorming t.g.v. clipping en zwakke vervorming ten gevolge van het niet lineair zijn van overdrachten van bijvoorbeeld transistoren. Zwakke en harde vervorming worden getoond in figuur 5.13.

De ideale overdracht van het systeem is lineair. Ten gevolge van niet-lineariteit vindt er zwakke vervorming plaats. Bij zwakke vervorming treedt er over het algemeen geen verlies van informatie op. Wel worden zogenaamde boventonen van een ingangssignaal opgewekt: wanneer een cosinus van 1 kHz in de informatie zit, worden er t.g.v. de niet-lineariteit signalen op 2 kHz, 3kHz, enzovoort, opgewekt. De amplitude van die boventonen is over het algemeen klein te houden door goed te ontwerpen. Hoofdstuk 6 over versterkers zal dieper ingaan op zwakke vervorming en wat gedaan kan worden om zwakke vervorming te beperken.

Wanneer een uitgangssignaal zo groot wordt dat het tegen de maximale uisturing van het systeem, bijvoorbeeld de voedingsspanning, loopt, zal het ingangssignaal nog wel in amplitude veranderen maar het uitgangssignaal niet. Dit wordt clipping genoemd en kan zowel in het spanningsdomein als in het stroomdomein optreden. Twee signalen, de een met een amplitude net onder de clipping grens en de ander met een amplitude net boven de clipping grens zullen hetzelfde uitgangssignaal geven [19].

Een kenmerk van harde vervorming (clipping) is dat er amplitude-informatie verloren gaat. Vanuit informatieverwerkingsoogpunt is dit onacceptabel en zal dus voorkomen moeten worden.

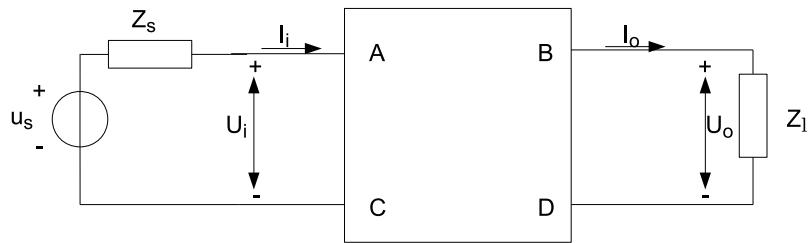
Voor het bepalen van het dynamisch bereik gaan we er vanuit dat de effecten van zwakke vervorming klein (bijvoorbeeld van dezelfde orde van grootte als de ruis) gehouden kunnen worden. De bovengrens van het dynamisch bereik wordt dan verder bepaald door de maximale uisturing van het systeem. Harde vervorming komt terug in hoofdstuk 6 over het ontwerpen van versterkers en bij het ontwerpen van filters (zie hoofdstuk 8) komt het dynamisch bereik ook weer ter sprake.



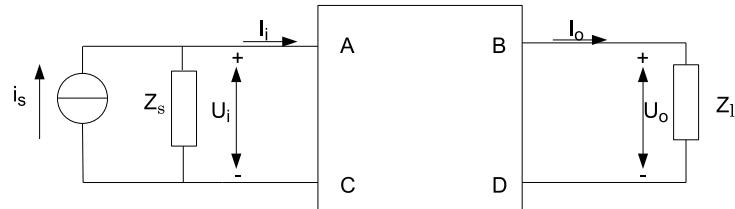
Figuur 5.13: Zwakke en harde vervorming (clipping) zorgen er voor dat de werkelijke overdracht afwijkt van de beoogde lineaire overdracht.

5.6 Transmissieparameters

De transmissieparameters van een systeem kunnen gebruikt worden om op een snelle en eenvoudige manier de overdrachten van een bron naar een belasting te bepalen. Uit figuur 5.14(a) volgt:



(a) Schema voor bepaling van de spanningsversterking/-verzwakking en transadmittantie



(b) Schema voor bepaling van de stroomversterking/-verzwakking en transimpedantie

Figuur 5.14: Modellen voor de bepaling van de overdrachten van bron naar belasting.

$$\begin{aligned} u_i &= u_s - i_i Z_s = Au_o + Bi_o = Au_o + B \frac{u_o}{Z_l} \\ i_i &= Cu_o + Di_o = Cu_o + D \frac{u_o}{Z_l} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Invullen van i_i in de formule voor u_i levert voor de spanningsversterking (of verzwakking)

$$\mu_{\text{system}} = \frac{u_o}{u_s} = \frac{Z_l}{AZ_l + B + CZ_s Z_l + DZ_s} \quad (5.28)$$

en voor de transadmittantie

$$\gamma_{\text{system}} = \frac{i_o}{u_s} = \frac{1}{AZ_l + B + CZ_s Z_l + DZ_s} \quad (5.29)$$

op. Reken dit na!!

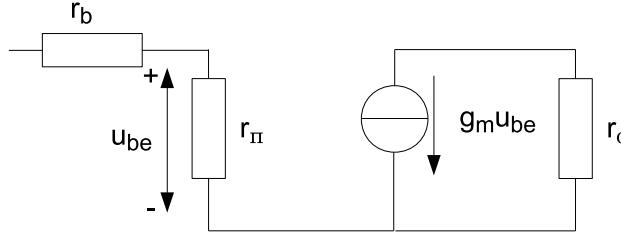
Op een vergelijkbare manier vinden we m.b.v. fig. 5.14(b) voor de transimpedantie en de stroomversterking/-verzwakking (Reken na!!):

$$\zeta_{\text{system}} = \frac{u_o}{i_s} = \frac{Z_s Z_l}{AZ_l + B + CZ_s Z_l + DZ_s} \quad (5.30)$$

en

$$\alpha_{\text{system}} = \frac{i_o}{i_s} = \frac{Z_s}{AZ_l + B + CZ_s Z_l + DZ_s} \quad (5.31)$$

Als voorbeeld zullen de versterkingen en de transmissieparameters van een bipolaire transistor bepaald worden. Figuur 5.15 toont het kleinsignaal- of hybride- π model van de bipolaire transistor.



Figuur 5.15: Kleinsignaal- of hybride- π model van de bipolaire transistor.

emitter weerstand $r_\pi = \beta_{ac}/g_m$ wordt bepaald door de wisselstroomversterkingsfactor β_{ac} en de steilheid of transconductantie g_m van de transistor. De weerstand $r_o = U_{AF}/I_c$ stelt de collector-emitterweerstand voor en hangt af van een (bij benadering) constante, de 'Early-voltage' en de collectorstroom.

μ en A kunnen bepaald worden door de transistor onbelast te laten en aan de ingang een ideale spanningsbron (u_i) aan te sluiten:

$$\mu = \frac{u_{ce}}{u_i} = -\frac{r_\pi}{r_b + r_\pi} g_m r_o \quad A = \frac{u_i}{u_{ce}} = -\frac{(r_b + r_\pi)}{r_\pi g_m r_o} \quad (5.32)$$

Door de uitgang kort te sluiten kunnen we, met de spanningsbron aan de ingang, γ en B bepalen:

$$\gamma = \frac{i_c}{u_i} = -\frac{r_\pi}{r_b + r_\pi} g_m \quad B = \frac{u_i}{i_c} = -\frac{(r_b + r_\pi)}{r_\pi g_m} \quad (5.33)$$

Voor ζ , C , α en D wordt een ideale stroombron aan de ingang van de transistor geplaatst, waarna weer aan de uitgang naar open klemspanning (ζ , C) respectievelijk de kortsluitstroom (α , D) gekeken wordt:

$$\zeta = \frac{u_{ce}}{i_b} = -r_\pi g_m r_o \quad C = \frac{i_b}{u_{ce}} = -\frac{1}{r_\pi g_m r_o} \quad (5.34)$$

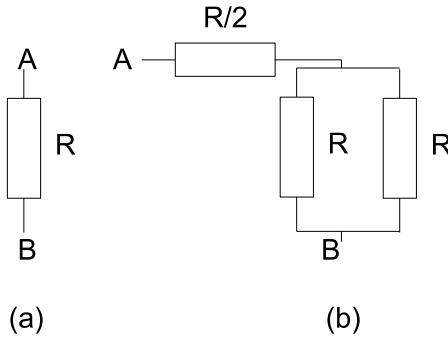
$$\alpha = \frac{i_c}{i_b} = -r_\pi g_m \quad D = \frac{i_b}{i_c} = -\frac{1}{r_\pi g_m} \quad (5.35)$$

Stel dat we een transistor hebben die zo ingesteld is, dat de kleinsignalparameters als volgt zijn: $r_o = 50 \text{ k}\Omega$, $r_\pi = 2500 \Omega$, $g_m = 40 \text{ mA/V}$ en $r_b = 100 \Omega$. Voor de transmissie- en transferparameters worden nu dus gevonden (reken na!): $\mu = -1923$, $\gamma = -38.46 \text{ mA/V}$, $\zeta = -5 \text{ M}\Omega$ en $\alpha = -100$; $A = -520 \mu$, $B = -26.00 \Omega$, $C = -0.2 \mu\text{S}$ en $D = -0.01$.

Met een bronweerstand (R_s) van $2 \text{ k}\Omega$ en een belastingsweerstand (R_l) van $10 \text{ k}\Omega$ volgt nu $\mu_{\text{system}} = -181$, $\gamma_{\text{system}} = -18.12 \text{ mA/V}$, $\zeta_{\text{system}} = 362.32 \text{ k}\Omega$ en $\alpha_{\text{system}} = -36.23$.

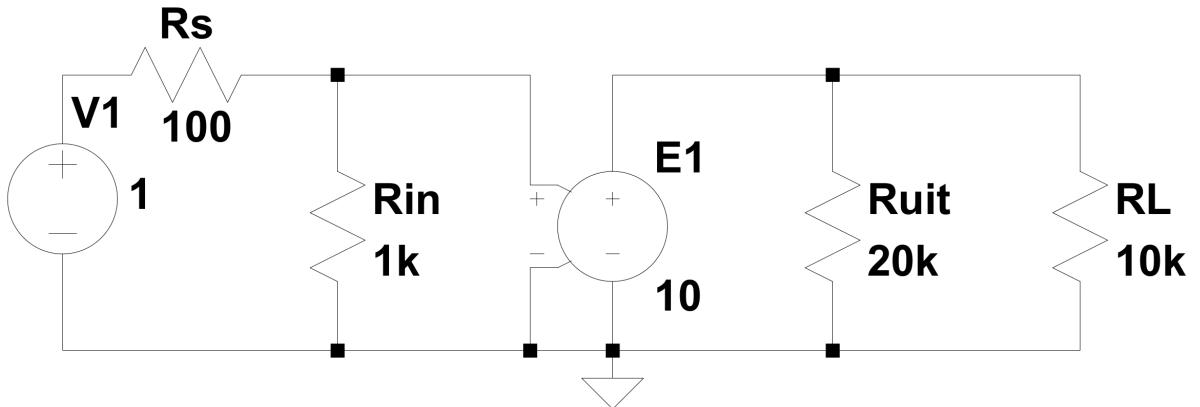
5.7 Opgaven

1. Een weerstand R (Fig. 5.16(a)) wordt vervangen door de schakeling van Fig. 5.16(b) welke, gemeten aan de klemmen A en B, dezelfde weerstand heeft [20]. Ga er van uit dat de temperatuur voor alle weerstanden gelijk is. Ga na wat de invloed van deze vervanging op het ruisgedrag van de

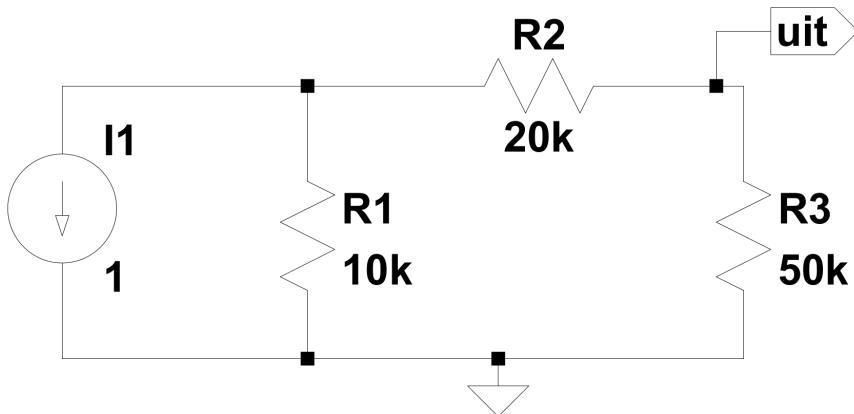


Figuur 5.16: Weerstandsschakelingen.

- schakeling is.
2. Noem de soorten ruis die je kent en hun oorzaak.
3. Stel, we hebben twee versterkende systemen in cascade nodig voor een bepaalde toepassing. Systeem A heeft een spanningsversterking (μ) van 20 keer en produceert een spanningsruis van $\overline{u_{nA}} = 10 \cdot 10^{-9} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ en verwaarloosbare stroomruis. Voor Systeem B geldt $\mu = 1$ en produceert eveneens $\overline{u_{nB}} = 10 \cdot 10^{-9} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ spanningsruis met verwaarloosbare stroomruis. Voor beide systemen geldt dat γ , ζ en $\alpha \rightarrow \infty$.
- Bereken de totale equivalente spanningsruis $\overline{u_{n,eq}}$ (in [V]) indien de bandbreedte 20 kHz is en de cascade gevormd wordt door systeem B gevolgd door systeem A.
 - Is dit vanuit het oogpunt van signaal-ruis-verhouding de beste cascade of is een cascade van A gevolgd door B beter (de bandbreedte blijft gelijk)? Verklaar uw antwoord.
4. Zie hoofdstuk 12 uit [18]. Bepaal van de gemeenschappelijk source versterker van afbeelding 12.23 de transmissieparameters en de versterkingen.
5. Zie figuur 5.9. De ruisbronnen aan de uitgang hebben respectievelijk een waarde van $20 \text{ mV}/\sqrt{\text{Hz}}$ en $0.01 \text{ mA}/\sqrt{\text{Hz}}$.
- Transformeer deze ruisbronnen naar resulterende hoeveelheid ruisbronnen aan de ingang en bepaal hun waarde indien $A = D = 0.0016$, $B = 66 \cdot 10^{-6}$ en $C = 2.0 \cdot 10^{-6}$.
 - Transformeer de hierboven gevonden bronnen naar één spanningsruisbron en één stroomruisbron.
 - Stel dat we nu zoals in figuur 5.10 getoond zien, een bronimpedantie Z_s hebben. Bepaal de formule voor de equivalente spanningsruisbron u_{eq} .
 - Z_s bestaat uit een reële weerstand van $10 \text{ k}\Omega$. Bepaal $\overline{u_{eq}}$ indien de bandbreedte 300 kHz is.
 - Z_s bestaat uit een parallelschakeling van een weerstand van $10 \text{ k}\Omega$ en een condensator van 10 nF . Bepaal $\overline{u_{eq}}$ indien de bandbreedte 300 kHz is.
 - Stel dat een ingangssignaal van 100 mV voor de maximale uitsturing zorgt. Bereken de SN voor de situaties beschreven in vragen (d) en (e).
 - Wat is het effect van de condensator op de ruis en de SN?
- Bij opgaven 6 t/m 8 moet er gesimuleerd worden.**
6. Bepaal μ_{systeem} , γ_{systeem} , ζ_{systeem} en α_{systeem} van het schema dat in figuur 5.17 getoond wordt. Hiervoor moet je eerst de transmissieparameters van de tweedoort gevormd door R_{in} , R_{out} en de spanningsgestuurde spanningsbron E bepalen.
7. In figuur 5.18 is een schema gegeven.
- Bepaal de spectrale ruisdichtheid ($S_{i_{eq}}$) van de equivalentente stroomruisbron I_1 . Leid eerst de symbolische formule af voordat je de getallen invult. We willen ook $\overline{i_{eq}^2}$ en $\overline{i_{eq}}$ weten in het geval de bandbreedte tussen 0 en 100 kHz ligt. Leid de formule(s) af en reken $\overline{i_{eq}^2}$ en $\overline{i_{eq}}$ uit. Ruimte voor de afleiding van $S_{i_{eq}}$, $\overline{i_{eq}^2}$ en $\overline{i_{eq}}$

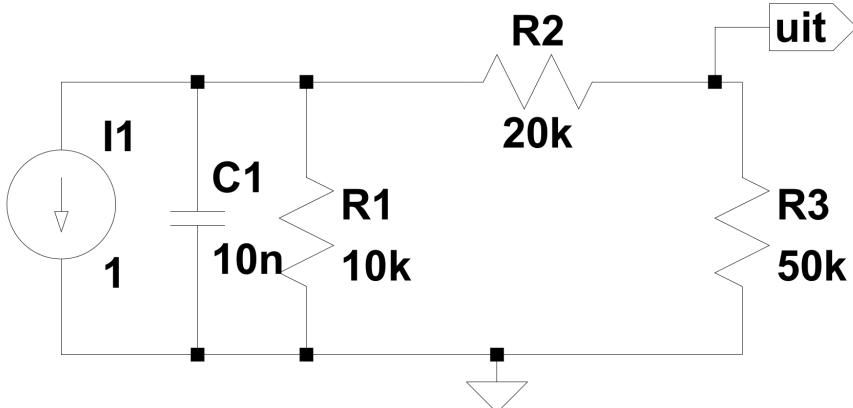


Figuur 5.17: Een tweepoort.

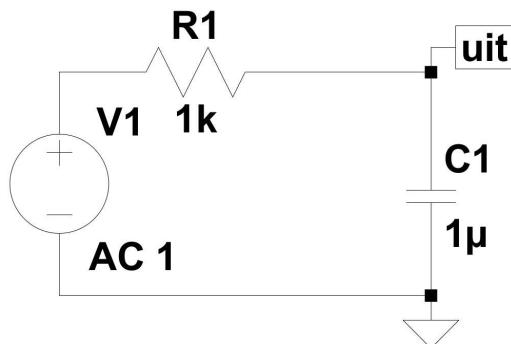


Figuur 5.18: Een tweepoort.

- (b) Controleer je antwoord door het schema van figuur 5.18 te tekenen in LTspice. Simuleer vervolgens het ruisgedrag. Doe daarvoor het volgende:
- Simulate, Edit Simulation cmd: .noise V(uit) I1 oct 20 100 100k.
 - Plaats het volgende commando: '.meas noise in_totn integ inoise' door op de 'knop'.op te drukken en deze tekst in het witte vlak in te vullen. Let op dat 'Spice directive' geselecteerd is. Dit commando berekent $\overline{i_{eq}}$ over het ingestelde frequentiebereik. Het resultaat van de berekening is terug te vinden via: View, Spice Error log.
- Neem de inhoud van de Spice Error log op in het in te leveren document.
- (c) Figuur 5.19 toont een vergelijkbaar netwerk, maar nu is een capaciteit van 10 nF parallel aan R_1 geplaatst. Leid voor deze situatie eveneens de formules voor $S_{i_{eq}}$, $\overline{i_{eq}^2}$ en $\overline{i_{eq}}$ af. Controleer je antwoord door het schema van figuur 5.19 te tekenen in LTspice. Simuleer vervolgens het ruisgedrag en plaats het resultaat in het op te leveren document.
- (d) Bediscussieer de verschillen in het ruisgedrag van de tweepoort met en zonder capaciteit. Wat is jouw conclusie?
8. De hoeveelheid ruis hangt af van de bandbreedte van de overdracht. Een eerste-orde passief laagdoorlaatfilter, zoals getoond in fig. 5.20, kan gebruikt worden om de bandbreedte te beperken.
- Leid de formule voor de overdracht $H(f) = 20 \cdot \log \left(\left| \frac{u_{uit}}{u_1} \right| \right)$ van dit filter af.
 - Bepaal uit $H(f)$ de formule voor de bandbreedte.



Figuur 5.19: Een tweepoort met reactief karakter.



Figuur 5.20: Een passief eerste-orde laagdoorlaatfilter.

- (c) Op welke frequentie ligt het kantelpunt van dit filter?
- (d) Teken het schema in LTspice en teken het bodediagram van de overdracht $H(f) = 20 \cdot \log \left(\left| \frac{u_{uit}}{u_1} \right| \right)$ tussen 0.1 Hz en 1 MHz en controleer de berekende bandbreedte.
- (e) Weerstand R produceert ruis. Bereken hoeveel van de ruis aan de uitgang van het filter te meten is. Werk hiervoor de formule $\overline{u_{n_{uit}}^2} = \int_0^{f_h} S_{u_n} H(f)^2 df$ uit⁴.
- (f) Een ideaal filter laat alleen de signalen (en dus ook de ruis) binnen zijn bandbreedte door en signalen buiten de bandbreedte worden oneindig goed onderdrukt; zo'n filter worden een brickwall filter genoemd. De ruisoverdracht van een laagdoorlaat brickwall filter is: $\overline{u_{n_{uit}}^2} = 4ktR1f_h$, indien een weerstand R_1 de enige ruisbron is. De frequentie f_h is de hoogste frequentie die doorgelaten wordt. Als de ruisoverdracht van het Brickwall filter wordt vergeleken met die van het eerst-orde filter, wat valt dan op?

4. Bedenk dat $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x$

Hoofdstuk 6

Systematisch ontwerpen van versterkers

Een belangrijke basissignaalbewerkingsfunctie die in vrijwel alle elektronische systemen voorkomt, is de versterker. In dit hoofdstuk wordt het ontwerpen van versterkers behandeld. Daarvoor dalen we af van het niveau van ideale versterkers naar praktische versterkers, door het versterkermodel steeds meer uit te breiden met niet-idealiteiten en daardoor meer met de realiteit overeen te laten komen. De niet-idealiteiten die behandeld worden zijn de fundamentele beperkingen ten gevolge van ruis, signaalvermogen en bandbreedte.

6.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk dient de student te weten en te kunnen:

- te weten welke vier basistypen tegengekoppelde versterkers bestaan.
- dat ruis, signaalvermogen en bandbreedte fundamentele beperkingen zijn.
- de werking van de versterkers in figuur 6.3 kunnen verklaren.
- aan de hand van de specificaties van signaalbron en belasting het juiste type benodigde versterker kunnen bepalen.
- het tegenkoppelnetwerk ontwerpen
- ruisberekeningen aan versterkers kunnen maken.
- zowel het grootsignaal- als de kleinsignaalbandbreedte kunnen bepalen.
- een geschikte opamp kunnen selecteren die aan ruis, slew-rate en aan de bandbreedte eisen voldoet.
- op een systematische wijze een versterker kunnen ontwerpen die aan de specificaties ten aanzien van signaaloverdracht, ruis en bandbreedte voldoet.

6.2 Ideale versterkers

Ideale versterkers gedragen zich ideaal: ze zijn oneindig nauwkeurig in hun overdracht, vervormen niet, hebben oneindige bandbreedte en voegen geen ruis toe aan het te versterken signaal. De vraag die zich opdringt is nu: is er slechts één type ideale versterker of zijn er meerdere typen?

Om die vraag te kunnen beantwoorden, moeten we naar de specificaties van de versterker kijken. Daarin staan de (gedetailleerde) gegevens van de signaalbron (bijvoorbeeld een sensor) en de belasting opgesomd. Signaalbronnen kunnen over het algemeen of een nauwkeurige spanning of een nauwkeurige stroom (of beide) leveren. Voor de belasting geldt hetzelfde voor wat deze kan verwerken. Dat levert de volgende classificatie van versterkers op:

- spanning in, spanning uit (spanningsversterker)
- stroom in, spanning uit (transimpedantieversterker)
- spanning in, stroom uit (transadmittantieversterker)
- stroom in, stroom uit (stroomversterker)

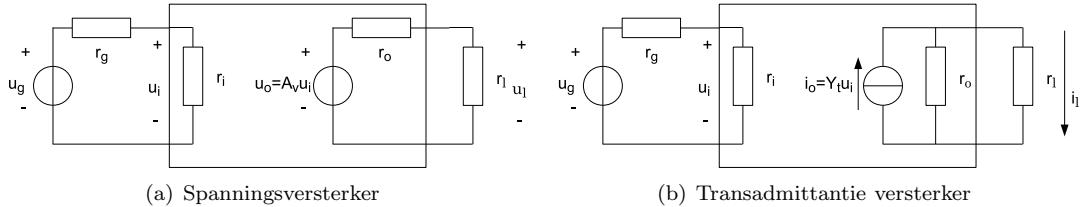
Nu blijkt dat er vier basistypen (ideale) versterkers bestaan, moeten we ons afvragen wat een ideale versterker nu zo ideaal maakt. Om deze vraag te kunnen beantwoorden moeten we ons weer afvragen wat we aan het doen zijn. Wat is het doel van versterken? Dat doel is: *het ingangssignaal met een constante vermenigvuldigen, zodat zijn energie-inhoud toeneemt* en verder verwerkt kan worden. Het gaat dus om het signaal, de informatie. Het zo goed mogelijk handhaven van de integriteit van de informatie moet dus voorop staan [1]. Dit betekent dat [1]:

1. de overdracht van een bronsignaal naar de versterker en van het versterkte signaal naar de belasting betrouwbaar moet zijn,
2. de overdracht voorspelbaar moet zijn, vaak lineair (vervormingsarm),
3. de overdrachtsfactor stabiel moet zijn, dus geen verloop als functie van de tijd, temperatuur of de voedingsspanning mag vertonen en niet afhankelijk mag zijn van componentspreiding,
4. het relevante deel van het frequentiespectrum van het aangeboden signaal verwerkt moet kunnen worden (een voldoend grote bandbreedte), en
5. de toevoeging van ongewenste signalen als ruis en storingen tot een minimum beperkt dient te worden.

We lichten het eerste aspect nader toe. De vier overige aspecten komen later aan de orde.

Als we een blokschema tekenen van een versterker met bron en belasting dan zullen we daarin twee signaalbronnen kunnen herkennen, namelijk de signaalbron die het te versterken signaal aan de ingang van de versterker levert, en een elektrisch gestuurde signaalbron aan de uitgang van de versterker die het versterkte signaal aan de belasting afgeeft [1]. Deze laatste bron heeft een waarde gelijk aan het ingangssignaal vermenigvuldigd met de overdrachtsfactor A . Beide signaalbronnen kunnen zowel het karakter van een spanningsbron als van een stroombron bezitten, elk met hun eigen inwendige weerstand. Tussen de ingangsklemmen bezit de versterker steeds een eigen inwendige ingangsweerstand r_i .

We kunnen nu vier situaties onderscheiden die getekend zijn in de figuren 6.1(a) t/m 6.2(b). In de figuren 6.1(a) en 6.1(b) is de ingangssignaalbron een spanningsbron u_g met inwendige weerstand



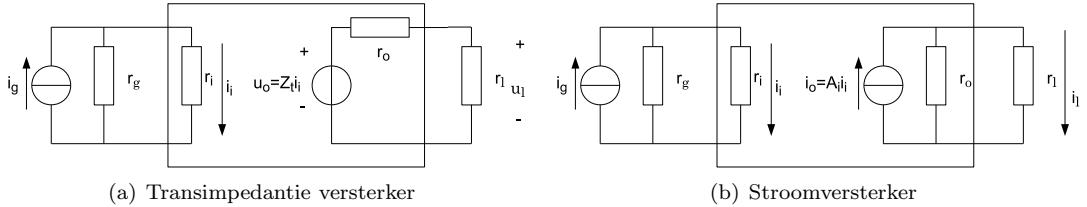
Figuur 6.1: Ideale spanningsversterker (a) en ideale transadmittantieversterker (b).

r_g . Daarbij is verondersteld dat u_g een nauwkeurige maat is voor de te verwerken informatie. Door de spanningsdeling via r_g en r_i komt slechts een deel u_i van u_g op de ingang van de versterker te staan. Er geldt:

$$u_i = \frac{r_i}{(r_g + r_i)} \cdot u_g \quad (6.1)$$

Bij veel signaalbronnen (vooral sensorbronnen) is de inwendige weerstand r_g onstabiel en in zekere mate niet-lineair. Vanwege de waarheidsgrouwheid van de signaaloverdracht van bron naar versterker moeten we de invloed van r_g in de overdracht minimaliseren. Dat kan door er voor te zorgen dat $r_i \gg r_g$, want dan gaat de formule over in $u_i = u_g$. De beste informatiedragende grootheid is dus de *ingangsspanning*.

In de figuren 6.2(a) en 6.2(b) is de ingangssignaalbron een stroombron i_g met inwendige weerstand r_g . Daarbij is verondersteld dat i_g een nauwkeurige maat is voor de te verwerken informatie. Door de



Figuur 6.2: Ideale transimpedantieversterker (a) en ideale stroomversterker (b).

stroomdeling met r_g en r_i komt slechts een deel i_i van i_g in de ingang van de versterker te lopen. Er geldt:

$$i_i = \frac{r_g}{(r_g + r_i)} \cdot i_g \quad (6.2)$$

Ook hier kan de inwendige weerstand r_g onstabiel en niet-lineair zijn, en ook hier zullen we er naar streven de invloed van r_g in de signaaloverdracht van bron naar versterker te minimaliseren. Dat kan door er voor

te zorgen dat $r_i \ll r_g$, want dan gaat de formule over in $i_i = i_g$. De beste informatiedragende grootheid is hier dus de *ingangsstroom*.

De uitgangssignaalbron is een spanningsbron u_o met inwendige weerstand r_o in de figuren 6.1(a) en 6.2(a). De spanning u_l over de belastingweerstand r_l is de grootheid die voor de informatieoverdracht van belang is. Door de spanningsdeling via r_o en r_l komt slechts een deel van u_o over r_l te staan. Er geldt immers:

$$u_l = u_o \frac{r_l}{r_l + r_o} \quad (6.3)$$

Belastingweerstand r_l kan veranderlijk of niet-lineair gedrag vertonen. De invloed die r_l op de overdracht van u_o naar u_l heeft, moet daarom geminimaliseerd worden. Dat kan door er voor te zorgen dat $r_o \ll r_l$, want dan gaat de formule over in $u_l = u_o$. De beste informatiedragende grootheid is dus de *uitgangsspanning* van de versterker.

In de figuren 6.1(b) en 6.2(b) is de uitgangssignaalbron een stroombron i_o met inwendige weerstand r_o . Er wordt nu verondersteld dat de stroom i_l door de belastingweerstand r_l de voor de informatieoverdracht belangrijke grootheid is. Door de stroomdeling met r_o en r_l loopt slechts een deel (i_l) van i_o door de belastingweerstand. Hiervóór geldt:

$$i_l = i_o \frac{r_o}{r_l + r_o} \quad (6.4)$$

Ook nu geldt dat r_l veranderlijk of niet-lineair gedrag kan vertonen. De invloed van r_l op de informatieoverdracht dient dus weer geminimaliseerd te worden. Dat kan door er voor te zorgen dat $r_o \gg r_l$, want dan gaat de formule over in $i_l = i_o$. De beste informatiedragende grootheid is hier dus de *uitgangsstroom* van de versterker.

De eigenschappen van signaalbron en belasting dienen dus eerst bekend te zijn, hieruit volgt welk type versterker nodig is. Wanneer de informatiedragende grootheid een spanning (bijvoorbeeld i.h.g.v. een elektrodynamische microfoon) is, dient de signaalbron belast te worden met een versterker met hoge, bij voorkeur oneindig hoge, ingangsweerstand. In het geval van stroom als informatiedragende grootheid (bijvoorbeeld fotodiode) vinden we het duale: de ingangsweerstand van de versterker moet zo laag mogelijk, bij voorkeur 0, zijn. Als de belasting het best informatie in het spanningsdomein kan verwerken, moet de uitgangsimpedantie zo laag mogelijk, bij voorkeur 0, zijn. In het geval van een belasting die het best informatie in het stroomdomein kan verwerken (bijvoorbeeld een LED) moet de versterker weer een uitgangsweerstand hebben die zo hoog mogelijk, bij voorkeur oneindig is.

In geval van figuur 6.1(a) is r_i hoog (∞) en r_o laag (0). De overdracht $A = u_o/u_i = A_v$ is dimensieloos en heet *spanningsversterker*. Bij figuur 6.1(b) zijn zowel r_i en r_o hoog (∞). De overdracht $A = Y_t$ heeft de dimensie siemens (S) en heet *transadmittantie*: er vindt een overdracht van spanning naar stroom plaats. Derhalve heet dit type versterker *transadmittantieversterker*. Bij de versterker in figuur 6.2(a) zijn zowel r_i en r_o laag (0). De ingangsstroom en de uitgangsspanning zijn de belangrijkste grootheden. De overdracht $A = Z_t$ heeft de dimensie ohm (Ω) en heet *transimpedantie*. Dit type versterker heet daarom *transimpedantieversterker*. Als laatste toont figuur 6.2(b) een versterker met r_i laag (0) en r_o hoog (∞). De ingangs- en uitgangsstroom zijn de belangrijkste grootheden. De overdracht $A = A_i$ is dimensieloos en heet *stroomversterking*. De versterker heet daarom *stroomversterker*.

De bovenstaande indeling is gemaakt op grond van het onvolmaakte gedrag van r_g en r_l . Als r_g en r_l wel onveranderlijk stabiel en lineair zijn, dan kan in principe elk type versterker gebruikt worden. De keuze voor het type versterker wordt dan bepaald door andere van belang zijnde aspecten, zoals bandbreedte, ruis en een vlakke overdrachtskarakteristiek [1].

Wanneer de hier gepresenteerde modellen worden gebruikt onder de eerder genoemde voorwaarden van r_i en r_o , zien we dat een ideale spanningsversterker zich gedraagt als een spaninggestuurde spanningsbron, een ideale transadmittantieversterker als een spaninggestuurde stroombron, een ideale transimpedantieversterker als stroomgestuurde spanningsbron en een ideale stroomversterker als stroomgestuurde stroombron. Deze gestuurde bronnen zijn ook in simulatiepakketten (Pspice) vorhanden.

6.2.1 Opdelen in ideale bouwstenen

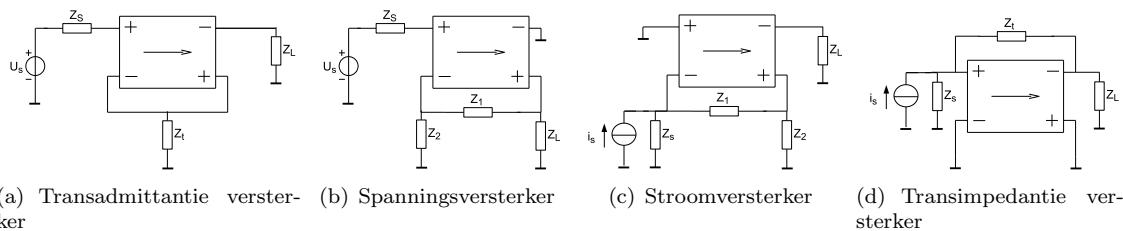
We zijn nu op het punt beland dat we één hiërarchisch niveau lager gaan. De ideale versterker (de gestuurde bron) moet ontworpen gaan worden: de juiste overdracht moet bewerkstelligd worden. Het lastige is namelijk dat er geen gestuurde bronnen met een nauwkeurige overdracht bestaan. Er bestaan alleen maar ‘componenten’ die een eindige en onnauwkeurige versterking leveren of ‘componenten’ die oneindig veel versterken en daardoor geen nauwkeurige overdracht kunnen realiseren. Met deze laatste klasse zullen we ons verder bezig houden.

Het is mogelijk om doormiddel van nauwkeurige, lineaire componenten in combinatie met een on-

eindig versterkend element¹ er voor te zorgen dat de overdracht ook nauwkeurig en lineair wordt. Dit gebeurt door middel van tegenkoppeling met behulp van de nauwkeurige, passieve², componenten (R, C, L). Er zijn nu dus twee aparte te ontwerpen ‘blokken’ te onderscheiden: het passieve tegenkoppelnetwerk en het blok dat de oneindig hoge versterking levert; het actieve deel.

Het hoogste hiërarchische model van het actieve deel van een versterker is de nullor [23]. De nullor bestaat uit een gekoppelde nullator en norator. De nullator is een fictief component dat, volgens definitie, geen spanningsverschil over zijn ingangsklemmen heeft en waar geen stroom doorheen loopt. De norator is ook een fictief component dat elke willekeurige waarde aan spanning over zijn klemmen, of stroom door zijn klemmen, kan opwekken. Door deze eigenschappen kunnen de norator en de nullator alleen maar gebruikt worden als onderdelen van de nullor [23], omdat alleen de nullor aan de poortvoorwaarden van de norator kan voldoen.

De nullor is een actief component dat een oneindige versterking heeft voor elk type aansturing en belasting. Om de versterking eindig te maken, moet er op de een of ander manier voor gezorgd worden dat het spanningsverschil tussen de ingangsklemmen van de nullor (nullator) nul wordt, zelfs wanneer een ingangssignaal wordt aangeboden. Dat kan alleen maar door een fractie van het uitgangssignaal van de nullor (norator) te meten en aan één van de ingangsklemmen aan te bieden. De grootte van deze fractie bepaalt de waarde van het uitgangssignaal. Dit proces wordt tegenkoppeling genoemd. Figuur 6.3 toont een overzicht van de vier soorten tegengekoppelde versterkers.



Figuur 6.3: De vier mogelijke versterkers met één tegenkoppellus bestaande uit resistieve eenpoorten en nullors.

Het meten van het uitgangssignaal kan zowel in serie als parallel. Het meten van het uitgangssignaal ‘in serie’ levert een meting van de uitgangsstroom op (vergelijk: meten met een ampèremeter doe je ook in serie) (zie figuur 6.3 (a,c)); parallel meten van het uitgangssignaal levert een meting van de uitgangsspanning op (zie figuur 6.3 (b,d)).

In geval van figuren 6.3 (a) en (b) is de fractie van het uitgangssignaal dat aan de ingang aangeboden wordt een spanning die met de ingangsspanningsbron vergeleken wordt. Zodra de beide spanningen gelijk zijn, wordt de waarde van het uitgangssignaal niet meer veranderd. Eén van de ingangsklemmen is met de referentie verbonden in geval van figuren 6.3 (c) en (d). Om te voorkomen dat er een ingangsspanning ontstaat ten gevolge van de signaalstroombron, zal de fractie van het uitgangssignaal dat teruggekoppeld wordt, een stroom zijn die even groot, maar tegengesteld is, aan de signaalstroom. Zodra beide stromen gelijk zijn aan elkaar, verandert het uitgangssignaal niet meer.

We zullen de werking van de transadmittantieversterker in figuur 6.3 (a) analyseren. Ten gevolge van de spanningsbron u_s zal de nullor zijn uitgangen veranderen en wel zo dat de spanning aan de ‘-’-ingang van de nullor gelijk gemaakt wordt aan u_s . Daardoor zal de nullor een stroom moeten leveren die gelijk is aan $i_{Z_t} = u_s/Z_t = u_s \cdot Y_t$. Omdat de uitgangen van de nullor een poort vormen, zijn de stromen die door de uitgangsklemmen lopen, precies even groot aan elkaar, maar tegengesteld van teken. Dit heeft tot gevolg dat door Z_t een stroom i_l gaat lopen die gelijk is aan $-i_{Z_t}$. Met andere woorden, ten gevolge van spanningsbron u_s gaat er een stroom door de belasting lopen gelijk aan $i_l = -u_s/Z_t = -u_s \cdot Y_t$. De overdracht $A_t = i_l/u_s$ is dus gelijk aan $-Y_t$. De analyse van de drie andere versterkers gaat op soortgelijke wijze. Dat wordt als oefening aan de student overgelaten.

Het komt voor dat het soort tegenkoppeling genoemd wordt naar de wijze waarop het tegenkoppelnetwerk aan de ingang en uitgang aangesloten is. In figuren 6.3 (a) tot en met (d), is er achtereenvolgens sprake van *serie-serie tegenkoppeling*, *serie-parallel tegenkoppeling*, *parallel-serie tegenkoppeling* en *parallel-parallel tegenkoppeling*. De eerste parallel of serie slaat op de manier van aansluiten op de ingang,

1. Merk op dat de oneindige versterking van dit component op oneindige spannings-, transadmittantie-, transimpedantie- en stroomversterking slaat: $A = B = C = D = 0$.

2. Actieve tegenkoppeling bestaat ook, maar wordt hier voor de eenvoud buiten beschouwing gelaten.

de tweede parallel of serie op de wijze van aansluiten op de uitgang.

Serie tegenkoppeling zorgt er voor dat de impedantie van de aangesloten poort oneindig wordt, parallel tegenkoppeling zorgt er voor dat die impedantie nul wordt³. De transadmittantieversterker heeft serie-serie tegenkoppeling, waardoor zowel de ingangs- als uitgangsimpedantie oneindig worden. De spanningsversterker heeft serie-parallel tegenkoppeling. De ingangsimpedantie wordt nu oneindig, terwijl de uitgangsimpedantie nul wordt. De student moet als oefening zelf de in- en uitgangsimpedanties van de stroom- en transimpedantieversterker bepalen.

In geval van figuren 6.3 (b) en (c), kan Z_2 oneindig gemaakt worden, terwijl Z_1 gewoonlijk nul gemaakt wordt. Er ontstaat nu eenheidstegenkoppeling. De spanningsversterker wordt in dat geval spanningsvolger en de stroomversterker stroomvolger genoemd. Bekende transistorimplementaties van hiervan zijn de *gemeenschappelijke-collector-schakeling* of *emittervolger* voor de spanningsvolger en de *gemeenschappelijke-basis-schakeling* voor de stroomvolger.

Zodra het tegenkoppelnetwerk uit één enkele impedantie (of een oneven aantal impedanties) bestaat, vindt er een omzetting van spanning naar stroom of omgekeerd plaats. De overdracht heeft dus de dimensie Ω of S . Wanneer het tegenkoppelnetwerk uit een deeler van twee (of een ander even aantal) impedanties bestaat, is de overdracht dimensielloos.

De vraag die nu speelt is: moet eerst het actieve deel of juist eerst het tegenkoppelnetwerk ontworpen worden? Het tegenkoppelnetwerk bepaalt wat voor type overdracht van bron naar belasting plaats zal vinden. De taken die de nullor voor zijn rekening neemt zijn: er voor zorgen dat die overdracht oneindig nauwkeurig plaatsvindt en energie leveren aan de belasting. De hiërarchie voor het ontwerpen van versterkers, die hieruit volgt is dus:

1. Het tegenkoppelcircuit wordt ontworpen op de gewenste versterking,
2. waarna het actieve deel ontworpen wordt.

Het tegenkoppelnetwerk en de nullor-implementatie worden onafhankelijk van elkaar ontworpen. Behalve dat en hiërarchie is, wordt ook gedemonstreerd dat het mogelijk is om de ene ontwerpspecificatie (de overdracht, gewenste versterking) onafhankelijk van de andere specificatie (uitsturing, leveren van signaal aan de belasting) ontworpen kan worden. Dit wordt *orthogonaliseren* of *het orthogonaal zijn van ontwerpaspecten* genoemd. Orthogonaliteit is niet zo maar vorhanden. Om dit zoveel mogelijk te bereiken moet men de juiste volgorde van de te nemen ontwerpstappen kennen en soms speciale maatregelen treffen om te zorgen dat we van orthogonaliteit uit kunnen gaan.

6.2.2 Implementatie

Het tegenkoppelcircuit wordt ontworpen door de juiste impedantiewaarden uit te rekenen die bij het vereiste type overdracht hoort. De nullor kan met losse transistoren geïmplementeerd worden als een versterker gewenst is waar hoge eisen aan ruis en bandbreedte gesteld worden. Wanneer de (ruis)eisen minder hoog zijn, kan voor de spanningsversterker en de transimpedantieversterker de nullor ook met een operationele versterker geïmplementeerd worden.

6.2.3 Voorbeeld

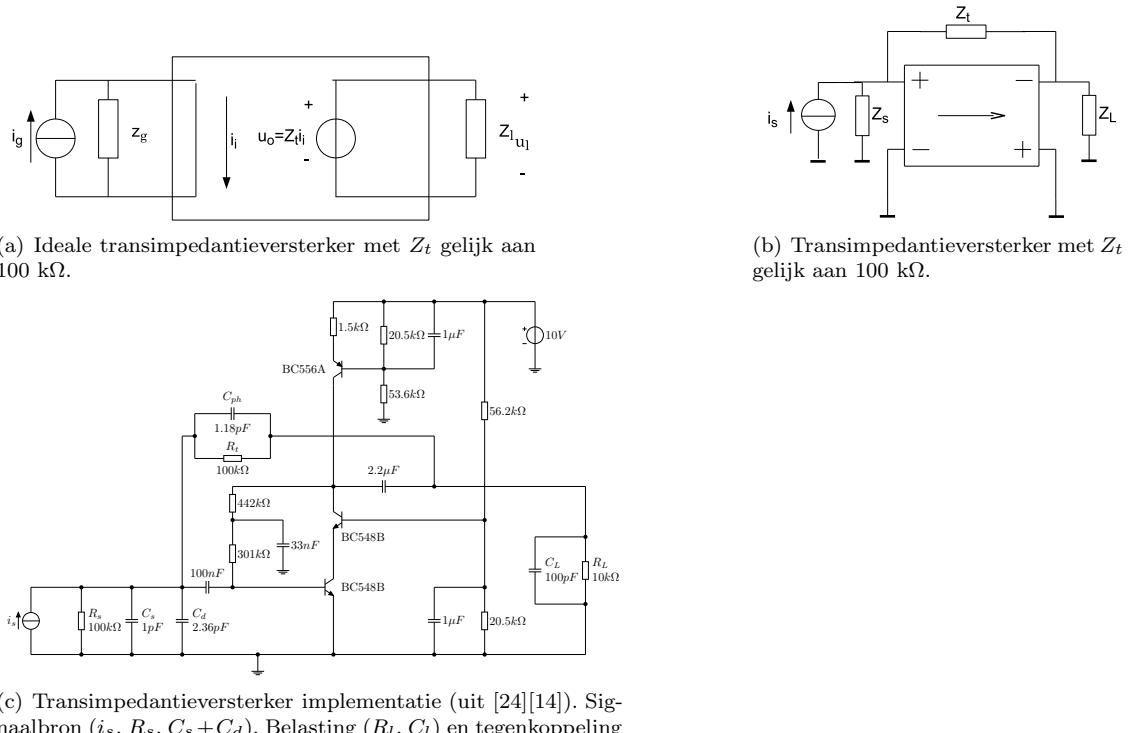
Stel we hebben een signaalbron die een stroom levert van maximaal $10 \mu\text{A}$ en een belasting die maximaal 1V mag verwerken. De bronimpedantie Z_g wordt gevormd door $100 \text{ k}\Omega$ parallel aan 3.4 pF . De belasting heeft een impedantie Z_l van $10 \text{ k}\Omega$ parallel aan 100 pF . De informatie heeft een bandbreedte van 10Hz tot 1MHz .

Uit deze specificaties volgt dat we een transimpedantieversterker nodig hebben met een overdracht $A = Z_t = 1/10^{-5} = 100 \text{ k}\Omega$. De transimpedantieversterker wordt getoond in figuur 6.4(a) en gedraagt zich als een stroomgestuurde spanningsbron. De volgende stap is nu de tegengekoppelde versterker ontwerpen. Figuur 6.4(b) toont het schema. De overdracht Z_t wordt ingesteld door de terugkoppelimpedantie. Door deze te implementeren met een weerstand van $100 \text{ k}\Omega$ bereiken we de gewenste stroom naar spanningsomzetting. Doordat de nullor oneindig veel versterking heeft, is het gevolg dat de overdracht nauwkeurig is en dat gelijktijdig zowel de ingangsimpedantie als de uitgangsimpedantie gelijk aan nul gemaakt worden.

Hierna volgt de implementatiestap van het actieve deel. Een opamp als actief deel toepassen is redelijk eenvoudig. Hiervoor moet een opamp geselecteerd worden met een gain-bandwidth-product $> 1\text{MHz}^4$. Het is ook mogelijk het actieve deel met transistoren (bipolaire en/of veldeffect) te implementeren. Dit is ingewikkelder dan met een opamp, maar vrijwel altijd kan je dan tot een ontwerp komen die wat betreft bandbreedte en ruisspecificaties nauwkeuriger is dan de opamp implementatie.

3. Dat is vergelijkbaar met de gewone netwerktheorie: twee impedanties in serie verhogen de totale impedantie, terwijl de totale impedantie lager wordt bij parallel schakeling van twee impedanties.

4. Het benodigde minimale gain-bandwidth-product kan exact uitgerekend worden, zie § 6.7.



Figuur 6.4: Het ontwerpproces van een transimpedantieversterker.

Figuur 6.4(c) toont een implementatie van de transimpedantieversterker met behulp van bipolaire transistoren. De nullor benadering met transistoren zorgt voor een (berekende en gemeten) overdracht van 99.6 dB[Ω] (95.5 kΩ), een berekende bandbreedte van 1.29 MHz en een gemeten bandbreedte van 1.1 MHz [24]. De versterker voldoet dus aan de specificaties.

Nota bene de berekende versterking en bandbreedte waren al bekend voordat de versterker werd opgebouwd en doorgemeten. Dit is een kenmerk van een systematisch ontwerpproces: voordat met opbouwen begonnen wordt, wordt zoveel mogelijk met behulp van redeneren, handberekeningen maken en computersimulaties er voor gezorgd dat kans dat het ontwerp na opbouwen aan de specificaties voldoet, zo groot mogelijk is.

Figuur 6.4 maakt de te onderscheiden ontwerpstappen aanschouwelijk.

6.3 Ontwerpen van versterkers met een opamp als actief component

De rest van dit hoofdstuk legt de nadruk op het praktisch ontwerpen van versterkers. Hoewel er met nullors gewerkt wordt, wordt er steeds vanuit gegaan dat de uiteindelijke implementatie met een opamp geschiedt.

De versterker heeft dus als functie het ingangssignaal met een constante te vermenigvuldigen. Deze vermenigvuldiging gaat bij praktische versterkerimplementaties gepaard met fouten. Om goede ontwerpen te kunnen maken, dienen deze fouten dus in kaart gebracht te worden zodat de ontwerper deze zoveel mogelijk kan beperken. De hierop volgende paragrafen zullen de fouten in kaart brengen waarna een systematische ontwerpmethode voor versterkers met een opamp als actieel deel wordt gepresenteerd.

6.4 Een classificatie van fouten in tegengekoppelde versterkers

De informatieverwerkende capaciteit van versterkers wordt beperkt door de drie fundamentele beperkingen: ruis, signaalvermogen en bandbreedte⁵ [5]. Deze drie fundamentele beperkingen zullen nader bestudeerd worden om ontwerpcriteria op te kunnen stellen waarmee versterkers te ontwerpen zijn waarbij deze beperkingen in ieder geval binnen de specificaties van de te ontwerpen versterker vallen.

6.4.1 Fouten ten gevolge van ruis

Ruis wordt veroorzaakt door stochastische processen in de elektronica. Fouten ten gevolge van ruis in versterkers zijn onder te verdelen in:

- signaalamplitude onafhankelijke ruis
- signaalamplitude afhankelijke ruis

Thermische ruis wordt veroorzaakt door een vergroten van de bewegelijkheid van elektronen in materiaal ten gevolge van een temperatuursstijging. Thermische ruis is een voorbeeld van signaalamplitude onafhankelijke ruis. Dit kan ook gezien worden aan de formule voor thermische spanningsruis ($S_{u_{th}} = 4kTR$), waaruit blijkt dat de ruis alleen afhangt van de temperatuur T en de weerstandswaarde R .

Wanneer de ruis afhangt van instelstromen, kan het gebeuren dat de ruis enigszins afhankelijk wordt van instelstroomveranderingen ten gevolge van het ingangssignaal. Voorbeelden van signaalafhankelijke ruissoorten zijn: hagelruis, flikkerruis en burst noise. Alle drie genoemde soorten ruis hangen af van de instelstroom van het component; bij versterkers de bipolaire- of veldeffecttransistor.

Wanneer een versterker correct ontworpen is, zal de instelstroom van de transistor niet significant veranderen ten gevolge van het ingangssignaal. Zelfs wanneer het ingangssignaal de instelstroom 100 % moduleert, zal de ruis (minder dan) 2 dB veranderen. Signaalafhankelijke ruis mag dus verwaarloosd worden. De gemiddelde ruis wordt bepaald door de instelstroom. Een uitzondering hierop kan een tegengekoppelde versterker met een klasse B trap als actief deel zijn. In geval van een klasse B versterker is de stroom door de transistor, en daarmee de hagelruis, direct gerelateerd aan het signaalniveau [4].

6.4.2 Fouten ten gevolge van ingangssignaalvermogen

Als een signaal op een versterker wordt gezet, kunnen fouten ten gevolge van vervorming optreden. Kenmerkend voor vervorming is dat frequentiecomponenten in het uitgangssignaal aanwezig zijn die niet in het ingangssignaal voorkomen. Twee typen niet-lineaire vervorming kunnen worden onderscheiden: zwakke niet-lineaire vervorming en harde niet-lineaire vervorming. Zwakke niet-lineaire vervorming wordt veroorzaakt door de niet-lineariteit van de transistoren. Harde niet-lineaire vervorming wordt veroorzaakt door ‘clipping’.

Ingangssignalen met een kleine amplitude kunnen zwak niet-lineaire vervorming veroorzaken. Door het exponentiële verband tussen collectorstroom I_c en basis-emitter spanning u_{be} of het kwadratische verband tussen drainstroom I_d en gate-source spanning U_{gs} , zal wanneer een ingangssignaal aangeboden wordt, zal de stroom door de transistor ook niet-lineair veranderen. De mate van stroomvernadering kan met behulp van een zogenaamde Taylorreeks bepaald worden er geldt nu in het algemeen:

$$I_o = I_{oQ}(U_{dcQ}) + u_i g_{m1} + u_i^2 g_{m2} + \dots + u_i^n g_{mn}, \quad (6.5)$$

$$\text{en } g_{mn} = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n I_{oQ}}{du_i^n} \right|_{U_{dcQ}}.$$

Stel dat een ingangssignaal $u_i = \hat{u}_i \cos(\omega t)$ wordt aangeboden aan een transistor ($u_i=u_{be}=u_{gs}$). Ten gevolge van de niet-lineariteit van de transistor blijkt de resulterende stroom (I_c respectievelijk I_d) geschreven worden als:

$$I_o = I_{OQ}(U_{DC}) + \left(\frac{1}{2} g_{m2} \hat{u}_i^2 + \frac{3}{8} g_{m4} \hat{u}_i^4 + \dots \right) + \left(g_{m1} \hat{u}_i + \frac{3}{4} g_{m3} \hat{u}_i^3 + \frac{5}{8} g_{m5} \hat{u}_i^5 + \dots \right) \cos(\omega t) + \\ \left(\frac{1}{2} g_{m2} \hat{u}_i^2 + \frac{1}{2} g_{m4} \hat{u}_i^4 + \dots \right) \cos(2\omega t) + \left(\frac{1}{4} g_{m3} \hat{u}_i^3 + \frac{5}{16} g_{m5} \hat{u}_i^5 + \dots \right) \cos(3\omega t) + \dots \quad (6.6)$$

waarbij $I_{OQ}(U_{DC})$ de instelstroom van de transistor is en de overige termen responsies op het ingangssignaal zijn. Elke responsie is afhankelijk van een g_{mn} term, een transconductantie/steilheid.

5. Deze paragraaf is een vertaalde en bewerkte versie van diverse paragrafen uit ‘Systematic Design of EMI-resilient Negative-Feedback Amplifiers’ [14].

In geval van een bipolaire transistor kunnen de steilheden berekend worden met [14]

$$g_{mn} = \frac{1}{n!} \left(\frac{q}{n_f kT} \right)^n I_s e^{\frac{qU_{bcQ}}{n_f kT}} \left(1 - \frac{U_{bcQ}}{U_{AF}} \right) = \frac{1}{n!} \left(\frac{q}{n_f kT} \right)^n I_{cQ}, \quad (6.7)$$

waarbij q de lading van het elektron is, n_f de emissiecoëfficient, k de constante van Boltzmann en T de absolute temperatuur is. U_{bcQ} is de basis-collector instelspanning en U_{AF} de Early spanning.

Uit formule (6.7) volgt voor g_{m1}

$$g_{m1} = \frac{q}{n_f kT} I_s e^{\frac{qU_{bcQ}}{n_f kT}} \left(1 - \frac{U_{bcQ}}{U_{AF}} \right) = \frac{q}{n_f kT} I_{cQ} \quad [\text{A/V}]. \quad (6.8)$$

dit is de lineaire steilheid; gewoonlijk de steilheid waarmee gerekend wordt bij de analyse van transistorschakelingen. Voor de tweede-orde niet-lineaire steilheid volgt uit formule (6.7):

$$g_{m2} = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{n_f kT} \right)^2 I_s e^{\frac{qU_{bcQ}}{n_f kT}} \left(1 - \frac{U_{bcQ}}{U_{AF}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{n_f kT} \right)^2 I_{cQ} \quad [\text{A/V}^2]. \quad (6.9)$$

Zowel g_{m1} als g_{m2} zijn lineair afhankelijk van de collectorstroom: een verdubbeling van I_c levert een verdubbeling van g_{m1} en g_{m2} op.

Voor de veldeffect transistor (FET) wordt, onder aanname van verwaarloosbare effecten als velocity saturation en mobility reduction van de ladingsdragers voor g_{m1} en g_{m2} de volgende uitdrukkingen gevonden:

$$g_{m1} = 2\sqrt{\beta_{\text{fet}} I_{dQ} (1 + \lambda(U_{dsQ} - U_{dssat}))} \quad (6.10)$$

$$g_{m2} = \beta_{\text{fet}} (1 + \lambda(U_{dsQ} - U_{dssat})). \quad (6.11)$$

β_{fet} is de transconductantiefactor van de FET, λ is de kanaallengtemodulatiefactor, U_{dssat} is de verzadigingsspanning van de FET en I_{dQ} en U_{dsQ} zijn respectievelijk de ingestelde drainstroom en drain-source spanning. De tweede-orde transconductantie van de FET is onafhankelijk van de instelstroom en wordt voornamelijk bepaald door β_{fet} .

Uit formule (6.6) blijkt dat een ingangsspanning op frequentie ω een ongewenste responsie veroorzaakt op de gelijkstroominstelling, een gewenste responsie op ω en ongewenste responsies op 2ω , 3ω enzovoort. De responsies op 2ω , 3ω enzovoort, worden harmonischen van de grondtoon (ω) genoemd. De verhouding van de responsie op 2ω en die op ω wordt tweede harmonische vervorming (HD_2) genoemd, de verhouding van de responsie op 3ω en die op ω wordt derde harmonische vervorming (HD_3) genoemd. Nadere analyse van formule (6.6) leert dat $HD_2 = \hat{u}_i \frac{g_{m2}}{g_{m1}}$ en $HD_3 = \hat{u}_i^2 \frac{g_{m3}}{4g_{m1}}$.

Verder blijkt uit formule (6.6) dat het gewenste signaal op ω niet alleen door g_{m1} bepaald wordt, maar ook door de oneven niet-lineaire termen van de steilheid. De ingangsspanning u_i is in versterkers vrijwel altijd veel kleiner dan 1V. Daardoor zal gelden dat $\frac{3}{4}g_{m3}\hat{u}_i^3 \gg \frac{5}{8}g_{m5}\hat{u}_i^5 + \dots$. De responsie op ω kan dus benaderd worden door $i_{o1} \approx (g_{m1}\hat{u}_i + \frac{3}{4}g_{m3}\hat{u}_i^3)\cos(\omega t)$. Over het algemeen kan g_{m3} hetzelfde of het tegengestelde teken hebben als g_{m1} . De waarde van i_{o1} kan dus groter of kleiner zijn dan verwacht (wanneer g_{m3} buiten beschouwing gelaten wordt). Dit effect wordt gain expansion respectievelijk gain compression genoemd [25].

De gain compression/expansion point is de \hat{u}_i waarbij de versterking 1 dB of 3 dB kleiner of groter geworden is. Beide waardes worden in de praktijk gebruikt. De k dB (k is ± 1 dB of ± 3 dB) compression/expansion point is te berekenen met $CP_{kdB} = \sqrt{\left| \frac{4}{3} \left(10^{\frac{k}{20}} - 1 \right) \frac{g_{m1}}{g_{m3}} \right|}$. De 1 dB expansion point voor de bipolaire transistor is ongeveer 25.6 mV en het 3 dB expansion point is ongeveer 47.0 mV. Het is aan te bevelen er voor te zorgen dat \hat{u}_i maximaal 10 mV is [14] voor lage vervoming. De hierbij behorende gain expansion is slechts ongeveer 0.16 dB.

Voor weinig vervorming moet de relatieve ‘stroomzwaai’, de verhouding van I_o en de instelstroom I_Q [26] klein gehouden worden. De relatieve stroomzwaai wordt ook signal-to-bias ratio genoemd [27][13]. Vergroten van de signal-to-bias ratio kan in geval van stroomgestuurde bipolaire transistoren door de instelstroom te vergroten, zolang de transistor in de zogenaamde mid-current region blijft. Een verdubbeling van de instelstroom verkleint de relatieve stroomzwaai met een factor 2.

De relatieve stroomzwaai van een spanningsgestuurde bipolaire transistor kan niet gereduceerd worden door de instelstroom te vergroten. Dit wordt aan de hand van het volgende voorbeeld verduidelijkt.

Stel, we analyseren de uitgangsstroom van een spanningsgestuurde bipolaire transistor ingesteld op 1mA en vervolgens op 2mA. De analyse van de uitgangsstroom wordt beperkt tot de eerste drie harmonischen.

Een I_{cQ} van 1 mA geeft $g_{m1} = 38.6 \text{ mA/V}$, $g_{m2} = 0.74 \text{ A/V}^2$, $g_{m3} = 9.6 \text{ A/V}^3$ en voor een I_{cQ} van 2 mA, volgt $g_{m1} = 77.2 \text{ mA/V}$, $g_{m2} = 1.48 \text{ A/V}^2$ en $g_{m3} = 19.2 \text{ A/V}^3$. Met een ingangsspanning van 5 mV vinden we in het eerste geval $i_o = 193\mu + 9.25\mu + 300n = 202.55\mu\text{A}$. De relatieve stroomzwaai is 0.203. In het tweede geval vinden we met dezelfde ingangsspanning $i_o = 386\mu + 18.50\mu + 600n = 405.1\mu\text{A}$. De relatieve stroomzwaai is opnieuw 0.203. De enige manier om de relatieve stroomzwaai te verminderen in het geval van een spanningsgestuurde bipolaire transistor, en dus de niet-lineaire vervorming, is door u_i te verkleinen.

De relatieve stroomzwaai kan bij FETs verkleind worden door I_{dQ} te vergroten. Immers, g_{m1} neemt toe met de wortel uit I_{dQ} , terwijl g_{m2} niet (tot nauwelijks) afhankelijk is van de instelstroom. Bij een gegeven ingangsspanning wordt de relatieve stroomzwaai een factor $\sqrt{2}$ kleiner wanneer I_{dQ} verdubbeld wordt.

Harde vervorming (clipping) treedt op wanneer het uitgangssignaal van de versterker te groot wordt. Als de spanning beschouwd wordt, betekent dit dat het uitgangssignaal groter dan de maximale uitsturing van de versterker dreigt te worden. Dit kan natuurlijk niet en daardoor zullen de toppen van het uitgangssignaal ‘afgekapt’ worden. Er gaat nu informatie die in de toppen zat verloren. Wanneer de belasting voor de opamp te groot wordt, kan deze de benodigde stroom niet meer leveren en zal het uitgangssignaal eveneens sterk vervormen. Ernstig verlies aan informatie is kenmerkend voor harde vervorming, wat een reden is waarom de ontwerper er voor moet zorgen dat harde vervorming nooit op mag treden.

Wanneer we ons beperken tot opamps als actief deel, moet de ontwerper dus een opamp selecteren waarvan de maximale uitstuurspanning en maximaal te leveren stroom groot genoeg zijn om het signaal zonder het optreden van harde vervorming aan de belasting te kunnen leveren.

6.4.3 Fouten ten gevolge van bandbreedtebeperkingen

De snelheid waarmee een versterker kan reageren op veranderingen in eindig. Wanneer de snelheid te klein is, betekent dit dat de frequentiecomponenten van het ingangssignaal niet in de juiste proportie versterkt worden; de golfvorm verandert (een blokvormig signaal dat aan de uitgangs er meer als een driehoek uitziet bijvoorbeeld). Er kan bij bandbreedtebeperkingen weer onderscheid gemaakt worden tussen

- bandbreedte beperkingen voor kleine signalen
- bandbreedte beperkingen voor grote signalen

In het geval van kleine signalen wordt waargenomen dat, ten gevolge van tijdconstantes in de versterkerimplementatie, de overdracht bij hogere (en/of lagere) frequenties minder nauwkeurig wordt: de bandbreedte van de versterkeroverdracht is beperkt. Omdat de versterking niet constant is over het hele frequentiebereik, zullen de verschillende frequentiecomponenten waaruit een willekeurig signaal is opgebouwd niet allemaal evenveel versterkt worden. Dit verschijnsel wordt lineaire vervorming genoemd [28]. Lineaire vervorming kan geminimaliseerd worden door te zorgen voor een toereikende (kleinsignaal) bandbreedte. In paragraaf 6.7 wordt het bepalen van de kleinsignaal bandbreedte behandeld.

Grote signalen zorgen voor grote stroomveranderingen in de versterker. Capaciteiten in de versterkerimplementatie beperken de snelheid van de stroomveranderingen. Bij een zekere amplitude en frequentie van het signaal is de snelheid waarmee de capaciteit(en) kunnen worden opgeladen en ontladen, niet meer groot genoeg en treedt er slew-rate beperking op. Slew-rate is gedefinieerd als de maximale snelheid waarmee de uitgangsspanning kan veranderen [8].

Ook ten gevolge van slew-rate beperkingen kan het uitgangssignaal een totaal andere vorm krijgen dan het ingangssignaal. Weer gaat er informatie over de vorm van het ingangssignaal verloren. Om te garanderen dat de benodigde grootsignaal of full-power bandbreedte gehaald wordt, moet een opamp geselecteerd worden met voldoende hoge slew-rate.

Kleinsignaalbandbreedte

De conventionele elektronicaliteratuur geeft een eenvoudige (maar niet algemeen geldende) manier om de kleinsignaalbandbreedte te berekenen, die hier voor de volledigheid wordt herhaald.

Wanneer uitgegaan wordt van frequentiegecompenseerde operationele versterkers (opamps), geldt dat het product van geslotenlusversterking en de bandbreedte een constante is: het *gain-bandwidth product* (GBP). De meeste opamps die te koop zijn, hebben een GBP tussen 500 kHz en 10 MHz [8]. Er zijn echter ook speciale ‘hoogfrequent’ opamps te koop met veel grotere GBP’s. Een vaak voorkomende waarde van het GBP is: 1MHz.

De geslotenlusversterking is de spanningsversterking die met behulp van het tegenkoppelnetwerk ingesteld wordt. De bandbreedte volgt nu dus zeer eenvoudig uit:

$$B = \frac{GBP}{A} \quad (6.12)$$

De populaire *LM741* heeft een GBP van 1MHz. Stel dat een spanningsversterking van 100 keer gewenst is. Voor de bandbreedte volgt nu uit formule (6.12): $B = 10$ kHz.

Merk op dat het effect van impedanties van de bron, belasting en het tegenkoppelnetwerk buiten beschouwing zijn gelaten in deze eenvoudige formule. Daarom geeft formule (6.12) de maximaal haalbare bandbreedte bij een zekere versterking. T.g.v. de eerder genoemde impedanties kan de werkelijke bandbreedte kleiner zijn. Dat volgt echter rechtstreeks uit de analyse van die impedanties. Bovendien geldt (6.12) niet zonder meer voor een belangrijke klasse versterkers: de transimpedantieversterker. In paragraaf 6.7 wordt daarom een nauwkeuriger methode om de kleinsignaalbandbreedte te bepalen behandeld.

Grootsignaalbandbreedte

Ten gevolge van de interne opbouw van opamps kan de uitgang maar met een beperkte snelheid veranderen. De maximale snelheid waarmee de uitgang kan veranderen wordt *slew-rate (SR)* genoemd [8]. Het wordt ook wel de mate waarin de uitgang verandert ten gevolge van een groot ingangssignaal genoemd.

$$SR \sim \left(\frac{dU_o(t)}{dt} \right)_{\max} \quad (6.13)$$

SR wordt in V/ μ s opgegeven. Wanneer SR = 0.6 V/ μ s, betekent dit, dat voor een spanningszwai van 10 V aan de uitgang, ongeveer $10/0.6 = 16.7 \mu$ s nodig is.

Het komt voor dat de SR voor positieve en negatieve spanningszwaien verschilt. Dit wordt soms opgegeven door de fabrikanten. Wanneer dat niet het geval is, moet de SR als een gemiddelde gezien worden [8].

De slew-rate beperkt de maximale signaalamplitude die de opamp/versterker maximaal kan leveren voordat de vervorming (en signaalverlies) te groot worden. Hoe groot die amplitude is valt af te leiden uit formule (6.13).

Als we een sinusvormige uitgangsspanning hebben gegeven door $u_{\text{uit}}(t) = \hat{u}_{\text{uit}} \sin(\omega t)$, volgt voor de afgeleide naar de tijd: $du_{\text{uit}}(t)/dt = \omega \hat{u}_{\text{uit}} \cos(\omega t)$. Wanneer $\cos(\omega t) = 1$ wordt het maximum bereikt, namelijk $du_{\text{uit},\max}(t)/dt = \omega \hat{u}_{\text{uit}}$. Om te voorkomen dat het uitgangssignaal vervormt, moet gelden dat $\omega \hat{u}_{\text{uit}} \leq SR$. De *full-power bandwidth (f_{FP})* is de maximale bandbreedte waarbij een groot signaal onvervormd aan de uitgang beschikbaar is. De f_{FP} wordt nu gegeven door

$$f_{FP} = \frac{SR}{2\pi \hat{u}_{\text{uit}}} \quad (6.14)$$

Wanneer we $\hat{u}_{\text{uit}} = 10$ V nodig hebben bij een f_{FP} van 20 kHz, volgt hier dus uit dat een opamp met SR = $2\pi \cdot 20000 \cdot 10 = 1.26 \cdot 10^6$ [V/s] = 1.26 V/ μ s nodig is.

Wanneer groot, wanneer klein

Bandbreedte beperkingen gelden voor zowel grote- als kleine signalen. Voor beide kan de bandbreedte verschillen. De vraag die zich nu opdringt is, wanneer is een signaal groot en wanneer klein?

Om deze vraag te beantwoorden introduceren we hier een nieuwe kleinsignaalgedragparameter, de transient response. De transient response wordt bepaald door de *stijgtijd t_r*, die gedefinieerd is als [8]: *de tijd die het kost om van 10% tot 90% van de eindwaarde van het uitgangssignaal te stijgen*. Er kan afgeleid worden (bijvoorbeeld [8]) dat

$$t_f = \frac{2.2}{\omega} = \frac{0.35}{f_t} \quad (6.15)$$

Deze formule legt een verband tussen de tijddomeinparameter t_f en de frequentiedomeinparameter f_t, die hoogste frequentie van de bandbreedte voorstelt. Kijken we bijvoorbeeld naar de *μA715* opamp, dan zien we dat t_r = 30 ns. Hieruit volgt dat f_t = 11.7 MHz. Kleine signalen met een bandbreedte tot 11.7 MHz kunnen dus goed verwerkt worden met deze opamp.

Uit formule (6.14) volgt dat $\hat{u}_{\text{uit}} = SR/\omega$ en uit formule (6.15) volgt dat $\omega = 2.2/t_f$. Wanneer deze laatste formule in de eerste wordt ingevuld, krijgen we de volgende uitdrukking voor \hat{u}_{uit} :

$$\hat{u}_{\text{grens}} = \frac{SRt_r}{2.2} \quad (6.16)$$

\hat{u}_{grens} geeft de waarde van het uitgangssignaal waarbij het signaal van klein naar groot overgaat.

Wanneer we een $SR = 0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$ en een $t_r = 0.35 \mu\text{s}$ hebben, vinden we $\hat{u}_{\text{grens}} \approx 80 \text{ mV}$. Voor signaalspanningen kleiner of gelijk aan \hat{u}_{grens} wordt de bandbreedte bepaald met formule (6.12), i.g.v. signaalspanningen groter of gelijk aan \hat{u}_{grens} wordt de bandbreedte bepaald door formule (6.14).

6.5 Tegenkoppelmodellen

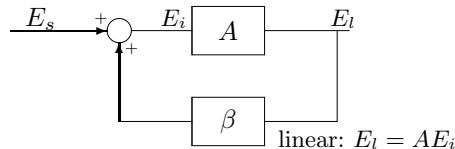
Het actieve deel van versterkers is opgebouwd uit transistoren. Zelfs als er een opamp gebruikt wordt, zijn de actieve componenten de transistoren waarmee de opamp opgebouwd is. Helaas zijn transistoren verre van ideaal. Ze zijn niet-lineair, waardoor vervorming ontstaat, ze zijn temperatuurafhankelijk en onnauwkeurig: er is onzekerheid in de hoeveelheid versterking die de individuele transistor kan leveren. Als de transistoren in cascade geschakeld worden, neemt de totale versterking toe, maar de onzekerheid, niet-lineariteit van de overdracht en temperatuurafhankelijkheid blijft. In de beginjaren van de elektronica veroorzaakten deze niet-idealiteiten grote problemen⁶: ruis en vervorming die door een cascade van versterkers in telecommunicatiesystemen werden gegenereerd, zorgden er voor dat informatie-overdracht op een gegeven moment niet meer mogelijk was.

In 1927 vonden de Amerikaan Harold S. Black, B.S, D.Eng h.c., en de Nederlander dr.h.c. ir. Klaas Posthumus gelijktijdig, maar onafhankelijk van elkaar⁷, een oplossing: tegenkoppeling.

Er is sprake van tegenkoppeling wanneer een deel van het uitgangssignaal gebruikt wordt om de ingang van een systeem te beïnvloeden. Wanneer het zodanig gebeurt dat het verschil tussen het ingangssignaal en het teruggekoppelde signaal klein (nul) gemaakt wordt, is er sprake van tegenkoppeling (negative feedback). Een grote, onnauwkeurige versterking wordt door het toepassen van tegenkoppeling ingeruild voor een lagere, maar veel nauwkeuriger versterking.

6.5.1 Terugkoppelmodel van Black/Posthumus

Figuur 6.5 toont het tegenkopplemodel van Black. We zien een blok ‘A’ dat de totale, onnauwkeurige, grote versterking van de cascade van transistoren voorstelt. Verder is er een blok ‘ β ’ te zien dat een overdracht van het uitgangssignaal E_l naar een sommatiepunt voorstelt. E_s is het bronsignaal, afkomstig



Figuur 6.5: Terugkoppelmodel van Black.

van bijvoorbeeld een sensor. Voor zowel het bronsignaal als het uitgangssignaal wordt E gebruikt, omdat deze signalen zowel spanningen als stromen kunnen zijn. E_i is het stuursignaal dat aan de ingang van de eerste transistortrap van de versterker komt te staan.

Uit figuur 6.5 volgt

$$\begin{aligned} E_l &= AE_i \\ E_i &= E_s + E_l\beta \Rightarrow \\ A_t &= \frac{E_l}{E_s} = \frac{A}{1 - A\beta} = -\frac{1}{\beta} \frac{-A\beta}{1 - A\beta} \end{aligned} \tag{6.17}$$

6. Toen werden elektronenbuizen gebruikt, maar die vertonen vergelijkbare niet-idealiteiten.

7. Bron: Delft integraal 2006.1: overzicht van door de Technische Universiteit Delft verleende eredoctoraten.

Het product $A\beta$ wordt de lusversterking genoemd en $(1 - A\beta)$ is de zogenaamde return difference. De overdracht van ingang naar uitgang, de versterking is A_t . Uit (6.17) volgt dat voor hoge waarden van de lusversterking $A\beta$, A_t bepaald wordt door de tegenkoppelfactor β : $A_t \sim -1/\beta$. De tegenkoppelfactor is met behulp van een weerstandsnetwerk nauwkeurig en linear te maken. Ondanks dat de waarde van ‘ A ’ niet nauwkeurig bekend is, is een bekende nauwkeurige versterking te verkrijgen zolang de lusversterking maar zo groot is dat $-A\beta/(1 - A\beta)$ naar 1 nadert.

Het blok dat A verzorgt is niet-lineair en zal daarom vervorming veroorzaken. De mate van vervorming hangt af van de amplitude van E_i : de tweede harmonische hangt af van E_i^2 en de derde harmonische van E_i^3 . Volgens figuur 6.5 en vergelijking (6.17), wordt E_i gegeven door

$$E_i = E_s \frac{1}{1 - A\beta}, \quad (6.18)$$

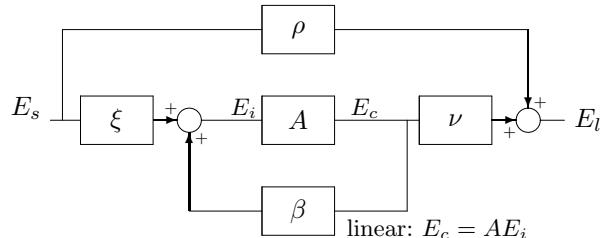
waaruit blijkt dat E_i omgekeerd evenredig is met de return difference. Hoe groter de return difference, oftewel de lusversterking, hoe kleiner E_i en hoe kleiner de vervorming.

Merk op dat wanneer $-A\beta \rightarrow \infty$ de versterking exact gelijk is geworden aan één gedeeld door de terugkoppelfactor en er geen vervorming optreedt omdat E_i gelijk aan nul is. Dit laatste leert ons dat de (zwakke) vervorming klein te houden is door $-A\beta$ groot te maken.

Er is met dit model slechts één probleem, namelijk dat het voor ontwerpdoeleinden iets te eenvoudig en daardoor onnauwkeurig blijkt te zijn. In het geval van transimpedantieversterkers, bijvoorbeeld, blijkt (6.18) een te onnauwkeurig resultaat op te leveren. Er is dus een nauwkeuriger model nodig voor het ontwerpen van versterkers: het asymptotic gain model.

6.5.2 Asymptotic gain model

Het asymptotic gain model is gelijk aan het superpositiemodel, onder aanname dat de lusversterking naar oneindig gaat [9]. Figuur 6.6 toont dit model. Er is weer een versterkingsblok A te herkennen, evenals



Figuur 6.6: Asymptotic gain model.

een tegenkoppelblok β . Signaalbron E_s levert een signaal aan E_i . Impedanties die E_s belasten worden gerepresenteerd door overdrachtsblok ξ . Blok ν representeert weer de effecten van impedanties die A belasten wanneer die signaal levert aan de belasting. Mogelijke directe signaaloverdracht van de bron naar de belasting wordt gerepresenteerd door ρ . De overdrachten ρ , ξ , β en ν kunnen bepaald worden door superpositie toe te passen: $\rho = \left. \frac{E_l}{E_s} \right|_{E_c=0}$, $\xi = \left. \frac{E_i}{E_s} \right|_{E_c=0}$, $\beta = \left. \frac{E_i}{E_c} \right|_{E_s=0}$ en $\nu = \left. \frac{E_l}{E_c} \right|_{E_s=0}$.

Uit figuur 6.6 volgen de volgende twee vergelijkingen:

$$E_i = E_s \xi + E_i A \beta \quad (6.19)$$

en

$$E_l = E_s \rho + E_i A \nu. \quad (6.20)$$

Voor de overdracht $A_t = E_l/E_s$ volgt nu:

$$A_t = \rho + \nu \xi \frac{A}{1 - A\beta}. \quad (6.21)$$

Het superpositiemodel wordt het asymptotic gain model als de lusversterking oneindig wordt ($A\beta \rightarrow \infty$). We vinden nu

$$\lim_{A\beta \rightarrow \infty} A_t = A_{t\infty} = \lim_{A\beta \rightarrow \infty} \rho + \nu\xi \frac{A}{1 - A\beta} = \rho - \nu\xi \frac{1}{\beta}, \quad (6.22)$$

waaruit volgt dat $\nu\xi = \beta(\rho - A_{t\infty})$. Voor de overdracht A_t kunnen we nu schrijven:

$$\begin{aligned} A_t &= \rho + \beta(\rho - A_{t\infty}) \frac{A}{1 - A\beta} = \rho + \beta \frac{A\beta}{1 - A\beta} - A_{t\infty} \frac{A\beta}{1 - A\beta} \Rightarrow \\ A_t &= \rho \frac{1}{1 - A\beta} + A_{t\infty} \frac{-A\beta}{1 - A\beta}, \end{aligned} \quad (6.23)$$

$A_{t\infty}$ wordt de asymptotic gain, oftewel de versterking van de versterker genoemd en $A_{t\infty} \sim 1/\beta$. Verder is er een correctiefactor

$$F_c = \frac{-A\beta}{1 - A\beta} \quad (6.24)$$

die een maat geeft voor de nauwkeurigheid van de overdracht. Hoe meer F_c naar '1' nadert, hoe nauwkeuriger de overdracht A_t .

In vrijwel alle praktische versterker ontwerpen is de eerste term in (6.23) veel kleiner dan de tweede term en kan daarom verwaarloosd worden. In het geval van hoge lusversterking $A\beta$, wordt de overdracht A_t alleen door het terugkoppelnetwerk bepaald [5] en $A_{t\infty}$ kan dan worden beschouwd als de inverse van de terugkoppelfactor. A_t is in werkelijkheid frequentie-afhankelijk, waarbij alle overdrachten in de uitdrukking zelf ook weer frequentieafhankelijk zijn. $A_t(\omega)$ kan dan geschreven worden als

$$A_t(\omega) = A_{t\infty} \frac{-A\beta(\omega)}{1 - A\beta(\omega)}. \quad (6.25)$$

Uit figuur 6.6 volgt nu voor $E_i(\omega)$:

$$E_i(\omega) = E_s \frac{\xi(\omega)}{1 - A\beta(\omega)} = E_s \chi(\omega) \quad (6.26)$$

Bij lage frequenties heeft $\xi(\omega)$ een waarde van ongeveer 1 (dimensieloos) in het geval van spanningsversterkers, waarbij de waarde afneemt voor frequenties hoger dan de bandbreedte van de versterker. In het geval een transimpedantieversterker is de eenheid van $\xi(\omega)$ [Ω] en kan een waarde van ettelijke tientallen kilo- tot mega-ohm bereiken.

De overdracht $\chi(\omega)$ bepaalt hoe groot E_i wordt als een zeker bronsignaal aangeboden wordt. $\chi(\omega)$ is mede bepalend voor de vervorming. Hoe kleiner $\chi(\omega)$, hoe kleiner de vervorming. Tweede harmonische vervorming hangt af van $\chi(\omega)^2$ en derde harmonische vervorming van $\chi(\omega)^3$.

Net als ruis, kunnen zwakke vervormingscomponenten gerepresenteerd worden door een equivalente bron aan de ingang van de (nu vervormingsvrijgedachte) versterker [14]. Het kan, bijvoorbeeld, bewezen worden dat de tweede harmonische vervorming bepaald kan worden met [14]

$$E_{s2}(\omega_c) = \frac{1}{2} E_s^2 \chi(\omega)^2 D_2 \frac{1}{\xi(2\omega_c)}, \quad (6.27)$$

waarbij D_2 de tweede-orde niet-lineariteit van de totale versterker is⁸. Deze vergelijking leert ons dat het product $E_s^2 \chi(\omega)^2 D_2$ zo klein mogelijk moet zijn. Zeker wanneer we met opamps ontwerpen hebben we weinig tot geen invloed op de niet-lineariteitsfactor van de versterker. Op $\chi(\omega)$ hebben we wel invloed: door de return difference groot te maken (een hoge waarde van $-A\beta(\omega)$) kan $\chi(\omega)$ klein gehouden worden, waardoor de vervorming afneemt.

Effect van variatie van A op A_t

Stel dat we een $A_{t\infty}$ van 50 hebben en dat A minimaal -10000 en maximaal -100000 is. Voor A_t vinden we nu respectievelijk

$$A_t = 50 \frac{0.02 \cdot 10000}{1 + 0.02 \cdot 10000} = 49.975$$

en

$$A_t = 50 \frac{0.02 \cdot 100000}{1 + 0.02 \cdot 100000} = 49.998.$$

In beide gevallen wordt de gewenste ideale versterking van 50.000 (vijftig) keer goed benaderd. De variatie van een factor 10 in A resulteert in een nauwelijks waarneembare verandering in A_t .

8. Analyse van vervorming valt buiten het bestek van dit dictaat, dus het bepalen van de factor D_2 eveneens. De geïnteresseerde lezer wordt hierover verwezen naar specialistische literatuur, bijvoorbeeld [14]

6.6 Ruis

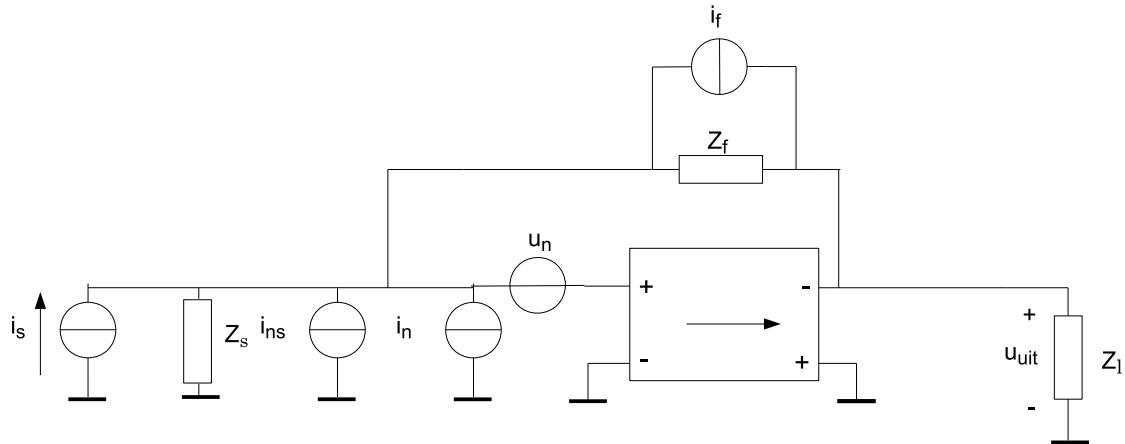
Hoofdstuk 5 heeft een overzicht van ruissoorten en het schuiven van ruisbronnen door een schakeling getoond. Hier zal nader ingegaan worden op ruis in versterkers. De kennis van hoofdstuk 5 wordt bekend verondersteld.

6.6.1 Ruis in tegengekoppelde versterkers

Hoewel er vier typen versterkers bestaan die één van de transferparameters vastleggen, worden hier alleen het ruisgedrag van de spanningsversterker en de transimpedantieversterker behandeld omdat deze versterkers eenvoudig met opamps te realiseren zijn.. Het ruisgedrag van de transimpedantieversterker zal afgeleid worden, die van de spanningsversterker niet. Van de laatste wordt alleen het resultaat gegeven; voor de afleiding van het ruisgedrag wordt naar gespecialiseerde literatuur verwezen [5][9].

Wanneer een sensor voorgesteld kan worden met behulp van een Norton representatie en de belasting met een spanning aangestuurd moet worden, dient er van een transimpedantieversterker gebruik gemaakt te worden. Hierbij wordt dus $\zeta = 1/C$ vastgelegd op de gewenste waarde. De overige transmissieparameters van de versterker zijn zeer klein en naderen naar nul. Voor de eenvoud worden ze gelijk aan nul verondersteld: $A = B = D = 0$. Voor de spanningsversterker geldt dat $B = C = D = 0$ en $\mu = 1/A$ wordt op een bepaalde waarde vastgelegd.

Figuur 6.7 toont de transimpedantieversterker inclusief de ruisbronnen. De bronnen i_n en u_n vertegenwoordigen de ruis van de nullorimplementatie (bijvoorbeeld een opamp) zelf, de ruisbron i_f die van de terugkoppelimpedantie Z_f [16] en de ruisbron i_{ns} die van de bronimpedantie. Stroombron i_s stelt de signaalbron voor die het gewenste signaal levert die na versterking ($-i_s Z_f$) de uitgangsspanning u_{uit} oplevert.

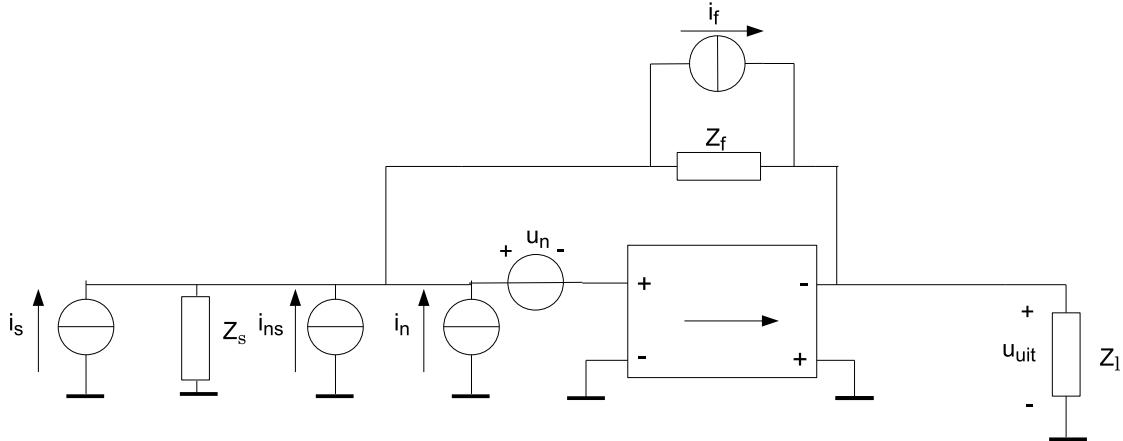


Figuur 6.7: Transimpedantieversterker met ruisbronnen.

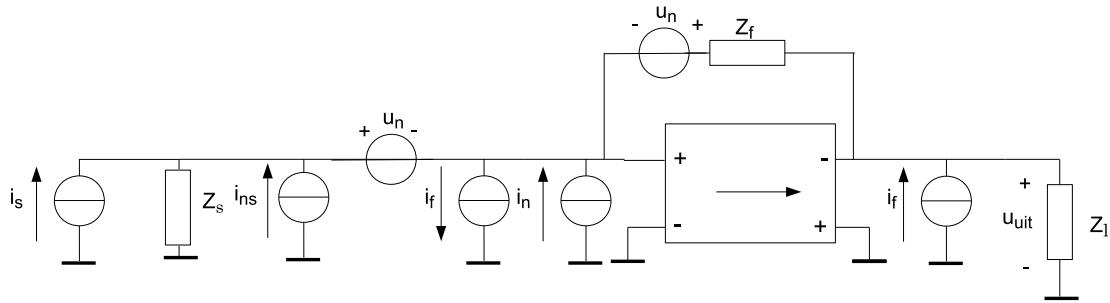
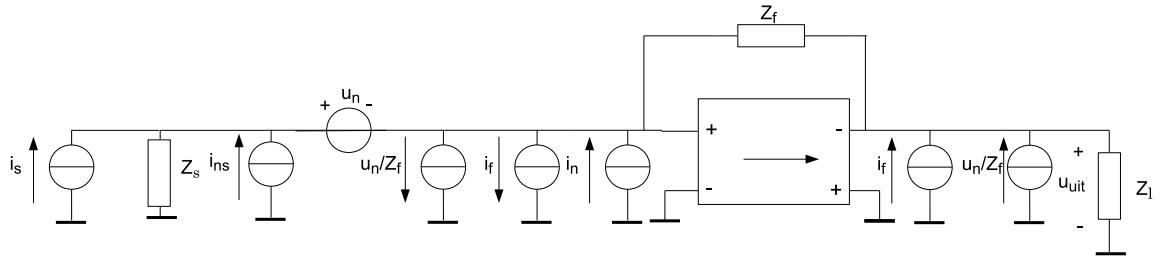
Voordat we alle ruisbronnen naar de ingang van de versterker kunnen schuiven, moet er een polariteit aan de bronnen toegekend worden, zie fig 6.8.

Met behulp van de transformatieregels rekenen we nu alle ruisbronnen om naar één stroombron die parallel werkt aan de signaalbron. Figuur 6.9 toont een eerste transformatiestap; het splitsen van de ruisstroombron i_f naar een stroombron aan de ingang en een stroombron aan de uitgang (beide hebben dezelfde waarde), terwijl de bron u_n wordt verschoven over het knooppunt waar Z_s en de tegenkoppeling met elkaar verbonden zijn (zie fig. 6.7). We hebben nu echter weer een ruisspanningsbron in de tegenkoppellus. Deze ruisspanningsbron kan via een Thévenin-Norton transformatie omgezet worden in een stroomruisbron, die weer gesplitst kan worden in een stroomruisbron aan de ingang en één aan de uitgang.

Figuur 6.10 toont het resultaat na de transformatie en het splitsen van de stroombron. De aan de uitgang aanwezige ruisstroombronnen kunnen worden verwaarloosd. Immers, transformatie naar de ingang van deze stroomruisbronnen kan door ze te vermenigvuldigen met B en D (zie figuur 5.9); omdat deze nul zijn, beïnvloeden de stroomruisbronnen aan de uitgang van de versterker het ruisgedrag niet. Een andere manier van redeneren levert hetzelfde resultaat op: een Norton-Thévenin transformatie is noodzakelijk om een spanningsruisbron in serie met u_{uit} te krijgen. De resulterende spanningsruisbron

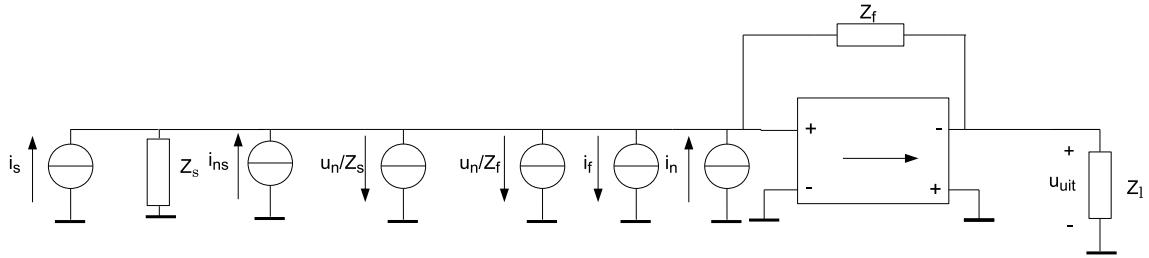


Figuur 6.8: Transimpedantieversterker met ruisbronnen met polariteiten.

Figuur 6.9: Eerste transformatie van ruisbronnen in het schema van figuur 6.8. De ruisstroombron i_f is gesplitst in een ruisstroombron aan de ingang en aan de uitgang van de versterker. Spanningsruisbron u_n is door het linkerknooppunt geschoven.Figuur 6.10: Transformatie van u_n in de tegenkoppelplus naar stroombron zowel aan de ingang als aan de uitgang van de versterker.

ontstaat echter alleen als Z_{uit} van de transimpedantieversterker ongelijk aan nul is. Omdat $Z_{uit}=0$, zal er dus geen spanningsruisbron in serie met u_{uit} ontstaan. Ook in praktische situaties is Z_{uit} zo veel kleiner dan Z_l dat de ruisbijdrage van de ruisbronnen aan de uitgang van de versterker verwaarloosd mogen worden.

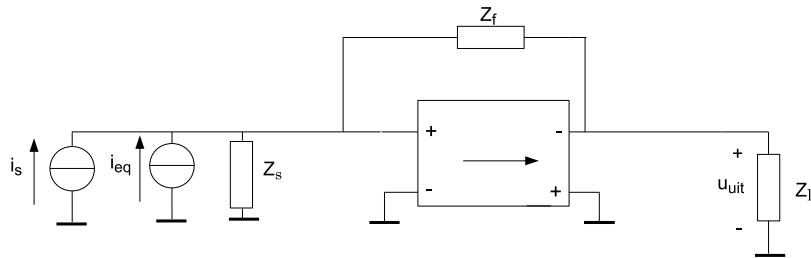
Vervolgens zetten we de spanningsbron u_n in het schema van fig. 6.10 nog om in een stroombron $\frac{u_n}{Z_s}$, waarin Z_s de inwendige impedantie van de signaalbron is. Zo ontstaat het schema van fig. 6.11, waarin i_s de signaalbron met zijn inwendige impedantie Z_s voorstelt, met de bijbehorende (thermische) ruisbron i_{ns} . De totale ruisstroom aan de ingang wordt gevormd door de som van de bijdrage van elke afzonderlijke stroomruisbron. Door alle transformaties hebben, zoals fig. 6.11 toont, de stroombronnen verschillende



Figuur 6.11: De ruisbronnen aan de uitgang zijn verwaarloosd. Ruisspanningsbron u_n aan de ingang is omgezet naar een stroomruisbron.

polariteiten; de stroomruisbronnen t.g.v. u_n en i_f hebben een andere richting dan i_{ns} en i_n . We weten dat ongecorreleerde bronnen bij elkaar opgeteld mogen worden. De richting van de bronnen maakt dan niet uit. We moeten dus nagaan of de bronnen ongecorreleerd zijn.

De enige bronnen die gecorreleerd zijn, zijn u_n/Z_s en u_n/Z_f die moeten bij elkaar opgeteld worden zoals uit fig. 6.11 blijkt, dus beide bronnen zijn voor te stellen als één ruisstroombron ter grootte $u_n(1/Z_s + 1/Z_f)$. Deze bron is niet gecorreleerd met de overige bronnen. Er zijn nu alleen nog ongecorreleerde bronnen over, die ongeacht hun teken bij elkaar opgeteld mogen worden. Figuur 6.12 toont het resulterende schema. De formule voor de equivalente stroomruisbron wordt nu



Figuur 6.12: Alle ruisbronnen getransformeerd naar één equivalente stroomruisbron i_{eq} .

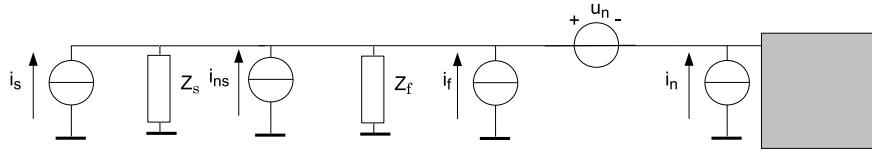
$$i_{eq} = i_{ns} + i_f + i_n + u_n \left(\frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_f} \right) \quad (6.28)$$

en de spectrale ruisdichtheid door

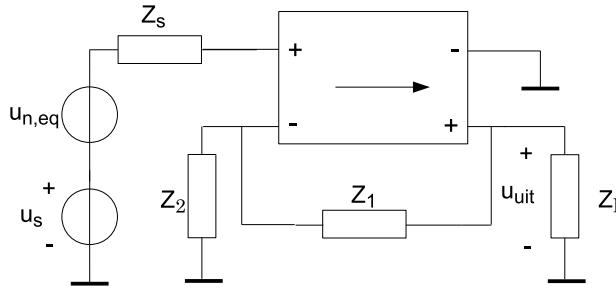
$$S_{i_{eq}} = S_{i_{ns}} + S_{i_n} + S_{i_f} + S_{u_n} \left| \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_f} \right|^2. \quad (6.29)$$

Uit deze beschouwing en formule (6.29) kunnen we een aantal conclusies trekken:

- Uit formule (6.29) blijkt dat er een eenvoudig circuit voor het bepalen van de ruis opgesteld kan worden, dat geldig is voor de transimpedantieversterker, zie fig. 6.29. Het kan aangetoond worden dat fig. 6.29 ook geldt voor de stroomversterker [5]. In dat geval is $Z_f = Z_1 + Z_2$.
- Allereerst merken we op dat ook als Z_f zuiver reactief is en dus zelf geen ruis bijdraagt, de aanwezigheid van Z_f toch van invloed is op het ruisgedrag. *Blijkens figuur 6.11 en formule (6.29) staat, voor wat ruis betreft, Z_f parallel aan Z_s .* Willen we de invloed van Z_f minimaliseren dan dient $Z_f \gg Z_s$ te worden gekozen.
- In de meeste gevallen zal Z_f resistief zijn, of althans een resistieve component bevatten. Dit geeft aanleiding tot het optreden van ruisbron i_f . Ook van deze bron wordt de bijdrage minimaal als $Z_f \gg Z_s$. Hoewel dit misschien niet altijd mogelijk is, moet Z_f toch zo groot mogelijk gekozen worden.
- Bij hoge resistieve waarden van Z_f en Z_s is het effect van de spanningsruisbron te verwaarlozen. Z_s zal echter in de praktijk een capacitieve component bevatten. Bij hogere frequenties zal het effect van de spanningsruisbron dus wel degelijk merkbaar worden. Het is zelfs mogelijk dat het de dominante ruisbron wordt.



Figuur 6.13: Equivalent circuit voor het bepalen van stroomruisbron i_{eq} . Z_f is de tegenkoppelimpedantie in het geval van een transimpedantieversterker en de serieschakeling van Z_1 en Z_2 i.g.v. de stroomversterker.



Figuur 6.14: Spanningsversterker met equivalente spanningsruisbron.

- Stroombron i_n dient een lage waarde te hebben.

Op basis van bovenstaande eis voor een lage i_n wordt vaak voor een opamp met FET ingangen gekozen, omdat die over het algemeen minder stroomruis produceren dan opamps met een bipolaire ingang. De spanningsruis is echter wel vaak hoger dan die van een opamp met een bipolaire ingang. In geval van een capacitieve bron moet hiermee rekening gehouden worden. Het verdient daarom aanbeveling om formule (6.29) voor elk beoogd ontwerp op te lossen en daarop de keuze voor het type opamp te baseren.

In geval van een spanningsversterker, zie figuur 6.14, vinden we voor $u_{n,eq}$ van de spanningsversterker⁹:

$$u_{n,eq} = i_n \left(Z_s + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) + u_n + u_{Z_1} \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) + u_{Z_2} \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) + u_{Z_s} \quad (6.30)$$

u_{Z_1} , u_{Z_2} en u_{Z_s} zijn respectievelijk de spanningsruisbronnen van de tegenkoppelimpedanties Z_1 en Z_2 en van de bronimpedantie Z_s . i_n en u_n zijn weer de stroom- en spanningsruisbronnen van de nullorimplementatie.

De ruisbronnen zijn ongecorreleerd en mogen bij elkaar opgeteld worden bij het bepalen van de spectrale ruisdichtheid. Voor $S_{u_{eq}}$ vinden we nu

$$S_{u_{n,eq}} = S_{i_n} \left| Z_s + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right|^2 + S_{u_n} + S_{u_{Z_s}} + S_{Z_v} \quad (6.31)$$

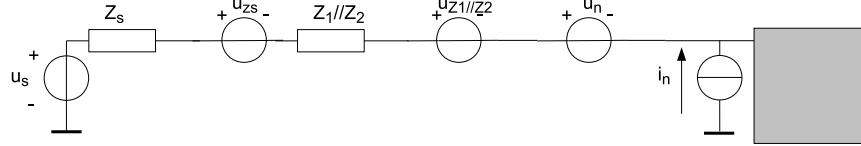
waarbij S_{Z_v} de spectrale ruisdichtheid van het tegenkoppelnetwerk voorsteld. Ter verduidelijking gaan we er vanuit dat de impedanties resistief zijn. Dan wordt $S_{u_{eq}}$:

$$S_{u_{n,eq}} = S_{i_n} \left| R_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right|^2 + S_{u_n} + 4kT R_s + 4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.32)$$

We kunnen nu de volgende conclusies trekken:

- Uit formule (6.31) blijkt dat er een eenvoudig circuit voor het bepalen van de ruis opgesteld kan worden, dat geldig is voor de spanningsversterker, zie fig. 6.15. Het kan aangetoond worden dat fig. 6.15 ook geldt voor de transadmittantieversterker [5]. In dat geval is $Z_1//Z_2 = Z_t$.
- Het effect van het tegenkoppelnetwerk op de ruis kan voorgesteld worden als de **parallelschakeling van Z_1 en Z_2 in serie met de bron**.
- Willen we het effect van het tegenkoppelnetwerk minimaliseren dan moet $Z_1//Z_2 \ll Z_s$. Vooral bij zeer lager bronimpedanties kan dit moeilijk te verwezenlijken zijn. In ieder geval moet men over het algemeen streven naar zo laag mogelijke waarden van $Z_1//Z_2$.

9. Voor de afleiding van deze formule wordt verwezen naar [5] of [9].



Figuur 6.15: Equivalent circuit voor het bepalen van spanningsruisbron $u_{n,eq}$. De parallelschakeling van Z_1 en Z_2 i.g.v. de spanningsversterker wordt tegenkoppelimpedantie Z_t i.g.v. de transadmittieversterker.

- Spanningsruisbron u_n dient een lage waarde te hebben.

Op basis van de eis voor lage u_n zal over het algemeen de keuze op een opamp met bipolaire ingangen vallen. Echter, ook hier geldt dat $S_{u_{n,eq}}$ voor zowel het geval van een bipolaire opamp als een FET opamp uitgerekend moet worden, waarna de keuze bepaald wordt.

6.6.2 Voorbeelden van ruisberekeningen

1. Stel we hebben een transimpedantieversterker met een signaalbron die $1 \mu\text{A}$ levert over een bandbreedte van 0 tot 1 MHz en een bronimpedantie Z_s gevormd door een weerstand van $10 \text{ M}\Omega$ en een capaciteit van 10 pF . De terugkoppeling bestaat uit een weerstand R_t van $1 \text{ M}\Omega$. De belasting wordt gevormd door een impedantie van $10 \text{ k}\Omega$. Er wordt gebruik gemaakt van een opamp (AD 820) waarvoor geldt: $u_n = 13 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ en $i_n = 0.8 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Gevraagd wordt de SN te berekenen bij 300 K.

Voor i_{eq} vinden we:

$$i_{eq} = i_{ns} + i_{R_t} + i_n + u_n \left(\frac{1}{Z_s} + \frac{1}{R_t} \right) = i_{ns} + i_{R_t} + i_n + u_n \left(\frac{1}{R_s} + j\omega C_s + \frac{1}{R_t} \right)$$

Toepassen van formule (6.29) levert op:

$$\begin{aligned} S_{i_{eq}} &= S_{i_{ns}} + S_{i_n} + S_{i_{R_t}} + S_{u_n} \left| \frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_s} + j\omega C_s \right|^2 \\ &= \frac{4kT}{R_s} + \frac{4kT}{R_t} + S_{i_n} + S_{u_n} \left[\left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_s} \right)^2 + \omega^2 C_s^2 \right] \\ &= 4kT \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_t} \right) + S_{i_n} + S_{u_n} \left[\left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_s} \right)^2 + \omega^2 C_s^2 \right] \end{aligned}$$

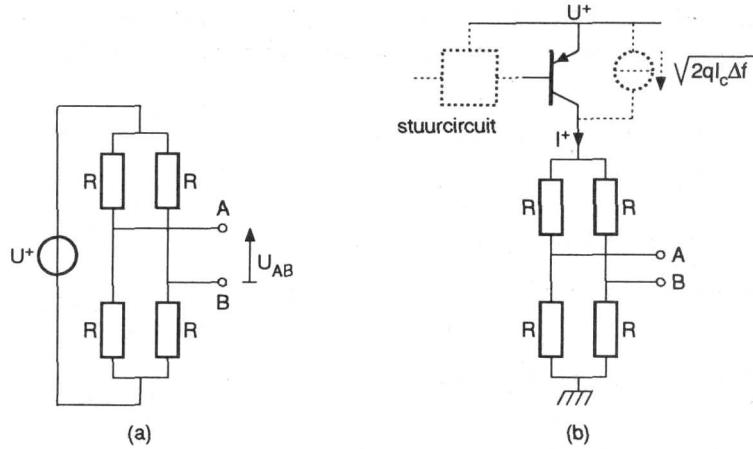
Hieruit kan $\overline{i_{eq}^2}$ bepaald worden door te integreren over de bandbreedte:

$$\begin{aligned} \overline{i_{eq}^2} &= \int_0^{f_h} S_{i_{eq}} df = 4kT \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_t} \right) f_h + S_{i_n} f_h + S_{u_n} \left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_s} \right)^2 f_h + S_{u_n} \frac{1}{3} 4\pi^2 f_h^3 C_s^2 \\ &= 4kT \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_t} \right) f_h + S_{i_n} f_h + S_{u_n} f_h \left[\left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_s} \right)^2 + \frac{4}{3} \pi^2 f_h^2 C_s^2 \right] \\ &= 1.66 \cdot 10^{-20} \cdot 1.1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 + (0.8 \cdot 10^{-15})^2 \cdot 10^6 + \\ &\quad (13 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 10^6 [1.21 \cdot 10^{-12} + 1.32 \cdot 10^{-9}] \\ &= 1.82 \cdot 10^{-20} + 6.40 \cdot 10^{-25} + 2.23 \cdot 10^{-19} \approx 2.4 \cdot 10^{-19} \text{ A}^2 \end{aligned}$$

Voor de signaal ruisverhouding vinden we nu:

$$SN = 10 \log \left(\frac{1 \cdot 10^{-12}}{2.4 \cdot 10^{-19}} \right) = 66 \text{ dB}$$

N.B. als we de formule voor $\overline{i_{eq}^2}$ bestuderen, blijkt dat we de stroomruisbijdrage van de opamp kunnen verwaarlozen. De ruis wordt bepaald door R_s , R_t en met name door de spanningsruis



Figuur 6.16: Brugschakelingen met a. spanningsvoeding en b. stroomvoeding (uit: [20]).

van de opamp die naar een stroomruis wordt omgezet. Ten gevolge van die frequentieafhankelijke omzetting, wordt i_{eq}^2 zelfs gedomineerd door de spanningsruisbron van de opamp. Indien SN groter moet worden, moet nu een opamp met lagere spanningsruis worden geselecteerd.

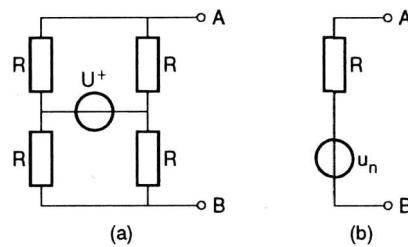
Ga na dat, wanneer we bij de ruisberekening alleen maar met de bandbreedte vermenigvuldigd zouden hebben (zoals vaak in de literatuur gemeld wordt), we een verkeerd antwoord verkrijgen. Omdat het frequentieafhankelijke aandeel van de spanningsruis naar stroomruis omzetting dan buiten beschouwing gelaten wordt, vindt men dan een te lage ruis.

Concluderend: Om de hoeveelheid ruisenergie te berekenen binnen een bepaalde bandbreedte, moet er geïntegreerd worden over de bandbreedte. Alleen indien er geen reactieve componenten in de schakeling zitten komt integreren over de bandbreedte overeen met vermenigvuldigen met de bandbreedte.

- Gegeven is een rekstrookjesbrug opgebouwd met vier identieke weerstanden R (Fig. 6.16)[20]. De brug is volledig in balans, de weerstanden hebben gelijke temperatuur.

Tengevolge van de thermische ruis van de vier weerstanden bevat de uitgangsspanning U_{AB} enige ruisspanning. Indien de klemmen A en B onbelast zijn, bereken dan de grootte van die ruisspanning. Aangenomen mag worden dat de spanningsbron U^+ ruisvrij is en een verwaarloosbare lage impedantie heeft.

Om de ruisspanning te berekenen wordt het schema uit figuur 6.16 iets anders getekend: Aange-



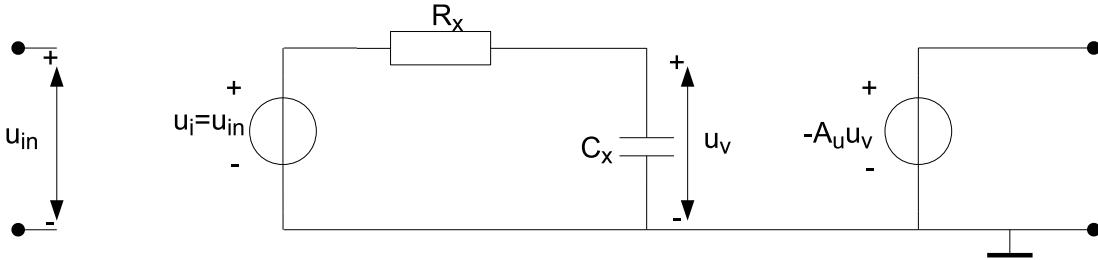
Figuur 6.17: Anders getekend schema van de brugschakeling (uit: [20]).

zien het superpositiebeginsel geldt mag men U^+ voor de ruisberekeningen door een kortsluiting vervangen. In Fig. 6.17(b) is het Thévenin equivalent daarvan gegeven. De thermische ruis u_n van de weerstand R hangt niet af van de wijze waarop deze weerstand is samengesteld (ga dat zelf na), indien de weerstanden gelijke temperatuur hebben. De effectieve waarde van de ruis is $\sqrt{\overline{u_n^2}} = \sqrt{4kTR\Delta f}$.

6.7 Kleinsignaalmodel van de opamp

Net zoals het geval is bij de bipolaire transistor en de veldeffecttransistor, kan voor de opamp een kleinsignaalmodel opgesteld worden. Met behulp van dit kleinsignaalmodel kunnen zowel de nauwkeurigheid van de gewenste overdracht als de bandbreedte afgeschat worden.

Figuur 6.18 toont een kleinsignaalmodel van een gecompenseerde opamp [29]. Spanning u_{in} stelt



Figuur 6.18: Een kleinsignaalmodel van de operationele versterker.

het spanningsverschil tussen beide ingangen van de opamp voor. Deze spanning wordt één keer versterkt door een spanningsgestuurde spanningsbron u_i , die belast wordt door een weerstand en capaciteit in serie. Deze RC-schakeling verzorgt de frequentiecompensatie en zorgt er voor dat de open-lus versterking van de opamp met 6 dB/octaaf afneemt.

De spanningsgestuurde spanningsbron aan de uitgang meet de spanning u_v over de capaciteit en vermenigvuldigt die met de versterking A_v van de opamp. Het min-teken in het model zorgt voor de noodzakelijke tekenwisseling in het geval van tegenkoppeling.

De waarden van R_x en C_x worden zo gekozen dat het kantelpunt overeenkomt met de kantelfrequentie die in de datasheet van de opamp gespecificeerd wordt. Voor A_v wordt de open-lus versterking genomen die in de datasheet vermeld wordt.

Bijvoorbeeld, in geval van de TL071 geeft de datasheet een versterking $A_v = 200.000$ en een unity-gain bandwidth van 3 MHz. Het kantelpunt van de $R_x C_x$ schakeling moet dus op $3 \cdot 10^6 / 2 \cdot 10^5 = 15$ Hz (94.2 rad/s) komen te liggen.

6.7.1 Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een spanningsversterker

Met het kleinsignaalmodel kunnen de overdrachtsnauwkeurigheid en de bandbreedte van een versterkerschakeling bepaald worden. Stel dat we voor een toepassing een spanningsversterker nodig hebben die 20 keer versterkt en die met een TL071 wordt verwezenlijkt. Figuur 6.19 toont het kleinsignaalmodel van een spanningsversterker met een opamp. Vanuit dit model kunnen we nu de gesloten lusversterking $A\beta_0$ en de bandbreedte gaan bepalen. Wanneer de spanningsgestuurde spanningsbron voor de eenvoud als een spanningsbron u_c wordt voorgesteld en van daaruit de overdracht naar u_v wordt bepaald, kan β berekend worden. Figuur 6.20 toont het schema dat voor de bepaling van β gebruikt kan worden. De tegenkopelfactor is $\beta = u_v/u_c$. Verder geldt $u_{in} = u_c \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ en $u_v = u_i \frac{1}{1 + j\omega R_x C_x}$. Uit deze formules volgt (ga dit na!):

$$\beta = \frac{u_v}{u_c} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + j\omega R_x C_x} \quad (6.33)$$

Voor de laagfrequent gesloten lusversterking vinden we nu dus (let op: $A_u = A_v$)

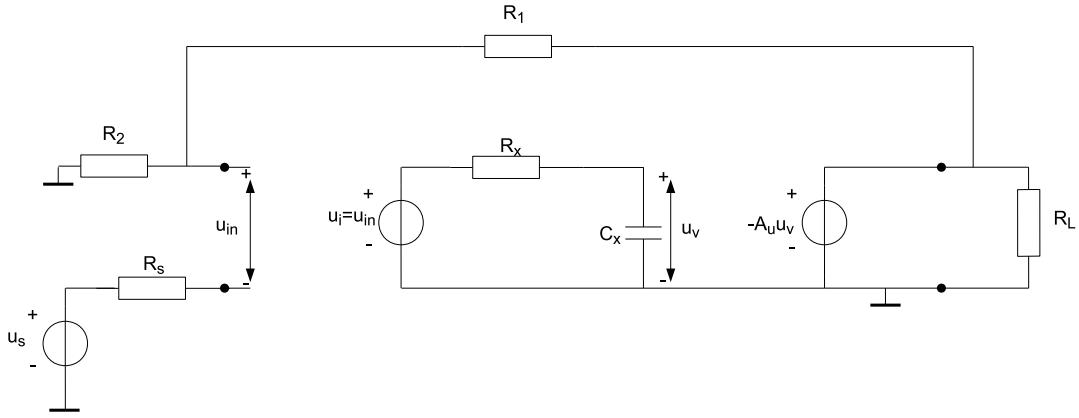
$$A\beta_0 = -A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (6.34)$$

De overdracht in doorlaatband volgt weer uit

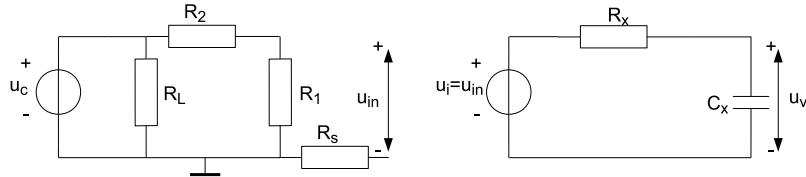
$$A_t = A_{t\infty} \frac{-A\beta_0}{1 - A\beta_0} = \frac{1}{\beta_0} \frac{-A\beta_0}{1 - A\beta_0} \quad (6.35)$$

In geval van 20 keer versterking en gebruik van een TL071, vinden we voor A_t

$$A_t = 20 \frac{10000}{10001} = 19.998. \quad (6.36)$$



Figuur 6.19: Kleinsignaalmodel van een opamp spanningsversterker.

Figuur 6.20: Schema waarmee $A\beta$ van de spanningsversterker bepaald kan worden.

Door de hoge waarde van $A\beta_0$ is de onnauwkeurigheid in de overdracht slechts ongeveer 0.01 %.
Om de bandbreedte te bepalen moet $A_t(\omega)$ onderzocht worden.

$$A_t(\omega) = A_{t\infty} \frac{-A\beta(\omega)}{1 - A\beta(\omega)} \quad (6.37)$$

De correctiefactor is dus frequentieafhankelijk en zal er voor zorgen dat de gewenste overdracht eveneens frequentieafhankelijk is. De frequentieafhankelijkheid van F_c volgt uit:

$$F_c(\omega) = \frac{-A\beta(\omega)}{1 - A\beta(\omega)} = \frac{A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + j\omega R_x C_x}}{1 + A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + j\omega R_x C_x}} = \frac{A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{(1 + j\omega R_x C_x) + A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \quad (6.38)$$

$F_c(\omega)$ zal zijn -3 dB punt bereiken wanneer $j\omega R_x C_x$ dezelfde waarde heeft bereikt als $A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1$. Dat is bij de hoekfrequentie

$$\omega_B = \frac{A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1}{R_x C_x}, \quad (6.39)$$

of bij frequentie $f_B = B$

$$B = \frac{A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1}{2\pi R_x C_x}. \quad (6.40)$$

In geval van een 20 keer versterker rond een TL071 vinden we dus voor de bandbreedte

$$B = \frac{A_v \frac{R_1}{R_1 + R_2} + 1}{2\pi R_x C_x} = \frac{10001}{66.67 \cdot 10^{-3}} \approx 150\text{kHz}$$

Merk op dat de formules voor ω_B en B gelijk zijn aan $(1 - A\beta_0)p$, waarbij $p = -1/(RC)$ respectievelijk $p = -1/(2\pi RC)$. De letter p staat voor pool¹⁰. Daarom wordt $(1 - A\beta_0)p$ ook wel ‘loop gain poles product’ (LP product) genoemd. In geval van een versterker met slechts één pool is de bandbreedte dus gelijk aan het LP product. Het antwoord moet echter een positieve frequentie opleveren. Het resulterende min-teken wordt achterwege gelaten.

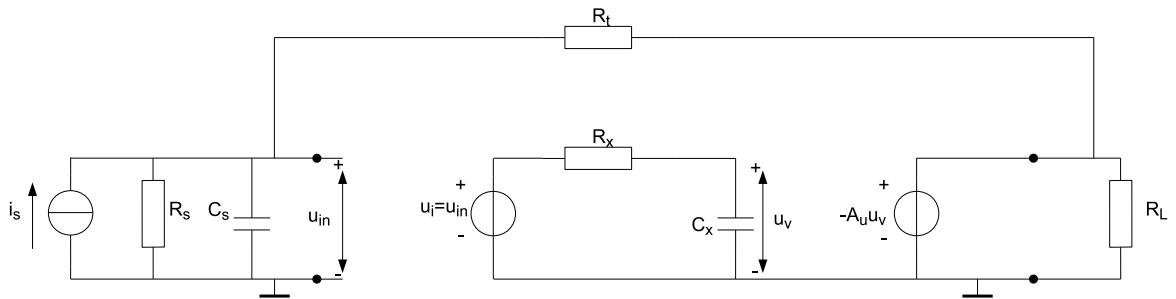
In het algemeen blijkt te gelden dat de bandbreedte afhangt van het LP product [9][5]. Zo is de bandbreedte in het geval van een versterker met twee polen te berekenen met \sqrt{LP} product.

6.7.2 Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een transimpedantieversterker

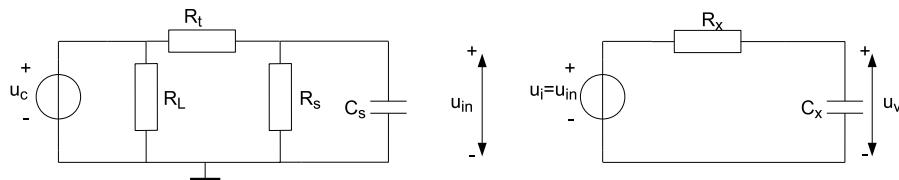
Stel dat we het signaal van een fotodiode willen versterken. Het verband tussen het opvallende licht en de stroom is lineair. We moeten dus de stroom verwerken. Als we er nu vanuit gaan dat de belasting met een spanning aangestuurd moet worden, volgt hieruit dat een transimpedantieversterker ontworpen moet worden.

De fotodiode is voor te stellen als een Norton vervangingsschema met een parallel impedante die bestaat uit een weerstand (R_s) parallel aan een capaciteit (C_s). R_s is ongeveer $1 \text{ G}\Omega$ en C_s is ongeveer 5 pF .

Het kleinsignaalmodel van de transimpedantieversterker met een opamp als actief deel is gegeven in figuur 6.21 en het schema waarmee de gesloten lusversterking bepaald kan worden is te zien in figuur 6.22.



Figuur 6.21: Kleinsignaalmodel van een opamp transimpedantieversterker.



Figuur 6.22: Schema waarmee $A\beta$ van de transimpedantieversterker bepaald kan worden.

In dit geval zullen we de bandbreedte met behulp van het LP product berekenen. Daarvoor moet eerst $A\beta_0$ bepaald worden. Voor $A\beta_0$ volgt uit figuur 6.22

$$\begin{aligned} u_v &= u_{in} = u_c \frac{R_s}{R_s + R_t} \\ \beta_0 &= \frac{u_v}{u_c} = \frac{R_s}{R_s + R_t} \\ A\beta_0 &= -A_v \frac{R_s}{R_s + R_t}. \end{aligned} \quad (6.41)$$

Er zijn twee polen af te schatten vanuit figuur 6.22. De eerste wordt gevormd door R_x en C_x :

$$p_1 = -\frac{1}{2\pi R_x C_x}. \quad (6.42)$$

10. Polen zijn de oplossingen waarvoor de noemer gelijk is aan nul, vandaar het min-teken. Zie ook het vak wiskunde: ‘laplace’.

De tweede wordt gevormd door

$$p_2 = -\frac{1}{2\pi(R_t//R_s)C_s}, \quad (6.43)$$

wat verklaard kan worden doordat spanningsbron u_c een kortsluiting vormt voor R_L , waardoor R_t en R_s parallel komen te staan.

Stel dat $R_t = 10 \text{ M}\Omega$ en er nog steeds gebruik gemaakt wordt van een TL071. Er volgt nu $(1 - A\beta_0) \approx 198 \cdot 10^3$ en voor F_c wordt een getal ongeveer gelijk aan 1 gevonden, wat dus een nauwkeurige overdracht betekent.

Pool p_1 is gelijk aan -15 Hz en p_2 is -3215 Hz . Om de bandbreedte te bepalen, moeten we eerst controleren¹¹ of $(1 - A\beta_0)p_1 > p_2$. Als dat niet het geval is, dan doet pool p_2 niet mee bij het bepalen van de bandbreedte en is deze gelijk aan $(1 - A\beta_0)p_1$. Als de ongelijkheid wel klopt, volgt de maximaal bereikbare bandbreedte uit $\sqrt{(1 - A\beta_0)p_1 p_2}$. In dit geval klopt de ongelijkheid en vinden we een bandbreedte van 97.7 kHz .

Deze bandbreedte wordt alleen gevonden indien de overdracht in de doorlaatband volledig vlak blijft lopen. Helaas zal in de meeste praktische situaties opslingerering in de doorlaatband optreden in de buurt van de bandbreedte, waardoor vervorming van het signaal kan optreden. Tevens vinden we een andere -3 dB frequentie.

De opslingerering kunnen we voorkomen door bij die hogere frequenties de demping die in $A\beta$ optreedt te verminderen. Uit figuur 6.22 volgt dat we dat kunnen doen door een condensator (C_t) parallel aan R_t te plaatsen. Alleen moet C_t wel met zorg gekozen worden; een te grote waarde zal de bandbreedte kleiner maken dan beoogd. Wanneer een component in op zo'n plek in de schakeling geplaatst wordt dat bij hogere frequenties een afname in de demping optreedt, wordt de frequentie waarbij dit effect waarneembaar wordt een nulpunt genoemd.

Met behulp van vergelijking (6.44) kan de frequentie van het nulpunt bepaald worden [5].

$$n = \frac{-LP \text{ product}}{(p_1 + p_2) + \sqrt{2LP \text{ product}}} \quad (6.44)$$

In ons voorbeeld komt het nulpunt op -70.8 kHz te liggen¹². De condensatorwaarde volgt uit $C_t = \frac{1}{2\pi|f_n|R_t} = 0.2 \text{ pF}$. Deze waarde kan in de praktijk lastig te realiseren zijn; de parasitaire capaciteit van R_t kan bijvoorbeeld al groter of gelijk zijn aan de berekende waarde van C_t . Hier dient in de uiteindelijke realisatie rekening mee gehouden te worden. Bij C_t waarden kleiner dan 1 pF is het aan te raden de schakeling eerst op te bouwen en door te meten om vast te stellen of er nog een condensator geplaatst moet worden.

Wanneer een transimpedantieversterker ontworpen moet worden, is de benodigde bandbreedte bekend en pool p_2 ook. Het is dan zaak om de benodigde GBP van de opamp te bepalen. De benodigde GBP volgt uit $GBP = Ap_1$ en $B = \sqrt{(1 - A\beta_0)p_1 p_2}$. In het geval dat $-A\beta_0 \gg 1$ geldt:

$$B = \sqrt{(1 - A\beta_0)p_1 p_2} \approx \sqrt{-A\beta_0 p_1 p_2} = \sqrt{GBP\beta_0 p_2} \Rightarrow GBP \approx \frac{B^2}{p_2\beta_0} \quad (6.45)$$

Voor een positieve waarde van het GBP, moet weer de absolute waarde van p_2 genomen worden.

6.7.3 Bepaling overdrachtsnauwkeurigheid en bandbreedte van een integrator

Het kleinsignaalmodel van de integrator met een opamp als actief deel wordt getoond in figuur 6.23 en het schema waarmee $A\beta$ bepaald kan worden in figuur 6.24.

De overdracht $A_{t\infty} = u_{R_L}/u_s$ is gelijk aan $-1/(j\omega RC)$ (bewijs dit). Uit figuur 6.24 volgt voor β (leid dit af)

$$\beta = \frac{u_v}{u_c} = \frac{j\omega RC}{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega R_x C_x)} \quad (6.46)$$

en voor $A\beta$ wordt dus

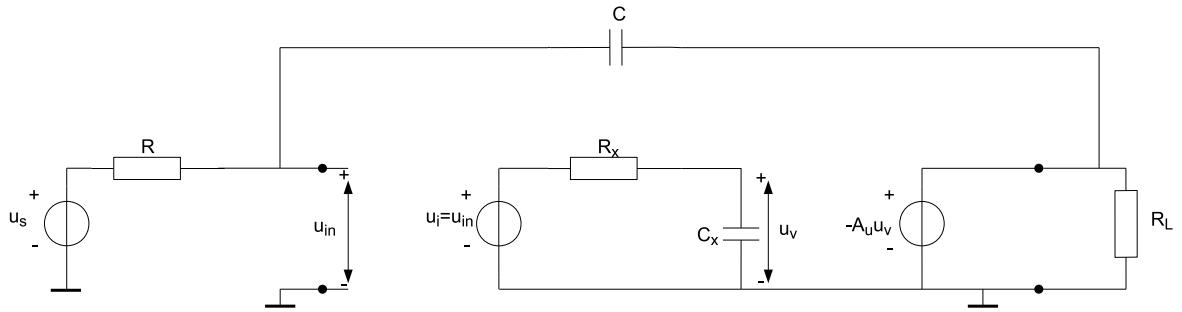
$$A\beta = -A_v \frac{j\omega RC}{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega R_x C_x)} \quad (6.47)$$

gevonden en voor A_t

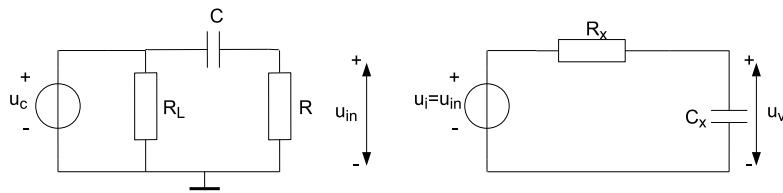
$$A_t = -\frac{1}{j\omega RC} \frac{A_v j\omega RC}{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega R_x C_x) + A_v j\omega RC} = -A_v \frac{1}{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega R_x C_x) + A_v j\omega RC}. \quad (6.48)$$

11. We gebruiken hier voor het gemak weer de positieve (absolute) waarden van de polen.

12. Let op: neem hier weer de negatieve waarden van p_1 en p_2 .



Figuur 6.23: Kleinsignaalmodel van een opamp integrator.

Figuur 6.24: Schema waarmee $A\beta$ van de integrator bepaald kan worden.

We zien dus dat de gelijksspanningsoverdracht gelijk is aan de open lusversterking. Het gedrag van de integrator als functie van de frequentie is iets lastiger in te schatten. Omschrijven van de formule voor A_t kan het frequentiegedrag verduidelijken. A_t is te schrijven als

$$\begin{aligned} A_t &= -A_v \frac{1}{(j\omega)^2 R C R_x C_x + j\omega R_x C_x + 1 + (1 + A_v)j\omega R C} \\ &= -A_v \frac{1}{1 + (1 + A_v)j\omega R C} \frac{1}{\frac{j\omega R_x C_x}{\frac{1}{j\omega R C} + (1 + A_v)} + \frac{R_x C_x}{\frac{1}{j\omega} + (1 + A_v) R C} + 1} \\ &\approx -A_v \frac{1}{1 + (1 + A_v)j\omega R C} \frac{1}{\frac{j\omega R_x C_x}{1 + A_v} + 1}. \end{aligned} \quad (6.49)$$

Er zijn twee polen, namelijk

$$p_1 = -\frac{1}{(1 + A_v) R C} \quad (6.50)$$

en

$$p_2 = -(1 + A_v) \frac{1}{R_x C_x}. \quad (6.51)$$

Er geldt immers

$$\frac{1}{1 + (1 + A_v)j\omega R C} \frac{1}{\frac{j\omega R_x C_x}{1 + A_v} + 1} = \frac{1}{(1 + p_1)(1 + p_2)} \quad (6.52)$$

Het kantelpunt gegeven door p_1 bepaalt de frequentie waar vanaf de gewenste integrator werking getoond wordt: de overdracht heeft een helling van -6 dB/oct. Het gewenste gedrag houdt aan tot de frequentie p_2 bereikt wordt. Voor frequenties hoger dan p_2 is de helling -12 dB/oct.

Stel dat $R = 1$ k Ω en $C = 1$ nF en de opamp is van het type TL071. Voor $|p_1|$ wordt nu 5 rad/s (≈ 0.8 Hz) en voor $|p_2|$ wordt 18.84 Mrad/s (≈ 3 MHz).

6.8 Ontwerpstrategie versterkers met opamp-implementatie

Uit de voorgaande paragrafen volgt logischerwijs de volgende strategie om versterkers met een opamp als nullorbenadering te ontwerpen:

1. Bepaal de signaalamplitude(s), de grootheid (spanning of stroom), de bandbreedte van de signaalbron (bijv. een sensor) en bepaal zijn impedantie.

2. Bepaal de signaalamplitude(s), de grootheid (spanning of stroom) en de impedantie van de belasting.
3. Ontwerp het tegenkoppelcircuit.
4. Voer een ruisberekening uit om te bepalen of een opamp met bipolaire of veldeffect ingangstransistoren gebruikt moet worden (maximale u_n en i_n).
5. Bepaal of de amplitude van het uitgangssignaal binnen de voedingsspanning ‘past’. De opamp moet met deze voedingsspanning de amplitude zonder clippingvervorming kunnen leveren. Dat betekent dus dat de opamp ook voldoende stroom moet kunnen leveren.
 - Bereken hoe groot de slew rate minimaal moet zijn om aan de grootsignaalbandbreedte-eis te voldoen.
6. Bereken hoe groot het GBP minimaal moet zijn om aan de kleinsignaalbandbreedte-eis te voldoen.
7. Selecteer een opamp die aan de ruis- en groot- & kleinsignaalbandbreedte-eisen voldoet.
8. Evalueer de offset-eigenschappen van de ontworpen versterker.
9. Simuleer de versterker en controleer de overdracht, bandbreedte- en ruiseigenschappen.
10. Bouw op en meet: controleer de overdracht, bandbreedte- en ruiseigenschappen.

6.9 Voorbeeldontwerpen

Als voorbeeld wordt in deze paragraaf een aantal versterkers ontworpen volgens de gepresenteerde methode.

6.9.1 Spanningsversterker

In deze subparagraph wordt een spanningsversterker ontworpen. De vereiste specificaties staan in tabel 6.1. Omdat vanuit de tabel met specificaties blijkt dat een spanningsversterker ontworpen moet worden, kan

Tabel 6.1: Specificaties van bron, belasting en overdracht

Bron	Max. effectief signaal	$10 \text{ mV}_{\text{eff}} \dots 100 \text{ mV}_{\text{eff}}$
	Signaalbandbreedte	$1 \text{ Hz} \dots 300 \text{ kHz}$
	Impedantie	$10 \text{ k}\Omega // 100 \text{ pF}$
Belasting	Max. signaal	5 V , max. acceptabele gelijkstroom: $10 \mu\text{A}$
	Impedantie	$3 \text{ k}\Omega // 10 \text{ pF}$
Overdracht	type overdracht	constant binnen de bandbreedte (<small>Maximally flat pass band</small>)
	Signal-error-ratio	$\geq 60 \text{ dB}$

gelijk begonnen worden (met stap 3) het ontwerpen van het tegenkoppelcircuit en komen we dus op het schema uit als getoond in fig. 6.3 (b) op pagina 70. De verhouding van de impedanties Z_1 en Z_2 volgen uit de vereiste versterking, welke weer uit de vereiste verhouding van het uitgangs- en ingangssignaal volgt. De uitgangsspanning mag maximaal 5 V worden, terwijl de ingangsspanning maximaal $100 \text{ mV}_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}$ is. Voor de versterking wordt dus een waarde van ca. 35,36 gevonden. Er geldt nu dat $Z_1 = 34,36Z_2$. Omdat er hier geen bijzondere reden is waarom Z_1 en Z_2 niet met weerstanden geïmplementeerd kunnen worden, gebruiken we twee weerstanden: $R_1 = 34,36R_2$.

Stap 4 is de ruisberekening. Door inspectie van fig. 6.15 volgt nu:

$$\begin{aligned}
 S_{u_{n,eq}} &= S_{in} \left| \frac{R_s}{1 + j\omega R_s C_s} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right|^2 + S_{u_n} + 4kT \Re(Z_s) + 4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\
 &= S_{in} \left| \frac{R_s}{1 + j\omega R_s C_s} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right|^2 + S_{u_n} + 4kT \frac{R_s}{1 + (\omega R_s C_s)^2} + 4kT \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}
 \end{aligned} \tag{6.53}$$

Na integreren, waarbij voor het gemak de laagste frequentie 0 wordt gemaakt (deze fout is minimaal),

volgt nu voor $\overline{u_{n,eq}^2}$

$$\begin{aligned}\overline{u_{n,eq}^2} &= S_{i_n} \left(\frac{R_s^2}{2\pi R_s C_s} \arctan(2\pi f_h R_s C_s) + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 f_h \right) + S_{u_n} f_h \\ &\quad + 4kT \left(\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) f_h + \frac{R_s}{2\pi R_s C_s} \arctan(2\pi f_h R_s C_s) \right) \\ &= S_{i_n} \left(\frac{R_s}{2\pi C_s} \arctan(2\pi f_h R_s C_s) + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 f_h \right) + S_{u_n} f_h \\ &\quad + 4kT \left(\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) f_h + \frac{1}{2\pi C_s} \arctan(2\pi f_h R_s C_s) \right)\end{aligned}\tag{6.54}$$

Met de gegeven waarden van de bronimpedantie gevormd door de parallelschakeling van R_s en C_s , wordt voor $\arctan(2\pi f_h R_s C_s)$ de waarde 1.08 gevonden. Waaruit volgt:

$$\overline{u_{n,eq}^2} = S_{i_n} \left(\frac{1.08 R_s}{2\pi C_s} + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 f_h \right) + S_{u_n} f_h + 4kT \left(\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) f_h + \frac{1.08}{2\pi C_s} \right)\tag{6.55}$$

Deze vergelijking bevat drie onbekenden (S_{i_n} , S_{u_n} en $R_1//R_2$) en is daarom niet oplosbaar. Toch valt het ontwerpprobleem op te lossen. We weten immers hoeveel de signaalbron zelf ruist, namelijk

$$\overline{u_{n,s}^2} = \int_0^{f_h} 4kT \Re e(Z_s) df = 4kT \frac{1.08}{2\pi C_s} = 2kT \frac{1.08}{\pi C_s}.\tag{6.56}$$

Het is redelijk om te eisen dat de ruis die door de versterker gegenereerd wordt, (ten hoogste) gelijk is aan $\overline{u_{n,s}^2}$ ¹³. Als we nu veronderstellen dat de ruisbijdrage van het tegenkoppelnetwerk gelijk mag zijn aan $0.5\overline{u_{n,s}^2}$ en de bijdrage t.g.v. de ruisbronnen van de nullorimplementatie ook, dan kunnen we in ieder geval groote orden van die ruisbronnen en van R_1 en R_2 bepalen.

Voor het tegenkoppelnetwerk kan nu afgeleid worden:

$$0.5\overline{u_{n,s}^2} \geq 4kT \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) f_h \Rightarrow \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \leq \frac{1.08}{4\pi f_h C_s} \Rightarrow \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \leq 2865\Omega.\tag{6.57}$$

Verder geldt dat $R_1 = 34,36R_2$, zodat voor R_2 een waarde van maximaal 2948Ω volgt. Hier kan een standaard weerstandswaarde (E48) voor gekozen worden: $R_2 = 2k87$. Voor R_1 volgt nu de waarde $98.61\text{k}\Omega$. Hier kan ook een standaardwaarde voor genomen worden: $R_1 = 100\text{k}\Omega$. De versterking wordt 35.8 keer (acceptabel) en de parallelschakeling van R_1 en R_2 is 2790Ω , wat voldoet aan de eis dat deze kleiner moet zijn dan 2865Ω .

Voor de bijdrage van de nullorimplementatie (inclusief het tegenkoppelnetwerk) aan de ruis mogen we ook stellen dat

$$0.5\overline{u_{n,s}^2} = S_{u_n} f_h + S_{i_n} \left(\frac{1.08 R_s}{2\pi C_s} + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 f_h \right).\tag{6.58}$$

Nu hebben we weer één vergelijking met twee onbekenden. Hoewel het wel erg toevallig is wanneer er een opamp te vinden is die aan exact die ruispecificaties voldoet, kan weer de helft van de toegestane ruis aan de S_{u_n} component en de helft aan de S_{i_n} component worden toegedeeld. Dit zal grootte orde van de waarden van S_{u_n} en S_{i_n} opleveren die selectie van een opamp mogelijk maken.

Er geldt nu dus

$$0.25\overline{u_{n,s}^2} = S_{u_n} f_h\tag{6.59}$$

en

$$0.25\overline{u_{n,s}^2} = S_{i_n} \left(\frac{1.08 R_s}{2\pi C_s} + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 f_h \right).\tag{6.60}$$

Oplossen van deze formules levert op: $S_{u_n} \approx 2.4 \cdot 10^{-17} V^2/Hz \Rightarrow u_n \approx 4.9nV/\sqrt{Hz}$ en $S_{i_n} \approx 3.7 \cdot 10^{-25} V^2/Hz \Rightarrow i_n \approx 0.6pA/\sqrt{Hz}$. Er kan nu gezocht worden naar een opamp die u_n en i_n waardes heeft die in de buurt van deze berekende waardes ligt. Eventueel kan een hogere u_n worden geaccepteerd indien i_n lager is en vice versa. Na keuze moet gecontroleerd worden of de SN gehaald wordt.

13. Dit betekent dat de totale SNR 3 dB kleiner is dan die van de signaalbron alleen.

Stel dat de keuze valt op de LTC6240HV. Deze heeft $u_n \approx 7nV/\sqrt{Hz}$ en $i_n \approx 0.56fA/\sqrt{Hz}$. De waarde van u_n is groter dan afgeschat, maar i_n is vele malen lager, dus wellicht wordt de SN toch nog gehaald. Invullen van de waarden van R_1 , R_2 , u_n en i_n in vergelijking (6.55) levert $\overline{u_{n,eq}^2} = 5.7 \cdot 10^{-11} V^2$ en $\overline{u_{n,eq}} = 7.5 \cdot 10^{-6} V$ op. In geval van het minimale ingangssignaal van $10 \text{ mV}_{\text{eff}}$ geeft dit een $\text{SN} = 62.4 \text{ dB}$, wat aan de specificaties voldoet.

In stap 5 wordt er voor gezorgd dat er geen clipping en slew-rate vervorming optreden. De opamp moet stroom aan het tegenkoppelnetwerk en aan de belasting leveren. De stroom zal naar verwachting maximaal zijn bij 300 kHz en bedraagt ca. $i_{uit} = u_{uit}/((R_1 + R_2)/Z_l) \approx 1,7 \text{ mA}$. De opamp moet minimaal deze stroom kunnen leveren. De minimaal benodigde slew-rate volgt uit formule (6.14). Er is niet apart gespecificeerd hoe groot f_{FP} moet zijn, dus wordt aangenomen dat hij ook maximaal 300 kHz bedraagt. Er volgt nu $SR = 2\pi 3 \cdot 10^5 \cdot 5 = 9.42 \cdot 10^6 = 9.42 \text{ V}/\mu\text{s}$.

De kleinsignaalbandbreedte wordt in stap 6 berekend. In §6.7.1 wordt de volledige kleinsignaalanalyse van de spanningsversterker gegeven. De resultaten kunnen direct gebruikt worden (Let op R_1 en R_2 zijn van plaats verwisseld in deze paragraaf). Er volgt voor het GBP van de opamp:

$$B = \frac{1}{2\pi R_x C_x} \left(1 + A_v \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \Rightarrow B \approx \frac{1}{2\pi R_x C_x} A_v \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \text{GBP} = \frac{A_v}{2\pi R_x C_x} = B \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (6.61)$$

Voor de benodigde GBP wordt nu 10.74 MHz gevonden.

Voor de benodigde opamp zijn dus de specificaties zoals ze in tabel 6.2 getoond worden, gevonden.

Tabel 6.2: Specificaties waaraan de opamp moet voldoen. De eisen aan de ruisbronnen zijn minder hard. Spanningsruis en stroomruisbijdragen kunnen tegen elkaar worden ‘ingewisseld’, zie tekst.

Spanningsruisbron u_n	$\approx 4.9 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Stroomruisbron i_n	$\approx 0.6 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
Slew-rate SR	$\geq 9.42 \text{ V}/\mu\text{s}$
Te kunnen leveren stroom	$\geq 1.7 \text{ mA}$
GBP	$\geq 10.74 \text{ MHz}$

Een opamp die zonder meer aan de meeste eisen voldoet is de LTC6240HV (er kunnen natuurlijk meer opamps gevonden worden), zie tabel 6.3. Alleen een ‘slechter’ exemplaar zou een te lage SR kunnen

Tabel 6.3: Specificaties van de LTC6240HV.

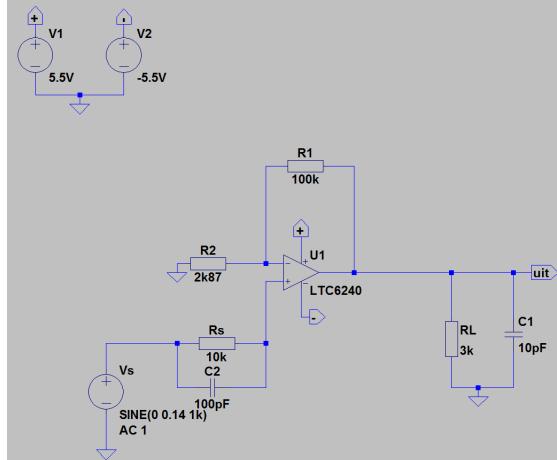
Spanningsruisbron u_n	$7 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Stroomruisbron i_n	$0.56 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$
Slew-rate SR	$10 \text{ V}/\mu\text{s}$ (typ.), $5.5 \text{ V}/\mu\text{s}$ (min.)
Leverbare stroom	35 mA (typ.), 15 mA (min.)
GBP	18 MHz (typ.), 13 MHz (min.)
openlus versterking	$2.7 \cdot 10^6$ (typ.), 775.000 (min.)
offsetspanning	$50 \mu\text{V}$ (typ.), $275 \mu\text{V}$ (max.)
offsetstroom	0.2 pA (typ.), 75 pA (max.)
biasstroom	0.5 pA (typ.), 75 pA (max.)

hebben. In dat geval zou de f_{FP} 175 kHz zijn i.p.v. 300 kHz. Omdat er geen harde eisen aan de minimale waarde van de f_{FP} gesteld zijn, kan de ontwerper besluiten dat deze opamp voldoet. Zo niet, dan moet er verder gezocht worden. Hier wordt verder uitgegaan van de LT6240HV.

De offsetspanning- en offsetstroomgegevens die in tabel 6.3 staan worden gebruikt om in stap 8 de offsetspanning aan de uitgang van de versterker te bepalen. De te verwachten offset t.g.v. de offsetspanning is $\pm 9.9 \text{ mV}$ (max) en $\pm 2.0 \text{ mV}$ (typ.). Deze waarde is veel groter dan de bijdrage van de offset- en

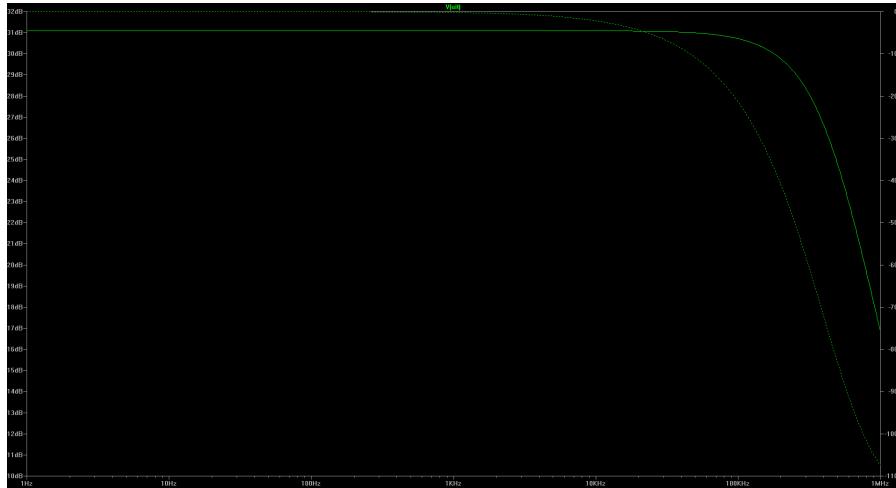
biasstroom, waardoor deze laatste verwaarloosd mag worden. De maximale te verwachten gelijkstroom door de belasting bedraagt $3.3 \mu\text{A}$, wat voldoet aan de specificatie.

In de voorlaatste stap (stap 9) wordt de ontworpen schakeling gesimuleerd. Figuur 6.25 toont het schema zoals die in de simulator is opgebouwd. Voor wat de bandbreedte betreft, verwachten we met deze



Figuur 6.25: De ontworpen spanningsversterker.

opamp (typ.) een waarde van 467.5 kHz. Dat is iets groter dan strikt gezien nodig is. De simulatie toont een zelfs een bandbreedte van ca. 538 kHz en een opslingering van ca. 0.5 dB (dit ‘hogere-orde effect’ blijkt in het spicemodel te zitten). Met behulp van een condensator van 2p7 parallel aan R_1 is de bandbreedte tot 300 kHz te beperken met een maximaal vlakke responsie in de doorlaatband.

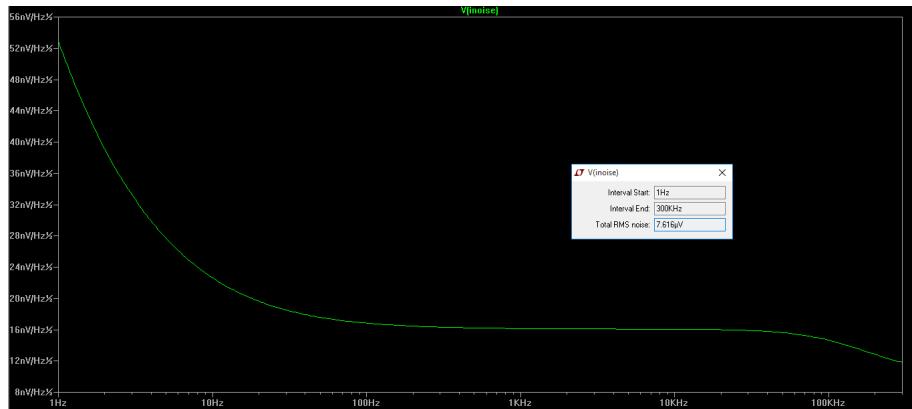


Figuur 6.26: Bodediagram van de ontworpen spanningsversterker (inclusief 2p7 parallel aan R_1).

Figuur 6.26 toont het Bodediagram. De bandbreedte is 300 kHz en de doorlaatbandversterking 31.09 dB ($\equiv 35.85$). Dit komt overeen met de versterking en de bandbreedte die gespecificeerd zijn en waarop ontworpen is.

In figuur 6.27 is een plot van de equivalente spanningsruisbron te zien. In het kader staat de uitkomst van de integraal over de bandbreedte van deze ruisbron: $7.616 \mu\text{V}$. Dit is vrijwel gelijk aan de berekende $\overline{u_{n,eq}} = 7.5 \cdot 10^{-6} \text{V}$. Het kleine verschil is toe te schrijven aan het 1/f-ruis aandeel dat de simulator wel meegerekend heeft en die niet de ruisvergelijking (6.55) meegenomen is. Dit resulteert in een SN= 62.37 dB, wat aan de specificaties voldoet.

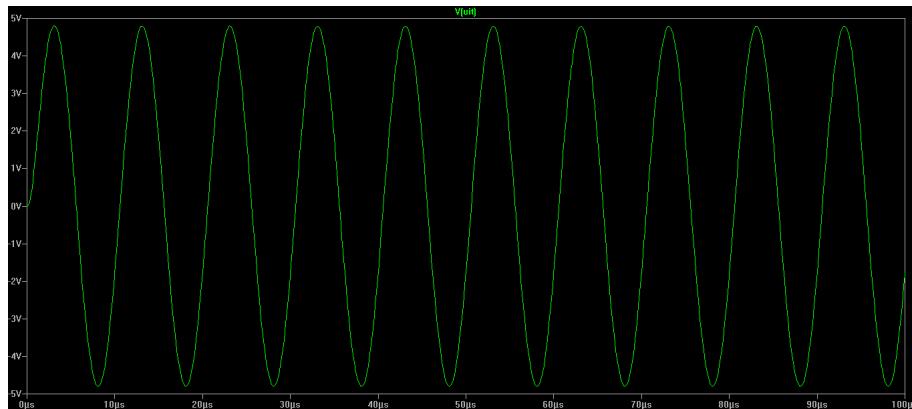
Figuur 6.28 toont de responsie van de versterker op een ingangsspanning van $100\text{mV}_{\text{eff}}$ bij 100 kHz.



Figuur 6.27: Equivalente spanningsruisbron. In het kader is de integraal van de ruisbron over de bandbreedte gegeven.

Zoals te zien valt, treedt er geen clipping vervorming op of vervorming ten gevolge van slew-rate.

Merk op dat de voedingsspanning 5.5 V is. Bij deze rail-rail opamp kan in de doorlaatband en bij maximaal ingangssignaal het uitgangssignaal 5.4 V worden. Volgens de datasheet is de absolute maximum rating van deze opamp ± 6 V en kan hij zonder problemen op ± 5.5 V werken. Het is verder aan de ontwerper om te beslissen of hij deze (niet gangbare) voedingsspanning gaat realiseren of het ontwerp iets aanpast (versterking iets verlagen¹⁴ of ander type opamp). In dit voorbeeld gaan we daar verder niet op in.



Figuur 6.28: Transient responsie van de versterker bij 100 kHz, 100 mV_{eff} (inclusief 2p7 parallel aan R_1).

De laatste stap (stap 10) is het opbouwen van de versterker en hem doormeten. Dat zal in dit dictaat verder buiten beschouwing gelaten worden.

6.9.2 Versterker voor een piëzo-elektrische sensor

Stel we hebben een piëzo-elektrische sensor waarmee drukvariaties gemeten kunnen worden (zie de documenten bij het prakticum voor meer informatie over deze en andere sensoren)¹⁵. Wanneer er drukvariaties op dit type sensor uitgeoefend worden zal de lading op de sensor veranderen (wanneer de spanning over de sensor constant blijft). Door de toepassing waar de sensor gebruikt wordt, is de totale effectieve ladingverandering 10 nC. De signaalbandbreedte is 20 Hz tot 500 kHz. De impedantie van de sensor kan gemodelleerd worden als een condensator van 10 nF. De sensor is ongebalanceerd; één aansluitklem moet

14. Wat is het beste voor het ruisgedrag? R_1 verlagen of R_2 verhogen als je een lagere versterking wilt?

15. Deze paragraaf is geïnspireerd door het ontwerpvoorbeeld in [5]

met de referentie verbonden worden. Tabel 6.4 geeft overzicht van de specificaties van de piëzo-elektrische sensor.

Tabel 6.4: Specificaties van bron, belasting en overdracht

Bron	Max. effectief signaal	10 nC
	Signaalbandbreedte	20 Hz ... 500 kHz
	Impedantie	10 nF
Belasting	Max. signaal	5 V
	Impedantie	10 kΩ // 50 pF
Overdracht	type overdracht	constant binnen de bandbreedte (Maximally flat pass band)
	Signal-error-ratio	≥ 90 dB

De belasting van de versterker is voor te stellen als een parallelschakeling van een weerstand van 10 kΩ en een condensator van 50 pF. De eenheid waarin de informatie aan de belasting aangeboden moet worden is spanning en de maximale effectieve spanning die toegestaan is, is 5 V. Een van beide aansluitklemmen moet met de referentie verbonden worden. Zie Tabel 6.4 voor een overzicht van de specificaties van de belasting.

Binnen de signaalbandbreedte moet de overdracht constant zijn en wel zo dat het maximaal effectieve ingangssignaal de maximaal effectieve spanning over de belasting geeft. De (kleinsignaal) bandbreedte van de versterker moet minimaal gelijk zijn aan die van de signaalbandbreedte. De full-power (grootsignaal) bandbreedte moet minimaal 100 kHz bedragen. De signaal-ruis verhouding moet groter of gelijk aan 90 dB zijn.

Er is hiermee aan punten 1 en 2 van de strategie in paragraaf 6.8 voldaan. Punt 3 is het ontwerpen van het tegenkoppelcircuit. Het sensorsignaal is gespecificeerd als een ladingsverandering. Versterkers waar wij ons toe beperken hebben echter een spanningsingang ($Z_{in} \rightarrow \infty$) of een stroomingang ($Z_{in} \rightarrow 0$). Er moet dus een Thévenin- of Nortonmodel van de sensor opgesteld worden. Welk model er uiteindelijk gebruikt gaat worden moet nu beargumenteerd worden.

In geval van een Norton-representatie moet we het verband bepalen tussen stroom en lading. Dat is eenvoudig: stroom is per definitie ladingsverandering per tijdseenheid

$$i_s = \frac{dq_s}{dt}, \quad (6.62)$$

waarbij i_s de signaalstroom en q_s de sensorlading is. Er blijkt dus een rechtstreekse relatie tussen de stroom en de lading.

Voor de Thévenin-representatie moet het verband tussen lading en spanning bepaald worden. Dit volgt uit de bekende vergelijking $Q = CU$:

$$u_s = \frac{q_s}{C_s}, \quad (6.63)$$

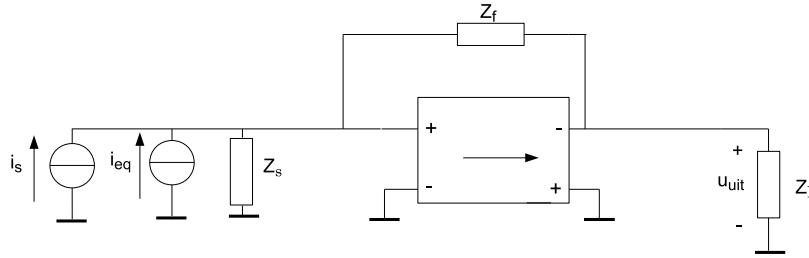
waarbij C_s de sensorcapaciteit en u_s de signaalspanning is. De signaalspanning hangt dus van de lading q_s én de capaciteit C_s af. Ten gevolge van de fysica van de sensor hangen zowel de ladingsverandering als de capaciteit af van de drukveranderingen die uitgeoefend worden op de piëzo-sensor. Als er druk uitgeoefend wordt op de sensor zal de sensor immers enigszins vervormen waardoor de capaciteit verandert [5]. Het is niet denkbeeldig dat vervorming en de resulterende verandering van C_s niet-lineair is, waardoor u_s ook niet-lineair verandert. In dit geval is er dus geen één op één verband tussen de uitgeoefende druk en de sensorspanning, terwijl dat wel het geval is bij de Norton-representatie.

Omdat de Norton-representatie van de sensor het beste is, moeten we een versterker gebruiken die stroom als ingangssignaal accepteert. Uit de specificaties van de belasting volgt dat de versterker een uitgangsspanning moet leveren. Ingangssignaalstroom, uitgangssignaalspanning vereist dus een transimpedantieversterker. Figuur 6.29 toont het principeschema van de versterker.

De overdracht van i_s naar u_{uit} is gelijk aan Z_f :

$$u_{uit} = -i_s Z_f \quad (6.64)$$

Er is alleen een probleem. i_s neemt toe wanneer de drukveranderingen in frequentie toenemen (kleinere waar van dt). Anders verwoord: stel dat de drukveranderingen (co)sinusvormig zijn. In dat geval geldt



Figuur 6.29: Transimpedantieversterker, waarbij bronimpedantie, belastingsimpedantie, tegenkopeling en de equivalente stroomruisbron i_{eq} getoond worden.

$i_s = j\omega q_s$, waarbij ω de hoekfrequentie is. Nu is duidelijk te zien dat i_s toeneemt met toenemende frequentie. Als Z_f niet in dezelfde mate afneemt met de frequentie, zou u_{uit} toenemen met toenemende frequentie. Dat is niet volgens specificaties, dus dat mag niet. De condensator voldoet aan de eis dat zijn impedantie afneemt met toenemende frequentie. Z_f moet dus een condensator zijn. Er volgt nu

$$u_{uit} = -i_s Z_f = -j\omega q_s \cdot \frac{1}{j\omega C_f} = -\frac{q_s}{C_f} \Rightarrow C_f = \frac{q_s}{u_{uit}}. \quad (6.65)$$

De waarde van C_f volgt rechtstreeks uit de relatie tussen de maximale effectieve waarde van u_{uit} en i_s en is dus $C_f = 10 \text{ nC}/5V = 2 \text{ nF}$.

Stap 4 is het uitvoeren van de ruisberekening. Zoals we eerder gezien hebben, wordt $S_{i_{eq}}$ gegeven door:

$$S_{i_{eq}} = S_{i_{ns}} + S_{i_n} + S_{i_f} + S_{u_n} \left| \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_f} \right|^2. \quad (6.66)$$

$S_{i_{ns}}$ kunnen we nul (verwaarloosbaar klein) veronderstellen ten gevolge van het capacitieve karakter van de sensor. Hetzelfde geldt voor S_{i_f} . Ga na dat we nu

$$\begin{aligned} S_{i_{eq}} &= S_{i_n} + S_{u_n} \left| \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{Z_f} \right|^2 = S_{i_n} + S_{u_n} \left| \frac{1}{j\omega C_s} + \frac{1}{j\omega C_f} \right|^2 \\ &= S_{i_n} + S_{u_n} |j\omega C_s + j\omega C_f|^2 = S_{i_n} + S_{u_n} \omega^2 (C_s + C_f)^2 \end{aligned} \quad (6.67)$$

vinden. Voor $\overline{i_{eq}^2}$ volgt nu

$$\begin{aligned} \overline{i_{eq}^2} &= \int_{f_l}^{f_h} S_{i_n} + S_{u_n} 4\pi^2 f^2 (C_s + C_f)^2 df = S_{i_n} (f_h - f_l) + S_{u_n} \frac{4}{3}\pi^2 f^3 (C_s + C_f)^2 \Big|_{f_l}^{f_h} \\ &= S_{i_n} (f_h - f_l) + S_{u_n} \frac{4}{3}\pi^2 (C_s + C_f)^2 (f_h^3 - f_l^3). \end{aligned} \quad (6.68)$$

De signaalruis verhouding is nu te bepalen met

$$\begin{aligned} SN &= 10 \log \left(\frac{\overline{i_s^2}}{S_{i_n} (f_h - f_l) + S_{u_n} \frac{4}{3}\pi^2 (C_s + C_f)^2 (f_h^3 - f_l^3)} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{(j\omega q_s)^2}{S_{i_n} (f_h - f_l) + S_{u_n} \frac{4}{3}\pi^2 (C_s + C_f)^2 (f_h^3 - f_l^3)} \right) \\ &\equiv 10 \log \left(\left| \frac{-4\pi^2 f^2 q_s^2}{S_{i_n} (f_h - f_l) + S_{u_n} \frac{4}{3}\pi^2 (C_s + C_f)^2 (f_h^3 - f_l^3)} \right| \right), \end{aligned} \quad (6.69)$$

maar er zit een adder onder het gras. Uit formule (6.69) zou je concluderen dat SN groter wordt met toenemende frequentie doordat i_s toeneemt met de frequentie. Voor een realistischer beeld van de situatie, moeten we in dit geval de SN aan de uitgang van de versterker berekenen (beredeneer zelf waarom).

Om de SN aan de uitgang van de versterker te kunnen bepalen, moet $S_{i_{eq}}$ met de overdracht van de versterker vermenigvuldigt worden, net als i_s .

$$S_{u_{n,uit}} = S_{i_{eq}} A_{\infty}^2 = S_{i_n} \frac{1}{\omega^2 C_f^2} + S_{u_n} \frac{\omega^2 (C_s + C_f)^2}{\omega^2 C_f^2} = S_{i_n} \frac{1}{\omega^2 C_f^2} + S_{u_n} \left(\frac{C_s + C_f}{C_f} \right)^2 \quad (6.70)$$

Door weer te integreren over de bandbreedte kan het ruisvermogen aan de uitgang bepaald worden

$$\begin{aligned}\overline{u_{n,uit}^2} &= \int_{f_l}^{f_h} S_{i_n} \frac{1}{4\pi f^2 C_f^2} + S_{u_n} \left(\frac{C_s + C_f}{C_f} \right)^2 df \\ &= S_{i_n} \frac{1}{4\pi C_f^2} \left(\frac{1}{f_l} - \frac{1}{f_h} \right) + S_{u_n} \left(\frac{C_s + C_f}{C_f} \right)^2 (f_h - f_l),\end{aligned}\quad (6.71)$$

waarna voor SN aan de uitgang van de versterker volgt:

$$\begin{aligned}SN_{uit} &= 10 \log \left(\frac{u_{uit}^2}{u_{n,uit}^2} \right) = 10 \log \left(\frac{\left(\frac{q_s}{C_f} \right)^2}{u_{n,uit}^2} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{\left(\frac{q_s}{C_f} \right)^2}{S_{i_n} \frac{1}{4\pi C_f^2} \left(\frac{1}{f_l} - \frac{1}{f_h} \right) + S_{u_n} \left(\frac{C_s + C_f}{C_f} \right)^2 (f_h - f_l)} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{q_s^2}{S_{i_n} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{f_l} - \frac{1}{f_h} \right) + S_{u_n} (C_s + C_f)^2 (f_h - f_l)} \right)\end{aligned}\quad (6.72)$$

Formule (6.72) laat zien dat de signaal ruisverhouding dus niet toeneemt met de frequentie, maar binnen een bepaalde bandbreedte en specifieke signaalsterkte (q_s) constant is.

De stroomruis van opamps zal ergens tussen het pA en nA gebied inliggen en de spanningsruis ergens in het nanovolt gebied. Als we ook nog de grote bandbreedte in overweging nemen, is het aannemelijk dat het aandeel dat S_{i_n} bijdraagt aan de ruis verwaarloosbaar is t.o.v. van het aandeel van S_{u_n} . Door nu (6.72) om te schrijven, kan er afgeleid worden hoe groot S_{u_n} maximaal mag zijn:

$$S_{u_n} \approx \frac{q_s^2}{(C_s + C_f)^2 (f_h - f_l) 10^{\left(\frac{SN}{10}\right)}}.$$

Met de getallen zoals die in tabel 6.4 gepresenteerd zijn, blijkt dat $S_{u_n} \leq 1.4 \cdot 10^{-15}$ V en $u_n \leq 37$ nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$. De stroomruis kan verwaarloosd worden zolang

$$S_{i_n} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{f_l} - \frac{1}{f_h} \right) \ll S_{u_n} (C_s + C_f)^2 (f_h - f_l) \Rightarrow S_{i_n} \ll 4\pi (C_s + C_f)^2 f_h f_l S_{u_n} \Rightarrow S_{i_n} \ll 18 \cdot 10^{-9} S_{u_n} \Rightarrow i_n \ll 0.1 \cdot 10^{-3} u_n.$$

Deze gegevens zijn opgenomen in tabel 6.5, net als de overige eisen die uit het ontwerpproces volgen.

In de volgende stap, stap 5, moet er gezorgd worden dat er geen clipping en slew-rate vervorming ontstaat. Een voeding is niet gespecificeerd, dus die mag vrij gekozen worden. Het maximale effectieve uitgangssignaal is 5 V. Gewoonlijk wordt hierbij van een sinusvormig signaal uitgegaan. Hier zullen we dat ook doen. De amplitude van de maximale uitgangsspanning is dus 7.07 V. Een symmetrische voeding van plus en min 7.1 V in combinatie met een rail to rail opamp kan voldoen. Deze spanning is echter niet gangbaar. Er moet voor een hogere voedingsspanning, bijv. ± 10 V gekozen worden. De eis van een rail to rail opamp zou nu ook kunnen komen te vervallen (keuze van de ontwerper).

De minimale SR volgt uit formule (6.14), de vereiste f_{FP} en uit de maximaal te leveren uitgangsspanning. Deze minimale SR bedraagt 4.44 MV/s oftewel 4.44 V/ μ s.

De opamp moet stroom aan de belasting en aan het tegenkoppelcircuit kunnen leveren. De stroom is naar verwachting het grootst bij 100 kHz (f_{FP}) en bedraagt $i_{uit} = 7.07 \cdot (2\pi 10^5 \cdot 2.05 \cdot 10^{-9}) \approx 9.1$ mA. De opamp moet dus minimaal deze stroom kunnen leveren.

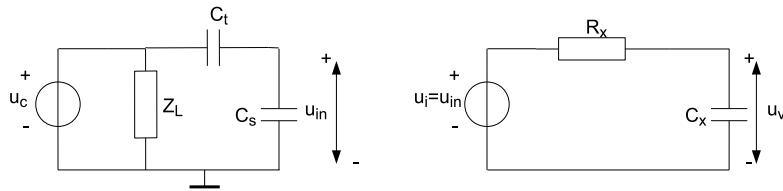
In stap 6 wordt de kleinsignaalbandbreedte berekend. Aan de hand van figuur 6.30 valt af te leiden dat voor $A\beta_0$ en de kleinsignaalbandbreedte respectievelijk geldt

$$A\beta_0 = -A_v \frac{C_t}{C_s + C_t} \quad (6.73)$$

$$B = (1 - A\beta_0)p = \left(1 + A_v \frac{C_t}{C_s + C_t} \right) \frac{1}{2\pi R_x C_x}. \quad (6.74)$$

Onder aanname dat $-A\beta_0 \gg 1$, valt de formule voor de bandbreedte te vereenvoudigen tot

$$B \approx \left(A_v \frac{C_t}{C_s + C_t} \right) \frac{1}{2\pi R_x C_x} \Rightarrow \frac{A_v}{2\pi R_x C_x} = GBP = B \frac{C_s + C_t}{C_t},$$

Figuur 6.30: Schema waarmee $A\beta$ van de voorbeeldversterker bepaald kan worden.

wat direct een indicatie voor de GBP van de opamp oplevert: $GBP \geq B \frac{C_s + C_t}{C_t}$.

Tabel 6.5 geeft een overzicht van de belangrijkste specificaties waaraan de opamp moet voldoen die in stap 7 geselecteerd moet worden. De AD711 voldoet aan deze gewenste specificaties: Als we nu een

Tabel 6.5: Specificaties waaraan de opamp moet voldoen.

Spanningsruisbron u_n	$\leq 37 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Stroomruisbron i_n	$i_n \ll 0.1 \cdot 10^{-3}u_n$
Slew-rate SR	$\geq 4.44 \text{ V}/\mu\text{s}$
Te kunnen leveren stroom	$\geq 9.1 \text{ mA}$
GBP	$\geq 3 \text{ MHz}$

Tabel 6.6: Specificaties van de AD711.

Spanningsruisbron u_n	ca. $18 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Stroomruisbron i_n	$0.01 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$
Slew-rate SR	$20 \text{ V}/\mu\text{s}$ (typ.), $16 \text{ V}/\mu\text{s}$ (min.)
Leverbare stroom	ca. 20 mA
GBP	4.0 MHz (typ.), 3.0 MHz (min.)
openlus versterking	400.000 (typ.), 150.000 (min.)

principeschema opstellen van de versterker met opamp, krijgen we het resultaat zoals getoond in fig. 6.31.

Als volgende stap (stap 8) wordt het effect van de offset bronnen gepaald. Voor de bias offsetstroom I_b gedraagt de opampschakeling zich als integrator. De uitgangsspanning zal dus net zo lang toenemen, totdat de maximale uitsturing van de opamp bereikt is en dan die spanning vasthouden, zoals uit de bekende vergelijking

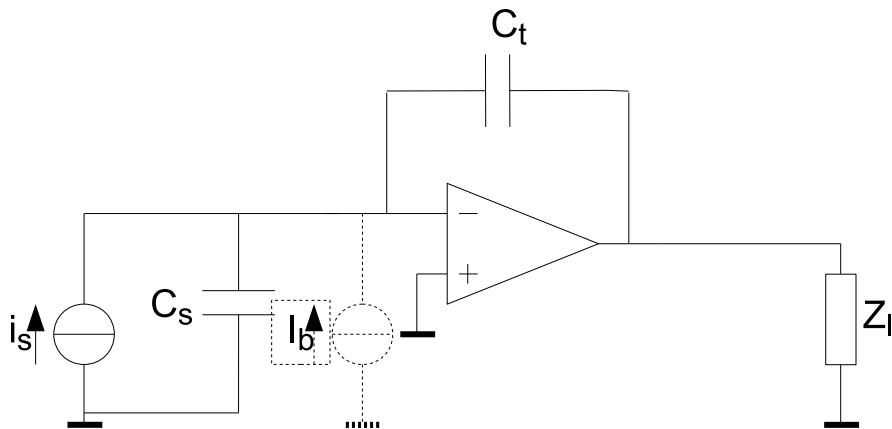
$$u_{uit} = -\frac{1}{C_t} \int_{t_1}^{t_2} I_b dt$$

blijkt. Stroom I_b is ca. 20 pA , dus het kan mischien wel enkele seconden duren, maar de uitgangsspanning zal tegen de maximale uitsturing vastlopen. Er moet dus gezorgd worden dat stroom I_b kan lopen zonder dat U_{uit} onacceptabel ver van 0 V afwijkt. Daar kan voor gezorgd worden door parallel aan C_t een weerstand R_t te plaatsen, zoals in figuur 6.32 afgebeeld staat.

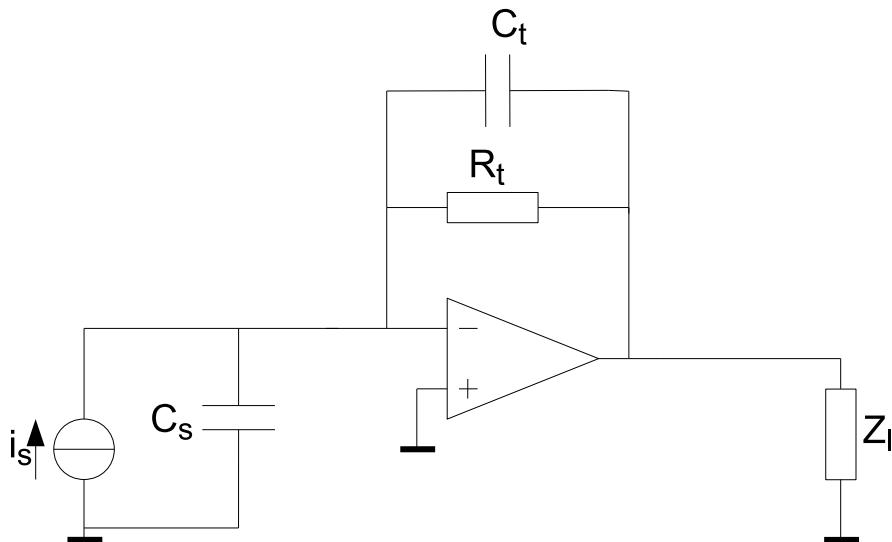
Weerstand R_t mag geen invloed hebben op de overdracht in de doorlaatband. Bij 20 Hz mag de invloed van R_t op de overdracht nauwelijks merkbaar zijn. Dat betekent dus dat de kantelfrequentie van de parallelschakeling R_t, C_t beneden 20 Hz moet liggen.

Met een R_t van $5.6 \text{ M}\Omega$ vinden we een kantelfrequentie van 14.2 Hz en een offsetspanning U_{uit} van 0.1 mV . Beide waardes zijn acceptabel. Bepaal zelf de effecten van offsetstroom aan de ingang van de opamp en de offsetspanning aan de ingang van de opamp.

Met behulp van simulaties kan de correcte werking van de schakeling gecontroleerd worden (stap 9). Figuur 6.33 toont een simulatie van de overdracht. Aangezien de gebruikte simulator geen stroombron kent waarvan de afgegeven stroom met 6 dB/octaaf toeneemt, moest voor de simulatie Norton-Thévenin



Figuur 6.31: Principeschema van de versterker. De offset stroombron (bias) is gestippeld weergegeven.



Figuur 6.32: Principeschema van de versterker.

transformatie uitgevoerd worden. Er is dus gebruik gemaakt van een spanningsbron met een condensator (C_s) in serie om een stroom i_s te genereren die met 6 dB/octaaf toeneemt.

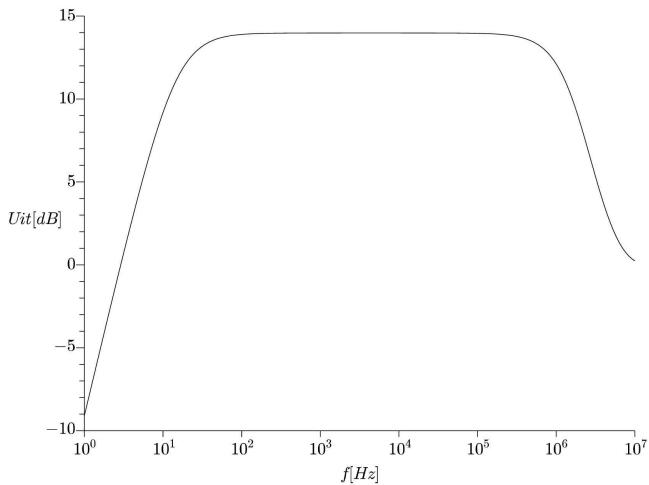
Figuur 6.33 toont dat er in de doorlaatband inderdaad een constant overdracht is van 13.98 dB¹⁶. De twee kantelfrequenties liggen op 14.1 Hz en 1.3 MHz respectievelijk. De bandbreedte is ruim twee keer groter dan ontworpen. Dit blijkt veroorzaakt te worden door het SPICE model van de AD711. Die blijkt uit te gaan van een GBP die geen 3 of 4 MHz is, maar ca. 6 MHz.

Een verdere deelontwerpstap kan zijn de bandbreedte te beperken. Daar wordt hier verder niet op in gegaan. Indien de hierop volgende schakeling al in bandbreedte beperkt is, kan dit vaak achterwege gelaten worden.

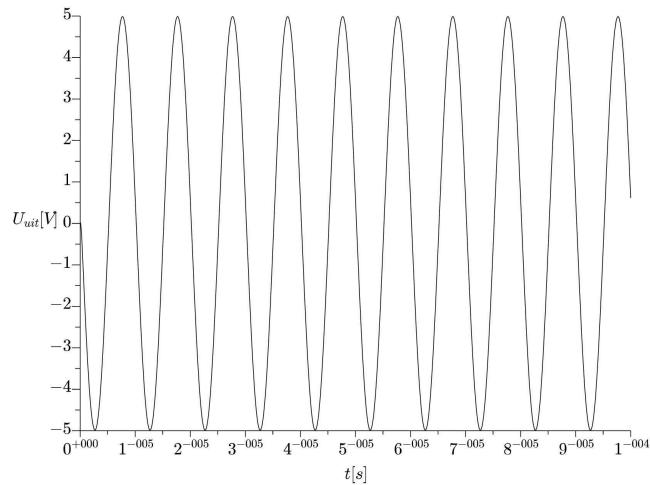
Figuur 6.34 laat zien dat een 100 kHz signaal inderdaad tot 5 V uitgestuurd kan worden zonder dat er clippingvervorming of slew-rate vervorming optreedt.

Als laatste toont figuur 6.35 een plot van het gesimuleerde ruisgedrag aan de uitgang van de versterker. In de simulator wordt de formule in de teller van vergelijking (6.72) uitgerekend. De grafiek

16. In deze paragraaf zijn de simulatieresultaten uitgevoerd naar een wiskundeprogramma waarmee de grafieken getekend zijn.



Figuur 6.33: Overdracht van de versterker.



Figuur 6.34: Honderd kilohertz sinus aan de uitgang van de versterker.

moet bij de kantelfrequentie f_h afgelezen worden voor de correcte waarde van $\overline{u_{n,uit}^2}$. Deze blijkt 6.4 nV^2 te bedragen.

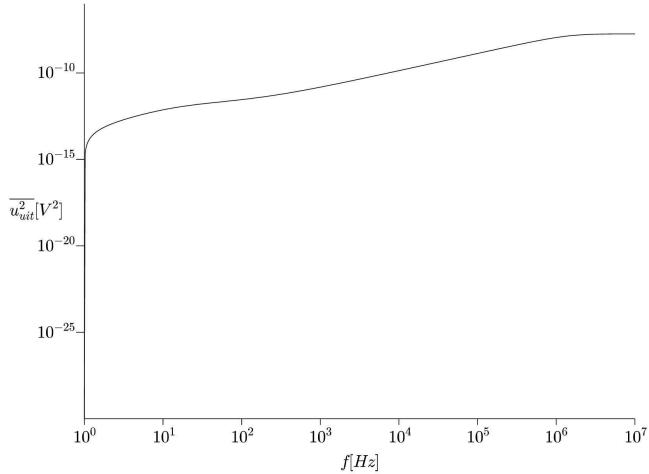
Wanneer $\overline{u_{n,uit}^2}$ op de hand uitgerekend wordt met behulp van de vergelijking in de teller van de middelste uitdrukking van (6.72) en de waardes uit tabel 6.6, vinden we $\overline{u_{n,uit}^2} \approx 5.83 \text{ nV}^2$. Deze afwijking is acceptabel klein en kan veroorzaakt worden doordat de simulator van een spanningsruisbron van $19 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ uitgaat en niet van $18 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Spreiding in de opamp-eigenschappen maken dit verschil ook niet significant.

Uitgaande van een q_s van 10 nC vinden we dus een SN van 96 dB , wat aan de specificaties voldoet. Stap 10 is het opbouwen en doormeten van de versterker. Dat zal nu buiten beschouwing gelaten worden.

N.B. er kunnen meer opamps gevonden worden waarmee de specificaties gehaald kunnen worden. Het wordt aan de student overgelaten om naar alternatieve opamps te zoeken.

6.10 Opgaven

1. Beschouw figuur 6.3.
 - (a) Verklaar de werking van elk van de vier versterkers in figuur 6.3.



Figuur 6.35: Ruis aan de uitgang van de versterker.

- (b) Leid de formules voor de versterking van elk van de vier versterkers af.
 (c) Bereedeneer voor elk van de versterkers wat de waarde van de ingangsimpedantie en uitgangsimpedantie is (∞ of 0).
2. Beschouw figuur 6.3. Waarom kan de nullor in het geval van een stroomversterker en een transadmittantieversterker niet met een op amp worden gerealiseerd?
 3. Ontwerp een transimpedantieversterker met een opamp als actief deel. De specificaties zijn gelijk aan die van het voorbeeldontwerp in § 6.2.3. Specificeer de gebruikte opamp. Simuleer het ontwerp ter controle. Toon het Bodediagram en de transient response.
 4. We hebben een signaalbron die een maximale amplitude van 0.2 V levert met een bandbreedte van 30 kHz. De signaalbron heeft een resistieve impedantie van $2\text{ k}\Omega \pm 300\text{ }\Omega$. De belasting moet met een spanning aangestuurd worden. De belastingsimpedantie wordt gevormd door een weerstand van $4\text{k}\Omega$ parallel aan een capaciteit van 50 pF. De maximale signaalspanning die de belasting aangeleverd mag krijgen is 12 V. Ontwerp een versterker die aan deze eisen voldoet. Geef aan welke opamp je geselecteerd hebt en waarom.
 5. Een ideale transadmittantieversterker heeft een capacitieve belasting van 22 nF. Geef de formule voor $A_v = u_l/u_s$, waarbij u_l de spanning over de capaciteit en u_s de bronspanning is. Teken $|A_v|_{dB}$ als functie van de frequentie, waarbij de frequentie een logaritmische schaal krijgt; m.a.w. teken het Bode-diagram. Hoe wordt deze overdracht ook wel genoemd?
 6. Ontwerp een versterker die spanning van een sensor met een inwendige impedantie van $1\text{ k}\Omega$ parallel aan 30 pF kan vewerken. Signaalspanning is maximaal 20 mV_{eff} en de sensor geeft deze signalen af tussen 500 Hz en 99 kHz. De $SN \geq 70$ dB.
 De belasting moet met een spanning aangestuurd worden en mag een piekspanning van 1,0 V over zijn aansluitklemmen krijgen. De belastingsimpedantie is voor te stellen als een weerstand van $1\text{ k}\Omega$ parallel aan 10 pF.
 Zowel bron als belasting hebben een aansluitklem doorverbonden met de referentie.
 7. In een bepaald systeem wordt data via plasticfiber overgezonden. De plasticfiber oefent een zekere demping uit op het licht, dus om de 'x'-aantal meter moet het signaal versterkt worden. Hiervoor wordt een versterker gebruikt met als sensor een 'SFH250' ((PIN-) fotodiode) en als actuator een 'SFH757' (LED) waarop de plasticfibers rechtstreeks aangesloten worden. Zie DLWO voor de datasheets van de sensor en de actuator.
 - (a) Beschrijf in je eigen woorden de fysische werking van een PIN-diode
 - (b) Beschrijf in je eigen woorden de fysische werking van een LED
 - (c) Welk type versterker moet gebruikt worden?
 Specificaties van de signaalbron: de SFH250 moet 5 V sperspanning krijgen. In dat geval kunnen we t.g.v. het opvallende licht een maximale signaalstroom $i_s = 3\text{ }\mu\text{A}$ verwachten. De signaalbandbreedte is 1 kHz–100 kHz. Tevens is er 'achtergrond' verlichting ten gevolge van biasing van de LED van de voorgaande versterker. Dit veroorzaakt een gelijkstroom door de PIN-diode van ca. $10\text{ }\mu\text{A}$. De capaciteit bij deze sperspanning is ca. 3 pF. De donkerstroom bij deze sperspanning is

ongeveer 300 pA.

Specificaties van de belasting: Er moet een gelijkstroom door de SFH757 lopen van 10–12 mA. Bij deze stroomsterkte is de drempelspanning (Forward voltage, V_F) ongeveer gelijk aan 1.8 V. De capaciteit is ca. 30 pF. Om vervorming van het signaal in de LED te beperken, mag de signaalstroom door de LED niet groter worden dan 3 mA.

- (a) Teken het model van de signaalbron en de belasting.
- (b) Ontwerp de benodigde versterker, beargumenteer alle ontwerpstappen, bepaal de signaal ruisverhouding en neem de simulatieresultaten op in je document.

Hoofdstuk 7

Synthese van signaalbewerkingsfuncties

In principe kan men de 23 basissignaalbewerkingsfuncties combineren om elke gewenste functionaliteit te realiseren. Door dat op een logische wijze te doen, kan men op elektronische implementaties uitkomen die ook in elektronica boeken beschreven worden, maar ook is het mogelijk geheel nieuwe schakelingen te ontwerpen. In dit hoofdstuk zal het ontwerp, door combinaties van basissignaalbewerkingsfuncties te maken, van een aantal signaalbewerkingsfuncties besproken worden.

Voordat met het ontwerpen van een aantal schakelingen begonnen wordt, wordt de mogelijke implementatie van een aantal basissignaalbewerkingsfuncties behandeld: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, kwadrateren en worteltrekken. Integreren en differentiëren zijn al eerder bij ‘AS’ behandeld en worden derhalve als bekend verondersteld.

De versterker is al in hoofdstuk 3 uitgebreid besproken en zal daarom hier buiten beschouwing gelaten worden. De signaalbewerkingsfuncties die hier besproken zullen worden kunnen ook op een vergelijkbare systematische manier als in hoofdstuk 3 gepresenteerd, tot op implementatieniveau ontworpen worden.

7.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk dient de student te weten:

- Hoe de basissignaalbewerkingsfuncties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, kwadrateren en worteltrekken zijn te ontwerpen.
- Wat de effectieve waarde van een wisselend signaal is en hoe die berekend kan worden.
- Wat de effectieve waarde van een sinusvormige spanning of stroom is.
- Wat de absolute waarde (of gemiddelde waarde van een gelijkgericht) sinusvormig signaal is en hoe dat berekend kan worden.
- Wat vormfactor en crest factor zijn.
- hoe schakelingen te ontwerpen zijn die effectieve- en absolute waarde van signalen kunnen bepalen.
- Hoe eenvoudige ontwerpen gemaakt kunnen worden.

7.2 Optellen en aftrekken

In hoofdstuk 4 is aangetoond dat optellen en aftrekken een basissignaalbewerkingsfunctie is. Figuur 7.1 toont het functioneelmodel van optel- en aftrekfunctie. Aan beide U/I ingangen worden de op te tellen/af te trekken signalen aangeboden, waarna de som- of het verschilsignaal aan de uitgang verschijnt.

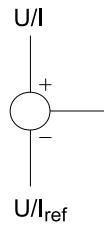
7.2.1 Implementatie van de optel/aftrekfunctie

Tussen optellen en aftrekken van signalen bestaat geen principieel verschil. Het is slechts een kwestie van polariteit: als we in een optelschakeling de polariteit van een van beide signalen inverteren, dan ontstaat na optelling het verschil van de twee signalen.

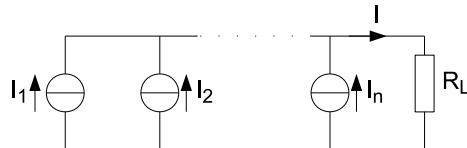
Bij het optellen van signalen worden ook hun signaalspectra opgeteld. Daarbij kan het voorkomen dat gemeenschappelijke spectraaltermen elkaar versterken of verzwakken.

Het optellen van stromen is eenvoudig te bereiken door stroombronnen parallel op een belastingsweerstand R_L aan te sluiten. De stroom door R_L is dan de som van de stromen van elke bron: $I = \sum_1^n I_n$.

Het ideale geval is te zien in figuur 7.2.

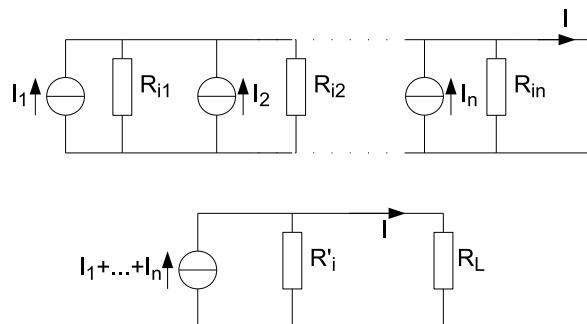


Figuur 7.1: Functioneelmodel voor optellen of aftrekken van spanningen en stromen.



Figuur 7.2: Functioneelmodel voor optellen of aftrekken van stromen.

In werkelijkheid hebben we echter te maken met stroombronnen die een eindige inwendige weerstand bezitten, zie fig. 7.3.



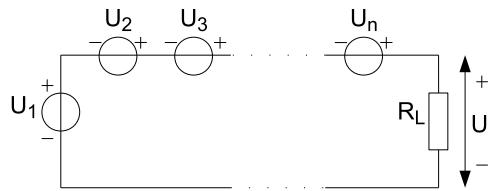
Figuur 7.3: Functioneelmodel voor optellen of aftrekken van stromen met inwendige weerstanden van de stroombronnen.

De stroom van elke stroombron zal zich dus verdelen over de belastingsweerstand en alle inwendige weerstanden. De optelactie verandert echter niet. De onderlinge verhouding van de stromen in R_L wordt niet aangetast. Er wordt 'slechts' een fout gemaakt in de waarde van het somsignaal. De grootte van deze fout is eenvoudig te bepalen: alle inwendige weerstanden van de stroombronnen staan parallel en kunnen worden vervangen door een vervangingsweerstand R'_i ($R'_i = R_{i1} // R_{i2} // \dots // R_{in}$). Van elke stroom zal dus dezelfde fractie $R_L / (R_L + R'_i)$ verloren gaan in R'_i .

Wanneer de fout die gemaakt mag worden klein moet zijn, bijvoorbeeld $\leq 1\%$, dan betekent dat dat $R'_i \geq 99R_L$. De ontwerper dient er dus voor te zorgen dat de stroombronnen ten opzichte van R_L een veel hogere inwendige weerstand bezitten.

Stroombronnen kunnen op twee manieren geïmplementeerd worden. Ten eerste kan een weerstand gebruikt worden om een signaalspanning om te zetten naar een stroom. Nadeel hiervan is dat bij praktische signaalspanningen R'_i relatief snel laag wordt. Ten tweede kan een spanningsgestuurde stroombron gemaakt worden, door bijvoorbeeld een transadmittantieversterker toe te passen (zie ook paragraaf 7.5). Deze actieve schakelingen kenmerken zich door hun hoge uitgangsweerstand (bijv. $R_i \geq 100k\Omega \dots 10M\Omega$). Zie voor meer informatie over deze bronnen bijvoorbeeld [5].

Het optellen van spanningen is in het geval van ideale spanningsbronnen eenvoudig. Figuur 7.4 laat zien dat er een somspanning ontstaat ($U = \sum_1^n U_n$) door spanningsbronnen in serie geschakeld op een belasting R_L aan te sluiten. In de praktijk blijkt het vaak lastig te zijn om zwevende spanningsbronnen te

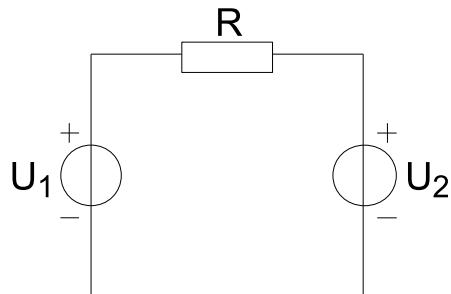


Figuur 7.4: Functioneelmodel voor optellen of aftrekken van spanningen.

implementeren. Om dat te bereiken zouden we bijvoorbeeld elke benodigde spanning met behulp van een transformator aan moeten bieden [1].

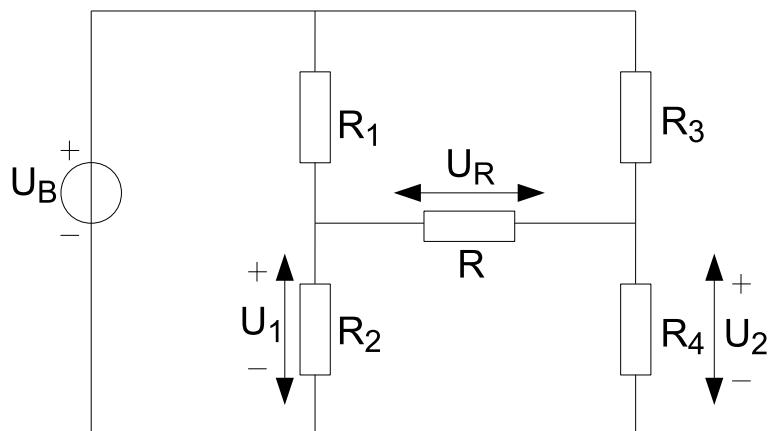
Het is veel eenvoudiger om spanningsbronnen te ontwerpen die met één klem aan de referentie verbonden zijn. Optellen kan dan door de spanningen eerst via een weerstand die veel groter is dan de bealstingsweerstand, R_l , in een stroom om te zetten en de stromen bij elkaar op te tellen. Het nadeel is dat elke spanning wordt verzwakt met een factor $\approx R_l/R_s$ (ga dit zelf na). In paragraaf 7.5 wordt aangetoond dat dit voorkomen kan worden door de optelling of aftrekking met een versterker te realiseren.

Er is nog een alternatieve methode van aftrekken, zoals figuur 7.5 laat zien. Over weerstand R



Figuur 7.5: Aftrekfunctie van twee spanningen.

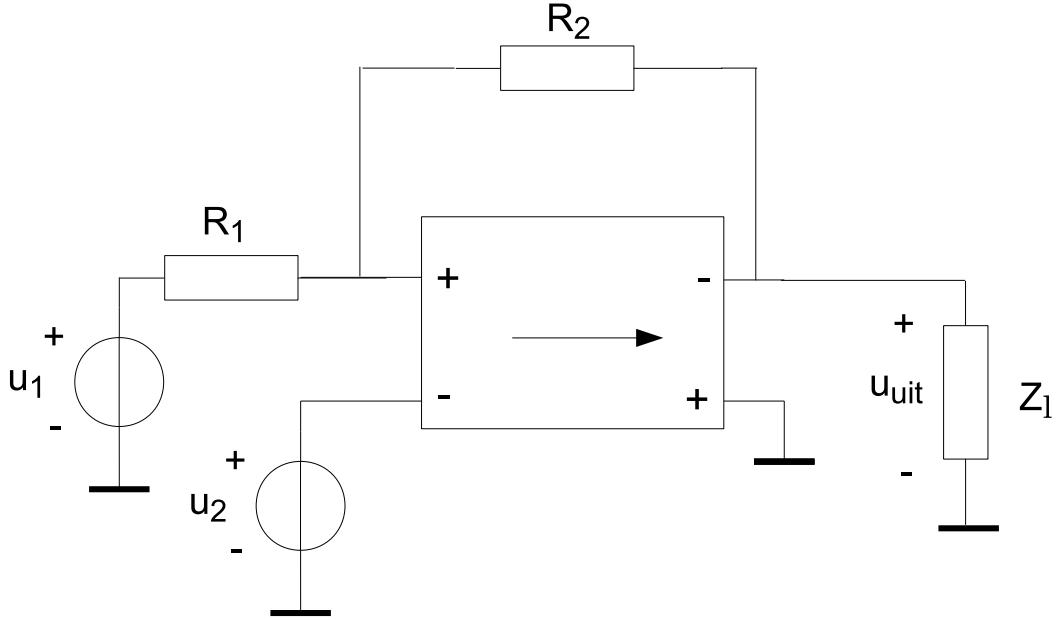
ontstaat de verschilspanning $U_R = U_1 - U_2$. Van dit principe wordt gebruik gemaakt in de zogenaamde ‘brug van Wheatstone’ (zie figuur 7.6). Met behulp van R_1 en R_2 wordt spanningsbron U_1 opgewekt, met



Figuur 7.6: Brug van Wheatstone.

R_3 en R_4 spanningsbron U_2 . Wanneer alle weerstanden gelijk zijn aan elkaar volgt $U_R = 0$. Wanneer een (of meer) weerstanden een andere waarde heeft, zal U_R ongelijk zijn aan nul. Dit is dus ook een manier om een weerstandsverandering om te zetten in een spanningsverandering.

Eén methode om spanningen actief van elkaar af te trekken is te zien in figuur 7.7. De uitgangsspanning u_{uit} wordt gegeven door



Figuur 7.7: Actief aftrekken van twee spanningen.

$$u_{\text{uit}} = u_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - u_1 \frac{R_2}{R_1} \quad (7.1)$$

Spanningen u_1 en u_2 worden met een constante vermenigvuldigd en van elkaar afgetrokken.

Er zijn situaties waarin de informatie in het verschilsignaal $u_v = u_1 - u_2$ zit, terwijl beide spanningen ook een even grote gemeenschappelijk spanning voeren ($u_g = (u_1 + u_2)/2$) waarin men niet geïnteresseerd is. Als de eis nu is dat het gemeenschappelijke signaal resulteert in $u_{\text{uit}} = 0V$, dan volgt uit formule (7.1) dat moet gelden dat

$$\begin{aligned} u_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - u_1 \frac{R_2}{R_1} &= 0 \\ \Rightarrow u_1 &= u_2 \frac{R_1 + R_2}{R_2} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Spanning u_1 moet dus een factor $(R_1 + R_2)/R_2$ groter zijn dan u_2 , wat dus inhoud dat u_1 versterkt moet worden waarna het resultaat aan de schakeling van figuur 7.7 wordt aangeboden. Het resulterende schema is te zien in figuur 7.8. Voor de overdracht naar u_{uit} volgt nu

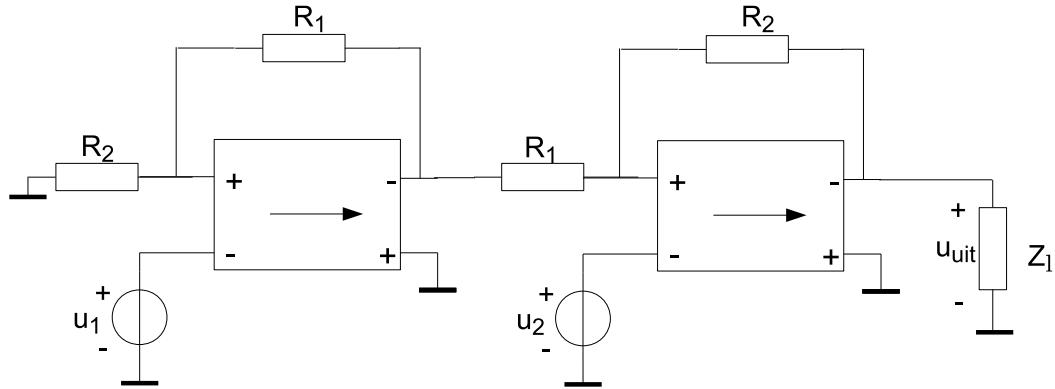
$$u_{\text{uit}} = u_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - u_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2} \frac{R_2}{R_1} = (u_2 - u_1) \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (7.3)$$

Zoals te zien valt, wordt alleen het verschilsignaal versterkt met een constante factor. In geval van een gemeenschappelijk signaal is het verschil nul en dus is u_{uit} ook nul. Een schakeling die gemeenschappelijke signalen onderdukt en het verschilsignaal versterkt, wordt *instrumentieversterker* genoemd.

7.3 Vermenigvuldigen

Vermenigvuldigen van twee ingangssignalen is een basisbewerkingsfunctie. De vermenigvuldiger is een belangrijke functie, omdat we hiermee op relatief eenvoudige manier ander basissignaalbewerkingsfuncties zoals regelbare (spanningsgestuurde) versterkers, filters en oscillatoren kunnen maken.

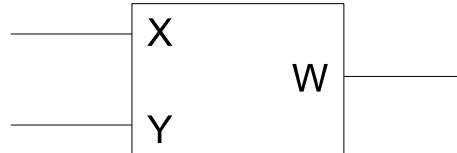
Tegenwoordig zijn de meeste vermenigvuldigers (analog multipliers) gebaseerd op het zogenaamde ‘variable transconductance’ principe. Voor een eerstejaarsvak gaat het te ver om dit principe in detail te



Figuur 7.8: Instrumentatieversterker.

bespreken. Net als in het geval van opamps beperken we ons daarom voorlopig tot de vaststelling dat de vermenigvuldiger bestaat.

Figuur 7.9 laat het symbool van de analoge vermenigvuldiger zien. De vermenigvuldiger heeft twee



Figuur 7.9: Analoge vermenigvuldiger.

ingangen, X en Y, en een uitgang, W. Er geldt: $W = X \cdot Y$.

Door de opbouw van praktische vermenigvuldigers, is de werkelijke functie die uitgevoerd wordt: $W = (X \cdot Y)/K$, waarbij de constante K vaak gelijk is aan 10 of aan 2.5 [V]. De werkelijke waarde is dus een factor K kleiner. Hier is echter eenvoudig rekening mee te houden in het ontwerp, door, bijvoorbeeld, ergens W weer te vermenigvuldigen met een constante die gelijk aan K wordt gekozen. In de rest van dit diktaat wordt om deze reden aangenomen dat $K = 1$ V.

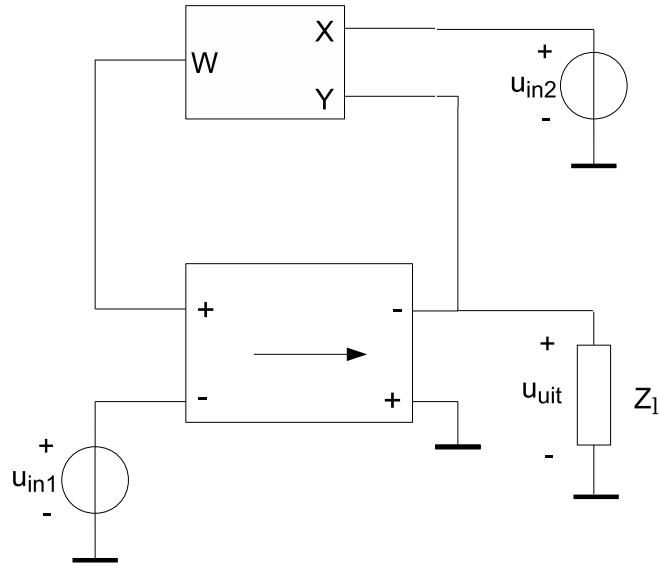
7.3.1 Delen

Sommige commercieel verkrijgbare vermenigvuldigers hebben een aansluiting waardoor delen ook mogelijk gemaakt wordt. Wanneer dat niet het geval is, kan delen toch mogelijk gemaakt worden door een vermenigvuldiger toe te passen. Hiervoor moeten we weten dat wanneer een bepaalde functie in de tegenkoppelclus van bijvoorbeeld een nullor geplaatst wordt, de uitgang van die nullor de inverse functie genereert. Met andere woorden, als we een nullor nemen en we bieden een ingangssignaal aan aan één ingangsklem en koppelen het uitgangssignaal via een vermenigvuldiger terug naar de andere ingangsklem, dan zal er een deelfunctie van ingang naar uitgang ontstaan. Figuur 7.10 toont een deler. Aan één ingangsklem wordt u_{in1} aangeboden. De nullor zal zijn uitgang nu zo aanpassen, dat uitgang W van de vermenigvuldiger gelijk wordt aan u_{in1} . Dat betekent dat W gelijk moet zijn aan u_{in1} , maar er geldt ook $W = u_{uit} \cdot u_{in2}$. We hebben dus $W = u_{uit} \cdot u_{in2} = u_{in1}$. Hieruit volgt rechtstreeks dat $u_{uit} = u_{in1}/u_{in2}$. u_{in1} kan zelf een wisselspanning (of -stroom) zijn, maar ook een gelijkspanning. Wanneer u_{in1} gelijk is aan 10V en u_{in2} is gelijk aan 2.5V, dan is u_{uit} uiteraard 4V.

Door met de manier van tegenkoppelen te variëren, kan ook de functie $u_{uit} = -u_{in1}/u_{in2}$ gerealiseerd worden.

7.3.2 Kwadrateren

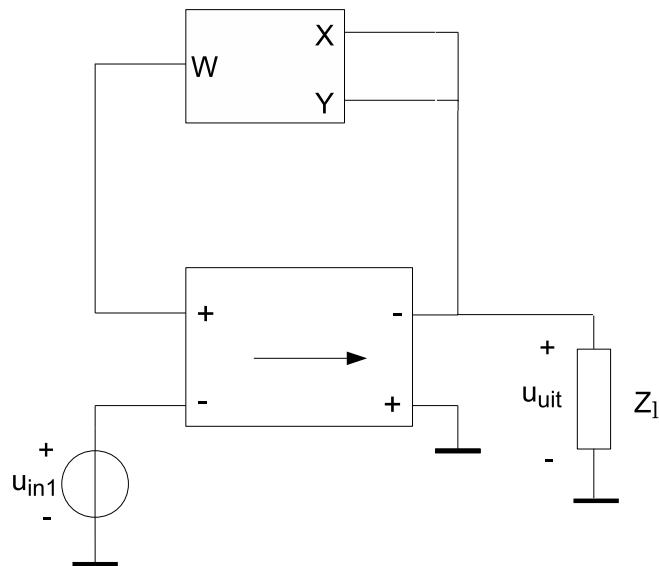
Kwadrateren is heel eenvoudig. Door beide ingangen van een vermenigvuldiger door te verbinden met het ingangssignaal, bijv. u_{in} , wordt de uitgang van de vermenigvuldiger: $W = u_{in} \cdot u_{in} = u_{in}^2$.



Figuur 7.10: Analoge deler.

7.3.3 Worteltrekken

Worteltrekken lijkt lastig. Het is echter mogelijk om de inverse van een functie te verkrijgen door deze in de tegenkoppeling van een versterker op te nemen. Als we dus een kwadrateerfunctie in een tegenkoppelclus opnemen, kunnen we een versterker krijgen die de wortel uit het ingangssignaal trekt. Zie fig. 7.11 voor een voorbeeld.



Figuur 7.11: Analoge worteltrekker.

De werking is als volgt te verklaren: de nullor zorgt er voor dat beide ingangssignalen gelijk blijven. De uitgang van de kwadrateerfunctie is dus gelijk aan u_{in} . Hierdoor moet de nullor noodgedwongen zijn uitgang gelijk maken aan $\sqrt{u_{in}}$, wat dus een worteltrekfunctie oplevert.

Regelbare versterker m.b.v. vermenigvuldiger.

7.4 Integreren en differentiëren

De integrator en differentiator zijn al behandeld. De implementaties met een opamp van beide functies wordt bekend verondersteld. Deze implementaties hebben een spanningsbron uitgang. Het is ook mogelijk integratoren en differentiatoren te ontwerpen met een stroombronuitgang. Als uitgangspunt moet weer de nullor genomen worden als actief component. Dit wordt als oefening aan de student overgelaten.

7.5 Ontwerp van een elektronische thermometer

Door gebruik te maken van een combinatie van basissignaalbewerkingsfuncties wordt in deze paragraaf een elektronische thermometer ontworpen. Zoals vaak voorkomt, zal tijdens het ontwerpproces blijken dat er meerdere ontwerpoplossingen zijn. Welke gekozen moet worden hangt af van de mate waarin aan alle specificaties voldaan wordt. Het is mogelijk dat een oplossing aan op één na alle specificaties voldoet, waardoor het af moet vallen als mogelijke oplossing. Soms worden er meerdere oplossingen gevonden die allemaal aan alle specificaties voldoen. De keuze voor de uiteindelijke oplossing die dan gerealiseerd gaat worden wordt dan op andere gronden, zoals kosten, verkrijgbaarheid van componenten e.d. gemaakt.

De te ontwerpen thermometer dient aan de volgende specificaties te voldoen:

- Bereik: $-50^{\circ}C - 50^{\circ}C$
- Belasting: $-5 \text{ V} \sim -50^{\circ}C, 5 \text{ V} \sim 50^{\circ}C$, resistief tussen $5 \text{ k}\Omega$ en $15 \text{ k}\Omega$.
- Sensor: P_{t1000}
 - $R(T) \approx R_0 (1 + \alpha T)$
 - $\alpha = 3.92 \cdot 10^{-3} \left[\frac{1}{K} \right]$
 - $R_0 = 1000 [\Omega]$

Wanneer we de elektronische thermometer willen ontwerpen moeten we ons gaan afvragen welke acties nodig zijn. Hiervoor moeten we ons weer afvragen wat we nu precies doen als we de temperatuur willen weten. Wat betekent het nu als we een thermometer aflezen en zien dat het $20^{\circ}C$ is? Dat betekent dat het 20 graden boven een bepaalde referentietemperatuur, in dit geval $0^{\circ}C$. Feitelijk is er dus de referentietemperatuur van de ‘gemeten’ temperatuur afgetrokken om de juiste temperatuuraanduiding te krijgen¹. In de te ontwerpen elektronica moeten we dus ook een referentiewaarde van een gemeten waarde aftrekken.

De weerstand van de P_{t1000} verandert met de temperatuur. Een weerstandsverandering is niet rechtstreeks te meten. De weerstandsverandering zal eerst naar een spanning of een stroom omgezet moeten worden.

Als laatste is er een schalingsactie nodig die de resulterende spanning of stroom naar een uitgangsspanningsbereik van $-5 \text{ V} - 5\text{V}$ schaalt. Puntgewijze opsomming:

- Benodigde elektronica acties:
 - Variatie $R(T)$ omzetten naar spanning- of stroomvariatie.
 - Referentiespanning of -stroom.
 - Aftrekfunctie
 - Schaling (vermenigvuldigen met een constante)

Fig. 7.12 toont de benodigde acties in een systeemontwerp. Het enige wat nu nog gedaan moet worden is het implementeren van de blokken en de aftrekfunctie.

7.5.1 Omzetten weerstandsverandering naar verandering van spanning of stroom

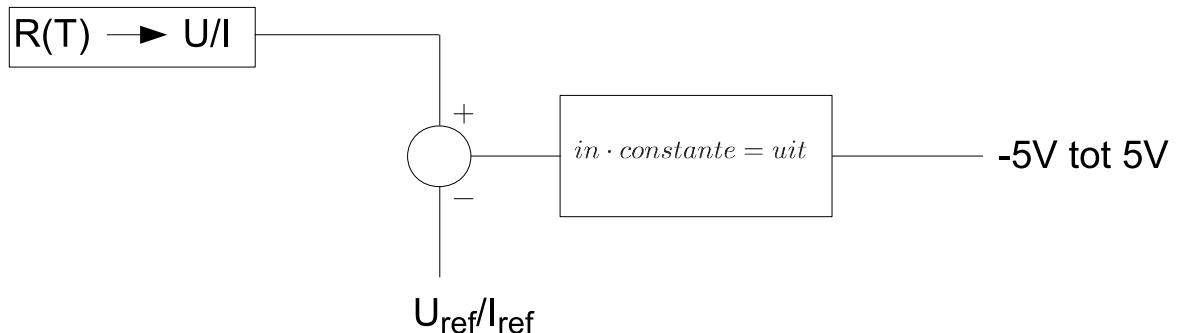
In principe is het eenvoudig om een weerstandsverandering om te zetten in een spannings- of stroomverandering. Hiervoor behoeft alleen maar een constante stroom of spanning te vermenigvuldigen met, of te delen door, de weerstandsverandering.

We kunnen nu een classificatie van mogelijkheden aanbrengen. Het is mogelijk om de vermenigvuldiging of deling

1. passief of
2. actief (met gebruik van een versterker)

te doen. Beide mogelijkheden kunnen weer opgedeeld worden in subclassificaties.

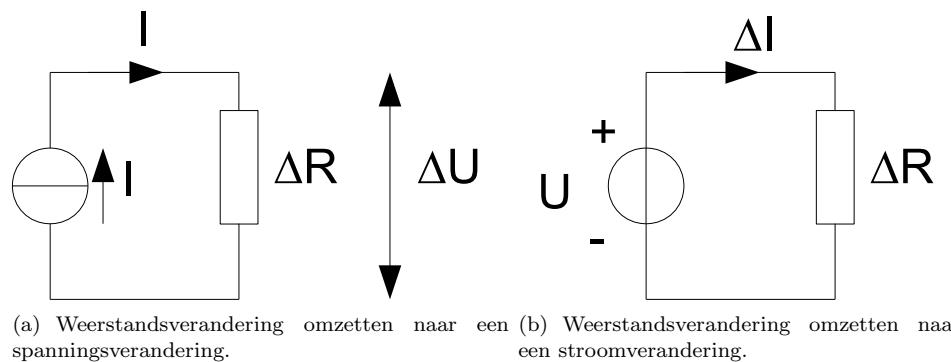
1. Ter verduidelijking, beschouw de volgende meting om $20^{\circ}C$ te kunnen meten: $293.15 \text{ [K]} - 273.15 \text{ [K]} = 20^{\circ}C$.



Figuur 7.12: Systeemontwerp thermometer. Let op. De schuine streep is in dit geval geen deling. Het geeft nu U of I aan.

Passief omzetten van een weerstandsverandering naar een spanning of stroomverandering

Een weerstandsverandering kan naar een spanningsverandering omgezet worden, door een constante stroom te vermenigvuldigen met de weerstandsverandering (zie fig. 7.13(a)): $\Delta U = I \cdot \Delta R$. Een stroomverandering daarentegen, kan bewerkstelligd worden door een constante spanning te delen door de weerstandsverandering (zie fig. 7.13(b)): $\Delta I = U / (\Delta R)$. Wanneer we een constante stroom door ΔR willen laten lopen,



Figuur 7.13: Twee methodes om een weerstandsverandering naar een spanning- of stroomverandering om te zetten.

moet er aandacht besteed worden aan het ontwerp van de stroombron. Wanneer deze gerealiseerd wordt door gebruik te maken van een referentiespanning (bijv. de voeding) en een serieweerstand, R_i , dan moet het effect van deze serieweerstand worden bestudeerd. De formule voor ΔU wordt nu

$$\Delta U = U_{ref} \frac{\Delta R}{R_i + \Delta R} \quad (7.4)$$

Doordat ΔR zowel in de teller als in de noemer voorkomt, is de overdracht van weerstandsverandering naar spanningsverandering niet-lineair geworden.

Actief omzetten van een weerstandsverandering naar een spanning of stroomverandering

Door de vier basistypen versterkers toe te passen, is het mogelijk om een weerstandsverandering om te zetten naar een stroom- of spanningverandering. Het ingangssignaal is nu bekend, nauwkeurig en stabiel. De veranderende weerstand is nu in de terugkoppelbus opgenomen. De volgende mogelijkheden zijn er (zie figuur 6.3):

- Spanningsversterker: $\Delta U_{uit} = \frac{\Delta R_1 + R_2}{R_2} U_c$ of $\Delta U_{uit} = \frac{R_1 + \Delta R_2}{\Delta R_2} U_c$
- Transadmittantieversterker: $\Delta I_{uit} = -\frac{U_c}{\Delta R_t}$
- Transimpedantieversterker: $\Delta U_{uit} = -I_c \Delta R_t$

- Stroomversterker: $\Delta I_{uit} = \frac{\Delta R_1 + R_2}{R_2} I_c$ of $\Delta I_{uit} = \frac{R_1 + \Delta R_2}{\Delta R_2} I_c$
- U_c en I_c zijn respectievelijk een bekende, stabiele, constante spanningsbron en stroombron. U_c zou bijvoorbeeld de voedingsspanning of een bandgap spanningsreferentie kunnen zijn. Merk op dat in het geval van de transimpedantie- en transadmittantieversterker de uitgangsgroothed lineair met de weerstandsverandering verandert. In het geval van de spannings- en stroomversterker, wordt een constante '1' bij de lineaire verandering opgeteld. Daar moet bij de volgende ontwerpstappen rekening mee gehouden worden.

Eventueel kan er nu weer gekozen worden om spanningsverandering of stroomverandering van deze bijna ideale bronnen weer om te zetten naar stroom of spanning met behulp van een weerstand. Deze omzetting gebeurt lineair, iets wat bij een volledig passieve implementatie moeilijker is te realiseren.

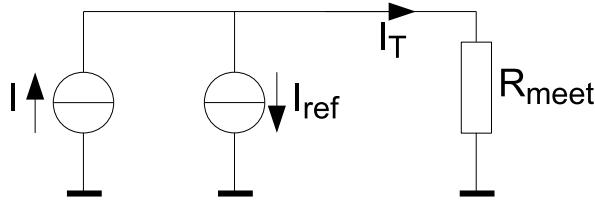
Stroomdomein

In dit voorbeeld wordt er voor gekozen om de aftrekfunctie in het stroomdomein te realiseren. Hieruit volgt dat het blok dat vermenigvuldigt met een constante logischerwijs een transimpedantie moet uitvoeren.

Bij deze implementatie wordt gekozen om een transadmittantieversterker toe te passen om de weerstandsverandering om te zetten naar een spanningsverandering. Deze spanningsverandering wordt vervolgens met een weerstand omgezet naar een stroomverandering.

7.5.2 Ontwerp aftrekfunctie

De aftrekfunctie is eenvoudig, zie figuur 7.14. Stroombron I stelt hier de stroombron voor waarvan de grootte verandert met de temperatuur. De referentiestroom I_{ref} is tegengesteld gericht en wordt dus van I afgetrokken. Het resultaat is een stroom I_T die, in het stroomdomein, een juiste temperatuuraanduiding geeft. I_T wordt aan de belasting R_{meet} geleverd. Omdat in de uiteindelijke implementatie de



Figuur 7.14: Aftrekfunctie van twee stromen. $I_T = I - I_{ref}$ wordt geleverd aan de weerstand R_{meet} . N.B. in het geval van ideale stroombronnen maakt de waarde van R_{meet} niet uit.

stroombronnen geen oneindig hoge interne impedantie hebben, zal er voor gezorgd moeten worden dat $R_{meet} \ll R_i$, waarbij R_i de stroombronweerstand is.

Implementatie van de aftrekfunctie

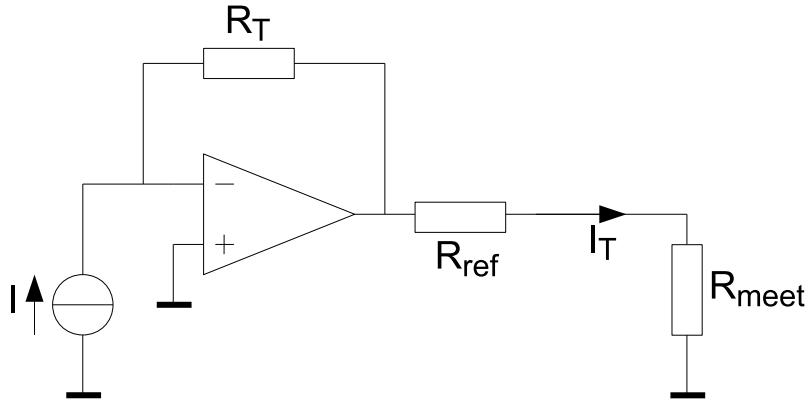
De temperatuurafhankelijke stroombron wordt geïmplementeerd met een transadmittantieversterker. Natuurlijk moet men beginnen op het nullor niveau. Een mogelijke implementatie is met behulp van een opamp, waar hier voor gekozen is. Figuur 7.15 toont het ontwerp van de temperatuurafhankelijke stroombron. R_T is de temperatuurafhankelijke weerstand. De uitgangsspanning van de transimpedantieversterker wordt d.m.v. weerstand R_{ref} omgezet in een temperatuurafhankelijke stroom. Indien geldt dat $R_{meet} \ll R_{ref}$, mag het effect van R_{ref} verwaarloosd worden en geldt: $I'_T = -I \frac{R_T}{R_{ref}}$.

Zoals bekend, mag de referentiestroom gewoon ook aan R_{meet} worden aangeboden. Wanneer één van beide stromen een tegengesteld teken heeft, is het verschil van beide stromen het resultaat, zie figuur 7.16. Voor I_T geldt dus $I_T = I + I'_T = I - I \frac{R_T}{R_{ref}} = I(1 - \frac{R_T}{R_{ref}})$.

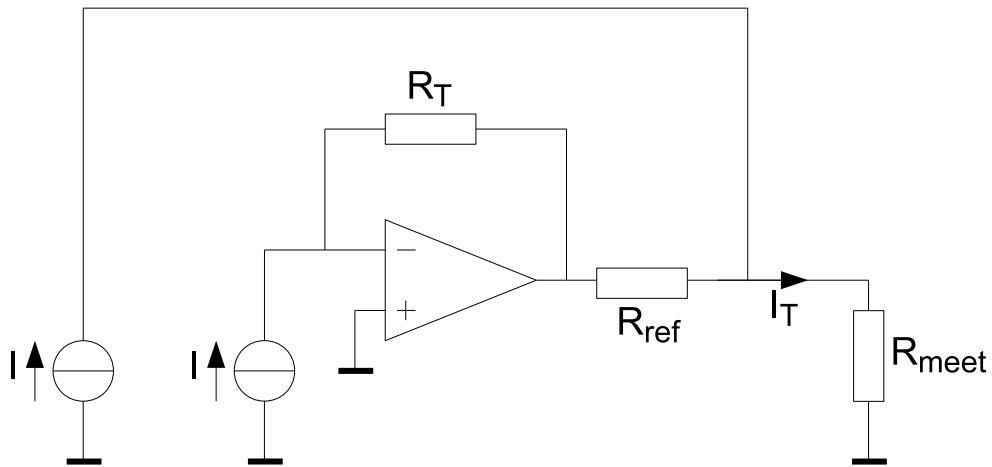
De beide stroombronnen 'I' moeten nog ontworpen worden. Onder aanname dat de voedingsspanning, U_B , stabiel is, kunnen beide stroombronnen met behulp van een weerstand worden geïmplementeerd. Indien $R_{meet} \ll R_{ref}$ geldt immers dat $I = I_{ref} = U_B/R$, terwijl voor de andere stroombron hetzelfde geldt, want de spanning aan de ingang van de transimpedantieversterker is nul volt (en derhalve is de ingangsimpedantie van deze versterker ook nul). Wanneer beide stroombronnen met een weerstand R geïmplementeerd worden volgt voor I_T : $I_T = \frac{U_B}{R}(1 - \frac{R_T}{R_{ref}})$.

7.5.3 Ontwerp van het blok dat vermenigvuldigt met een constante

Alleen het functionele blok dat vermenigvuldigt met een constante moet nog ontworpen worden. Uit het feit zijn ingangssignaal een stroom is en aan zijn belasting, die tussen 5 kΩ en 15 kΩ kan variëren, een spanning geleverd moet worden, volgt logischerwijs een transimpedantieversterker.



Figuur 7.15: Temperatuurafhankelijke stroom I'_T wordt d.m.v. een stroombron, een transimpedantieversterker en R_{ref} opgewekt.



Figuur 7.16: Stroom $I_T = I + I'_T$ zal door R_{meet} gaan lopen, waarbij $I = I_{\text{ref}}$.

Wanneer de tegenkoppelus uitgevoerd wordt met een weerstand R_x , volgt nu als formule voor de temperatuurafhankelijke spanning over de belasting:

$$U(T) = -R_x \frac{U_B}{R} \left(1 - \frac{R_T}{R_{\text{ref}}} \right) = U_B \frac{R_x}{R} \left(\frac{R_T}{R_{\text{ref}}} - 1 \right) \quad (7.5)$$

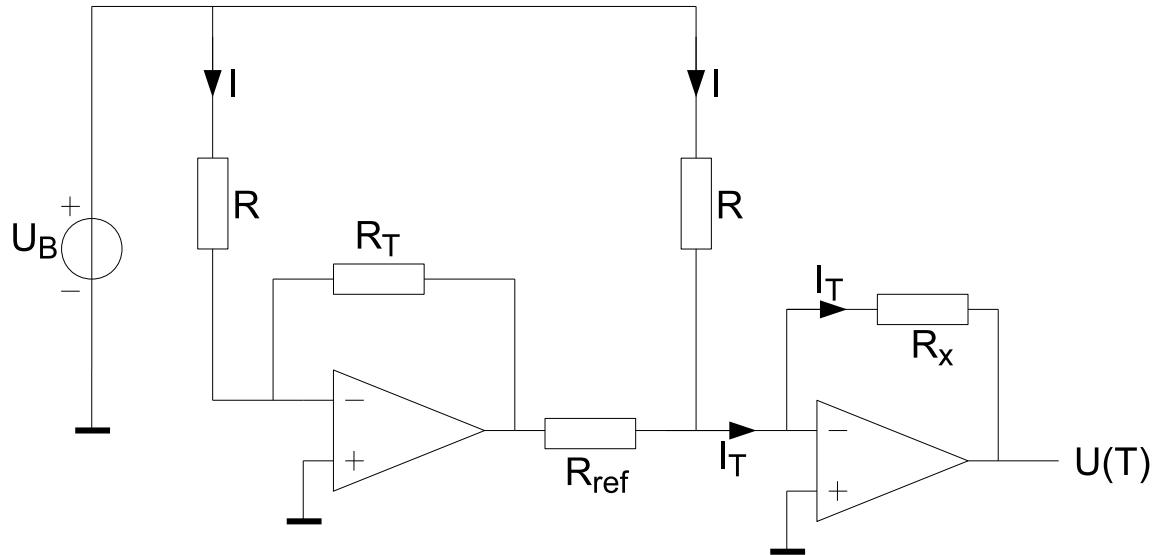
Wanneer de transimpedantieversterker in plaats van R_{meet} geplaatst wordt, ontstaat het schema van figuur 7.17. Het ontwerp is hiermee grotendeels af. Alleen de componenten moeten nog gedimensioneerd worden.

7.5.4 Mogelijke realisatie

In deze paragraaf zullen mogelijke componentwaarden bepaald worden.

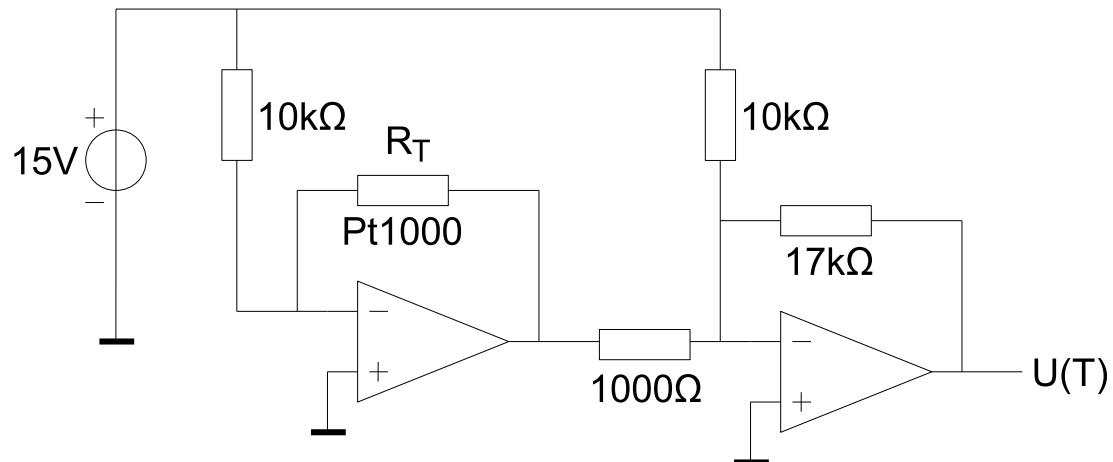
De waarde van R_{ref} volgt uit de volgende logische redenering: $U(T)$ moet bij nul graden celsius nul volt zijn. Dat kan alleen wanneer $R_T/R_{\text{ref}} - 1 = 0$. Omdat $R_T 1000 \Omega$ is bij nul graden celsius, volgt hieruit dat R_{ref} ook 1000Ω moet zijn.

De verhouding R_x/R en de voedingsspanning moeten nog bepaald worden. Dit zijn twee onbekenden, twerwijl we maar één formule hebben. Dat is niet oplosbaar. Eén van beide moet nu gekozen worden. Het meest praktische is om de voedingsspanning te kiezen en wel zo dat het een veel voorkomende, praktische, waarde heeft. Hier wordt voor een voeding van 15 V gekozen. Met de eerder bepaalde getallen volgt nu dat voor 1 V spanningsverandering i.g.v. 1°C temperatuurverandering, dat $R_x/R = 1.701$ (ga dit zelf na). R_x moet dus 1.701 keer zo groot zijn als R .



Figuur 7.17: Ontwerp van een elektronische thermometer.

Om een grote vermogensdissipatie en een (te) grote belasting voor de opamp die U_T moet leveren te voorkomen, moeten zowel R als R_x ettelijke $k\Omega$ of zelfs tientallen $k\Omega$ gekozen worden. Een mogelijke waarde is $R = 10 k\Omega$. Voor R_x volgt hier automatisch $R_x = 17 k\Omega$ uit. Het uiteindelijke ontwerp is nu zoals in figuur 7.18 te zien is. Met de gekozen voedingsspanning en componentwaarden wordt de uitgangsspanning gegeven door $U(T) \approx 0.1 \cdot T$. Wanneer $T = -10^\circ\text{C}$ is $U(-10) = -1 \text{ V}$; wanneer $T = 0^\circ\text{C}$ is $U(0) = 0 \text{ V}$ en wanneer $T = 50^\circ\text{C}$ is $U(50) = 5 \text{ V}$. De implementatie voldoet dus aan de specificaties. Voor de opamps is het belangrijk dat een type gekozen wordt dat gekenmerkt wordt door een lage offset

Figuur 7.18: Uiteindelijk ontwerp van de elektronische thermometer. Voor $U(T)$ geldt: $U(T) \approx 0.1 \cdot T$.

(zie ‘AS’). Het GBP is van minder groot belang, omdat temperatuurverandering over het algemeen zo traag gaan dat zelfs een opamp met een kleine GBP en een lage slew-rate nog snel genoeg zullen zijn voor deze toepassing. Men zou, bijvoorbeeld, de ‘OP-27’ kunnen toepassen.

Het ontwerp is nu zo ver af dat het gesimuleerd kan worden op de computer. Als de simulatie bevestigt dat het ontwerp aan de specificaties voldoet, kan het op een experimenteerprint opgebouwd worden om getest te worden.

7.5.5 Discussie

Bij dit ontwerp is er met opzet voor gekozen dat R_x (net) geen genormaliseerde waarde heeft. De E-48 waarde die het dichtst bij zit, is 16k9. Het is aan de student om uit te rekenen hoe de formule voor $U(T)$ nu gaat luiden en of de fout die gemaakt wordt in de temperatuuraanduiding acceptabel is.

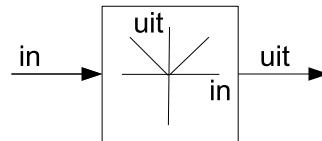
Merk op dat dat de verhoudingen van de weerstanden vastliggen, maar dat de grootte orde van hun waarde vrij te kiezen is. Hun minimum grootte orde zal door de maximale belasting van de opamps en vermogensdissipatie overwegingen bepaald worden en hun maximum grootte orde door offset overwegingen.

Nota Bene het ontwerp van figuur 7.17 leent zich ook goed wanneer de thermische weerstand een lage waarde, van bijvoorbeeld enkele (tientallen) ohm, heeft. Doordat een bekende stroom I aangeboden wordt, zal t.g.v. R_T , maar een (zeer) lage uitgangsspanning gegenereerd worden. De opamp zal dus niet bovenmatig belast worden door de lage R_T en R_{ref} . Wanneer men de aftrekker in het spanningsdomein ontwerpt, loopt men het risico op een ontwerp uit te komen die *in geval van een lage R_T voor een groot stroomverbruik zorgt*. Let hier op.

7.6 Ontwerp van een absolute waarde circuit

In, bijvoorbeeld, multimeters worden absolute waarde circuits toegepast om wisselspanningen te kunnen meten. In deze paragraaf zal daarom bekeken worden hoe een dergelijk circuit te ontwerpen is.

De definitie van absolute waarde is: *de modulus of absolute waarde van a ($|a|$) is gelijk aan a als $a \geq 0$ en gelijk aan $-a$ als $a \leq 0$.* We moeten dus een functie zien te vinden die er voor zorgt dat: $uit = in$ indien $in \geq 0$ en $uit = -in$ indien $in < 0$. Figuur 7.19 toont het functionele symbool voor de absolute waarde functie. Zoals de grafiek in het symbool laat zien, is de uitgangswaarde *uit* altijd positief, ook voor



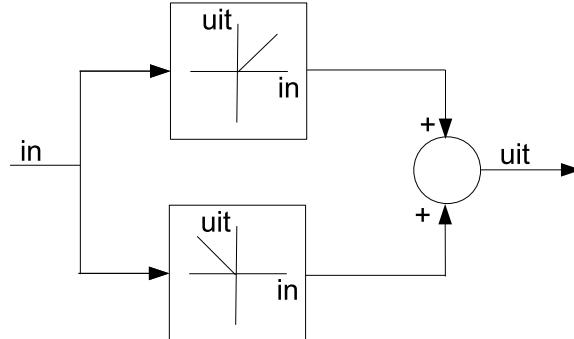
Figuur 7.19: Functioneel model van absolute waarde bepaler.

negatieve waarden van *in*.

Dit ontwerpprobleem kan opgelost worden door gebruik te maken van de volgende bassis signaalbewerkingsfuncties

- Discrimineren in magnitude
 - ingangssignalen groter of gelijk aan nul zijn aan de uitgang beschikbaar
 - ingangssignalen kleiner dan nul zijn, geïnverteerd, aan de uitgang beschikbaar
- Optellen

zoals figuur 7.20 laat zien. Dit is slechts één mogelijke implementatie. Er zijn weer alternatieven te ver-



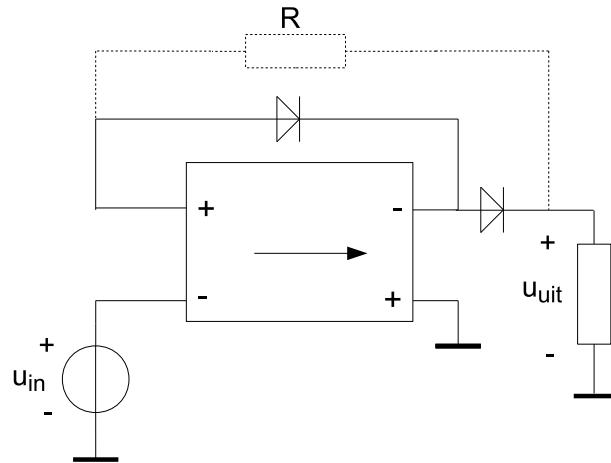
Figuur 7.20: Functioneel model van absolute waarde bepaler opgedeeld in basissignaalbewerkingsfuncties.

zinnen.

7.6.1 Implementatie absolute waarde circuit in het spanningsdomein

Om te kunnen discrimineren in het amplitudedomein, is een component nodig dat signalen slechts in één richting doorlaat. De diode, of als diode geschakelde transistor (basis-collector kortgesloten), voldoet aan deze eis. Er moet echter wel rekening gehouden worden met de temperatuurafhankelijke en niet goed bekende drempelspanning van ca. 0.6 V. De drempelspanning mag niet tot gevolg hebben dat een fout in de absolute waarde optreedt: ook ingangssignalen met een amplitude kleiner dan de drempelspanning moeten verwerkt kunnen worden. Omdat tegenkoppeling in combinatie met versterkende componenten (nullor) de eigenschap heeft om de ongewenste of niet-ideale eigenschappen van componenten te verkleinen, zal de diode ergens in een tegengekoppelde lus geplaatst moeten worden. Dit is dus een extra ontwerpvoorwaarde.

In figuur 7.21 zien we een implementatie rond een nullor die de functie $u_{\text{uit}} = u_{\text{in}} \cdot A$ uitvoert, onder voorwaarde dat $u_{\text{in}} \geq 0$ volt. A is de oneindig hoge versterking van de nullor, wanneer de gestippelde weerstand R genegeerd wordt. Wanneer $u_{\text{in}} < 0$, zal de diode in de tegenkoppeling gaan geleiden en er voor zorgen dat de '+'-ingang gelijk wordt aan u_{in} . De uitgang van de nullor wordt dus $u_{\text{in}} - U_d$, waarbij U_d de drempelspanning van de diode is. (Ga zelf na hoe groot de uitgangsspanning van de nullor wordt indien deze diode niet aanwezig is en wat de implicaties daarvan zouden zijn bij een praktische implementatie van de nullor). Als $u_{\text{in}} = -1$ V, zal de uitgang van de nullor dus ca. -1.6 V worden. Deze negatieve spanning wordt echter gesperd door de tweede diode, zodat de uitgangsspanning voor negatieve waarden van u_{in} gelijk aan nul is.



Figuur 7.21: Discriminatie in het magnitudedomein m.b.v. diodes en een nullor.

Het is lastig dat voor positieve ingangsspanningen de uitgangsspanning oneindig wordt. Dit is op te lossen door een verbinding te maken van de belastingweerstand naar de '+'-ingang van de nullor, bijvoorbeeld m.b.v. de gestippelde weerstand R (merk op dat $R \gg$ de belastingsweerstand). Er ontstaat nu eenheidstegenkoppeling. De uitgangsspanning van de nullor wordt nu zo groot gemaakt dat geldt dat $u_{\text{uit}} = u_{\text{in}}$. De uitgangsspanning van de nullor wordt dus $u_{\text{uit}} + U_d$. Door de tegenkoppeling maakt het niet uit of de temperatuur verandert of hoe groot u_{in} is. Er geldt steeds $u_{\text{uit}} = u_{\text{in}}$! Het is dus van belang dat er voor gezorgd wordt dat er voor zowel positieve als negatieve waarden van u_{in} sprake is van tegenkoppeling naar de ingang zodat blijft gelden dat de '+'-ingang gelijk is aan u_{in} .

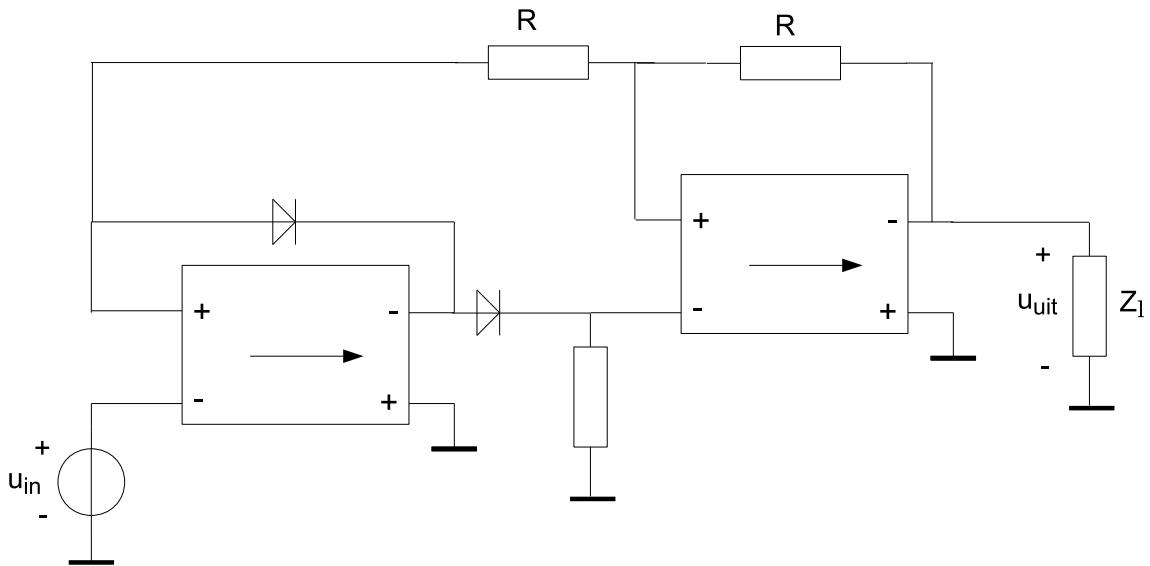
Indien we nu een spanningsvolger achter de weerstand plaatsen, is de absolute waarde die gemeten wordt onafhankelijk van de impedantie van het meetapparaat. Een spanningsvolger is te verkrijgen door eenheidstegenkoppeling rond een nullor toe te passen. Er is nu nog één functie nodig: de functie die negatieve ingangsspanningen inverseert.

Een mogelijke oplossing is het circuit uit figuur 7.21 opnieuw toe te passen (ingang weer u_{in}), maar nu met de richting van beide diodes omgekeerd. We hebben nu twee uitgangen waarvan één de positieve helft van het gelijkgerichte signaal en de ander de negatieve helft van het gelijkgerichte signaal geeft. Door nu, bijvoorbeeld, de schakeling van figuur 7.8 toe te passen is het mogelijk om aan de uitgang van die schakeling de absolute waarde van het ingangssignaal te meten. Ga dit zelf na.

Een andere mogelijkheid wordt hier verder besproken. In het geval dat $u_{\text{in}} < 0$, wordt de '+'-ingang van de nullor gelijk gemaakt aan u_{in} . Als deze spanning geïnverteerd wordt (vermenigvuldigd met -1) dan is één deel van de absolute waarde schakeling afgerond. Dat is mogelijk door gebruik te maken van een

zogenaamde inverterende spanningsversterker met een versterking van -1. Deze wordt dus op de +-ingang van de nullor aangesloten.

Als $u_{in} \geq 0$ kunnen we gebruik van dezelfde spanningsversterker, die nu als echte (dus niet-inverterende) spanningsversterker gebruikt wordt. Zie ter verduidelijking figuur 7.22. Terugkoppeling naar de ingangstrap (de nullor met de diodes) vindt plaats door middel van de beide weerstanden R . Doordat deze weerstanden alleen met de uitgang (u_{uit}) van de uitgangsnullor en de ingangen ($Z_{in} \rightarrow \infty$) van twee nullors zijn door verbonden, zal aan beide ingangen u_{uit} staan. Ten gevolge van deze tegenkopelling geldt uiteraard weer $u_{uit} = u_{in}$. Merk op dat in het geval van $u_{in} < 0$ de ingangsspanning van de --ingang van de uitgangsnullor gelijk is aan nul volt, zodat ook op een correcte manier aan de noodzakelijke inverterende actie voldaan wordt. Hiermee is dus een implementatie van een absolute waarde schakeling ontworpen.



Figuur 7.22: Mogelijke implementatie van schakeling die de absolute waarde van een signaal bepaalt.

Figuur 7.23 laat de gesimuleerde uitgangsspanning van de ontworpen absolute waarde schakeling zien indien de ingangsspanning sinusvormig is, een amplitude van 10 mV en een frequentie van 1 kHz heeft.

De student kan nu zelf, op vergelijkbare manier als bij de elektronische thermometer, zelf de componentwaarden bepalen en de nullor met, bijvoorbeeld, een opamp of transistoren implementeren.

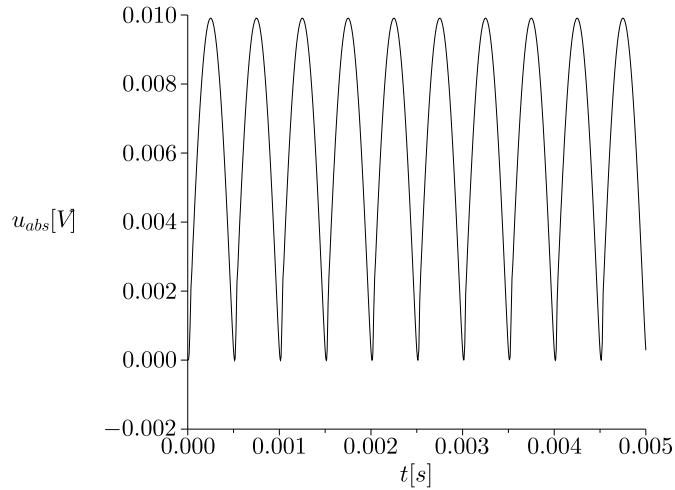
7.7 Ontwerp van een circuit dat de effectieve waarde van een signaal bepaalt

Van een signaal kunnen diverse eigenschappen gemeten worden, zoals de amplitude, zijn gemiddelde waarde en zijn effectieve waarde. De **effectieve waarde** van een wisselspanning, u_{eff} , komt overeen met de gelijkspanning die ‘hetzelfde effect heeft’. Per definitie geldt dat de effectieve waarde van een wisselspanning gelijk is aan de waarde van een gelijkspanning die in dezelfde weerstand, in dezelfde tijd (gelijk aan de periodetijd van de wisselspanning of een veelvoud daarvan), dezelfde warmteontwikkeling zou veroorzaken [30]. Voor de effectieve waarde van de stroom geldt hetzelfde.

De effectieve waarde van een wisselspanning wordt bepaald met de volgende formule²

$$u_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{\overline{u(t)^2}} \quad (7.6)$$

2. Voor de effectieve waarde van een wisselstroom moet u door i vervangen worden.



Figuur 7.23: Uitgangsspanning van de absolute waarde schakeling in het geval dat de amplitude 10 mV en de frequentie 1 kHz is (sinus).

Oftewel, de effectieve waarde wordt bepaald door het gemiddelde te nemen van de spanning (die in de tijd verandert) in het kwadraat en daar de wortel uit te trekken. Vandaar dat de effectieve waarde in het Engels ‘root mean square’ (rms) genoemd wordt.

Wanneer de wisselspanning gegeven wordt door $u(t) = \hat{u} \cos(\omega t)$ V, volgt voor de effectieve waarde:

$$\begin{aligned}
 u_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \hat{u}^2 \cos^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \hat{u}^2 \frac{1}{2}(1 + \cos(2\omega t)) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\frac{\hat{u}^2}{2} T + \frac{\hat{u}^2}{2\omega} \sin(2\omega t) \Big|_0^T \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T} \frac{\hat{u}^2}{2} (T - 0) + \frac{\hat{u}^2}{2\omega T} (\sin(2\omega T) + \sin(0))} = \sqrt{\frac{1}{T} \frac{\hat{u}^2}{2} (T - 0) + \frac{\hat{u}^2}{4\pi} (\sin(4\pi) - \sin(0))} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{T} \frac{\hat{u}^2}{2} (T - 0) - \frac{\hat{u}^2}{4\pi} (0 - 0)} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \hat{u} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{u}
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

Bij het meten van wisselspanningen en wisselstromen is men geïnteresseerd in de effectieve waarde. Over het algemeen wordt de wisselende spanning gelijkgericht met een dubbelzijdige gelijkrichter of een absolute waarde bepaler. De gelijkgerichte spanning wordt vervolgens gefilterd, zodat de resulterende gelijkspanning gemeten wordt. De absolute waarde van een (dubbelzijdig) gelijkgerichte wisselspanning, na filtering, is

$$\begin{aligned}
 u_{\text{abs}} &= \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{1}{2}T} u(t) dt + \int_{\frac{1}{2}T}^T u(t) dt \right) = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{1}{2}T} u(t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{1}{2}T} \hat{u} \sin(\omega t) dt = \frac{2}{T} \frac{\hat{u}}{\omega} [-\cos(\omega t)]_0^{\frac{1}{2}T} = \frac{2}{T} \frac{\hat{u} T}{2\pi} [-\cos(\pi) - (-\cos 0)] = \\
 &= \frac{\hat{u}}{\pi} [1 + 1] = \frac{2}{\pi} \hat{u}
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Er zit echter een factor (de *vormfactor*) $u_{\text{eff}}/u_{\text{abs}} \approx 1.11$ verschil tussen de effectieve waarde en de absolute waarde van een sinusvormige spanning. Om te voorkomen dat de verkeerde waarde aangegeven wordt, wordt de gemeten absolute waarde spanning in het meetapparaat vermenigvuldigd met 1.11. Dit gaat echter alleen goed in het geval van sinusvormige spanningen en stromen. Andere wisselende signalen hebben een andere verhouding van $u_{\text{eff}}/u_{\text{abs}}$. Het meetapparaat zal nu een verkeerde aanwijzing geven.

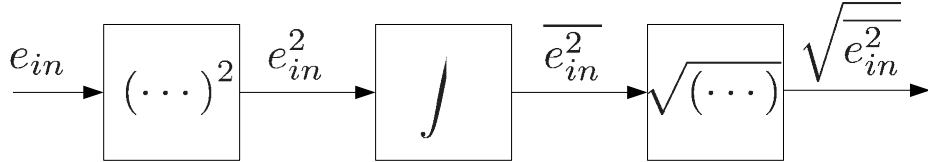
Om een nauwkeurige aanwijzing te verkrijgen hebben we een meetinstrument nodig die echt, rechtstreeks, de effectieve waarde meet. Daarvoor moet dus de volgende wiskundige bewerking uitgevoerd worden:

$$e_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e(t)^2 dt} = \sqrt{\overline{e(t)^2}}$$

waarbij $e(t)$ zowel een spanning of stroom voor kan stellen. We moeten dus de volgende functies uitvoeren:

- kwadrateren
- integreren
- worteltrekken

Figuur 7.24 toont het ontwerp op systeemniveau. Het ingangssignaal wordt achtereenvolgens gekwadra-



Figuur 7.24: Analoge effectieve waarde bepaler.

teerd, geïntegreerd en daarna wordt de wortel uit het resultaat getrokken.

Er moet nog gecontroleerd worden of dit ontwerp echt klopt: of de uitkomst van dit ontwerp gelijk is aan wat formule (7.7) geeft. Hier toe bieden we weer $u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$ V aan de ingang aan. Na kwadrateren krijgen we: $\frac{\hat{u}^2}{2}(1 + \sin(2\omega t))$; een gelijkspanningsterm en een wisselspanningsterm op de dubbele hoekfrequentie (tweede harmonische) van het ingangssignaal. In het wisselssignaal zijn we niet geïnteresseerd. Het zal echter geen nadelig invloed hebben, want de integrator zal alleen de gelijkspanningsterm doorlaten, terwijl het wisselende signaal onderdrukt wordt (discrimineren in het frequentiedomein). Na het integreren hebben we dus alleen nog de $\frac{\hat{u}^2}{2}$ term over, die nu aan de worteltrekfunctie aangeboden wordt. Na worteltrekken is het resultaat: $\sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2}}\hat{u}$; precies de uitkomst van formule (7.7). Het uitgangssignaal is een gelijkspanning gelijk aan de effectieve waarde van de ingangsspanning.

7.7.1 Implementatie

Natuurlijk zijn er ook nu weer diverse implementatiemogelijkheden. Hier wordt slechts één mogelijke implementatie gegeven.

Kwadrateren is eenvoudig te implementeren door een vermenigvuldiger te gebruiken waarvan beide ingangen doorverbonden zijn. De uitgang wordt nu gegeven door $U_{it} = I_n \cdot I_n = I_n^2$. Precies wat gewenst is.

Voor integreren zijn er meerdere mogelijkheden. Het kan:

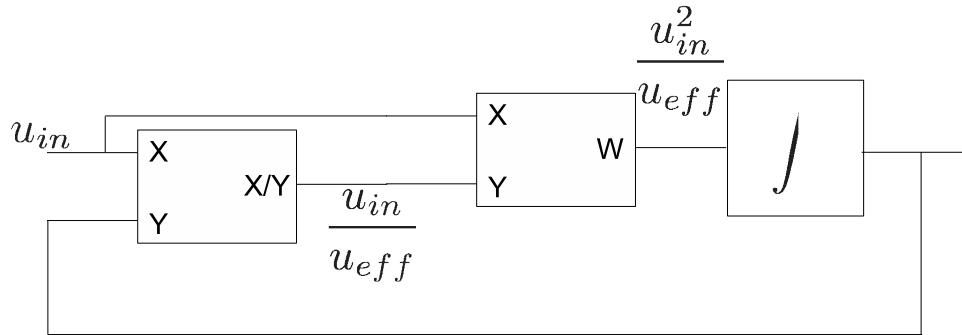
1. door gebruik te maken van $u_c = \frac{1}{C} \int idt$, m.a.w. door de uitgangsstroom van de kwadratierfunctie een condensator op te laten laden. De kwadratierfunctie heeft nu een stroombronuitgang nodig.
2. door de uitgangsspanning via een laagdoorlaat RC filter te integreren. De kwadratierfunctie heeft nu een spanningsbronuitgang nodig.
3. door een actieve integrator te gebruiken:
 - ‘opamp’ integrator
 - integrator gevormd door transadmittantieversterker en een capaciteit. (Vergelijkbaar met punt 1)

We hebben nu dus in principe een ontwerp verkregen waarmee de effectieve waarde van een ingangssignaal bepaald kan worden. Op dit punt is het al mogelijk om een uitspraak te doen over de spanningszwaai die geleverd moet kunnen worden. Het uitgangssignaal van de kwadratierschakeling zal overeenkomen met het kwadraat van het ingangssignaal. Dat betekent dat als de amplitude van het ingangssignaal een factor 10 groter wordt, het uitgangssignaal een factor 100 groter wordt. De kans dat bij de uiteindelijke implementatie het uitgangssignaal kan gaan klippen is dus niet denkbeeldig.

Wanneer niet-sinusvormige signalen beschouwd worden, komen variërende amplitudes geregeld voor. *De verhouding van de maximale amplitude en de effectieve waarde van het signaal wordt de crest factor genoemd.* De crest factor van (thermische) ruis is 3 [8], d.w.z. dat de maximale amplitude die in de ruis voorkomt drie keer zo groot is als de effectieve waarde van de ruis. Van pulsbreedte gemoduleerde signalen wordt de crestfactor gegeven door $\sqrt{T/t_1}$, waarbij T de periode tijd van het signaal is en t_1 de tijd dat de puls aanwezig is. De crestfactor kan in dit geval groot worden wanneer t_1 klein is t.o.v. T . De effectieve waarde meter zal hiermee om moeten kunnen gaan. Dat kunnen we doen door er voor te zorgen dat de vermenigvuldiger over een grote amplitude kan uitsturen.

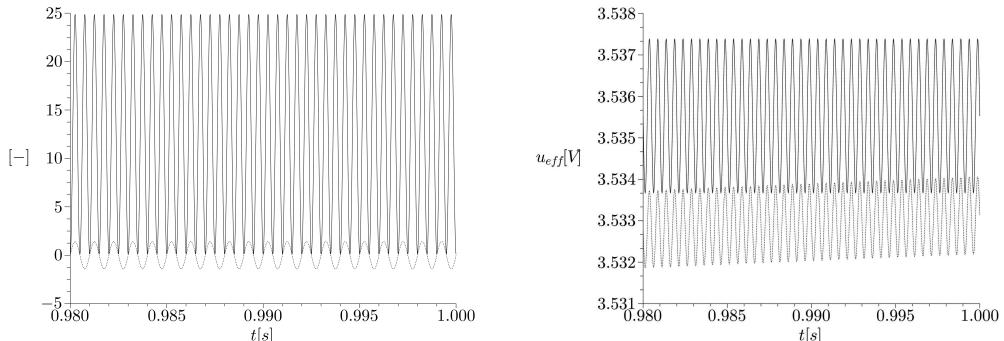
Een andere manier is om naar een oplossing te zoeken waarbij nergens een signaal het kwadraat van het ingangssignaal kan worden, waarmee grote uitsturingen kunnen worden voorkomen. Om naar een dergelijke oplossing te zoeken, moeten we terug naar het hoogste hiërachische niveau van het ontwerp:

de wiskundige formule: $e_{\text{eff}} = \sqrt{\bar{e}_{\text{in}}^2}$. Hieruit volgt dat $e_{\text{eff}}^2 = \bar{e}_{\text{in}}^2$. Aan deze vergelijking is te zien dat het mogelijk is een implementatie te maken waarbij de effectieve waarde en het ingangssignaal evenveel veranderen. Het is nu nog zoeken naar een manier om het kwadratische verband, dat zo nadelig is voor de uitsturing, weg te werken. Beide kanten van het $=$ -teken door e_{eff} delen levert op: $e_{\text{eff}} = (\bar{e}_{\text{in}}^2)/e_{\text{eff}} = \bar{e}_{\text{in}}/e_{\text{eff}} \cdot \hat{e}_{\text{in}}$. Als we dus een deelfunctie weten te verzinnen, die het ingangssignaal deelt door de berekende effectieve waarde (dit signaal wordt dus vanaf de uitgang teruggekoppeld) en dit resultaat weer vermenigvuldigen met het ingangssignaal, moet het mogelijk zijn de effectieve waarde van een willekeurig ingangssignaal te bepalen, zonder dat we problemen krijgen wanneer ingangssignalen met een hoge crest factor aangeboden worden. Er is nu immers geen enkele punt in de schakeling aanwezig waarvan de amplitude kwadratisch gerelateerd is aan het ingangssignaal. Fig. 7.25 toont een principe schema dat de hier beschreven wiskundige acties implementeert.



Figuur 7.25: Analoge worteltrekker.

Figuur 7.26 toont simulatieresultaten (Pspice) van de beide implementaties van een effectieve waarde meter. Het ingangssignaal is $u_{\text{in}}(t) = 5 \sin(2\pi \cdot 1000t)$ V. Zoals de doorgetrokken lijn figuur 7.26(a)



- (a) De lijn is het uitgangssignaal van de kwadrateer- (b) Effectieve waarde van de ingangsspanning. De ge- schakeling. De gespikkelde lijn is het uitgangssignaal spikkeld lijn is de effectieve waarde gegeven door de van de deler. eerste implementatie. De doorgetrokken lijn is de effec- tieve waarde gegeven door de tweede implementatie.

Figuur 7.26: Signalen op diverse knooppunten van de twee implementaties om de effectieve waarde van een ingangsspanning met een amplitude van 5 V en een frequentie van 1 kHz te meten.

duidelijk laat zien, bedraagt het uitgangssignaal van de kwadrateerfunctie maar liefst 25 V^2 . Voor een uiteindelijke implementatie op componentniveau van deze functie betekent dat, dat de voedingsspanning $\geq 25 \text{ V}$ moet zijn. Wanneer een deler wordt toegepast, is de spanning, zoals verwacht, kleiner zoals de gespikkelde lijn in figuur 7.26(a) laat zien. Figuur 7.26(b) toont van beide ontwerpen het uitgangssignaal: de effectieve waarde van de ingangsspanning. Beide ontwerpen hebben een filter met dezelfde tijdconstante. De implementatie met de kwadrateerschakeling doet er langer over om tot de uiteindelijke correcte waarde te komen, maar heeft een lagere rimpel. Aan de andere kant is de rimpel en de nauwkeurigheid van beide

ontwerpen groot genoeg. Om voor de hand liggende reden kan men het best kiezen voor het ontwerp met de deler. Deze zou nu met componenten geïmplementeerd kunnen worden.

Opmerkingen t.b.v. implementatie op componentniveau

Analoge vermenigvuldigers zijn, net als opamps, gewoon te koop. Er is vergeleken met opamps alleen minder keus. De analoge vermenigvuldigers die verkocht worden hebben spanningsingangen en spanningsuitgangen de ingangs- en uitgangsimpedanties benaderen over het algemeen het ideaal niet voldoende. Houd hier rekening mee.

De 'MLT04' vermenigvuldiger van Analog Devices is een relatief goede vermenigvuldiger die goede prestaties levert. Er zitten vier vermenigvuldigers in één behuizing. Er moet wel rekening gehouden worden met zijn relatief kleine uitsturing van $\pm 2,5$ V. Naar verwachting kan met deze vermenigvuldiger een prima implementatie ontworpen worden van een effectieve waarde meter. Helaas is de productie van de MLT04 gestaakt en wordt het steeds lastiger dit component te verkrijgen.

Er bestaan (dure) vermenigvuldigers die een deelfunctie ingebouwd hebben (zoals de AD734). Het wordt hiermee mogelijk om met één i.c. zowel de vermenigvuldig- als de deelactie te implementeren. Er zijn alleen nog twee opampjes nodig... Nadeel is dat de AD734 veel duurder is dan de MLT04. Welke gekozen moet worden hangt af van factoren als de (overige) specificaties³, uiteindelijke kosten van het product enz.

Naast vermenigvuldigers als i.c. kopen, kan de ontwerper er ook voor kiezen een vermenigvuldiger zelf te maken met opamps. Dit kost wat meer inspanning, maar het is mogelijk, zie bijvoorbeeld [31].

De opamps die gebruikt zouden kunnen worden in de effectieve waarde bepaler moeten natuurlijk een afdoende grote (full power) bandbreedte kunnen realiseren, maar moeten ook geselecteerd worden op een lage offset (spanning/stroom) en drift. Met name bij het meten van ingangsspanningen met een kleine amplitude zou de (drift van de) offset van de opamps de nauwkeurigheid van de meting nadelig kunnen beïnvloeden.

De integrator kan ook met een RC-filter laagdoorlaatfilter geïmplementeerd worden. De waarden van R en C hangen af van de rimpel die men accepteert en van hoe snel de schakeling moet zijn (zie figuur 7.26(b)). De kantelfrequentie kan echter laag gekozen worden, omdat in principe alleen de DC-term van belang is.

7.8 Opgaven

Bij de onderstaande ontwerpopdrachten moet eerst het ontwerp op blokdiagramniveau gemaakt worden (basissignaalbewerkingsfuncties). Daarna moet de implementatie op componentniveau ontworpen worden. Controleer het ontwerp door te simuleren.

1. Herontwerp figuren 7.10 en 7.11 zodanig dat de nullor door een opamp vervangen wordt. Let op dat je tegenkoppeling toepast. Simuleer beide schakelingen met $u_{in1} = 1 \sin(2\pi 1000t)$ en $u_{in2} = 2$. Verklaar het uitgangssignaal u_{uit} .
2. Ontwerp een schakeling dat de absolute waarde van een sinusvormige en een blokvormige ingangsspanning van 10 kHz bepaalt. Minimum amplitude is 5 mV, maximum amplitude is 3V.
3. Bereken de crest factor van een sinus.
4. Ontwerp een deler die de functie $u_{uit} = -u_{in1}/u_{in2}$ uitvoert.
5. Ontwerp een thermometer op basis van de P_{1000} , maar nu uitgaande van spanningsmeting. Zorg er voor dat een T-verandering een U verandering oplevert over een belastingsweerstand die tussen 5 k Ω en 15 k Ω kan liggen. Geef systeem- en circuitontwerp.
6. Werk het ontwerp uit paragraaf 7.7.1, fig. 7.24, uit voor zowel een passieve als actieve integrator.
7. Ontwerp een circuit waarmee de effectieve waarde van een ingangsstroom tussen 1kHz en 10 kHz gemeten kan worden. De maximale waarde van de stroom is 15 mA. Zorg er voor dat de uitgang een spanning levert, die belast mag worden door een weerstand ≥ 10 k Ω , zodanig dat 10V overeenkomt met 10 mA_{eff}.
8. We hebben rekstrookjes van $120 \Omega \pm 1\%$ waar maximaal 20 mA door mag lopen om zelfverhitting te voorkomen. Ontwerp een schakeling waarbij een lineaire verandering van de weerstand van het rekstrookje een lineaire verandering van de uitgangsspanning tot gevolg heeft. Stel dat de maximale weerstandsverandering 10 m Ω bedraagt. De uitgangsspanning moet in dat geval 1 V bedragen.

3. Merk op dat bij het ontwerp van de effectieve waarde meter geen gedetailleerde specificaties gegeven zijn.

Hoofdstuk 8

Filterontwerp

Er is in hoofdstuk 4 afgeleid dat discrimineren in het frequentiedomein, filteren, een basissignaalbewerkingsfunctie is. In dit hoofdstuk wordt het ontwerpen van filters behandeld.

Er zijn boeken vol geschreven over het ontwerpen van filters en ook op internet zijn diverse pagina's te vinden over elektronische filters. Over het algemeen worden passieve of actieve filterschakelingen gepresenteerd die een hoogdoorlaat-, laagdoorlaat-, bandsper- of banddoorlaatkarakteristiek verwezenlijken. Vaak worden de schakelingen als een cascade van kant-en-klare eerste- en tweede-orde filterschakelingen gepresenteerd. Door het kiezen van de juiste componentwaarden kan men dan een gewenste karakteristiek, zoals Butterworth, Bessel, enz., verkrijgen. De juiste componentwaarden zijn uit te rekenen door in tabellen (zie bijv. [8][32]) de orde van het filter, het kantelpunt en de 'kwaliteitsfactor' op te zoeken. Hoe men aan de filterschakelingen komt en hoe deze tabellen samengesteld zijn wordt in deze referenties niet verklaard. Als ontwerper kan je je niet aan de indruk onttrekken dat je gereduceerd wordt tot iemand die alleen nog maar componentwaarden kan bepalen (dimensioneren van de schakeling) en weinig tot geen invloed kan uitoefenen op de fundamentele kwaliteitsaspecten van het filter, omdat hiervoor te weinig gegevens verstrekt worden in de genoemde literatuur.

In dit hoofdstuk wordt een ontwerp methode [33][19] gepresenteerd voor de synthese van analoge filters. Het uitgangspunt is dat een gegeven filterkarakteristiek, oftewel zijn overdrachtsfunctie, is uit te drukken als een differentiaalvergelijking. Deze differentiaalvergelijking is om te zetten naar een diagram dat integratoren en schalers bevat. De schalingsfuncties en integratoren zijn op eenvoudige wijze samen te stellen. Vervolgens worden de fundamentele beperkingen in kaart gebracht en de topologie van het ontwerp geoptimaliseerd.

Parameterspreiding beïnvloedt de nauwkeurigheid van het filter, daarom wordt er ook aandacht besteed aan het ontwerpen van nauwkeurige overdrachten met onnauwkeurig componenten.

8.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk moet de student

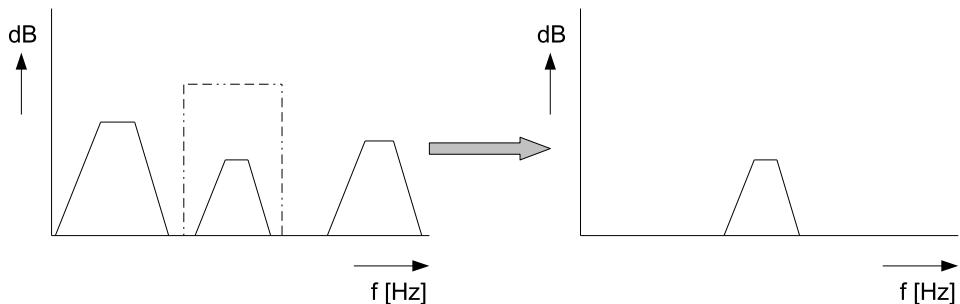
- weten dat filteren discrimineren in het frequentiedomein is
- weten wat frequentieselectie en shaping is
- een classificatie van filterimplementaties kunnen geven
- de verschillen tussen Butterworth-, Bessel- en Tschebyscheffkarakteristieken kunnen benoemen
- vanuit de formule voor de filteroverdracht ($H(s)$) een filterontwerp kunnen maken
- de filterimplementatie kunnen optimaliseren voor signaal-ruisverhouding; dynamisch bereik door gebruik te maken van 'schalen' van amplitude of vermogensoverdracht
- weten wat de voordelen en nadelen van klassieke filterimplementaties zoals Sallen-Key en multiple-feedback filters zijn
- de effecten van componentspreiding op de filterkarakteristiek kunnen analyseren
- de ligging van de polen van een n^{de} orde Butterworth-, Bessel- of Tschebyschefffilter kunnen bepalen.

8.2 Filtertoepassing

Filters worden in vele toepassingen gebruikt. Denk bijvoorbeeld aan het anti-aliasing filter voorafgaand aan een analoog-digitaal omzetter of kanaalselectie in een radio of televisietoestel. De te onderscheiden toepassingen vallen grofweg binnen

- frequentieselectie
- ‘shaping’

Het grootste verschil tussen frequentieselectie en shaping is dat selectie zorgt voor een onderscheid tussen het gewenste signaal en ongewenste signalen (zie figuur 8.1), terwijl shaping toegepast wordt om bepaalde frequenties van een gewenst signaal te benadrukken of te onderdrukken (zie figuur 8.2). Een voorbeeld



Figuur 8.1: Een selectiefilter (stippellijn) laat het gewenste signaal door en onderdrukt de ongewenste signalen.

van frequentieselectie is de eerder genoemde radio. Uit een groot aantal radiostations (op verschillende zendfrequenties) moet alleen het geselecteerde radiostation doorgelaten worden; de overige radiostations moeten ‘onderdrukt’ worden. Het geselecteerde radiostation wordt idealiter zonder verliezen doorgegeven, terwijl de overige radiostations idealiter 100 % onderdrukt worden: hun energie wordt door het filter gereflecteerd of gedissipeerd.

De radiotechniek levert ook een voorbeeld van shaping op. In het geval van frequentie modulatie (FM) hebben de hogere signalfrequenties meer last van ruis dan de lagere signalfrequenties, doordat het FM ruisspectrum t.g.v. FM-detectie paraboolvormig (kwadratisch) toeneemt met de frequentie [28]. Om toch een acceptabele signaal-ruisverhouding te behouden, worden de hogere audiofrequenties meer versterkt dan de lagere voordat het signaal uitgezonden wordt. Hiervoor wordt een zogenaamd pre-emphasis filter toegepast [34].

In de ontvanger worden de hogere frequenties weer evenveel verzwakt door een de-emphasisfilter zodat er een juiste weergave van het audiosignaal kan plaatsvinden. De extra ruis die de demodulator bij hogere frequenties toevoegt, wordt ook door het de-emphasisfilter verzwakt waardoor een verbetering van de signaal-ruisverhouding plaatsvindt [34]. Figuur 8.2 toont de pre-emphasis (fig. 8.2(a)) en de-emphasisfilterkarakteristieken (fig. 8.2(b)) zoals ze in Europa toegepast worden [34].

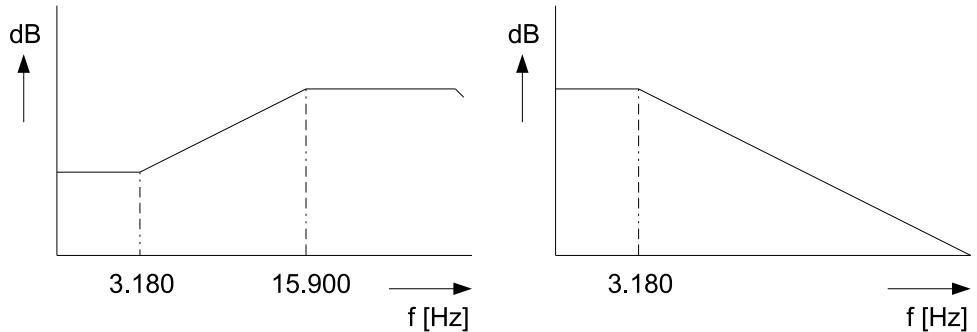
Vroeger werd shaping ook toegepast bij geluidsweergave van grammofoonplaten (waarbij de karakteristiek door de Record Industry Association of America (RIAA) is genormaliseerd) en van cassettebandjes (karakteristiek genormaliseerd door de National Association of Broadcasters (NAB)) [8].

De toonregeling (equalizer) van audiosystemen is een ander veelgebruikte toepassing van shaping. Het is, naar keuze, mogelijk de bastonen of juist de hogetonen te benadrukken of te dempen.

Een belangrijke toepassing is het zogenaamde anti-aliasing filter dat voor de analoog digitaal omzetter wordt geplaatst. Frequenties boven de Nyquist-frequentie worden ‘teruggevouwen’ naar een (stoer)signaal op een lagere frequentie en vervolgens gedigitaliseerd. Dit is een ongewenst effect en moet zoveel mogelijk voorkomen worden. Door het toepassen van een laagdoorlaatfilter kan de ontwerper er voor zorgen dat frequenties boven de Nyquist-frequentie zoveel onderdrukt worden dat de amplitude van de teruggevouwen alias dezelfde orde van grootte heeft als de ruis.

Ruis is altijd aanwezig. Wanneer de bandbreedte van de elektronische schakeling veel groter is dan de signaalbandbreedte, wordt de signaal-ruisverhouding kleiner. Door nu een filter toe te passen die de bandbreedte van de schakeling beperkt tot die van de signaalbandbreedte, zal de signaal-ruisverhouding weer groter worden.

Ten gevolge van elektromagnetische compatibiliteitsproblemen kunnen stoorsignalen uit de omgeving opgepikt worden die een correcte werking van de elektronica kan bemoeilijken. Met een filter kunnen



(a) Pre-emphasisfilter zoals toegepast in Europese FM-zenders.
(b) De-emphasisfilter zoals toegepast in Europese FM-ontvangers

Figuur 8.2: Met behulp van shaping kunnen bepaalde signaalfrequenties benadrukt of juist onderdrukt worden.

de stoorsignalen worden onderdrukt, waardoor er geen verstoring meer optreedt.

N.B. merk op dat koppel- en ontkoppelcondensatoren in elektronische schakelingen (samen met de relevante weerstanden van de schakeling) ook een filter vormen: er wordt onderscheid gemaakt tussen de gelijkstroom/-spanning en de signaalspanning of -stroom.

8.3 Filterspecificaties

Idealiter is de overdracht van een filter zoals met de stippellijn in figuur 8.1 geschat: een zogenaamde 'brick-wall' overdracht. Frequenties die binnen de doorlaatband vallen worden doorgelaten en frequenties die daar buiten vallen worden volledig gesperd. De flanken van het filter zijn oneindig steil.

In werkelijkheid zijn de flanken van een filter niet oneindig steil. Dat betekent de ongewenste frequenties wel verzwakt worden i.g.v. een selectiefilter, maar nog wel doorgelaten worden. Het blijkt dat wanneer we meer integrerende- of differentiërende acties in een filter aanbrengen, de flanken steiler worden (de orde van het filter neemt toe) en daardoor de gewenste selectiviteit beter benaderd wordt.

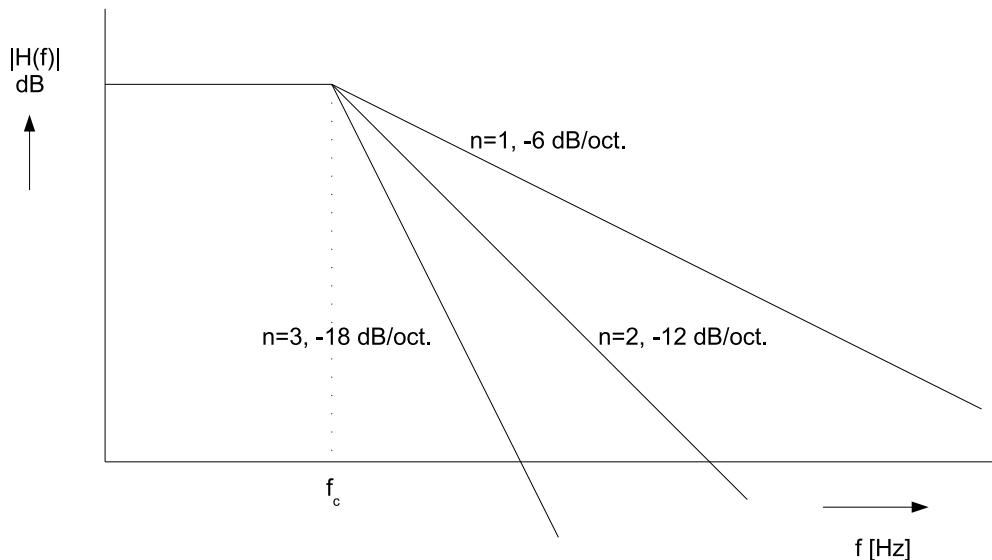
Figuur 8.3 toont een voorbeeld van laagdoorlaatfilters met dezelfde bandbreedte maar met verschillende orden. De kantelfrequentie ($f_c = \omega_c/(2\pi)$), ook wel -3 dB punt of kantelpunt genoemd, is in fig. 8.3 aangegeven. Het is duidelijk te zien dat naarmate de orde van het filter toeneemt, de overdracht meer die van het ideale laagdoorlaatfilter benadert.

In praktische situaties kunnen filters met een hogere-orde dan de eerste een overdracht vertonen die afwijkt van de ideale karakteristieken die in fig. 8.3 getoond worden. Zo kan het gebeuren dat de overdacht in de doorlaatband niet vlak is, maar een rimpel vertoont, of bij hoge frequenties niet monotoon blijft afnemen, maar lobben vertoont. Een en ander wordt getoond in fig. 8.4. De doorlaatband is dat frequentiebereik dat door het filter doorgelaten moet worden. De transitieband (transition band) is het gebied waarin het filtergedrag overgaat van de doorlaatband naar de stopband. De stopband is het gebied waarin de te onderdrukken frequenties een minimale hoeveelheid demping ondervinden. In het geval van zogenaamde elliptische filters (en ook digitale filters) valt op dat in dit gebied de demping geen constante hellijn heeft, maar lobben vertoont; de demping neemt toe en af. Bij de filterkarakteristieken die in dit hoofdstuk bestudeerd worden treden dergelijke lobben niet op. Het gebied waar de filterkarakteristiek een constante helling heeft bereikt, en daarbij een zekere mate van demping, kan dan als stopband worden beschouwd.

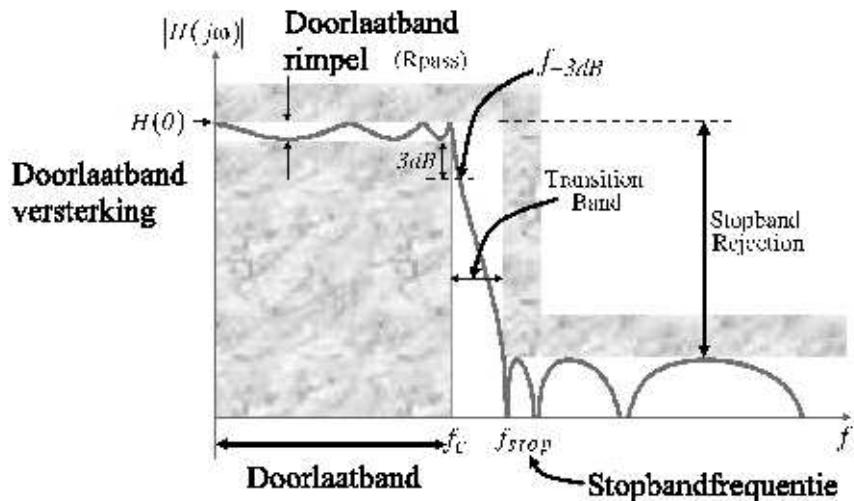
De specificaties van het filter volgen uit de toepassing. Er zijn meerdere specificaties van belang, zoals filtercurve, dynamische bereik, stroomverbruik en voedingsspanning [19]. De belangrijkste specificatie is de filtercurve. Vaak is het makkelijk om uit te gaan van bekende filtercurves zoals Butterworth, Bessel of Tschebyscheff.

8.3.1 Bepaling van de orde van het filter

Uit de specificaties van een toepassing volgt dat een filtercurve een bepaalde steilheid moet hebben en dus hoe groot de orde van het filter moet zijn. In het algemeen wordt de demping (D_{dB}) van een Butterworth



Figuur 8.3: Voorbeeld van laagdoorlaatfilters met dezelfde bandbreedte maar verschillende orden.



Figuur 8.4: Hogere-orde laagdoorlaatkarakteristiek zoals die voor kan komen. De doorlaatband, doorlaatbandversterking ($|H(0)|$), de doorlaatbandrimpel, de stopbandfrequentie, de stopbandrimpel en de ‘transition band’ zijn aangegeven.

filter¹ bij een willekeurige frequentie gegeven door [32]

$$D_{dB} = 10 \log (1 + \Omega^{2n}) \quad (8.1)$$

1. De Butterworth filterkarakteristiek benadert de ideale curves uit fig. 8.3.

waarbij n de orde van het filter en Ω de dimensiooze verhouding van signaalfrequentie en kantelfrequentie is.

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{f_s}{f_c} && \text{laagdoorlaatfilter} \\ \Omega &= \frac{f_c}{f_s} && \text{hoogdoorlaatfilter} \\ \Omega &= \frac{B_x}{B_{3dB}} && \text{banddoorlaatfilter} \\ \Omega &= \frac{B_{3dB}}{B_x} && \text{bandsperfilter}\end{aligned}\quad (8.2)$$

Vergelijking (8.1) kan omgeschreven worden naar een vorm waaruit de orde van het filter volgt wanneer de gewenste demping bij een zekere signaalfrequentie (f_s) en kantelpunt (f_c) bekend is.

$$n \approx \frac{1}{2} \frac{\ln(e^{(0.23D_{dB})} - 1)}{\ln \Omega} \quad (8.3)$$

Stel dat een laagdoorlaatfilter nodig is met een kantelfrequentie op 100 Hz en demping van 30 dB moet hebben op 600 Hz. Uit formule (8.3) volgt dat $n = 1,93$. De waarde van n moet afgerond worden naar het dichstbijzijnde, hogere, gehele getal (verklaar zelf waarom). In dit geval wordt $n = 2$. Moet deze demping gehaald worden bij 200 Hz en gelijkblijvende kantelfrequentie, dan volgt voor n een waarde van 5 (ga dit na).

Filters met een Bessel, Tschebyscheff² of elliptische-overdracht vertonen een ingewikkelder verband tussen de gewenste demping en de orde van het filter. Formule (8.3) kan echter toch gebruikt worden als eenvoudige eerste berekening voor de benodigde orde. Met behulp van ingewikkelder formules of simulaties kan het ontwerp gecontroleerd worden.

Naast de de beoogde hoofdtaak van discrimineren in het frequentiedomein, veroorzaken filters ook een onbedoogd effect: een frequentie afhankelijke fasedraaiing. Als de fasedraaiing lineair zou zijn met de frequentieverandering, dan zou het effect slechts het vertragen van signaal zijn [8]. Als de faseverandering echter niet-lineair is, zullen verschillende frequentiecomponenten van een niet-sinusvormig signaal verschillende vertragingstijden ondervinden, waardoor vervorming van het signaal optreedt. Het blijkt dat hoe steiler de transition band karakteristiek is, hoe groter de vervorming wordt [8].

8.3.2 Bepaling van het type overdracht

Eerste-orde filters hebben een overdracht en een faserelatie die vastliggen. Er zit geen variatie in. Hogere-orde filters vertonen echter een overdrachts- en fasekarakteristiek die bepaald wordt door de locatie van de complexe polen. Twee tweede-orde laagdoorlaatfilters, bijvoorbeeld, kunnen dezelfde bandbreedte hebben, maar verschillend faseverloop of de één kan een rimpel in de doorlaatband vertonen terwijl de ander een vlakke doorlaatband vertoont.

Er is een aantal bekende gestandaardiseerde karakteristieken (die naar hun uitvinder genoemd zijn), waarvan de eigenschappen kort besproken worden.

Eigenschappen van Butterworthfilters

Filters met een zogenaamde maximaal vlakke amplitude karakteristiek (de ‘versterking’ van de signalen in de doorlaatband is voor alle frequenties zo constant mogelijk) worden ook wel filters met een ‘Butterworth-karakteristiek’ genoemd. Nabij het kantelpunt wordt de overdracht ‘afgerond’ in de transitieband, om uiteindelijk in de stopband met 6·n dB/oct. af te vallen.

Wanneer het van belang is de amplitude-informatie van sinusvormige signalen zo goed mogelijk te behouden, dient dit type filter gekozen te worden.

Eigenschappen van Tschebyscheff-filters

Tschebyscheff-filters vertonen rimpel in de doorlaatband; de doorlaatbandversterking is niet constant. Vergeleken met de Butterworthoverdracht is dit een nadeel. Daar staat echter tegenover dat de Tschebyscheffoverdracht de gewenste transitieband helling met een lagere orde filter kan bereiken dan een Butterworthfilter [8]. In de stopband is helling van een n^e orde Tschebyscheff-filter echter gelijk aan de helling van een n^e orde Butterworthfilter.

2. Engelstalige literatuur gebruikt over het algemeen de volgende spelling: Chebyshev. In dit dictaat wordt de Nederlandse/Duitse spelling gehanteerd.

Eigenschappen van Elliptische filters

Elliptische filters (ook wel Cauer-filters genoemd) vertonen eveneens rimpel in de doorlaatband, maar een nog steilere overgang in de transition band dan Tschebyscheff-filters [8]. De prijs die hiervoor betaald moet worden is het niet-constant zijn van de helling in de stopband. De stopband vertoont zelfs lobben, de stopbandrimpel, waarin de demping lokale maxima en minima vertoont, zie fig. 8.4. Bij dit type filter is het zaak er zorg voor te dragen dat de stopband rejection bij alle te onderdrukken frequenties hoog genoeg is.

Eigenschappen van Besselfilters

De Bessel-karakteristiek vertoont de beste fase-lineariteit, maar de amplitude demping nabij het kantelpunt is minder scherp dan bij de Butterworth-karakteristiek. Bessel-filters zijn zogenaamde ‘linear phase’ filters. Ze zullen rechthoekige pulsen met een minimum aan vervorming en met een vertraging die linear proportioneel is met de faseverschuivingskarakteristiek doorlaten. Doorschot bij een stapresponsie is derhalve nul. Vanwege deze eigenschappen worden Bessel-filters soms toegepast voor verkrijgen van tijdvertragingen. Verder worden ze vaak toegepast in voltage-to-frequency converters, ‘running average’ filters en voor het filteren van blokvormige signalen in systemen voor pulsbreedtemodulatie [35].

Ter illustratie van de verschillen tussen de besproken standaardkarakteristieken tonen figuren 8.5 en 8.6 het Bode- en fasediagram respectievelijk de stapresponsie van derde-orde laagdoorlaatfilters. Het betreft hier simulatiresultaten.

Alle drie de typen laagdoorlaatfilters hebben een doorlaatbandversterking van -1 keer (0 dB) en een helling van -60 dB/dec. in de stopband (zie fig. 8.5(a)). Het verschil in demping in de stopband wordt veroorzaakt door de verschillende hellingen van de overdracht in de transition band. Het Tschebyscheff-filter is ontworpen voor een maximale rimpel in de doorlaatband van 1 dB, zie fig. 8.5(b).

8.4 Een classificatie van filterimplementaties

Zoals eerder in dit dictaat beschreven, is classificatie een effectieve manier om snel geschikte oplossingen voor het ontwerpprobleem te vinden. Een classificatie presenteert bestaande kennis op een gestuctureerde manier. Het verschilt t.o.v. de (encyclopedie-achtige) manier van presenteren van reguliere elektronica-boeken door de manier waarop de relatie tussen de verschillende klassen wordt gepresenteerd. Een encyclopedie presenteert de oplossingen sequentieel, terwijl een classificatie ook hiërarchie aanbrengt [19].

Classificatie begint met de precieze definitie van wat er geclassificeerd moet worden; in dit geval dus de filterfunctie. De structuur van de classificatie wordt sterk bepaald door deze definitie. Daarna worden de criteria voor de classificatie gekozen.

Voor de classificatie van filterimplementaties kunnen de volgende criteria gehanteerd worden [19]:

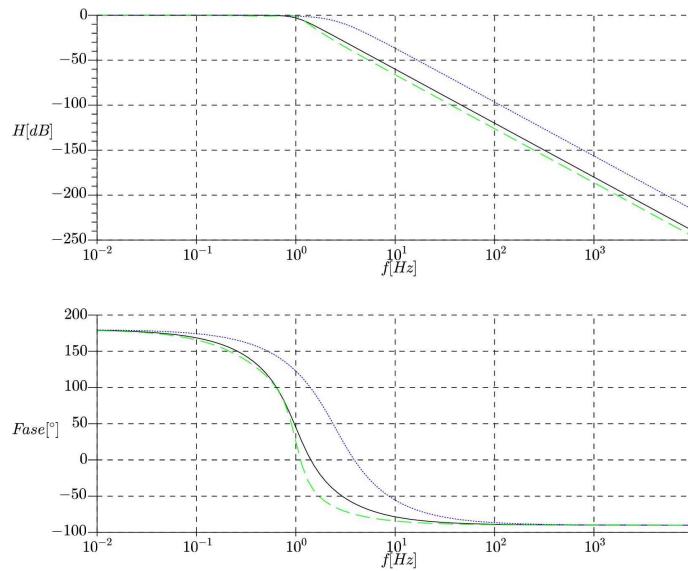
- tijdgedrag: continu (C) (‘continuous time’) of diskreet (D)
- magnitudegedrag: continu (C) of diskreet (D)
- uitvoeringstype: actief (A) of passief (P)
- type realisatie: diskreet (D) of geïntegreerd (G)

Met behulp van deze criteria kan de classificatieboom van figuur 8.7 gevonden worden [19].

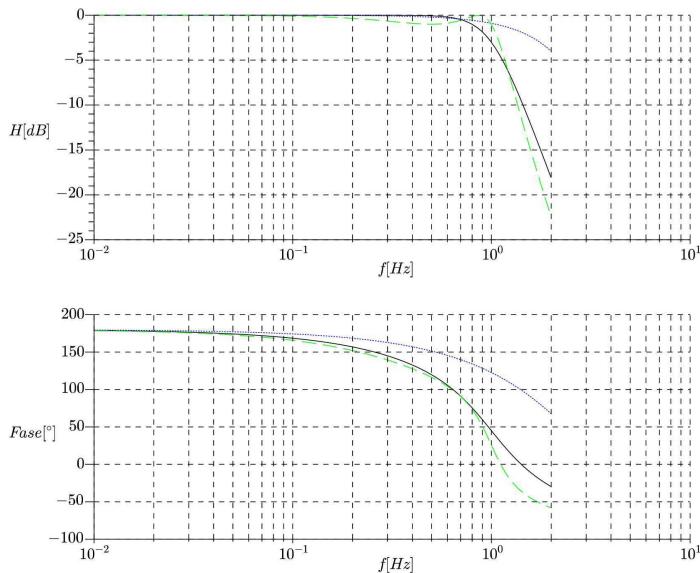
Actieve componenten zijn alle componenten die versterking kunnen leveren of als schakelaar/comparator kunnen fungeren (o.a. opamps, transistoren). Elk blokje uit de rijen ‘Tijd’ en ‘Magnitude’ van de classificatieboom (zie figuur 8.7) waar een ‘D’ in staat, moet dus met actieve componenten worden gerealiseerd. Hieruit volgt dat drie takken uit classificatieboom genegeerd kunnen worden (zie de gearceerde blokken): ‘CDPX’, ‘DCPX’, ‘DDPX’, waarbij de X voor de mogelijkheid D of G staat. Deze drie combinaties combineren een passieve uitvoering met een tijd- of amplitudediscreetgedrag. Omdat amplitude- en tijddiscreetgedrag alleen verkregen kan worden met behulp van actieve componenten, zijn deze combinaties onmogelijk.

Vijf hoofdklassen blijven over:

- CCAX: actieve tijdcontinue filters
- CCPX: passieve tijdcontinue filters
- CDAX: asynchrone digitale filters
- DCAX: sampled-data filters
- DDAX: synchrone digitale filters



(a) Overdracht van derde-orde laagdoorlaatfilters. In de stopband laten alle drie de types dezelfde helling zien: -60 dB/dec. In de transition band verschillen de hellingen aanzienlijk. Het faseverloop is het scherpst i.g.v. het Tschebyscheff-filter en vrijwel linear in het geval van het Besselfilter. Het faseverloop van het Butterworth filter is minder steil dan die van het Tschebyscheff-filter, maar steiler dan die van het Besselfilter.

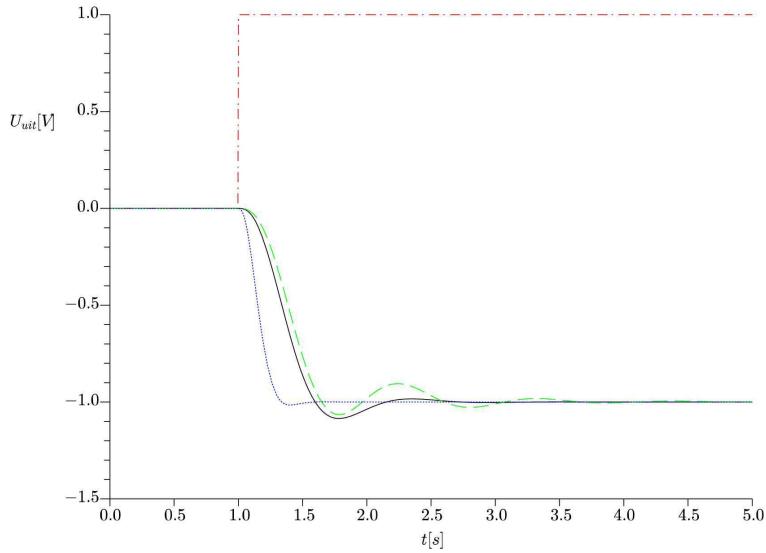


(b) Ingezoomde overdracht van derde-orde laagdoorlaatfilters. De Butterworthoverdracht is vlak, - 3 dB op 1Hz. De Tschebyscheffoverdracht toont een rimpel van 1 dB in de doorlaatband, -3 dB op 1,1 Hz. Bessel-overdracht is vlakker rond het kantelpunt, -3 dB op 1,77 Hz.

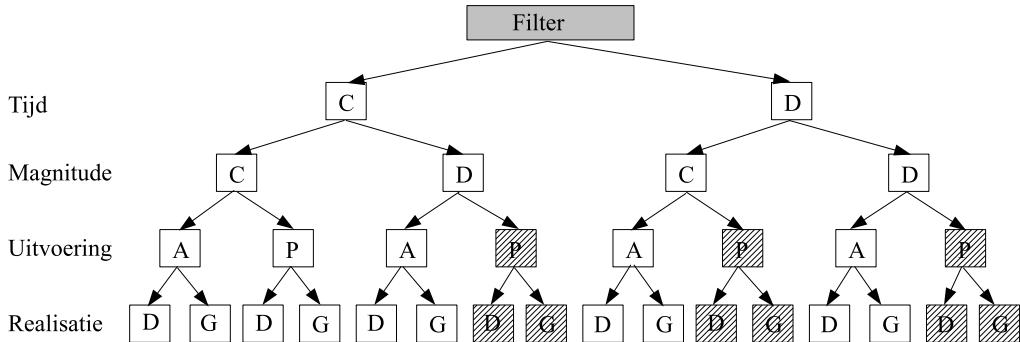
Figuur 8.5: Inverterende derde-orde laagdoorlaatfilters met een Butterworthkarakteristiek (zwart), een Besselkarakteristiek (blauw, gestippeld) en een Tschebyscheffkarakteristiek (groen, gestreept).

8.4.1 Actieve tijdcontinue filters

Bij dit type filter geldt dat alle mogelijk signaalwaarden op elk tijdstip belangrijk zijn en verwerkt worden. Met andere woorden: ze zijn analog. Actieve componenten worden gebruikt om filters zonder spoelen te



Figuur 8.6: Strapresensie (rood, streep-stippellijn) van de (inverterende) derde orde Butterworth-(zwart), Tschebyscheff- (groen, gestreept) en Besselfilters (blauw, stippels). Het is duidelijk te zien dat het Besselfilter het signaal minimaal vervormt, terwijl het Butterworth- en Tschebyscheff-filter het signaal vervormen. Het laatste type filter vervormt het meest omdat de fasekarakteristiek het steilst is.



Figuur 8.7: Classificatie van filterimplementaties.

implementeren.

Volledig passieve filters vereisen spoelen en condensatoren. Spoelen zijn over het algemeen groot (bij relatief lage frequentie) waardoor ze veel plaats innemen en bovendien zijn ze vrij slechte benaderingen van de inductantie. In i.c.-technologie zijn ze vanwege hun afmetingen (bij relatief lage frequentie) ook niet goed toepasbaar. Door actieve componenten toe te passen kan de werking van de zelfinductie goed gesimuleerd worden. De filters bestaan nu alleen uit actieve componenten en condensatoren, die over het algemeen de ideale capaciteit vrij goed benaderen.

Door de actieve implementatie is het ook mogelijk ze elektronisch afstembaar te maken, wat interessante toepassingen mogelijk maakt.

Een actieve implementatie heeft ook nadelen: de actieve componenten produceren ruis en hebben een beperkte uitsturingsruimte, tot maximaal de voedingsspanning; een (te) groot uitgangssignaal zorgt voor vervorming. vergeleken met volledig passieve filters hebben actieve filters een kleiner dynamisch bereik.

8.4.2 Passieve tijdcontinue filters

Passieve tijdcontinue filters worden alleen met passieve componenten uitgevoerd: R , L , C , microstriplines, enz. Doordat de uitsturing van deze filters niet beperkt wordt door een voedingsspanning en alleen de aanwezige weerstanden ruis produceren, kan het dynamisch bereik van deze filters extreem groot zijn. Alleen beperkingen t.g.v. verlies in de condensatoren, verzadiging van kernmateriaal in spoelen en vermogensdissipatie in weerstanden beperken de toelaatbare signaalamplitude.

Het hoogfrequentgedrag van deze filters wordt alleen bepaald door de bandbreedte van de passieve componenten. Daarom worden op extreem hoge frequenties (bijvoorbeeld microgolffilters) passieve filters gebruikt.

Ten opzichte van actieve tijdcontinue filters zijn deze filters minder makkelijk afstembaar te maken. Er zijn nu mechanisch instelbare condensatoren en/of spoelen nodig.

8.4.3 Asynchrone digitale filters

Wanneer de amplitude van een signaal is gediscretiseerd maar niet in de tijd, vinden we de asynchrone digitale filterklasse. Asynchrone digitale schakelingen werken zonder kloksignaal. Informatie wordt op het moment van aankomst verwerkt. Twee digitale woorden worden bijvoorbeeld bij elkaar opgeteld wanneer beiden bij de opteller zijn aangekomen. Op deze wijze zijn er geen ‘clock-skew’ problemen³. Tegenwoordig is het een groot probleem om de skew in het hoogfrequente kloksignaal op een chip te minimaliseren [19].

Voor zover bekend zijn er (nog) geen implementaties van dit type filter [19]. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat voor filtering in het frequentiedomein relatieve tijdinformatie nodig is. Wanneer de tijdsrelatie tussen de digitale woorden onbepaald is, is het moeilijk (misschien onmogelijk ?) om deze woorden te gebruiken voor filtering in het frequentiedomein. N.B. wanneer het bemonsteren van het (analoge) signaal synchroon is, vervalt dit probleem.

8.4.4 Sampled-data filters

Sampled data filters vertonen een continue amplitudegedrag en een diskreet tijdgedrag. Het filter reageert alleen op tijddiskrete momenten op het ingangssignaal. Schwitcched-capacitor filters zijn voorbeelden van sampled-data filters. In dit type filter zijn de weerstanden vervangen door geschakelde condensatoren en opamps [8].

Wanneer de schakelfrequentie minimaal twee keer zo hoog is als de maximale signaalfrequentie, hebben deze filters hetzelfde dynamische bereik als analoge tijdcontinue filters. Dit komt doordat de geschakelde condensator een exacte replica van een weerstand is voor signalen met een frequentie tot de halve bemonsteringsfrequentie. Natuurlijk wordt er door de schakelactie wel storing in het filter geïnjecteerd.

Door het tijddiskrete karakter kunnen met deze filters overdrachten gerealiseerd worden die niet mogelijk zijn met tijdcontinue filters, bijvoorbeeld finite input response (FIR) filters. Afstemmen van deze filters is ook eenvoudig door de schakelfrequentie aan te passen.

Switched-capacitor filters worden vanwege hun diskrete tijdgedrag (vaak is de bandbreedte beperkt) toegepast bij audiofrequenties [8].

8.4.5 Synchrone digitale filters

Deze filterklasse vertoont zowel een amplitudediskreet- als een tijddiskreet karakter. Filtering wordt verkregen door numerieke bewerkingen op de data uit te voeren (bijvoorbeeld met een computer of digitale signaalprocessor (DSP)). De opeenvolgende digitale woorden hebben een gedefinieerde tijdsrelatie.

De filterkarakteristiek kan eenvoudig gewijzigd worden door een ander algoritme te gebruiken.

8.5 Subklassen van tijdcontinue en amplitudecontinue filters

In dit dictaat beperken we ons tot de subklasse van tijdcontinue en amplitudecontinue filters. Sampled-data filters en synchrone digitale filters worden bij andere vakken behandeld.

Om te kunnen filteren hebben we netwerklementen nodig die een frequentieafhankelijk karakter hebben: de condensator en de spoel. Voor ontwerpdoeleinden gaan we in eerste instantie uit van eenvoudige, ideale modellen, dus in plaats van de condensator en spoel werken we verder met de capaciteit en zelf-inductie. Omdat dit hoofdstuk zich richt op het ontwerpen van actieve filters (waarbij de zelfinductie niet nodig is) beperken we ons voorlopig tot de capaciteit.

3. Clock-skew is het verschijnsel dat het kloksignaal op verschillende tijdstippen bij de diverse digitale componenten aankomt, waardoor er timing-problemen optreden. Het kloksignaal zou bijvoorbeeld eerst bij een zendend register en dan pas bij een ontvangend register (of andersom) aan kunnen komen.

Er zijn vijf verschillende typen filters te onderscheiden:

- laagdoorlaatfilter
- hoogdoorlaatfilter
- banddoorlaatfilter
- bandsperfilter
- ‘all-pass’ filter die niet de amplitude van de signalen beïnvloedt, maar wel de fase verschuift.

8.5.1 Eerste-orde filters

Een zogenaamd eerste-orde filter wordt met behulp van één capaciteit of één zelf-inductie gerealiseerd. Eerste-orde laagdoorlaatfilters zullen boven de kantelfrequentie ω_c een verzwakking van het signaal vertonen die twee maal ($20 \cdot \log 2 = 6$ dB) zo groot wordt als de frequentie verdubbelt (een octaaf). Als de frequentie vertienvoudigt (decade) neemt de verzwakking een factor 10 ($20 \cdot \log 10 = 20$ dB) toe. De overdrachtskarakteristiek van het laagdoorlaatfilter vertoont dus een helling van -6 dB/oct. of -20 dB/decade [1], zie fig. 8.3.

In geval van een eerste-orde hoogdoorlaatfilter is de helling +6 dB/oct. (of +20 dB/dec) tot ω_c .

Vergelijking (8.4) toont het verband tussen de spanning over een condensator wanneer een (signaal)stroom aangeboden wordt, terwijl (8.5) een uitdrukking geeft voor stroom door de condensator als er een (signaal)spanning aangeboden wordt. De Laplace operator s wordt hier gebruikt om de frequentieafhankelijkheid aan te geven ($s \sim j\omega$)

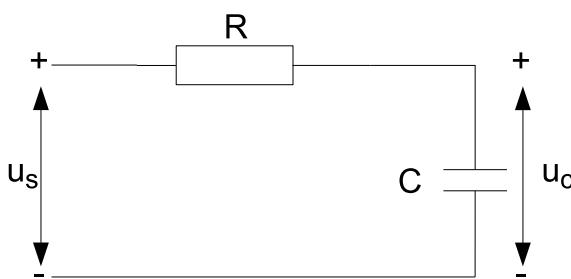
$$u = \frac{i}{sC} \quad (8.4)$$

$$i = u \cdot sC \quad (8.5)$$

Vergelijking (8.4) toont een eerste-orde laagdoorlaatkaracteristiek. Wat opvalt is dat $H(0) = 1/0$ oneindig is en dat het kantelpunt waarbij $H(s)$ begint af te nemen dichtbij 0 Hz ligt. We zeggen nu dat dit filter een pool in de oorsprong heeft. De benaming voor dit type filter is ‘integrator’⁴.

De vergelijking voor de ‘differentiator’ wordt door (8.5) gegeven⁵. Hier valt op dat $H(0) = 0$ en dat de stroom door de condensator toeneemt bij gelijkblijvende signaalspanning en toenemende frequentie. In dit geval hebben we een nulpunt in de oorsprong.

Geregeld wil men een signaalspanning filteren met een eerste-orde filter, waarbij men ook weer in de uitgangsspanning geïnteresseerd is. Om dit voor elkaar te krijgen wordt de signaalspanning via een weerstand omgezet in een stroom welke vervolgens door een capaciteit geïntegreerd wordt. Figuur 8.8 toont de configuratie.



Figuur 8.8: Passief eerste-orde laagdoorlaatfilter.

Merk op dat de ideale integrerende actie gecorrumpeerd wordt. De condensator integreert de stroom i weliswaar (nagenoeg) ideaal, maar i wordt bepaald door de weerstand en het spanningsverschil over de weerstand. Het spanningsverschil hangt af van de condensatorspanning u_c , die weer gerelateerd aan de stroom is: i zal dus frequentieafhankelijk zijn i.p.v. constant. In formulevorm vinden we voor de

4. Integratoren die met behulp van opamps zijn gerealiseerd zijn in het eerste jaar behandeld en zullen verder als bekend verondersteld worden.

5. Differentiatoren die met behulp van opamps zijn gerealiseerd zijn in het eerste jaar behandeld en zullen verder als bekend verondersteld worden.

stroom in dit circuit:

$$\begin{aligned} i &= \frac{u_s - u_c}{R} = \frac{u_s - \frac{i}{sC}}{R} = \frac{u_s}{R} - \frac{i}{sRC} \Leftrightarrow \\ i \left(\frac{1 + sRC}{sRC} \right) &= \frac{u_s}{R} \Leftrightarrow \\ i &= u_s \frac{sC}{1 + sRC} \end{aligned} \quad (8.6)$$

De stroom i wordt door C geïntegreerd wat voor de uiteindelijke spanning over de capaciteit de volgende formule oplevert:

$$u_c = i \cdot \frac{1}{sC} = u_s \frac{1}{1 + sRC} \quad (8.7)$$

De overdrachtsfunctie is $H(s) = u_c/u_s$ en dus gelijk aan

$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{p}{s + p}. \quad (8.8)$$

$H(0)$ is gelijk aan 1. De pool vindt men door de noemer gelijk aan nul te stellen: $1 + sRC = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{RC}$. Merk op dat de pool (afgezien van het minteken) gelijk is aan de kantelfrequentie.

Door de invloed die de uitgangsspanning heeft op de stroom wordt de ideale integrerende actie van de capaciteit dus verstoord en als resultaat hebben we nu een overdracht die overeenkomt met de $n = 1$ curve in fig. 8.3.

Wanneer de R en C van plaats verwisselen en we spanning over R als functie van de frequentie inventariseren, stuiten we op de duale situatie. Er wordt een eerste-orde hoogdoorlaatkarakteristiek gevonden, waarvan de overdracht gegeven wordt door (ga dit zelf na!):

$$H(s) = \frac{sRC}{1 + sRC} = \frac{s}{s + p} \quad (8.9)$$

De teller wordt nul wanneer $s=0$; er is een nulpunt in de oorsprong. $H(0)$ is ook gelijk aan nul. Er wordt dezelfde pool gevonden als in het geval van het eerste-orde laagdoorlaatfilter.

De overdracht is dus nul bij $\omega = 0$. Bij hoge frequenties is de 1 in de noemer te verwaarlozen t.o.v. de waarde van $j\omega RC$, daarom vinden we in dat geval voor de overdracht $H(\omega) = RC/RC = 1$. Tussen $\omega = 0$ en kantelfrequentie ω_c vertoont de overdracht een helling van + 6 dB/oct. (Ga dit na).

Wanneer een hoogdoorlaatfilter en een laagdoorlaatfilter gecascadeerd worden kan ‘banddoorlaatfilter’ gemaakt worden. Om echter een eerste-orde banddoorlaatfilter karakteristiek te krijgen, moet gelden dat de verhouding van het hoogdoorlaatkantelpunt en het laagdoorlaatkantelpunt groter is dan een factor 2 (oftewel ze liggen minimaal een octaaf uit elkaar) [32].

8.5.2 State-space description van filters

Er zal gebruik gemaakt worden van een methode om actieve filters te implementeren vanuit de formule voor de overdracht. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van integratoren, optel- en/of aftrekfuncties en vermenigvuldigen met constantes (ook wel ‘schalen’ of ‘scaling’ genoemd). Deze methode levert een ontwerp van het filter op waarvan duidelijk is welke filtereigenschappen op welke plek in het filter en door welke componenten bepaald worden. Met andere woorden, er is sprake van unilateraleit van de componenten en orthogonaliteit van de componenten en de implementatie van de filterfunctie [36]. Mogelijk kan men in de literatuur voor bepaalde filterfuncties oplossingen met minder componenten vinden. Die hebben echter als nadeel dat orthogonaliteit tussen filterparameters en componenten verloren is gegaan.

Om tot een elektronische implementatie van deze filterfuncties te komen, gaan we een zogenaamde **toestandsbeschrijving** of **state-space description** opstellen. Stel dat de filteroverdrachten bestaan uit een polynoom in de teller en een polynoom in de noemer, waarbij de orde van de noemer (n) groter of gelijk is aan die van de teller. Een n^e orde filter bestaat uit n integrators⁶ [33].

Er moet nu een model samengesteld worden die de verbanden tussen de ingangen en uitgangen van de integratoren, schalers en de in- en uitgangen van het filter representeren. Als de uitgangssignalen van alle integratoren nu X genoemd worden, de ingangssignalen U en de uitgangssignalen Y kunnen de volgende relaties gevonden worden: De ingangssignalen van de integratoren (sX) kunnen bestaan uit een

6. Theoretisch kunnen differentiatoren ook gebruikt worden, maar praktisch gezien leveren die vaak stabiliteitsproblemen op.

fractie van het uitgangssignaal van de integratoren zelf (schaalfactor **A**) en een geschaalde factor van het ingangssignaal (schaalfactor **B**). Het uitgangssignaal van het filter bestaat weer uit een geschaalde versie van de uitgangssignalen van de integratoren (schaalfactor **C**) en, mogelijk, een geschaalde versie van het ingangssignaal (schaalfactor **D**). Merk op dat voor verschillende typen filters de schaalfactoren verschillende waardes (zelfs nul) kunnen hebben. Deze verbanden kunnen als volgt in formules worden gemodelleerd [33][19]:

$$\begin{aligned} s\mathbf{X} &= \mathbf{AX} + \mathbf{BU} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{CX} + \mathbf{DU} \end{aligned} \quad (8.10)$$

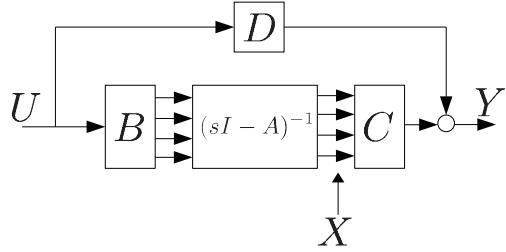
Omdat er meerdere ingangen, uitgangen en integratoren kunnen zijn, kunnen er meerdere vergelijkingen opgesteld worden die **A**, **B**, **C** en **D** beschrijven. Die vergelijkingen kunnen weer in matrixnotatie gegeven worden, vandaar dat ze dik geschreven zijn.

Wanneer men uitgaat van matrices en de overdracht uitrekent, blijkt deze gegeven te worden door [19][33]:

$$H(s) = \frac{Y}{U} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}, \quad (8.11)$$

waarbij I de $n * n$ de eenheidsmatrix of identiteitsmatrix is.

Schematisch worden de hier gepresenteerde relaties weergegeven in figuur 8.9.



Figuur 8.9: Toestandsbeschrijving of state-space description.

Het ontwerpen van filters komt nu neer op het vinden van de matrices **A**, **B**, **C** en **D**. Dit lijkt nu misschien erg ingewikkeld en abstract, maar blijkt in de praktijk erg mee te vallen. Het ontwerpen van filters met behulp van de toestandsbeschrijving zal aan de hand van eerste- en hogere-orde filters gedemonstreerd worden.

Nota Bene er zal in dit hoofdstuk telkens vanuit gegaan worden dat de doorlaatbandversterking 0 dB bedraagt.

8.5.3 Implementeren van eerste-orde filters

Het ontwerpen van filters met behulp van de methode die in paragraaf 8.5.2 beschreven is zal hier voor eerste-orde filters gedemonstreerd worden.

Tabel 8.1 geeft een overzicht van een drietal eerste-orde filterfuncties. Om tot een toestandsbe-

Tabel 8.1: Eerste-orde filterfuncties

Laagdoorlaatfilter	$H(s) = \frac{p}{s+p} = \frac{\omega_c}{s+\omega_c}$
Hoogdoorlaatfilter	$H(s) = \frac{s}{s+p} = \frac{s}{s+\omega_c}$
All-pass filter	$H(s) = \frac{s-p}{s+p} = \frac{s-\omega_c}{s+\omega_c}$

schrijving te komen, wordt de filteroverdrachtsfunctie als differentiaalvergelijking geschreven. Voor de laagdoorlaatfilterfunctie volgt hieruit:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}, \quad (8.12)$$

wat om te schrijven is naar

$$U(s)\omega_c = Y(s)s + Y(s)\omega_c, \quad (8.13)$$

waarbij U de ingang van het filter en Y de uitgang van het filter is (zie figuur 8.9). De Laplace operator s betekent differentiëren, in geval van filters naar de tijd. De differentiaalvergelijking kan dus geschreven worden als:

$$\begin{aligned}\omega_c u(t) &= \dot{y}(t) + \omega_c y(t) \Rightarrow \\ \dot{y}(t) &= \omega_c u(t) - \omega_c y(t)\end{aligned}\quad (8.14)$$

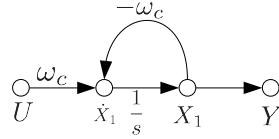
We moeten nu tot een beschrijving in de vorm van

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

zien te komen. Hiervoor introduceren we de staat ‘ x_1 ’ dat de uitgangsstaat van een integrator voorsteld. De ingang van het filter is natuurlijk de afgeleide naar de tijd van de uitgang van de integrator:

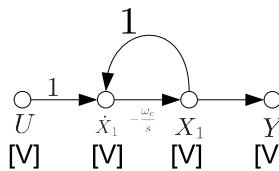
$$\begin{aligned}x_1(t) &= y(t) \\ \dot{x}_1(t) &= \dot{y}(t)\end{aligned}$$

De toestandsbeschrijving wordt nu: $\dot{x} = Ax + Bu \Rightarrow \dot{x}_1 = (-\omega_c)x_1 + (\omega_c)u$; $A = -\omega_c$ en $B = \omega_c$ in dit geval. Voor de uitgangsvergelijking wordt nu gevonden: $y = Cx + Du \Rightarrow y = -\omega_c^{-1}\dot{y} + u \Rightarrow y = -\omega_c^{-1}x_1 + u \Rightarrow y = -\omega_c^{-1}((- \omega_c)x_1 + (\omega_c)u) + u \Rightarrow y = x_1$; $C = 1$ en $D = 0$. Met behulp van een zogenaamde ‘signal-flow’ diagram kunnen de gevonden relaties getekend worden, zie figuur 8.10:



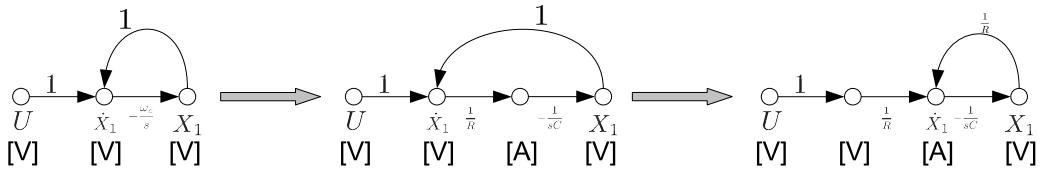
Figuur 8.10: Signal-flow diagram van een eerste-orde laagdoorlaatfilter.

De overdracht van een actieve integrator is gelijk aan $H(s) = -1/(sRC) = -\omega_c/s$. Deze overdracht moet op de plek van de ideale integratorfunctie $1/s$ in figuur 8.10 geplaatst worden. Er moet nu echter wel rekening gehouden worden met deze andere overdracht, zodat de overdrachten in de andere signal-flow takken geschaald moeten worden zodat de filterfunctie gelijk blijft. Dat is gedaan in fig. 8.11. De $-\omega_c$ overdracht van X_1 naar \dot{X}_1 is gelijk aan -1 gebleven om te zorgen dat er tegenkoppeling blijft; de overdracht van U naar \dot{X}_1 is 1 gemaakt. Dit zorgt er wel voor dat het filter een inverterende overdracht krijgt (180° phasedraaiing in de doorlaatband). Indien dit niet gewenst is, kan deze overdracht -1 gemaakt worden of de overdracht van X_1 naar Y kan -1 gemaakt worden. Voor de overdracht blijft dat gelijk. N.B. hieruit blijkt al dat er voor de uiteindelijke implementatie meerdere mogelijkheden zijn.

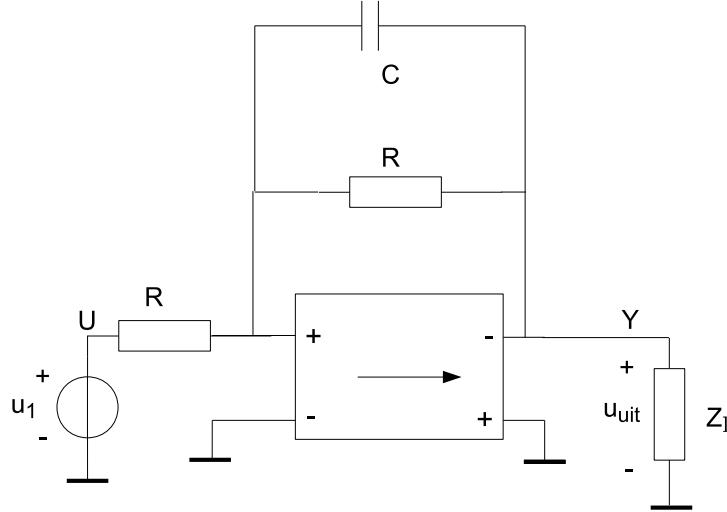


Figuur 8.11: Signal-flow diagram van een eerste-orde laagdoorlaatfilter, rekening houdend met de overdracht van een actieve integrator. Tevens zijn de eenheden van de signalen bij de toestanden aangegeven.

De volgende stap is verder kijken hoe de optelactie in \dot{X}_1 geïmplementeerd moet worden. Zoals figuur 8.11 laat zien, hebben we in alle toestanden de eenheid volt. Spanningen bij elkaar optellen is lastiger dan stromen optellen, dus kiezen we er hier voor om de spanningen om te zetten naar stromen en die bij elkaar op te tellen. Figuur 8.12 toont hoe we van spanning naar stroom kunnen gaan. Eerst wordt de overdracht van de actieve integrator opgesplitst in een geleidingsoverdracht ($1/R$) en een actieve capaciteit ($-1/(sC)$). Omdat de overdracht $1/R$ lineair is, mag het optelpunt naar rechts ([A]) geschoven worden. Natuurlijk moet nu wel de overdracht van 1 van X_1 naar het optelpunt veranderd worden in $1/R$.



Figuur 8.12: Van spanningen optellen naar stromen optellen.



Figuur 8.13: Implementatie van een eerste-orde laagdoorlaatfilter.

om dezelfde eenheden te krijgen en de overdracht tussen de verschillende staten gelijk te houden. Hieruit volgt nu rechtstreeks de elektronische implementatie zoals die in figuur 8.13 te zien is. De nulor met de capaciteit in de tegenkoppelbus vormt een integrator die stroom naar spanning omzet. De $1/R$ functie van X_1 naar de het optelpunt (de ingang van de nulor) wordt gevormd door de weerstand met de waarde R . De overdracht van $1/R$ van de filteringang naar het optelpunt wordt ook weer gevormd door een weerstand met waarde R . Van U naar de filteringang is een overdracht van '1', die gewoon door een doorverbinding vervangen kan worden.

Voor het hoogdoorlaatfilter kan hetzelfde gedaan worden. Voor de differentiaalvergelijking volgt

$$\dot{u}(t) = \dot{y}(t) + y(t)\omega_c \quad (8.15)$$

De toestandsbeschrijving werkt echter niet met $u(t)$ en niet met de afgeleide ($\dot{u}(t)$). De differentiaalvergelijking moet geïntegreerd worden om de afgeleide van $u(t)$ kwijt te raken. Dat levert op:

$$u(t) + c = y(t) + d + \omega_c \int y(t)dt \quad (8.16)$$

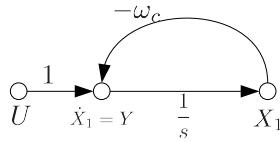
De constanten c en d ontstaan t.g.v. het integreren. Door nu $c = d$ te kiezen vereenvoudigt de formule tot $u(t) = y(t) + \omega_c \int y(t)dt$. Er zijn nu weer twee toestanden te definiëren:

$$\begin{aligned} x_1 &= \int y(t)dt \\ \dot{x}_1 &= y(t) \end{aligned} \quad (8.17)$$

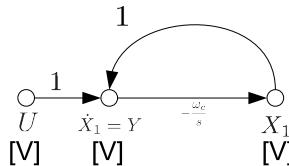
Voor de toestandsbeschrijving volgt nu:

$$\dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + u, \quad (8.18)$$

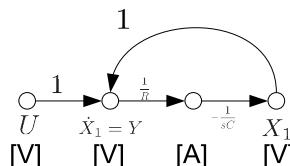
met $A = -\omega_c$ en $B = 1$. Voor de uitgangsvergelijking vinden we $y = \dot{x}_1$. Figuur 8.14 toont het bijbehorende signal-flow diagram. \dot{X}_1 en Y zijn gelijk aan elkaar (dezelfde staat). In figuur 8.15 is de overdracht van



Figuur 8.14: Signal-flow diagram van een eerste-orde hoogdoorlaatfilter.



Figuur 8.15: Eerste-orde hoogdoorlaatfilter met actieve integrator.

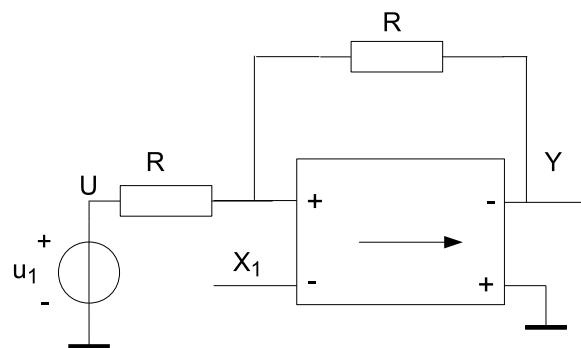
Figuur 8.16: Eerste-orde hoogdoorlaatfilter met aparte $1/R$ en $1/(sC)$ overdrachten van de integrator.

de actieve integrator weergegeven en staan de gewenste eenheden bij de staten vermeld. Ga na dat de overdracht Y/U in beide figuren gelijk is (op een min-teken; 180° fasedraaiing na). Figuur 8.16 toont het signal-flow diagram met de integrator opgesplitst in een geleidingsoverdracht en een actieve capaciteit.

We zullen twee verschillende implementaties bekijken.

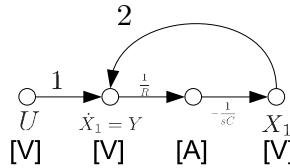
Implementatie I

In dit geval wordt er voor gekozen om het optellen van de signalen ($y = \dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + u$) niet in het stroomdomein te doen, maar in het spanningsdomein. Optellen in het spanningsdomein zou kunnen door gebruik te maken van een nullor met tegenkoppeling. De uitgang van de nullor is dan toestand y (en dus ook het uitgangssignaal). Het ingangssignaal u kan via een geleiding ($1/R$) naar de tegengekoppelde ingang omgezet worden naar een stroom welke via de tegenkoppeling R omgezet wordt naar een spanning (zie figuur 8.17). De spanning afkomstig van X_1 wordt aan de andere ingang van de nullor aangeboden. De overdracht van X_1 naar de uitgang is 2 (Ga dit na.). Hiermee verandert het signal-flow diagram naar



Figuur 8.17: Optellen van twee signalen in het spanningsdomein.

die zoals in figuur 8.18 getoond wordt. Vergelijk met figuur 8.16.

Figuur 8.18: signal-flow diagram met overdracht van 2 keer van X_1 naar \dot{X}_1 .

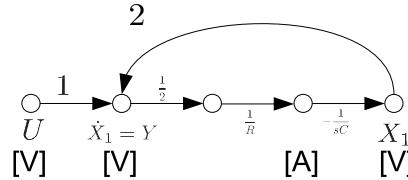
We hebben nu de overdrachten $\dot{X}_1 = U - 2X_1$ en $X_1 = \dot{X}_1 \cdot 1/sRC$. Na enig rekenwerk volgt hieruit dat de overdracht naar \dot{X}_1 (en dus de uitgang) gelijk wordt aan

$$\dot{X}_1 = U \frac{s}{s + 2\omega_c}$$

Reken dit na! Het kantelpunt is een factor 2 omhooggegaan, d.w.z. het kantelpunt ligt op een frequentie die twee keer te hoog is. Door de formules voor $\dot{X}_1 = U - 2X_1$ en $X_1 = \dot{X}_1 \cdot 1/sRC$ (en de uitwerkingen) te bestuderen, volgt dat wanneer $X_1 = \dot{X}_1 \cdot \omega_c/2s = \dot{X}_1 \cdot 1/s^2RC$ is, de overdracht weer gewenste vorm krijgt:

$$\dot{X}_1 = U \frac{s}{s + \omega_c}$$

Figuur 8.19 toont het resulterende signal-flow diagram. Zoals te zien is, vindt nog steeds een omzetting

Figuur 8.19: Eerste-orde hoogdoorlaatfilter met aparte $1/R$ en $-1/(sC)$ overdrachten van de integrator.

van u naar i plaats met behulp van een geleiding $1/R$, waarna i geïntegreerd wordt naar een spanning met behulp van $-1/sC$. De factor $1/2$ is een aparte (dimensieloze) omzetting, die zowel voor $1/R \cdot -1/sC$ (zoals in fig. 8.19), als erna geplaatst kan worden.

De uiteindelijke implementatie volgt op een logische wijze uit het signal-flow diagram van figuur 8.19 en is te zien in figuur 8.20. Hier is er voor gekozen om de factor $1/2$ en de weerstand samen te nemen tot een weerstand met de waarde $2R$. N.B. merk op dat wanneer de vermenigvuldigingsfactor $1/2$ na $1/R \cdot -1/sC$ wordt geïmplementeerd, aan de uitgang van de integrator een spanningsdeler geplaatst moet worden die de uitgangsspanning van de integrator halveert.

Implementatie II

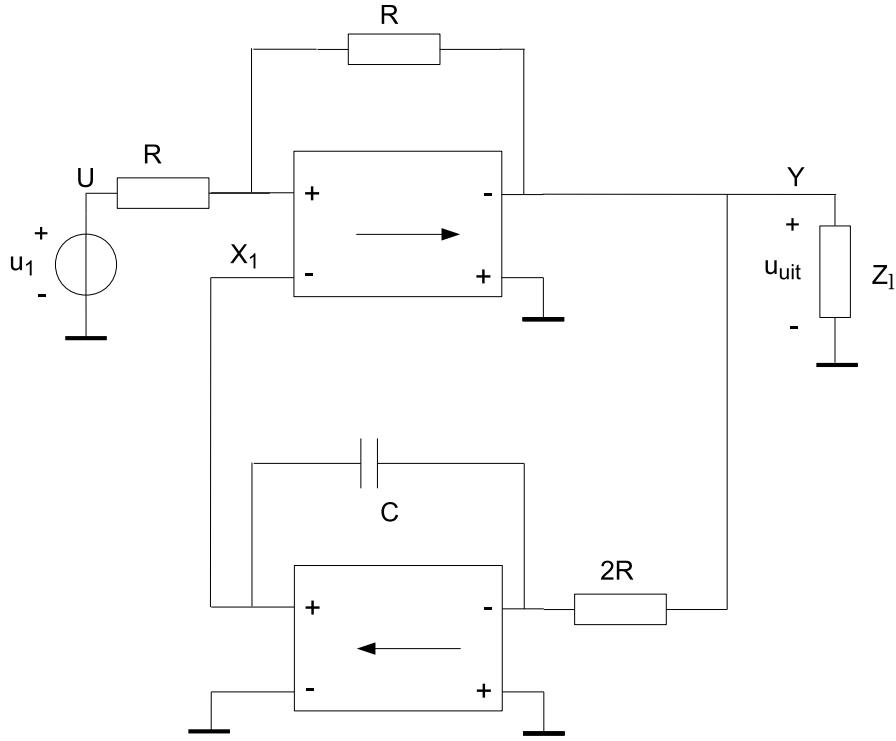
Bij de tweede implementatie wordt het optellen van de signalen ($y = \dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + u$) in het stroomdomein uitgevoerd. Figuur 8.16 vormt het uitgangspunt waarvandaan het ontwerp verder wordt geïmplementeerd.

De spanningen van u en x_1 moeten vermenigvuldigd worden met een geleiding $1/R$, waarna beide stromen bij elkaar opgeteld worden. De uitkomst van deze sommatie is $Y = \dot{X}$. Omdat Y weer de eenheid spanning moet hebben, moet deze stroom weer naar een spanning omgezet worden via een ‘ R -tak’; omdat hiervoor een transimpedantieversterker gebruikt wordt, is de werkelijke overdracht $-R$. Dit spanningssignaal zal dan weer aan de integrator aangeboden worden, zie figuur 8.21. Dat betekent dat er een nullor nodig is om de gesommeerde stromen om te zetten naar een spanning, een nullor voor de integrator en (omdat er $-1/R$ van X_1 naar het sommatiepunt moet) nog een nullor om als invertor te dienen. Figuur 8.22 toont de implementatie met nullors. Het moge duidelijk zijn dat deze implementatie (veel) meer componenten kost dan de implementatie van figuur 8.20.

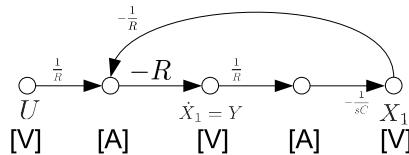
All-pass filter

De overdracht van het all-pass filter is te schrijven als

$$H(s) = \frac{s - \omega_c}{s + \omega_c} = -\frac{\omega_c}{s + \omega_c} + \frac{s}{s + \omega_c} = -H_0(s) + \frac{s}{\omega_c} H_0(s) \quad (8.19)$$



Figuur 8.20: Mogelijke implementatie van een eerste-orde hoogdoorlaatfilter met kantelpunt op $\omega_c = \frac{1}{RC}$.



Figuur 8.21: Eerste-orde hoogdoorlaatfilter met aparte $1/R$ en $1/(sC)$ overdrachten van de integrator.

Uitwerken van de uitdrukking voor $H_0(s)$ geeft als resultaat: $sy_0(s) + \omega_c y_0(s) = \omega_c u(s)$, wat weer als differentiaalvergelijking geschreven kan worden: $\dot{y}_0(t) = -\omega_c y_0 + \omega_c u$. De volgende twee toestanden kunnen gedefinieerd worden

$$\begin{aligned} x_1 &= y_0 \\ \dot{x}_1 &= \dot{y}_0, \end{aligned}$$

waaruit de toestandsbeschrijving

$$\dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + \omega_c u \quad (8.20)$$

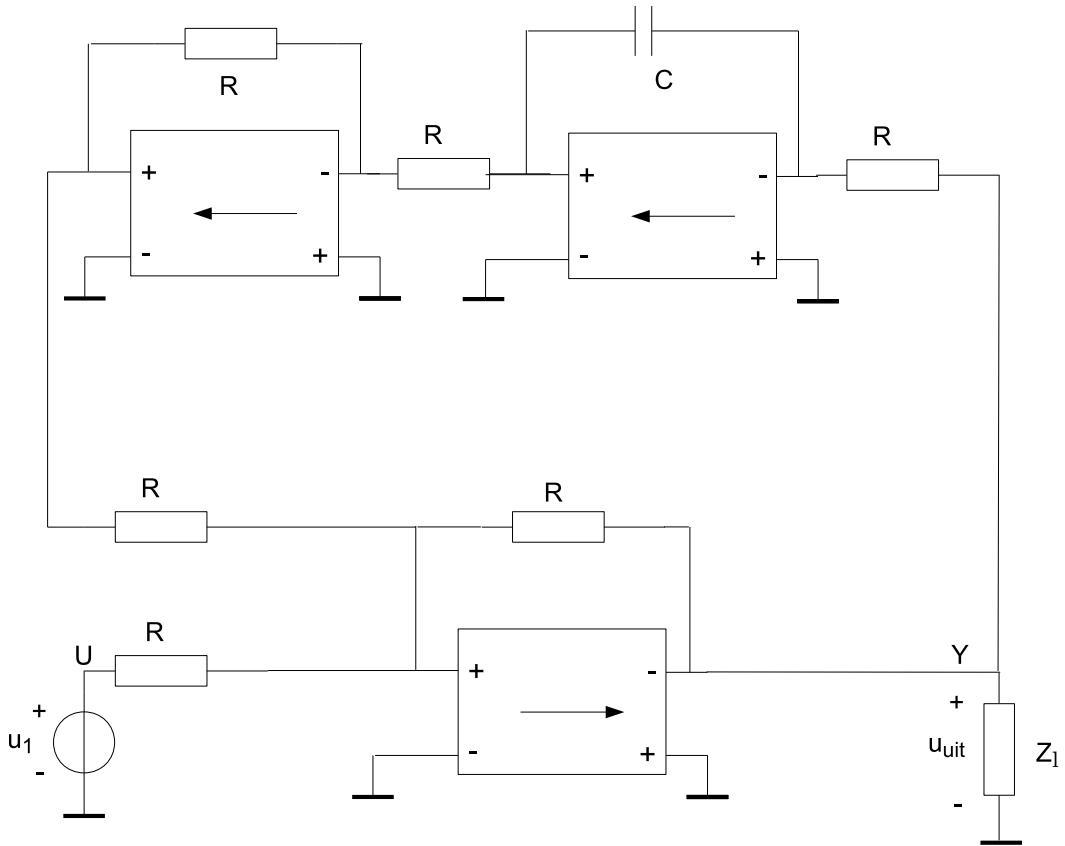
volgt.

De uitgangsvergelijking van het filter volgt uit formule (8.19) en uit de toestandsbeschrijving:

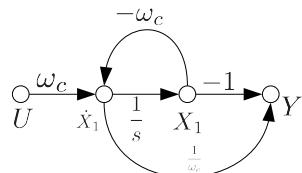
$$y(t) = -y_0(t) + \frac{1}{\omega_c} \dot{y}_0 \Rightarrow y = -x_1 + \frac{1}{\omega_c} \dot{x}_1 \quad (8.21)$$

Het resulterende signal-flow diagram wordt in figuur 8.23 getoond⁷.

7. Merk op dat tevens geldt: $y = -x_1 + \frac{1}{\omega_c} \dot{x}_1 = -x_1 + \frac{1}{\omega_c} (-\omega_c x_1 + \omega_c u) \Rightarrow y = -2x_1 + u$. Deze uitdrukking voor de uitgangsvergelijking is ook goed en kan eveneens geïmplementeerd worden. De overdracht van het filter zal hetzelfde zijn, maar de uiteindelijke implementatie eenvoudiger.

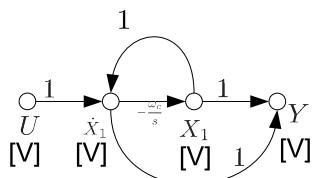


Figuur 8.22: Mogelijke implementatie van een eerste-orde hoogdoorlaatfilter met kantelpunt op $\omega_c = \frac{1}{RC}$.

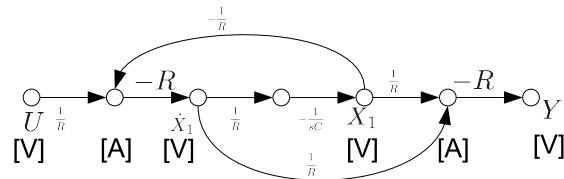


Figuur 8.23: Signal-flow diagram van een eerste-orde all-pass filter.

Figuren 8.24 en 8.25 tonen respectievelijk het signal-flow diagram met respectievelijk de aangepaste overdrachten wanneer gebruik gemaakt wordt van een praktische integrator en het signal-flow diagram waarbij optellen in het stroomdomein plaatsvindt. Doordat de overdracht van een integrator $-\omega_c/s$ is,



Figuur 8.24: Signal-flow diagram van een eerste-orde all-pass filter met overdracht van de praktische integrator.

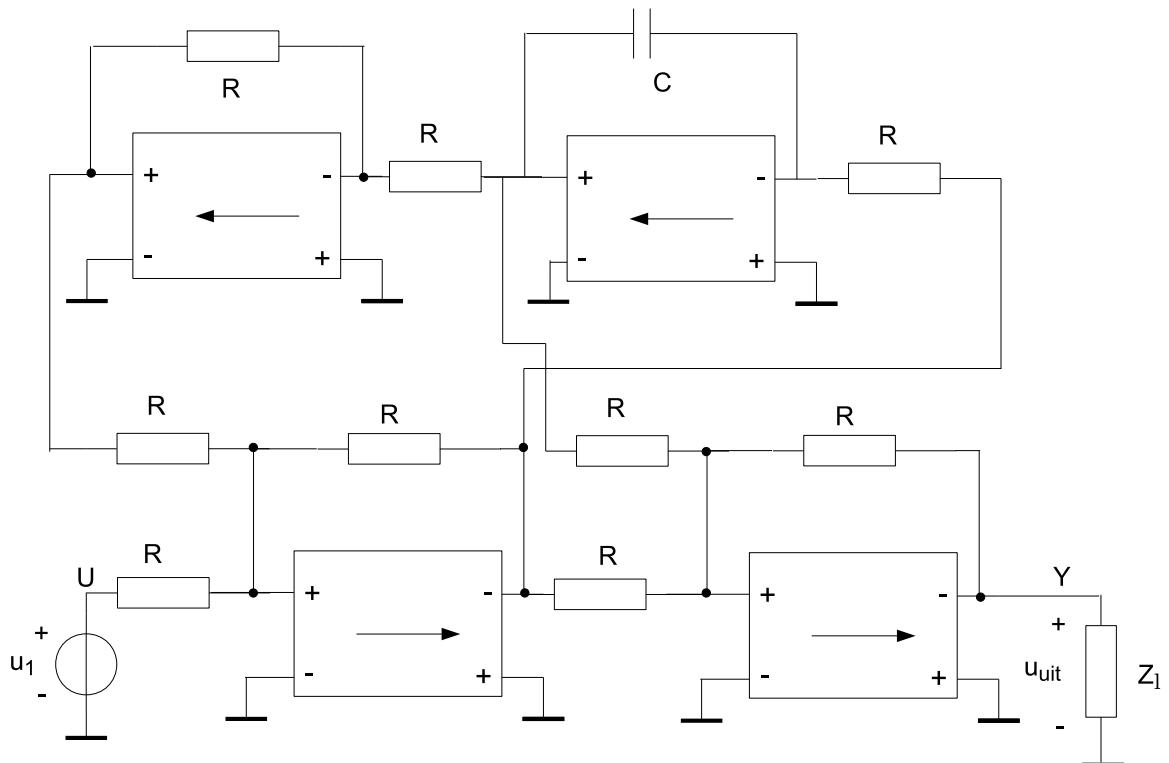


Figuur 8.25: Signal-flow diagram van een eerste-orde all-pass filter. Optellen vindt plaats in het stroomdomein.

moeten de overdrachten van de andere takken aangepast worden tot: $Y = X_1 + \dot{X}_1$, $X_1 = -\omega_c/s$ en $\dot{X}_1 = U - |X_1|$. Uit deze vergelijkingen kan afgeleid worden dat de overdracht $H(s)$ nog steeds dat van een eerste-orde all-pass filter is. Dit wordt als oefening aan de student overgelaten.

Wanneer signalen in het stroomdomein opgeteld moeten worden, moeten op de juiste plaatsen spanningen naar stromen omgezet worden, die na de sommatie, weer naar een spanning omgezet moeten worden. De spanningen van U en X_1 worden via $(1/R)$ geleidingen omgezet naar stromen en door een weerstand R na sommatie weer omgezet naar een spanning. Hetzelfde geldt voor het optellen \dot{X}_1 en X_1 in het stroomdomein en het omzetten van sommatieresultaat naar de uitgangsspanning Y . Zie figuur 8.25. Ga na dat de overdracht $H(s)$ gelijk is gebleven.

Figuur 8.26 toont de implementatie met nullors van het signal-flow diagram van 8.25.



Figuur 8.26: Mogelijke implementatie van een eerste-orde all-pass filter. Faseverschuiving van 180° voor $\omega \ll \omega_c$ en 0° voor $\omega \gg \omega_c$. Bij $\omega = \omega_c$ is de phasedraaiing $+90^\circ$.

8.5.4 Hogere-orde filters

Meestal worden filters met een hogere-orde dan 1 toegepast. De aanpak die bij de eerste-orde filters is toegepast, kan ook gebruikt worden om hogere-orde filters te ontwerpen.

Voor het gemak beginnen we met tweede-orde filters. De overdracht van een tweede-orde laagdoor-

laatfilter wordt gegeven door:

$$H_{LD}(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2} \quad (8.22)$$

waarbij Q de kwaliteitsfactor van het filter is.

De hoogdoorlaatfilterkarakteristiek kan gevonden worden door in vergelijking (8.22) elke s door $1/s$ te vervangen en elke ω_c door $1/\omega_c$ [32]. Reken zelf na dat dus voor het tweede-orde hoogdoorlaatfilter geldt:

$$H_{HD}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2} \quad (8.23)$$

Een banddoorlaatkarakteristiek is te verkrijgen door een overdracht van 1 te nemen en daar de overdrachten voor een laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter vanaf te trekken: $H_{BD}(s) = 1 - H_{LD}(s) - H_{HD}(s)$. De bandsperkarakteristiek kan weer verkregen worden door een overdracht van 1 te nemen en daar de banddoorlaatkarakteristiek vanaf te trekken: $H_{BS}(s) = 1 - H_{BD}(s)$. Voor een all-pass karakteristiek moet weer gelden dat de nulpunten precies rond de imaginaire as gespiegeld liggen t.o.v. de polen; de nulpunten liggen dus in het rechter halfvlak. Deze overdracht is te verkrijgen uit: $H_{AD}(s) = H_{LD}(s) - H_{BD}(s) + H_{HD}(s) = 1 - 2H_{BD}(s)$. Met behulp van deze uitdrukkingen en formules (8.22) en (8.23) kunnen de formules voor elke overdracht opgesteld worden (doe dit zelf). Tabel 8.2 geeft een overzicht van de resulterende tweede-orde filterfuncties.

Tabel 8.2: Tweede-orde filterfuncties

Laagdoorlaatfilter	$H_{LD}(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}$
Hoogdoorlaatfilter	$H_{HD}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}$
Banddoorlaatfilter	$H_{BD}(s) = \frac{\frac{\omega_c}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}$
Bandsperfilter	$H_{BS}(s) = \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}$
All-pass filter	$H_{AD}(s) = \frac{s^2 - \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2}$

De kwaliteitsfactor (Q) heeft invloed op het gedrag van het filter. Het is gerelateerd aan de dempingsfactor ($\zeta = 1/(2Q)$) die ook gebruikt wordt⁸. In het geval van laagdoorlaat- en hoogdoorlaatfilters geeft Q een maat voor de opslingering rond de kantelfrequentie ω_c (zie figuur 8.27).

Het maximum van de opslingering is te berekenen met [8]

$$|H|_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}Q^2}} \quad (8.24)$$

en treedt op bij

$$\omega_{\max} = \omega_c \sqrt{1 - \frac{1}{2}Q^2}. \quad (8.25)$$

In het geval van de banddoorlaat- en bandsperfilters geeft Q een maat voor de bandbreedte (zie figuur 8.28). De hoogst (ω_h) en laagst (ω_l) gelegen -3 dB frequenties worden gevonden door $s = j\omega$ in de vergelijkingen voor de banddoorlaat- of bandsperfilter in te vullen, deze gelijk te stellen aan $1/\sqrt{2}$ en vervolgens de formule op te lossen voor ω . Dit resulteert in

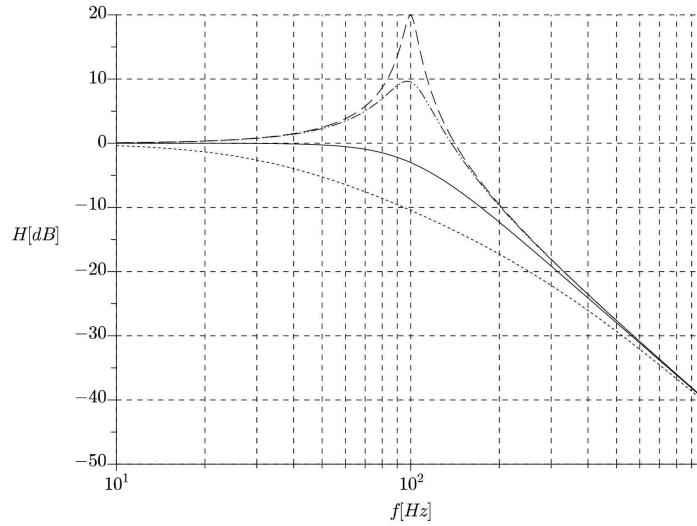
$$\omega_l = \frac{\omega_c}{2Q} \left(\sqrt{1 + 4Q^2} - 1 \right) \quad (8.26)$$

en

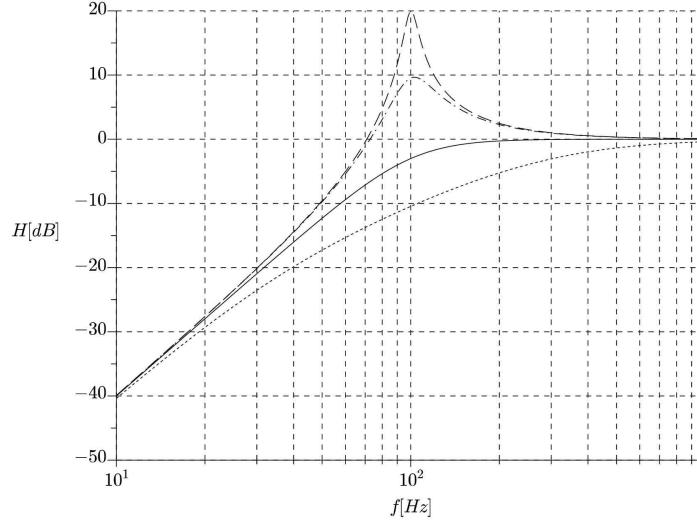
$$\omega_h = \frac{\omega_c}{2Q} \left(\sqrt{1 + 4Q^2} + 1 \right). \quad (8.27)$$

De bandbreedte van de frequentieband die doorgelaten of gespeld wordt, wordt gegeven door $\omega_c = (\omega_h - \omega_l)$:

$$B = \frac{\omega_c}{2\pi Q} = \frac{f_c}{Q}. \quad (8.28)$$



(a) Tweede-orde laagdoorlaatkarakteristieken voor verschillende kwaliteitsfactoren.



(b) Tweede-orde hoogdoorlaatkarakteristieken voor verschillende kwaliteitsfactoren.

Figuur 8.27: Laagdoorlaat- en hoogdoorlaatfilterkarakteristieken. In alle gevallen geldt $f_c = 100$ Hz. Gestreepte lijn: $Q = 10$, streep-stippellijn: $Q = 3$, doorgetrokken lijn: $Q = 0.5\sqrt{2}$ en stippellijn: $Q = 0.3$.

Zoals fig. 8.28 laat zien, ligt frequentie f_c precies in het (geometrisch) midden van de bandbreedte ($\omega_c = \sqrt{\omega_h \omega_l}$ of $f_c = \sqrt{f_h f_l}$).

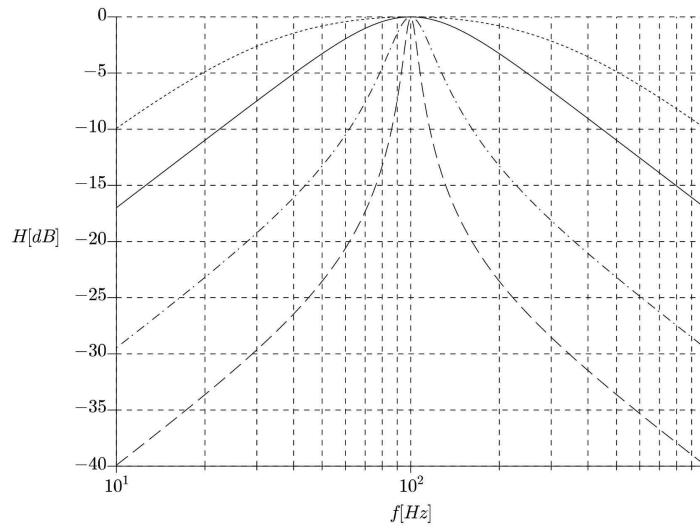
De standaarduitdrukkingen voor de verschillende filterkarakteristieken zijn nu bekend. We moeten er alleen nog achter komen hoe ω_c en Q gerelateerd zijn aan de polen van het tweede-orde systeem.

In het geval van een systeem met twee polen (complex poolpaar p_1 en p_2), wordt de noemerpolynoom gegeven door:

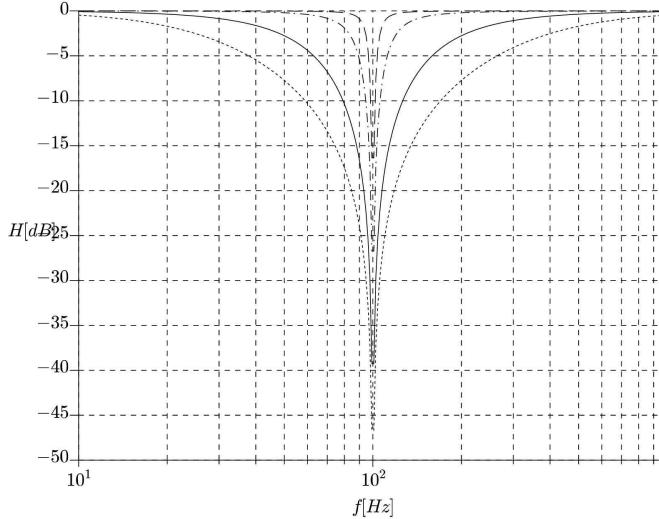
$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 = s^2 + \frac{\omega_c}{Q} s + \omega_c^2, \quad (8.29)$$

waaruit dus volgt dat $\omega_c^2 = p_1 p_2 \Rightarrow \omega_c = \sqrt{p_1 p_2}$ en $Q = \frac{\sqrt{p_1 p_2}}{p_1 + p_2} = \frac{\omega_c}{p_1 + p_2}$ (reken dit na!). De kantelfrequentie

8. In de regeltechniek wordt voor de dempingsfactor ook wel β gebruikt. Om verwarring met de tegenkoppelfactor te voorkomen wordt in dit manuscript gebruik gemaakt van ζ of Q .



(a) Tweede-orde banddoorlaatkarakteristieken voor verschillende kwaliteitsfactoren.



(b) Tweede-orde bandsperkarakteristieken voor verschillende kwaliteitsfactoren.

Figuur 8.28: Banddoorlaat- en bandsperfilterkarakteristieken. In alle gevallen geldt $f_c = 100 \text{ Hz}$. Gestreepte lijn: $Q = 10$, streep-stippellijn: $Q = 3$, doorgetrokken lijn: $Q = 0.5\sqrt{2}$ en stippellijn: $Q = 0.3$.

(of resonantiefrequentie i.g.v banddoorlaat/bandsper) is dus gerelateerd aan het product van de polen, terwijl de kwaliteitsfactor afhangt het product en de som van de polen. Door nu bij, bijvoorbeeld, een gelijkblijvende waarde van het product van de polen (en dus ω_c) de waarde van het reële deel en die van het imaginaire deel van het complexe poolpaar te variëren, kan de ontwerper dus de kwaliteitsfactor van de overdracht bepalen.

Omdat er vele waarden van Q mogelijk zijn, met het daarbij behorende frequentiegedrag rond ω_c , is er in de loop van de jaren een aantal standaarden ontstaan die vaak worden toegepast: de Butterworth-, Tschebyscheff- en Besselkarakteristiek. In de volgende paragrafen zullen formules gepresenteerd worden waarmee de polen bepaald kunnen worden voor deze filterkarakteristieken. De formules gelden niet alleen voor tweede-orde filters, maar ook voor hogere-orden. Ook bij hogere-orde filters kan doorschot e.d. waargenomen worden, vergelijkbaar met tweede-orde filters. Het grootste verschil is echter de helling van de stopband.

De polynoom van een hogere-orde filter kan bepaald worden met [37]

$$\sum_{k=0}^n a_k s^k \quad (8.30)$$

Polynomen van een hogere-orde (n) hebben dus de volgende vorm:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_0 \quad (8.31)$$

waarbij $a_n \dots a_0$ coëfficiënten zijn waarvan de waarde door de polen bepaald worden. Deze formule blijkt om te schrijven te zijn in een andere, elegantere, vorm, die geschikt blijkt te zijn om het verschil tussen de verschillende typen overdracht te tonen:

$$a'_n s^n + a'_{n-1} \omega_c s^{n-1} + a'_{n-2} \omega_c^2 s^{n-2} + \cdots + a'_1 \omega_c^{n-1} s + a'_0 \omega_c^n. \quad (8.32)$$

Voor filters met een gelijke ω_c worden de verschillen tussen de Bessel-, Butterworth- en Tschebyscheffkarakteristiek gegeven door verschillende waardes van $a'_n \dots a'_0$.

Algemeen geldt dat $a'_0 \omega_c^n$ gegeven wordt door het product van alle polen van de polynom:

$$a'_0 \omega_c^n = \prod_{i=1}^n p_i \quad (8.33)$$

De $a'_1 \omega_c^{n-1} \dots a'_n$ termen bestaan uit de som van de polen en/of de som van poolproducten. Verderop zal een en ander verduidelijkt worden aan de hand van een voorbeeld.

Laagdoorlaatoverdrachten kan men samenstellen door in de teller $a'_0 \omega_c^n$ te plaatsen en in de noemer de polynom:

$$H_{LD}(s) = \frac{a'_0 \omega_c^n}{a'_n s^n + a'_{n-1} \omega_c s^{n-1} + a'_{n-2} \omega_c^2 s^{n-2} + \cdots + a'_1 \omega_c^{n-1} s + a'_0 \omega_c^n} \quad (8.34)$$

In geval van een derde-orde filter, bijvoorbeeld, geldt dus volgens (8.30)

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = a'_3 s^3 + a'_2 \omega_c s^2 + a'_1 \omega_c^2 s + a'_0 \omega_c^3 \quad (8.35)$$

Verder geldt voor een derde-orde filter

$$(s + p_1)(s + p_2)(s + p_3) = s^3 + s^2(p_1 + p_2 + p_3) + s(p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3 \quad (8.36)$$

Er volgt dus dat $a'_3 = 1$, $a_2 = a'_2 \omega_c = p_1 + p_2 + p_3$ (som van de polen), $a_1 = a'_1 \omega_c^2 = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3$ (som van poolproducten) en $a_0 = a'_0 \omega_c^3 = a_0 = p_1 p_2 p_3$ (product van alle polen).

Voor een derde-orde laagdoorlaatfilter vinden we dus

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{p_1 p_2 p_3}{s^3 + s^2(p_1 + p_2 + p_3) + s(p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3} \\ &= \frac{a'_0 \omega_c^3}{s^3 + a'_2 \omega_c s^2 + a'_1 \omega_c^2 s + a'_0 \omega_c^3} \end{aligned} \quad (8.37)$$

Er bestaat dus een relatie tussen de polen en de coëfficiënten a_k en a'_x . Voor het ontwerpen van hogere-orde filters moeten dus of de locaties van de polen bekend zijn of de coëfficiënten a'_x . In subparagrafen 8.5.5 en 8.5.6 worden formules gepresenteerd om de locaties van de polen voor respectievelijk de Butterworth- en Tschebyschefflaagdoorlaatkarakteristiek uit te rekenen. Subparagraaf 8.5.7 presenteert een formule waarmee de coëfficiënten a'_x voor de Bessellaagdoorlaatkarakteristiek uitgerekend kunnen worden. Uit de laagdoorlaatkarakteristieken kunnen vervolgens de uitdrukkingen voor de hoogdoorlaat-, banddoorlaat- en bandsperkarakteristiek afgeleid worden.

De hoogdoorlaatoverdracht kan uit H_{LD} verkregen worden door in deze formule weer alle s door $1/s$ en alle ω_c door $1/\omega_c$ te vervangen. De a'_x termen blijven ongemoeid. Na enige wiskundige manipulaties volgt dan de formule voor $H_{HD}(s)$:

$$\begin{aligned} H_{LD} &= \frac{a'_0 \omega_c^3}{a'_3 s^3 + a'_2 \omega_c s^2 + a'_1 \omega_c^2 s + a'_0 \omega_c^3} \xrightarrow{s \rightarrow \frac{1}{s}, \omega_c \rightarrow \frac{1}{\omega_c}} H_{HD} = \frac{\frac{a'_0}{\omega_c^3}}{a'_3 \frac{1}{s^3} + \frac{a'_2}{\omega_c} \frac{1}{s^2} + \frac{a'_1}{\omega_c^2} \frac{1}{s} + \frac{a'_0}{\omega_c^3}} \\ &= \frac{a'_0}{a'_3 \omega_c^3 \frac{1}{s^3} + a'_2 \omega_c^2 \frac{1}{s^2} + a'_1 \omega_c \frac{1}{s} + a'_0} = \frac{1}{\frac{a'_2}{a'_0} \omega_c^3 \frac{1}{s^3} + \frac{a'_2}{a'_0} \omega_c^2 \frac{1}{s^2} + \frac{a'_1}{a'_0} \omega_c \frac{1}{s} + 1} \Rightarrow \\ H_{HD} &= \frac{s^3}{s^3 + \frac{a'_2}{a'_0} \omega_c s^2 + \frac{a'_2}{a'_0} \omega_c^2 s + \frac{a'_1}{a'_0} \omega_c^3} \end{aligned} \quad (8.38)$$

Al naar gelang het type filter zullen de noemers van de laagdoorlaatoverdracht en hoogdoorlaatoverdracht verschillen of gelijk zijn aan elkaar. Bij Butterworth, bijvoorbeeld, zijn de noemers van het laagdoorlaat- en hoogdoorlaatfilter gelijk aan elkaar, want $a'_3 = a'_0$ en $a'_1 = a'_2 = 2$ (zie subparagraaf 8.5.5). In het geval van een Besselkarakteristiek verschillen de noemers van de laagdoorlaat- en hoogdoorlaatkarakteristiek want nu geldt: $a'_0 = a'_1 = 15$, $a'_2 = 6$ en $a'_3 = 1$ (zie subparagraaf 8.5.7).

Wederom volgt weer $H_{BD}(s) = 1 - H_{LD}(s) - H_{HD}(s)$, $H_{BS}(s) = 1 - H_{BD}(s)$ en $H_{AD}(s) = H_{LD}(s) - H_{BD}(s) + H_{HD}(s) = 1 - 2H_{BD}(s)$. Bij filters van een hogere orde dan de tweede, moet de ontwerper goed opletten. Het kan zijn dat deze eenvoudige formules foute uitdrukkingen opleveren. Bij voorbeeld, in het geval een vierde-orde bandsperfilter, levert de $H_{BS}(s) = 1 - H_{BD}(s)$ een foutieve teller op (een $2a'_0\omega_c^2$ term ontbreekt). Het is nu beter om de tweede-orde vergelijking voor $H_{BS}(s)$ te gebruiken en die te kwadrateren. Dit levert een correcte uitdrukking voor een vierde-orde bandsperfilter op. Voor het banddoorlaatfilter, en nog hogere orde filters, geldt een vergelijkbare discussie.

8.5.5 Butterworthkarakteristiek

De complexe polen van een filter met een Butterworth karakteristiek liggen op een halve cirkel met doorsnede ω_c . De locatie van de polen wordt gegeven door [38][32](blz. 2-34)

$$p_k = \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) + j \cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) \right], \quad (8.39)$$

waarbij n de orde en ω_c het kantelpunt van het filter is. Parameter $k = 1, 2 \dots n$. Merk op dat bij een even-orde filter er alleen maar complexe polen zijn en dat er in het geval van een oneven-orde filter er één pool op de reële as ligt. De pool op de reële as wordt gegeven door $-\omega_c$.

Voorbeeld: een tweede-orde Butterworthfilter met kantelfrequentie ω_c heeft polen gelegen op:

$$\begin{aligned} p_1 &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2 \cdot 1 - 1)\pi}{2 \cdot 2}\right) + j \cos\left(\frac{(2 \cdot 1 - 1)\pi}{2 \cdot 2}\right) \right] \\ &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + j \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] = \omega_c \left[-\frac{1}{2}\sqrt{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{2} \right] \\ p_2 &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2 \cdot 2 - 1)\pi}{2 \cdot 2}\right) + j \cos\left(\frac{(2 \cdot 2 - 1)\pi}{2 \cdot 2}\right) \right] \\ &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + j \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right] = \omega_c \left[-\frac{1}{2}\sqrt{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{2} \right] \end{aligned} \quad (8.40)$$

De hoek die beide polen met de reële as maken is $\theta = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ rad of 45° . De algemene polynoom voor een tweede-orde Butterworth polynoom wordt gegeven door:

$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 = s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2 \quad (8.41)$$

met $\omega_c = \sqrt{p_1 p_2}$ en $\sqrt{2}\omega_c = p_1 + p_2$. Let op: vermenigvuldig de waarde van de polen met -1 voor het invullen in bovenstaande formule (waarom?). De kwaliteitsfactor van een tweede-orde Butterworth filter is dus $Q = 0.5\sqrt{2}$. Merk op $a'_0 = 1$, $a'_1 = \sqrt{2}$ en $a'_2 = 1$.

De polen van een derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter liggen op:

$$\begin{aligned} p_1 &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2 \cdot 1 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) + j \cos\left(\frac{(2 \cdot 1 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) \right] = \omega_c \left[-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + j \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] \\ &= \omega_c \left[-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right] \\ p_2 &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2 \cdot 2 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) + j \cos\left(\frac{(2 \cdot 2 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) \right] = \omega_c \left[-\sin\left(\frac{3\pi}{6}\right) + j \cos\left(\frac{3\pi}{6}\right) \right] \\ &= \omega_c [-1 - j0] = -\omega_c \\ p_3 &= \omega_c \left[-\sin\left(\frac{(2 \cdot 3 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) + j \cos\left(\frac{(2 \cdot 3 - 1)\pi}{2 \cdot 3}\right) \right] = \omega_c \left[-\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + j \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right] \\ &= \omega_c \left[-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right] \end{aligned} \quad (8.42)$$

De algemene polynoom van een derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter wordt nu gegeven door:

$$\begin{aligned} (s + p_1)(s + p_2)(s + p_3) &= s^3 + s^2(p_1 + p_2 + p_3) + s(p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) + p_1 p_2 p_3 \\ &= s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3 \end{aligned} \quad (8.43)$$

Hieruit volgt dat $a'_0 = 1$, $a'_1 = 2$, $a'_2 = 2$ en $a'_3 = 1$. In het geval van een Butterworthkarakteristiek wordt altijd $a'_0 = 1$ gevonden. De -3 dB frequentie ligt daarom exact op $\omega_c = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n p_i}$.

Ga na dat voor een derde-orde hoogdoorlaatfilter met Butterworthkarakteristiek geldt:

$$H_{HD}(s) = \frac{s^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

en voor een derde-orde bandsperfilter met Butterworthkarakteristiek:

$$H_{BS}(s) = \frac{s^3 + \omega_c s^2 + \omega_c^2 s + \omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}.$$

8.5.6 Tschebyscheffkarakteristiek

Als het reële deel van de polen van de Butterworth polynoom met een factor k_c ($k_c < 1$) vermenigvuldigd wordt, schuiven de polen naar rechts en komen op een ellips te liggen in plaats van op een halve cirkel [32]. Omdat het reële deel van de polen kleiner wordt door het verkleinen van k_c , zal de rimpel groter worden. Dit type responsie wordt Tschebyscheff of equiripple functie genoemd.

We definiëren de rimpel in dB met R_{dB} . Hieruit volgt een rimpelfactor $\epsilon = \sqrt{10^{(\frac{R_{dB}}{10})}} - 1$, waar mee de parameter $A = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right)$ berekend kan worden. Met behulp van deze parameters kan nu k_c uitgerekend worden met [32]

$$\begin{aligned} k_c &= \tanh(A) \\ A &= \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \\ \epsilon &= \sqrt{10^{(\frac{R_{dB}}{10})}} - 1 \end{aligned} \quad (8.44)$$

waarbij n weer de orde van het filter voorstelt.

De plek van de polen op de ellips wordt gegeven door [38]:

$$p_k = \omega_c \left[-\sinh(A) \sin \left(\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right) + j \cosh(A) \cos \left(\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right) \right] \quad (8.45)$$

Stel dat een tweede-orde laagdoorlaatfilter met een rimpel in de doorlaatband van maximaal 0.5 dB vereist is. Bepaal hiervoor de polynoom. Er volgt $\epsilon \approx 0.34931$, $A \approx 0.88707$ en $k_c \approx 0.70994$. Hieruit volgt voor de poollocaties:

$$\begin{aligned} p_1 &\approx \omega_c [-0.71281 + 1.00404j] \\ p_2 &\approx \omega_c [-0.71281 - 1.00404j] \end{aligned} \quad (8.46)$$

Dit resulteert in:

$$s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 = s^2 + 1.42562\omega_c s + 1.51620\omega_c^2 \quad (8.47)$$

De standaardvergelijking voor een tweede-orde vergelijking is:

$$s^2 + s\frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2 = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1 p_2 \quad (8.48)$$

Voor de kwaliteitsfactor volgt nu $Q = \frac{\sqrt{p_1 p_2}}{p_1 + p_2}$. Voor dit voorbeeld geldt dat $Q = 0.863721$, wat gelijk is aan de kwaliteitsfactor die in opzoektabellen gegeven wordt. Merk op dat ω_c een factor $\sqrt{p_1 p_2}$ hoger is dan de ω_c van een tweede-orde Butterworth filter.

8.5.7 Besselkarakteristiek

De Besselkarakteristiek wordt ook wel Thomson karakteristiek genoemd [8]. De Besselpolynoom kan berekend worden met behulp van de coëfficiënten $a'_k \omega_c^{n-k}$ die kunnen worden berekend met formule (8.49), waarbij k van 0 tot n loopt.

$$a'_k \omega_c^{n-k} = \frac{(2n-k)!}{2^{(n-k)} k! (n-k)!} \omega_c^{n-k}. \quad (8.49)$$

Met behulp van formules (8.30) en (8.49) kan de Besselpolynoom van elke willekeurige orde bepaald worden. Tabel 8.3 geeft een overzicht van de Besselpolynomen van de orde 2 t/m 5 (reken na).

Tabel 8.3: Overzicht van de Besselpolynoom, waarbij n de orde van de polynoom aangeeft.

n	Besselpolynoom
2	$s^2 + 3\omega_c s + 3\omega_c^2$
3	$s^3 + 6\omega_c s^2 + 15\omega_c^2 s + 15\omega_c^3$
4	$s^4 + 10\omega_c s^3 + 45\omega_c^2 s^2 + 105\omega_c^3 s + 105\omega_c^4$
5	$s^5 + 15\omega_c s^4 + 105\omega_c^2 s^3 + 420\omega_c^3 s^2 + 945\omega_c^4 s + 945\omega_c^5$

De Besselkarakteristiek vertoont de minste vervorming in geval van pulsvormige signalen. Dit komt doordat alle frequentiecomponenten van een niet-sinusvormig signaal allemaal (bijna) evenveel vertraagd worden.

In geval van een sinusvormig ingangssignaal, verschijnt het sinusvormige uitgangssignaal na een zekere vertragingstijd (D_{fd} in seconde). Deze vertragingstijd wordt ‘fase delay’ genoemd en geeft het verband tussen de (vertraging)tijd en de faseverschuiving (θ) van het uitgangssignaal t.o.v. het ingangssignaal

$$D_{fd} = -\frac{\theta}{\omega}. \quad (8.50)$$

De faseverschuiving in rad wordt gegeven door

$$\theta = \arctan \left(\frac{\Im m\{H(\omega)\}}{\Re e\{H(\omega)\}} \right) \quad (8.51)$$

en is dus frequentie afhankelijk.

In het geval van niet-sinusvormige signalen bestaat het signaal uit een grondtoon en boventonen op hogere frequenties (de zogenaamde harmonischen). Omdat grondtoon en boventonen verschillende θ 's kunnen hebben, kan het uitgangssignaal vervormd zijn t.o.v. het ingangssignaal (zie de effecten van de stapresponsie bij de Butterworth- en Tschebyscheffoverdrachten in fig. 8.6). Om te bepalen hoe groot het effect van dit verschijnsel is, wordt de ‘group delay’ gebruikt. De group delay (D_{gd}) wordt gedefinieerd als de afgeleide van faseverschuiving naar de hoekfrequentie [32]:

$$D_{gd} = -\frac{\delta\theta}{\delta\omega}. \quad (8.52)$$

De Besselkarakteristiek vertoont een (vrijwel) constante group delay.

Een niet-constante D_{gd} heeft niet alleen een nadelig effect op bijvoorbeeld pulsvormige- of blokvormige signalen, maar kan ook gemoduleerde signalen nadelig beïnvloeden. Neem bijvoorbeeld een amplitude gemoduleerd (AM) signaal dat bestaat uit een draaggolf frequentie en twee zijbanden op een door de modulatiefrequenties bepaalde afstand van de draaggolf. De draaggolf is een enkelvoudig sinusvormig signaal en zal dus vertraagd worden met D_{fd} . De beide zijbanden zullen vertragingstijd D_{gd} ondergaan. Stel dat de draaggolf frequentie nabij ω_c van het filter ligt. Wanneer D_{gd} niet constant is, zullen de frequenties in de zijbanden verschillend vertraagd worden [32], waardoor er vervorming ontstaat van de informatie waarin we geïnteresseerd zijn.

8.6 Ontwerpen van hogere-orde tijdcontinue filters

Het ontwerpproces van hogere-orde filters is tot op grote hoogte hetzelfde als het ontwerp van eerste-orde filters (zie paragraaf 8.5.3). Omdat we echter per orde één integrator gebruiken, zullen we n integratoren nodig hebben. Elke integrator zal een zeker ruisgedrag vertonen en ook een bepaalde signaalamplitude vertonen. Om een optimaal dynamisch bereik van een zekere implementatie te krijgen zal er in de meeste gevallen schaling noodzakelijk zijn. Hiermee wordt bijvoorbeeld de uitsturingsamplitude van alle integratoren gelijk gemaakt, zodat geen van de integratoren het dynamisch bereik beperkt doordat het een te klein uitsturingsbereik heeft. Schaling zal aan de hand van een aantal voorbeelden gedemonstreerd worden.

Het ontwerpen van tijdcontinue filters valt grofweg uiteen in [19]

- het bepalen van de optimale topologie en
- het implementeren van de topologie.

Deze paragraaf concentreert zich op een methode waarmee de gewenste overdracht bereikt kan worden. Het uitgangspunt is de vereiste overdrachtsfunctie.

Voordeel van de gepresenteerde methode is orthogonaliteit. Verschillende ontwerpparameters kunnen onafhankelijk van elkaar, dus zonder elkaar te beïnvloeden, worden ontworpen.

8.6.1 Ontwerp van een tweede-orde laagdoorlaatfilter

We willen een tweede-orde laagdoorlaatfilter ontwerpen. De overdrachtsfunctie wordt gegeven door:

$$H(s) = \frac{a'_0 \omega_c^2}{s^2 + a'_1 \omega_c s + a'_0 \omega_c^2},$$

waarbij de waarden van a'_1 en a'_0 worden bepaald door het type karakteristiek. In geval van een Butterworthkarakteristiek is $a'_1 = \sqrt{2}$ en $a'_0 = 1$, voor een Besselkarakteristiek geldt $a'_1 = a'_0 = 3$ (zie paragraaf 8.5.7) en voor een Tschebyscheffoverdracht zijn a'_1 en a'_0 afhankelijk van de toelaatbare rimpel in de doorlaatband (zie paragraaf 8.5.6).

De differentiaalvergelijking voor deze overdracht volgt uit:

$$\begin{aligned} a'_0 \omega_c^2 U(s) &= s^2 Y(s) + a'_1 \omega_c s Y(s) + a'_0 \omega_c^2 Y(s) \Rightarrow \\ a'_0 \omega_c^2 u(t) &= \ddot{y}(t) + a'_1 \omega_c \dot{y}(t) + a'_0 \omega_c^2 y(t) \Rightarrow \\ \ddot{y}(t) &= -a'_1 \omega_c \dot{y}(t) - a'_0 \omega_c^2 y(t) + a'_0 \omega_c^2 u(t) \end{aligned}$$

Er zijn twee integratoren nodig waarvan de uitgangen elk weer een staat voorstellen: $x_1 = y$ en $x_2 = \dot{x}_1$. De differentiaalvergelijking kan nu geschreven worden als

$$\dot{x}_2 = -a'_1 \omega_c x_2 - a'_0 \omega_c^2 x_1 + a'_0 \omega_c^2 u(t)$$

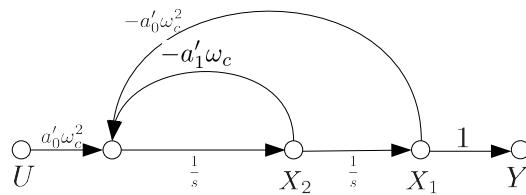
Volgens de algemene theorie van de toestandsbeschrijvingen worden de ingangssignalen van de integratoren bepaald door een fractie van hun uitgangssignalen en een fractie van het ingangssignaal (zie subparagraaf 8.5.2). De formule $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{BU}$ is voor een filter met twee integratoren te schrijven als

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a'_0 \omega_c^2 & -a'_1 \omega_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a'_0 \omega_c^2 \end{pmatrix} u(t)$$

De formule voor het uitgangssignaal $\mathbf{Y} = \mathbf{CX} + \mathbf{DU}$ is weer te schrijven als

$$y = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

Alle relaties tussen ingangs- en uitgangssignalen zijn nu bekend en er kan een signal-flow diagram samengesteld worden uit $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{BU}$ en $\mathbf{Y} = \mathbf{CX} + \mathbf{DU}$, zie figuur 8.29. Door weer uit te gaan van praktische

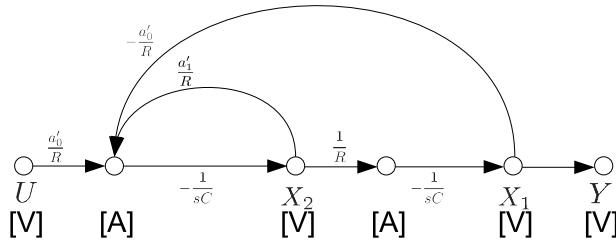


Figuur 8.29: Signal-flow diagram van een tweede-orde laagdoorlaatfilter.

integratoren en optellen van de signalen in het stroomdomein, verkrijgen we het signal-flow diagram van figuur 8.30.

Een recht-toe recht-aan implementatie van het diagram wordt getoond in figuur 8.31. Uitgang Y en X_1 zijn gelijk aan elkaar en worden gevormd door de uitgang van de rechter integrator. Geleiding a'_0/R van Y naar het optelpunt wordt gevormd door een -1 keer versterker en de weerstand ter grootte R/a'_0 . De versterking van -1 keer is noodzakelijk om tegenkopeling van uitgang naar ingang te garanderen.

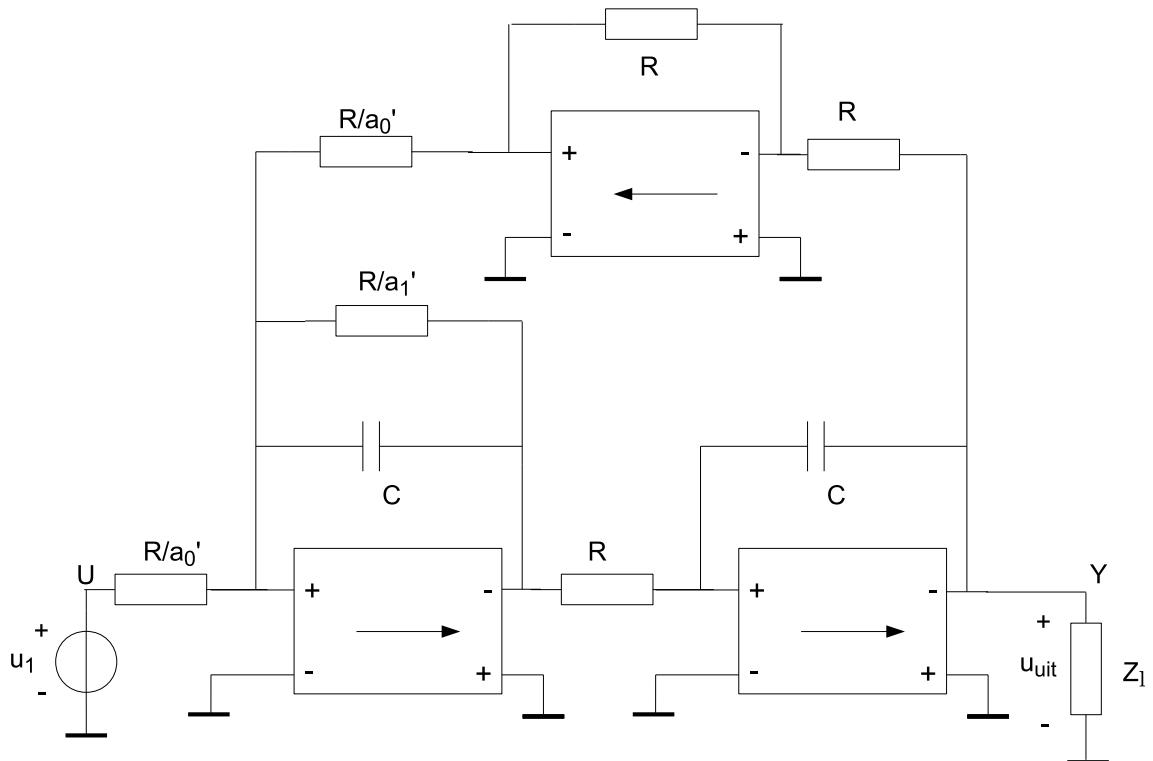
Toestand X_2 wordt gevormd door de uitgang van de linker integrator. Van X_2 is er tegenkopeling naar het optelpunt door de geleiding a'_1/R . Deze geleiding wordt gevormd door een weerstand met waarde



Figuur 8.30: Signal-flow diagram van een tweede-orde laagdoorlaatfilter.

R/a'_1 in fig. 8.31. Tenslotte moet er een geleiding (eveneens met grootte a'_0/R) van ingang U naar het optelpunt geplaatst worden. Deze geleiding is geïmplementeerd met een weerstand ter grootte van R/a'_0 .

Merk op dat de a'_0 en a'_1 onafhankelijk van elkaar ingesteld kunnen worden en dat de componenten (de weerstanden) direct aanwijsbaar zijn in het schema. Zoals aan de ontwerp methode geëist, wordt het gedrag van het filter bepaald door direct aanwijsbare componenten; a'_1 bijvoorbeeld wordt door slechts één weerstand bepaald.

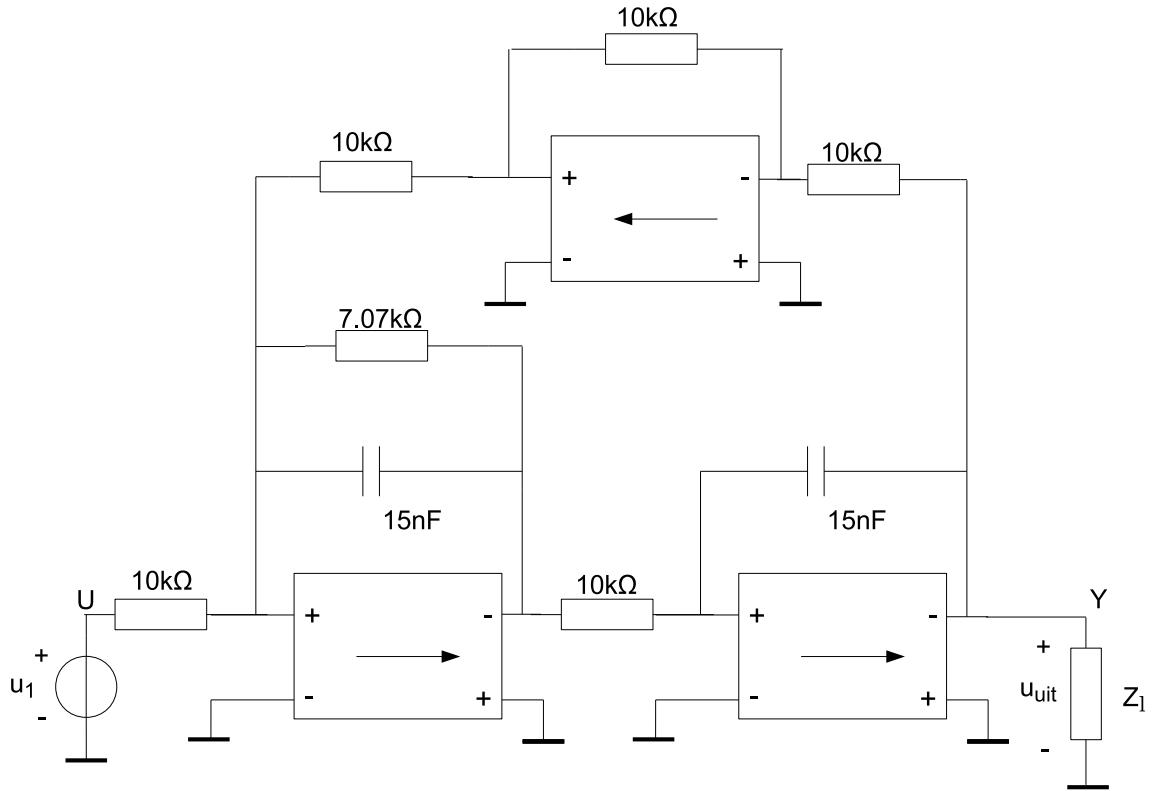


Figuur 8.31: Mogelijke implementatie van een tweede-orde laagdoorlaatfilter.

Voor een tweede-orde laagdoorlaatfilter met een Butterworth karakteristiek moet gelden dat $a'_0 = 1$ en $a'_1 = \sqrt{2}$. Dat betekent dus dat de weerstanden van U en vanaf de -1 keer versterker naar het optelpunt de waarde R krijgen en de tegenkoppelweerstand van X_2 naar het optelpunt de waarde $R/\sqrt{2}$ krijgt. Mogelijke weerstandswaarden voor een tweede-orde laagdoorlaatfilter met een kantelfrequentie op 1 kHz ($1/(2\pi 10k \cdot 15n) \approx 1061$ Hz) zijn weergegeven in figuur 8.32.

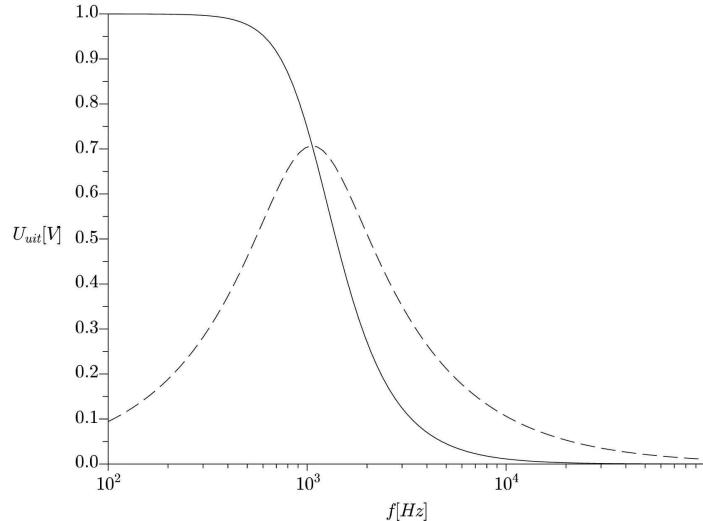
Als we nu de uitgangsspanningen van beide integratoren analyseren, blijkt dat X_1 tot maximaal 1 V wordt uitgestuurd bij 1 V ingangssignaal, terwijl X_2 tot maximaal 707 mV uitgestuurd wordt.

Het dynamisch bereik wordt bepaald door de integrator met het grootste ruisgetal en de kleinste maximale uitsturing. Beide integratoren hebben een gelijke capaciteitswaarde, dus genereren ze allebei evenveel ruis (zie §8.7.). Zoals fig. 8.33 toont, is de maximale uitsturing van X_2 kleiner dan X_1 . We moeten



Figuur 8.32: Mogelijke componentwaarden van een tweede-orde Butterworth laagdoorlaatfilter met een kantelfrequentie van 1 kHz.

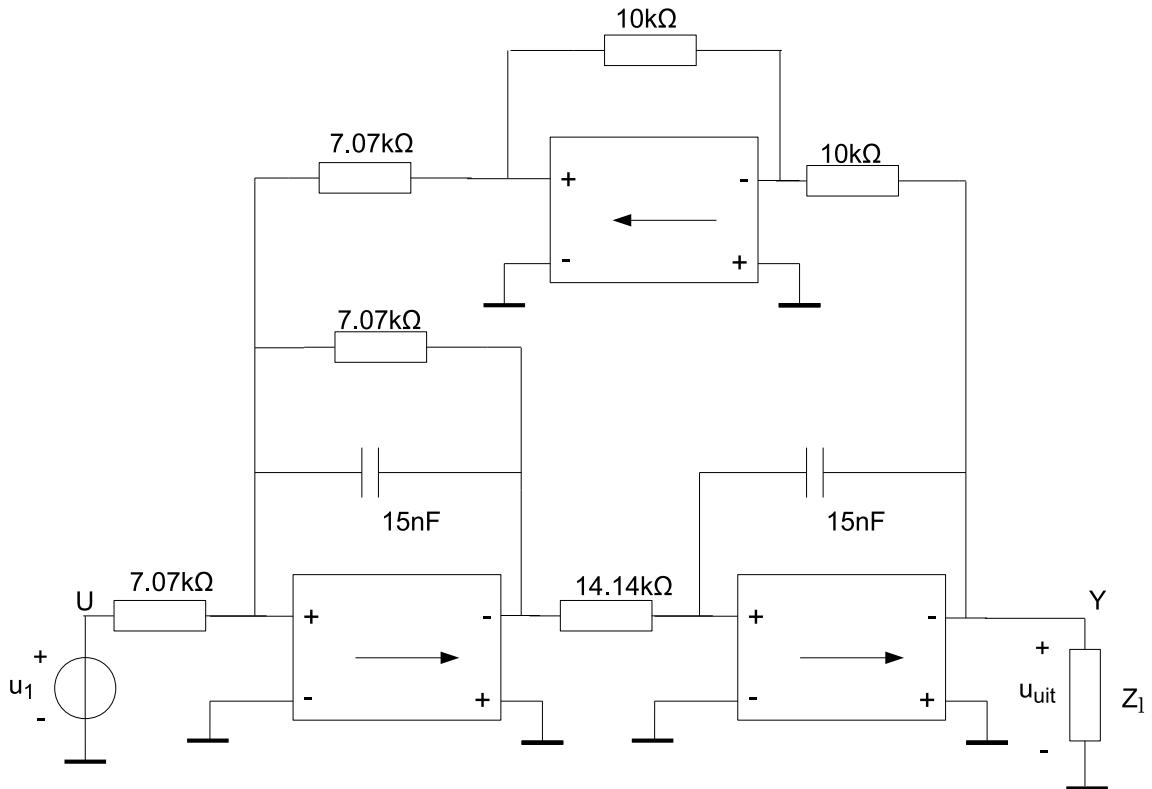
er dus voor zorgen dat de maximale uitsturing van X_2 gelijk wordt aan die van X_1 . Dit type optimalisatie is vooral geschikt voor sinusvormige signalen [19]. Door schaling toe te passen, moet uitgang X_2 een factor



Figuur 8.33: Uitgangsspanningen van de twee integratoren van fig.8.32 bij een ingangsspanning van 1 V. De doorgetrokken lijn is uitgang $X_1 = Y$ en de gestreepte lijn is X_2 .

$\sqrt{2}$ groter worden, zonder dat de totale overdracht van het filter of de topologie verandert.

Schaling betekent de versterking van de verschillende trappen te veranderen zonder dat de overdracht verandert. Omdat de spanning op X_2 een factor $\sqrt{2}$ groter moet worden, kunnen we de weerstand van U naar het optelpunt een factor $\sqrt{2}$ kleiner maken. De stroom vanaf de ingang die geïntegreerd wordt, wordt nu immers $\sqrt{2}$ keer groter. Uitgangsspanning X_2 is nu $\sqrt{2}$ keer groter geworden. Omdat de signaalsterktes die van U en de -1 keer versterker komen gelijk moeten zijn aan elkaar (zie figuren 8.30 – 8.32), volgt dat de weerstand tussen het optelpunt en de -1 keer versterker ook een factor $\sqrt{2}$ kleiner moet worden. Omdat het signaal van X_2 een factor $\sqrt{2}$ groter geworden is, moet de weerstand van de tweede integrator weer een factor $\sqrt{2}$ groter gemaakt worden, om dezelfde uitsturing als in de uitgangssituatie te verkrijgen. Figuur 8.34 toont het schema van het filter na schaling en figuur 8.35 toont de resulterende uitgangsspanningen X_1 en X_2 . Merk op dat de tijdconstanten van beide integratoren verandert zijn. Dat



Figuur 8.34: Implementatie van het tweede-orde Butterworth laagdoorlaatfilter met een kantelfrequentie van 1 kHz na schaling.

is echter door schaling op zo'n manier gedaan, dat ω_c gelijk is gebleven. Voor ω_c in figuur 8.32 geldt: $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{10k15n} \cdot \frac{1}{10k15n}} = 6.67\text{ krad/s}$ en voor figuur 8.34 geldt $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{7.07k15n} \cdot \frac{1}{14.14k15n}} = 6.67\text{ krad/s}$. Het kantelpunt van het filter is dus gelijk gebleven.

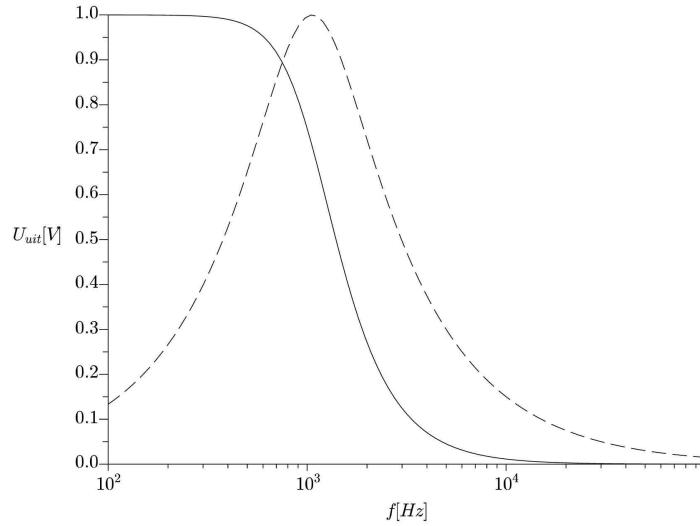
8.6.2 Ontwerp van een derde-orde laagdoorlaatfilter

Stel dat voor een toepassing een derde-orde laagdoorlaatfilter benodigd is met een Butterworth karakteristiek. De overdrachtsfunctie wordt dus gegeven door

$$H(s) = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

Voor de differentiaalvergelijking van deze overdracht vinden we

$$\begin{aligned} \omega_c^3 U(s) &= s^3 Y(s) + 2\omega_c s^2 Y(s) + 2\omega_c^2 s Y(s) + \omega_c^3 Y(s) \Rightarrow \\ \omega_c^3 U(t) &= \ddot{y}(t) + 2\omega_c \dot{y}(t) + 2\omega_c^2 y(t) + \omega_c^3 y(t) \Rightarrow \\ \ddot{y}(t) &= -2\omega_c \dot{y}(t) - 2\omega_c^2 y(t) - \omega_c^3 y(t) + \omega_c^3 U(t) \end{aligned}$$



Figuur 8.35: Uitgangsspanningen van de twee integratoren van fig.8.34 bij een ingangsspanning van 1 V. De doorgetrokken lijn is uitgang $X_1 = Y$ en de gestreepte lijn is X_2 .

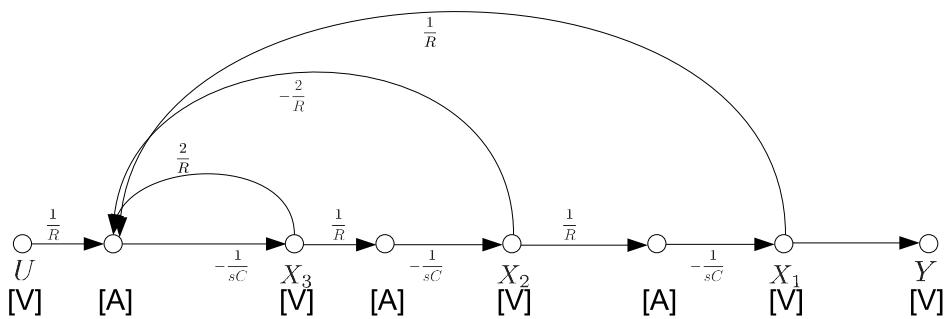
Er zijn drie integratoren nodig. De drie staten die te onderscheiden zijn, zijn: $x_1 = y$, $x_2 = \dot{x}_1 (= \dot{y})$ en $x_3 = \dot{x}_2 (= \ddot{x}_1)$. Hieruit volgt voor de toestandsbeschrijving van $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{BU}$:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_c^3 & -2\omega_c^2 & -2\omega_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_c^3 \end{pmatrix} u(t)$$

De formule voor het uitgangssignaal $\mathbf{Y} = \mathbf{CX} + \mathbf{DU}$ is weer te schrijven als

$$y = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

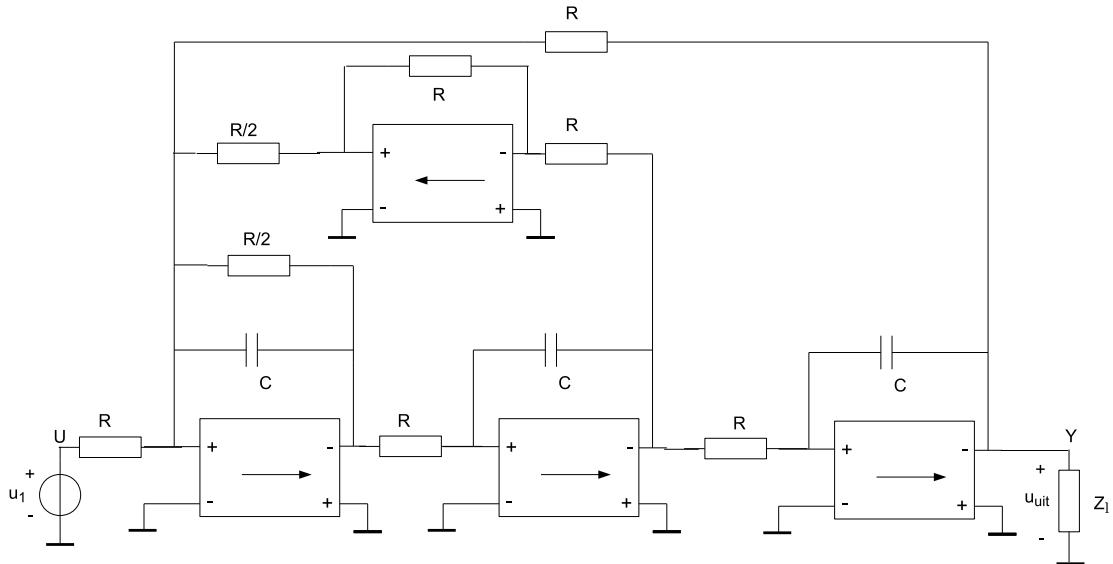
Als we weer uitgaan van optellen in het stroomdomein volgt voor het signalflowdiagram:



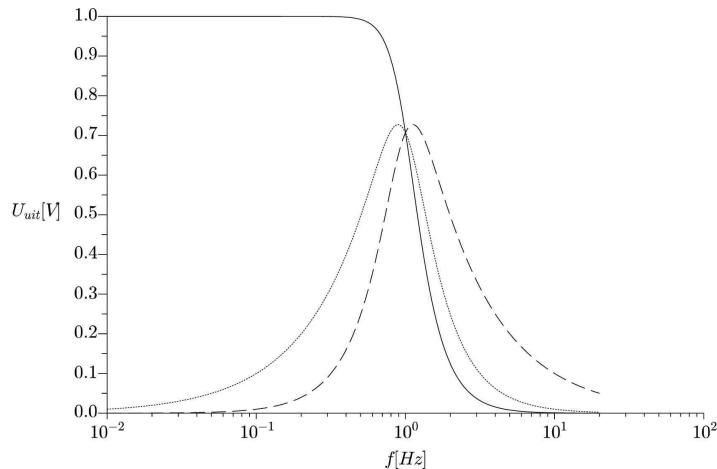
Figuur 8.36: Signal-flow diagram van een derde-orde laagdoorlaatfilter.

De geleidingen van ingang U en de uitgangen van de drie integratoren naar het optelpunt van X_3 kunnen met weerstanden geïmplementeerd worden. De integratoren worden weer samengesteld uit passieve geleidingen en een actieve capaciteit. Het resulterende schema wordt getoond in figuur 8.37. Merk op dat er een -1 keer versterker nodig is om te zorgen voor tegenkoppeling tussen X_2 en optelpunt aan de ingang van het filter.

Zoals figuur 8.38 toont is bij deze implementatie de uitsturing van de drie integratoren verschillend. X_1 heeft i.g.v. een ingangssignaal van 1 V een maximale uitsturing van eveneens 1V, terwijl X_2 en X_3 tot maximaal 0.73V uitgestuurd worden. X_2 en X_3 beperken dus het dynamisch bereik. Er zal weer



Figuur 8.37: Implementatie van een derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter.



Figuur 8.38: Uitgangsspanningen van de drie integratoren van fig.8.37 bij een ingangsspanning van 1 V. De doorgetrokken lijn is uitgang $X_1 = Y$, de gestippelde lijn is de uitgang X_2 (van de middelste integrator) en de gestreepte lijn is de uitgang X_3 van de linker integrator.

schaling toegepast worden om de uitsturingen gelijk te krijgen. Om X_3 een even grote uitsturing te geven als X_1 , zal de door de integrator te integreren stroom een factor 1.37 keer groter moeten worden. Door weerstand R tussen U en het optelpunt v.d. integrator 1.37 keer kleiner te maken, zal de stroom t.g.v. het ingangssignaal de gewenste toename laten zien. Onder aanname dat X_1 een gelijke uitsturing behoudt, moet de weerstand tussen X_1 en het optelpunt van X_3 eveneens een factor 1.37 keer kleiner worden, om de verhouding van de stromen vanaf U en X_1 gelijk te houden met de situatie in figuur 8.37.

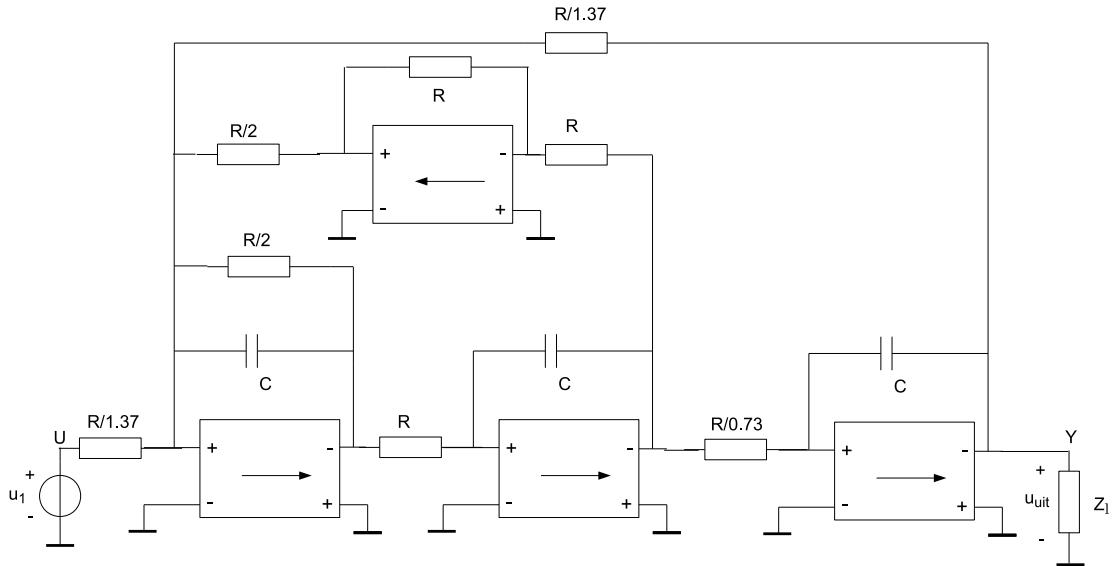
De verhouding van de stromen afkomstig van beide $R/2$ tegenkoppelussen en de twee eerder genoemde geschaalde weerstanden, moeten eveneens gelijk blijven. Er moet nu gecontroleerd worden of de beide stromen die door de $R/2$ al een factor 1.37 keer toegenomen zijn of dat hier nog voor moet worden gezorgd.

Doordat we de weerstanden vanaf U en X_1 een factor 1.37 kleiner hebben gemaakt, heeft X_3 een factor 1.37 grotere uitsturing gekregen. De stroom die via $R/2$ van X_3 naar het optelpunt teruggekoppeld wordt, is nu dus automatisch ook een factor 1.37 keer toegenomen. Deze weerstand behoudt dus zijn

waarde.

De middelste integrator wordt door een 1.37 keer groter signaal aangestuurd. Uitgangssignaal X_2 wort nu automatisch ook 1.37 keer groter; hetgeen gewenst is. Het uitgangssignaal dat via de inverter en $R/2$ wordt teruggekoppeld naar het optelpunt aan de ingang is automatisch ook de gewenste factor 1.37 keer groter. Deze weerstand behoudt dus ook zijn waarde.

We moeten nog rekening houden met het feit dat de uitgangsspanning op X_2 1.37 keer groter is geworden en dat deze spanning integrator X_1 aanstuurt. Als we niets doen, wordt de uitgangsspanning op X_1 een factor 1.37 keer groter, hetgeen niet de bedoeling is. De weerstand die de stroom van de actieve capaciteit bepaalt moet dus een factor 1.37 keer groter worden (of een factor 0.37 kleiner). Figuur 8.39 toont het schema van het geschaalde filter en figuur 8.40 de resulterende spanningen op X_1 , X_2 en X_3 .



Figuur 8.39: Implementatie van een derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter na schaling.

Merk op dat $\omega_c = \sqrt[3]{p_1 p_2 p_3}$ voor en na schaling gelijk is gebleven. Controle van ω_c voor en na schaling is een goede controle op fouten. Indien er na schaling een andere ω_c wordt gevonden (of een andere doorlaatbandversterking) is er een fout gemaakt bij het schalen.

8.6.3 Ontwerp van een tweede-orde banddoorlaatfilter

In deze subparagraph komt het ontwerp van een tweede-orde banddoorlaatfilter met een kwaliteitsfactor van vijf aan de orde. Zoals tabel 8.2 toont, wordt de overdracht van een tweede-orde banddoorlaatfilter gegeven door

$$H_{BD}(s) = \frac{\frac{\omega_c}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q} s + \omega_c^2}.$$

Wanneer $Q = 5$ krijgen we natuurlijk:

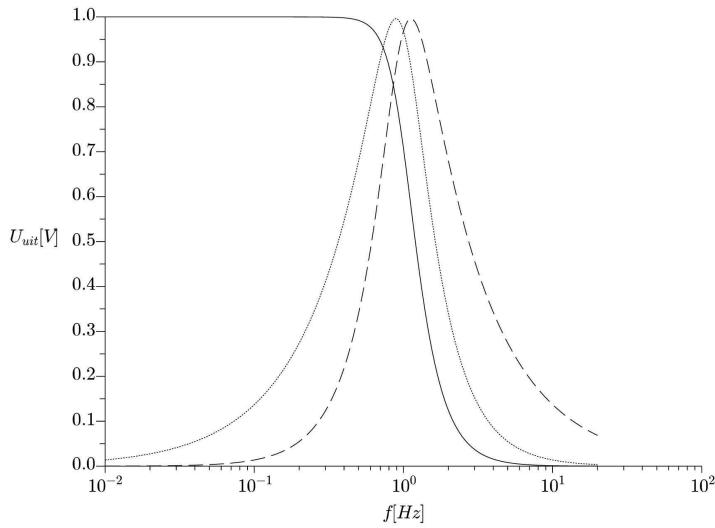
$$H_{BD}(s) = \frac{\frac{\omega_c}{5} s}{s^2 + \frac{\omega_c}{5} s + \omega_c^2}.$$

Dit soort lastigere overdrachten zijn eenvoudiger te ontwerpen door van de laagdoorlaatoverdracht uit te gaan. Deze noemen we $H_0(s)$. De banddoorlaatoverdracht is nu te schrijven als

$$H_{BD} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{5} s + \omega_c^2} \cdot \frac{s}{5\omega_c} = \frac{s}{5\omega_c} H_0(s)$$

Het is nu een kwestie van de differentiaalvergelijking en de state-space beschrijving van $H_0(s)$ op te stellen. Hiervoor is dezelfde procedure te volgen als beschreven in paragraaf 8.6.1. Het blijkt dan dat de formule $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}U$ te schrijven is als

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_c^2 & -\frac{1}{5}\omega_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_c^2 \end{pmatrix} u(t)$$

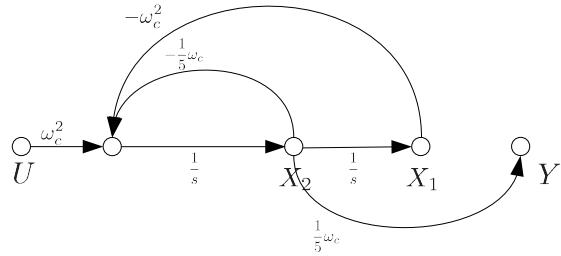


Figuur 8.40: Uitgangsspanningen van de drie integratoren van fig. 8.39 (dus na schaling) bij een ingangsspanning van 1 V. De doorgetrokken lijn is uitgang $X_1 = Y$, de gestippelde lijn is de uitgang X_2 (van de middelste integrator) en de gestreepte lijn is de uitgang X_3 van de linker integrator.

Om de formule voor het uitgangssignaal op te stellen moeten we weer terug naar de overdracht H_{BD} . Hieruit volgt dat $y(s) = \frac{s}{5\omega_c}y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{5\omega_c}\dot{y} \Rightarrow y = \frac{1}{5\omega_c}x_2$. De formule voor het uitgangssignaal $\mathbf{Y} = \mathbf{CX} + \mathbf{DU}$ is dus te schrijven als

$$y = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{5\omega_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

Volgens de bekende procedure kunnen \mathbf{X} en \mathbf{Y} nu omgezet worden naar het signal-flow diagram zoals getoond in afbeelding 8.41. Het uitvoeren van optelacties in het stroomdomein levert uiteindelijk het



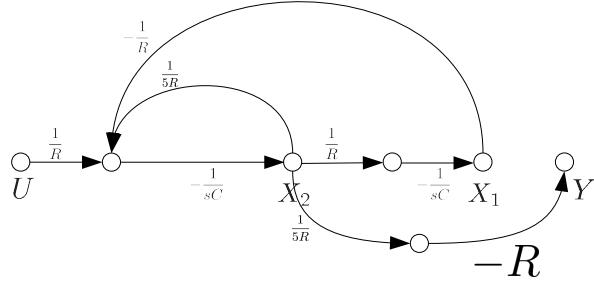
Figuur 8.41: Signal-flow diagram van een tweede-orde banddoorlaatfilter met $Q=5$.

signal-flow diagram van figuur 8.42 op. Figuur 8.42 toont een circuitimplementatie die uit het signaal-flow diagram volgt. Wederom zijn de integratoren met behulp van nullors uitgevoerd. Wat opvalt is dat het uitgangssignaal niets anders is dan een geschaalde versie van X_2 (de uitgang van de linker integrator). De overdracht van U naar X_2 is dus blijkbaar dat van een banddoorlaatfilter. Dat is ook te zien aan de gestreepte lijn in figuur 8.33.

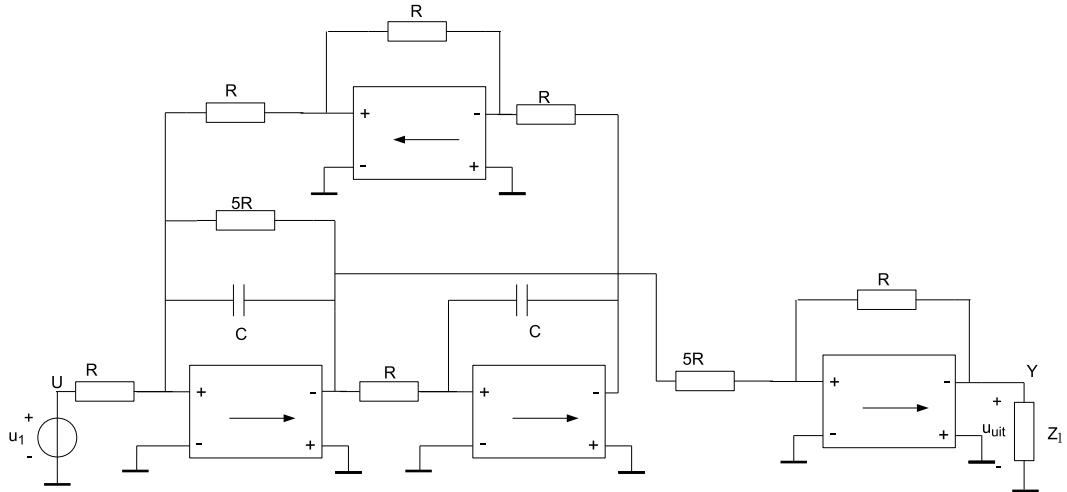
8.7 Ruis in integratoren

De equivalente spanningsruisbron aan de ingang van de integrator van fig. 8.44 wordt gegeven door

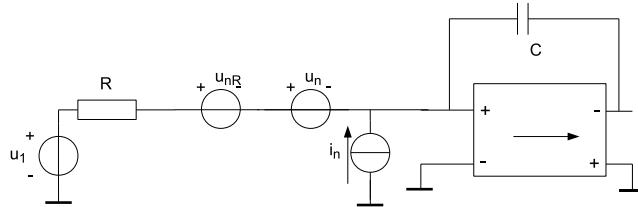
$$u_{eq} = u_{nR} + u_n + R(i_n + u_n j\omega C) = i_n R + u_{nR} + u_n(1 + j\omega RC), \quad (8.53)$$



Figuur 8.42: Signal-flow diagram van een tweede-orde banddoorlaatfilter met $Q=5$. Integratoracties en optelacties geïmplementeerd in het stroomdomein.



Figuur 8.43: Nullor implementatie van een tweede-orde banddoorlaatfilter met $Q=5$. Integratoracties en optelacties geïmplementeerd in het stroomdomein.



Figuur 8.44: Nullorimplementatie van een integrator met ruisbronnen.

waarbij u_{nR} de spanningsruis van weerstand R , i_n de stroomruisbron en u_n de spanningsruisbron van de nullorimplementatie en C de integratiecapaciteit is. Voor de spectrale ruisdichtheid van de equivalente bron volgt nu:

$$S_{ueq} = S_{i_n} R^2 + 4kTR + S_{u_n} (1 + \omega^2 R^2 C^2) \quad (8.54)$$

We hebben alleen hinder van die ruis die binnen de bandbreedte valt. Om nu te bepalen hoeveel ruisvermogen er binnen de bandbreedte van de nullorimplementatie valt, integreren we S_{ueq} over de bandbreedte (ω_B).

$$\overline{u_{eq}^2} = \int_0^{\omega_B} S_{ueq} d\omega = S_{i_n} R^2 \omega_B + 4kTR \omega_B + S_{u_n} \left(\omega_B + \frac{1}{3} \omega_B^3 R^2 C^2 \right) \quad (8.55)$$

Voor de bandbreedte nemen we de zogenaamde unity gain frequeny van de integrator [33][19]; de frequentie waarbij de reactantie van C dezelfde waarde heeft gekregen als de weerstand R : $\omega_B = 1/(RC)$. Na enig

rekenwerk wordt voor $\overline{u_{eq}^2}$ de volgende formule gevonden (reken na!)

$$\overline{u_{eq}^2} = \frac{4kT}{C} + S_{in} \frac{R}{C} + S_{un} \frac{4}{3RC}. \quad (8.56)$$

Als we de formule voor $\overline{u_{eq}^2}$ gerelateerd willen hebben aan de bandbreedte in Hz, behoeven we deze alleen nog maar door 2π te delen met als resultaat:

$$\overline{u_{eq}^2} = \frac{2kT}{\pi C} + S_{in} \frac{R}{2\pi C} + S_{un} \frac{2}{3\pi RC}. \quad (8.57)$$

Uit formule (8.57) volgt de conclusie dat het totale ruisvermogen van de integrator omgekeerd evenredig is met de waarde van C . Hoe groter C , hoe kleiner het ruisvermogen. Verder zal R de bijdrage van de stroomruis- en spanningsruisbron aan de totale ruis beïnvloeden: een hogere waarde van R zal de bijdrage van de stroomruisbron vergroten en die van de spanningsruisbron verkleinen en omgekeerd.

In het geval van een nullor als actief deel zullen S_{un} en S_{in} uiteraard nul zijn. De fundamentele ondergrens van de ruisenergie is dus gelijk aan $\overline{u_{eq}^2} = \frac{2kT}{\pi C}$ en **onafhankelijk** van de weerstand.

De nullorimplementatie zal de totale ruisenergie doen toenemen. Hetzelfde geldt voor andere integratoren in een filterschakeling die (via bijvoorbeeld een tegenkoppellus) zijn doorverbonden met de sommatie-ingang van de integrator. Deze toename wordt aangegeven met de ruisfactor ξ [33][19]. Formule (8.57) kan nu geschreven worden als

$$\overline{u_{eq}^2} = \frac{2kT\xi}{\pi C}. \quad (8.58)$$

In praktische gevallen is $\xi > 1$ en in het ideale geval geldt, zoals vermeld, $\xi = 1$.

Voorbeeld

Stel, we hebben een $R = 10 \text{ k}\Omega$ en $C = 100 \text{ pF}$ en het actieve deel van de integrator wordt gevormd door een opamp van het type 741, waarvoor geldt: $u_n \approx 20 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \Rightarrow S_{in} \approx 4 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{Hz}$ en $i_n \approx 0.5 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \Rightarrow S_{un} \approx 2.5 \cdot 10^{-25} \text{ A}^2/\text{Hz}$.

De totale ruisenergie binnen de bandbreedte van de integrator volgt uit (8.57) en bedraagt $\overline{u_{eq}^2} \approx 115 \text{ pV}^2$. Analyse toont aan dat het aandeel dat de spanningsruisbron van de opamp aan de totale ruisenergie levert het grootst is: $\approx 84.8 \text{ pV}^2$. Het aandeel dat de stroomruisbron levert is bijna verwaarloosbaar: $\approx 4 \text{ pV}^2$. De fundamentele ondergrens van de integratorruis is in dit geval $\approx 26.4 \text{ pV}^2$ (bij 300 K). De ruisfactor ξ is in dit geval dus ongeveer 4.4.

8.7.1 Dynamisch bereik van de integrator

Onder aanname dat de operationele versterker nergens door een te lage slew-rate of maximaal mogelijke te leveren stroom beperkt wordt, is zijn maximaal te leveren uitgangsspanning gelijk aan u_{max} . Het grootste dynamisch bereik (dynamic range, DR) is gelijk aan de verhouding van de maximale spanning in het kwadraat en de ruisenergie gegeven door vergelijking (8.58). Voor het dynamisch bereik⁹ volgt:

$$DR_{max} = 10 \log \left(\frac{(u_{max}/\sqrt{2})^2 \pi C}{2kT\xi} \right) = 10 \log \left(\frac{u_{max}^2 \pi C}{4kT\xi} \right) \quad (8.59)$$

In het geval van een opamp met rail to rail output is u_{max} gelijk aan de voedingsspanning, anders is het gelijk aan de maximale uitsturing zoals in de datasheet wordt aangegeven. Houd er rekening mee dat voor een single-supply opamp u_{max} gelijk is aan de halve voedingsspanning.

Voorbeeld

Een opamp van het type 741 kan (typisch) uisturen tot een maximale spanning van $\pm 13 \text{ V}$ bij een symmetrische voedingsspanning van $\pm 15 \text{ V}$ [8]. In geval van de integrator met $R = 10 \text{ k}\Omega$ en $C = 100 \text{ pF}$ vinden we voor het maximale dynamisch bereik: $DR_{max} = 118.6 \text{ dB}$.

Wanneer een opamp gebruikt wordt met gelijke ruisspecificaties maar met een u_{max} van 5V, dan daalt het dynamisch bereik naar $DR = 110.3 \text{ dB}$.

9. Onder aanname van een sinusvormig signaal. Voor andere signaalvormen moet de daarvoor juiste uitdrukking voor $u_{max,eff}$ gebruikt worden.

8.7.2 Dynamisch bereik van banddoorlaatfilters

In het geval van banddoorlaatfilters wordt het dynamisch bereik niet alleen door de ruis en de maximale uitsturing bepaald, maar ook door de kwaliteitsfactor Q . Er kan worden afgeleid dat het maximale dynamisch bereik voor banddoorlaatfilters gegeven wordt door [33]

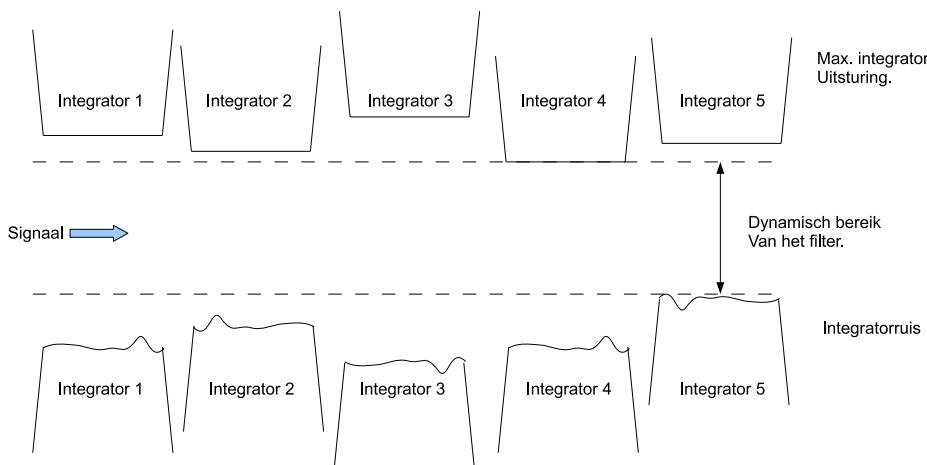
$$DR \leq 10 \log \left(\frac{u_{\max, \text{eff}}^2 C}{2\pi k T \xi Q} \right). \quad (8.60)$$

Het blijkt weer dat het dynamisch bereik toeneemt met toenemende uitsturing (u_{\max}) en toenemende C . Het neemt echter af met toenemende Q .

Vergelijk de uitsturingen van de integratoren en uitgang Y van het ontwerp van de banddoorlaatfilter in subparagraaf 8.6.3. De maximale uitsturing van de integratoren is een factor 5 (Q) groter dan dat van de uitgang Y . De integratoren zullen dus tegen hun maximale uitsturing lopen, terwijl uitgang Y nog lang niet tegen zijn uitsturingsgrenzen aanloopt.

8.7.3 Optimaliseren van het dynamisch bereik van een filter

De maximale signaalcapaciteit en de ruis zijn ook belangrijk bij het optimaliseren van filters [33][19]. De signaalcapaciteit betekent in dit geval de maximale grootte van het signaal dat het filter kan leveren aan de belasting. Deze maximale grootte wordt begrensd door de integrator die de *minste* uitsturing kan leveren. De ruis wordt bepaald door de ruisbijdrage van alle integratoren. Figuur 8.45 toont een manier hoe er naar het dynamisch bereik en de bijdragen daaraan door de integratoren gekeken kan worden [19].



Figuur 8.45: Het dynamisch bereik van het filter wordt bepaald door de integrator met de kleinste uitsturingscapaciteit en de integrator die de meeste ruis produceert.

Alle integratoren kunnen ontworpen worden op een groot dynamisch bereik, maar in een filter kan het gebeuren dat er geen optimaal gebruik gemaakt wordt van het dynamisch bereik van elke integrator [19]. Door schaling toe te passen kan de bijdrage van elke integrator aan het dynamisch bereik geoptimaliseerd worden [33][19]. Schaling kan op twee manieren:

- Schaling naar maximale en gelijke uitsturing van alle integratoren (zoals gedemonstreerd in paragraaf 8.6, figuren 8.35 en 8.40). Dit soort optimalisatie is bij uitstek geschikt voor sinusvormige signalen.
- Schaling naar de integraal van de integratorsignalen over het totale frequentiespectrum. Dit kan beschouwd worden als het totale signaalvermogen dat elke integrator moet kunnen verwerken [19]. Het totale signaalvermogen wordt gerepresenteerd door het oppervlak onder de curve van het uitgangssignaal als functie van de frequentie van elke integrator. Het vermogen (het oppervlak onder de curves) van elke integrator moet gelijk gemaakt worden. Dit wordt vermogensschaling genoemd.

Dit type schaling is het meest geschikt voor signalen die een (witte) ruisachtig karakter vertonen, zoals bijvoorbeeld radiosignalen [19].

Schaling verandert de topologie van het filter niet.

Naast schaling kan er ook volledige optimalisatie van zowel de uitsturing van elke integrator als zijn bijdrage aan de ruis plaatsvinden. Volledige optimalisatie van het filter kan een andere, betere, topologie opleveren. Dit is echter een complexe opgave, waarbij hulp van computerprogramma's om de filtermatrixen door te rekenen onmisbaar is. Volledige optimalisatie van filters valt derhalve buiten het bestek van dit dictaat. De geïnteresseerde student wordt hiervoor naar de literatuur over dit onderwerp verwezen: [33].

8.7.4 Schaling naar gelijk uitgangsvermogen

De stappen die ondernomen moeten worden om de integratoren van een filter te optimaliseren naar gelijk uitgangsvermogen worden duidelijk wanneer de zogenaamde controllability Gramian van de \mathbf{F} matrix uitgerekend wordt [33]. Dit houdt simpelgezegd in dat we de overdracht van U naar elke integratoruitgang bepalen, die vermenigvuldigen met zijn toegevoegd complex en dit resultaat over ω integreren. We zullen dit aan de hand van twee voorbeelden verduidelijken: het optimaliseren van een tweede-orde en een derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter.

Om de uitgangssignalen van de integratoren van een laagdoorlaatfilter naar gelijke uitgangsvermogens te schalen, doorlopen we de volgende stappen:

1. Bepaal $f_1 = \frac{x_1}{u} = \frac{u}{u}$ (deze overdracht is over het algemeen al bekend).
2. Vervang s door $j\omega$ in de formule voor f_1 .
3. Bepaal het toegevoegd complex (f_1^*) van f_1 .
4. Reken $\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_1 f_1^* d\omega$ uit.
5. Bepaal $f_2 = \frac{x_2}{u} = \frac{x_1}{u} \frac{s}{\omega_c}$
6. Voer stappen 2 en 3 uit
7. Reken $\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_2 f_2^* d\omega$ uit. I.g.v. van een tweede-orde filter ga naar stap 11.
8. Bepaal $f_3 = \frac{x_3}{u} = \frac{x_2}{u} \frac{s}{\omega_c}$
9. Voer stappen 2 en 3 uit
10. Reken $\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_3 f_3^* d\omega$ uit.
11. Vergelijk de resultaten van de integralen. De antwoorden zijn gelijk i.g.v. gelijke uitgangsvermogens van de integratoren. Wanneer ze niet gelijk zijn kan één of meerdere overdrachten geschaald worden.

Voor hogere-orde filters wordt deze procedure herhaald totdat alle overdrachten f_n uit de \mathbf{F} matrix zijn doorgerekend.

Tweede-orde Butterworth laagdoorlaatfilter

De overdrachten f_1 en f_2 van het tweede-orde Butterworth laagdoorlaatfilter zijn:

$$f_1 = \frac{x_1}{u} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2}$$

$$f_2 = \frac{x_1}{u} \frac{s}{\omega_c} = \frac{s\omega_c}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2}$$

Invullen van $s = j\omega$:

$$f_1 = \frac{x_1}{u} = \frac{\omega_c^2}{-\omega^2 + \sqrt{2}\omega_c j\omega + \omega_c^2}$$

$$f_2 = \frac{x_1}{u} \frac{s}{\omega_c} = \frac{j\omega\omega_c}{-\omega^2 + \sqrt{2}\omega_c j\omega + \omega_c^2}.$$

Toegevoegd complex¹⁰:

$$f_1^* = \frac{\omega_c^2}{\omega^4 + \omega_c^4} (-\omega^2 + \sqrt{2}\omega_c j\omega + \omega_c^2)$$

$$f_2^* = j\omega \frac{\omega_c}{\omega^4 + \omega_c^4} (-\omega^2 + \sqrt{2}\omega_c j\omega + \omega_c^2).$$

Voor de producten wordt nu gevonden:

$$f_1 f_1^* = \frac{\omega_c^4}{\omega^4 + \omega_c^4}$$

$$f_2 f_2^* = \frac{\omega_c^2 \omega^2}{\omega^4 + \omega_c^4}.$$

10. Op de hand uitrekenen is nogal veel werk. Het is aan te bevelen gebruik te maken van een wiskundepakket.

Nu moeten deze producten geïntegreerd over ω . Om de wiskunde te beperken en ‘eenvoudige’ formules te verkrijgen, passen we de volgende truuk toe: we gaan er vanuit dat $\omega_c = 2\pi$ rad/s. Als resultaat (gebruik een wiskunde programma) wordt gevonden:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_1 f_1^* d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(2\pi)^4}{\omega^4 + (2\pi)^4} d\omega = \frac{1}{2} \pi \sqrt{2} \\ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_2 f_2^* d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(2\pi)^2 \omega^2}{\omega^4 + (2\pi)^4} d\omega = \frac{1}{2} \pi \sqrt{2}\end{aligned}$$

Beide antwoorden zijn gelijk. Dit betekent dat in het geval van een tweede-orde Butterworth laagdoorlaatfilter, de uitgangsvermogens al geschaald zijn. De implementatie van fig. 8.32 op bladzijde 151 is dus al naar gelijke uitgangsvermogens geschaald.

Derde-orde laagdoorlaat Butterworthfilter

De overdrachten van het derde-orde laagdoorlaatfilter met een Butterworth karakteristiek zijn (Ga dit zelf na!):

$$\begin{aligned}f_1 &= \frac{x_1}{u} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3} \equiv \frac{\omega_c^3}{(j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3} \\ f_2 &= \frac{x_1}{u} \frac{s}{\omega_c} = \frac{s\omega_c^2}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3} \equiv \frac{j\omega\omega_c^2}{(j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3} \\ f_3 &= \frac{x_2}{u} \frac{s}{\omega_c} = \frac{s^2\omega_c}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3} \equiv \frac{-\omega^2\omega_c}{(j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3}\end{aligned}$$

Toegevoegd complex:

$$\begin{aligned}f_1^* &= \frac{\omega_c^3}{\omega_c^6 + \omega^6} ((j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3) \\ f_2^* &= \frac{-j\omega\omega_c^2}{\omega_c^6 + \omega^6} ((j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3) \\ f_3^* &= \frac{-\omega^2\omega_c}{\omega_c^6 + \omega^6} ((j\omega)^3 + 2\omega_c(j\omega)^2 + 2\omega_c^2(j\omega) + \omega_c^3)\end{aligned}$$

De producten:

$$\begin{aligned}f_1 f_1^* &= \frac{\omega_c^6}{\omega_c^6 + \omega^6} \\ f_2 f_2^* &= \frac{\omega^2\omega_c^4}{\omega_c^6 + \omega^6} \\ f_3 f_3^* &= \frac{\omega^4\omega_c^2}{\omega_c^6 + \omega^6}\end{aligned}$$

Met $\omega_c = 2\pi$ rad/s vinden we nu voor de integralen:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_1 f_1^* d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(2\pi)^6}{(2\pi)^6 + \omega^6} d\omega = \frac{2}{3} \pi \\ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_2 f_2^* d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega^2(2\pi)^4}{(2\pi)^6 + \omega^6} d\omega = \frac{1}{3} \pi \\ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_3 f_3^* d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega^4(2\pi)^2}{(2\pi)^6 + \omega^6} d\omega = \frac{2}{3} \pi\end{aligned}$$

Uit deze analyse kan geconcludeerd worden dat het totale uitgangsvermogen van integrator 2 een factor twee kleiner is dan die van integratoren 1 en 3. De overdracht x_2/u moet dus geschaald worden, zodat de het uitgangsvermogen van de integrator een factor twee groter wordt. Hiervoor moeten de betreffende weerstanden in fig. 8.37 op bladzijde 154 met een factor $\sqrt{2}$ geschaald worden (waarom ?). Deze schaling wordt als opgave aan de student overgelaten.

8.8 Alternatieve filteroplossingen

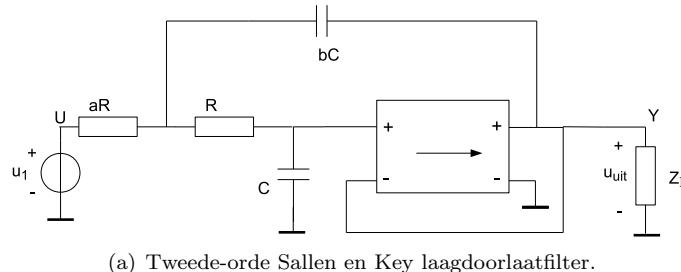
De state space beschrijving heeft als voordeel dat het ontwerpproces van filters weinig tot geen iteraties heeft en dat filterkarakteristiek en andere kwaliteitsaspecten georthogonaliseerd zijn [36]. Er zijn echter ook andere manieren om filters te ontwerpen, die over het algemeen meer iteraties in het ontwerpproces vergen en waarbij er geen sprake is van orthogonalisatie van de kwaliteitsaspecten van het filter. Het dynamisch bereik optimaliseren is bijvoorbeeld lastig vanwege het gebrek aan orthogonalisatie.

Een bekende andere methode is om standaardschakelingen voor eerste- en tweede-orde filters te cascaderen om zo hogere-orde filters te realiseren. Zoals eerder in dit hoofdstuk was vermeld, kunnen de weerstands- en capaciteitswaarden die voor een gewenste ω_c en Q in tabellen worden opgezocht, zoals die o.a. in [32][8][39] gepresenteerd worden. In sommige gevallen levert deze methode filterimplementaties op die minder componenten gebruiken dan het toepassen van de state space methode, wat voor toepassingen die fysiek zo klein mogelijk moeten blijven, een voordeel kan zijn.

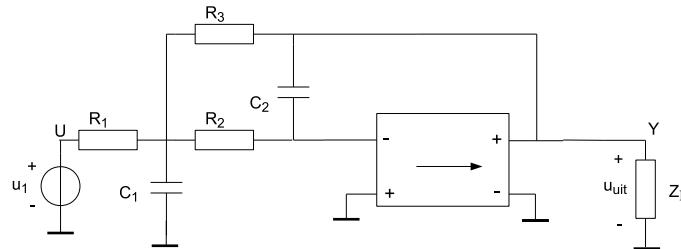
Een aantal tweede-orde filterimplementaties zal in de volgende subparagrafen besproken worden. Tevens zal een eerste-orde all-pass filter gepresenteerd worden dat inderdaad minder componenten gebruikt dan de implementatie van fig. 8.26.

8.8.1 Tweede-orde laagdoorlaatfilter

Er zijn twee bekende schakelingen waarmee een tweede-orde laagdoorlaatfilter geïmplementeerd kunnen worden: het Sallen en Key (fig. 8.46(a)) en het multiple-feedback filter (fig. 8.46(b)).



(a) Tweede-orde Sallen en Key laagdoorlaatfilter.



(b) Tweede-orde multiple-feedback laagdoorlaatfilter.

Figuur 8.46: Twee bekende laagdoorlaatfilter implementaties.

Voor het Sallen en Key filter gelden de volgende formules [8]

$$\begin{aligned}\omega_c &= \frac{1}{\sqrt{abRC}} \\ Q &= \frac{\sqrt{ab}}{a+1}\end{aligned}\tag{8.61}$$

en voor het multiple-feedback filter:

$$\begin{aligned}H_0 &= -\frac{R_3}{R_1} \\ \omega_c &= \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}} \\ Q &= \frac{\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}}{\frac{1}{R_1} \sqrt{R_2 R_3} + \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_3}}}.\end{aligned}\tag{8.62}$$

Voor beide typen laagdoorlaatfilters geldt dat ω_c en Q niet onafhankelijk van elkaar te ontwerpen valt, zoals duidelijk uit de formules blijkt. De prijs die voor het kleinere aantal componenten betaald moet worden is het verlies in orthogonaliteit en daardoor een toegenomen complexiteit voor de ontwerper.

Vaak worden Sallen en Key filters ontworpen met $H_0 = 1$. Dit is voordelig voor wat de negatieve invloeden van componentspreiding betreft (zie paragraaf 8.9), maar het kan het ruisgedrag negatief beïnvloeden. De ruis kan een ‘grote’ piek laten zien wanneer de Q groter wordt dan 1.5 [40]. De piek in de ruis kan gereduceerd worden door $H_0 = 1.2 - 1.4$ te maken [40]. Dit is te realiseren door de eenheidstegenkoppeling te vervangen door een spanningsdelenetwerk.

Bij de Sallen en Key filter is te zien dat $H_0 = 0 \text{ dB}$ (1 keer) is. Bij 0 rad/s zijn de capaciteiten voor te stellen als open verbindingen. De ingangsspanning u_1 komt nu rechtstreeks aan de ingang van een spanningsvolger te staan in het geval van de Sallen en Key implementatie. Bij de multiple-feedback implementatie zien we nu een transimpedantieversterker, waarvan de transimpedantie door R_3 bepaald wordt. De spanning u_1 wordt door R_1 in een stroom omgezet.

Wat opvalt bij het Sallen en Key filter is dat bC een *meekoppellus* vormt. Wanneer $\omega \gg \omega_c$ is het uitgangssignaal echter al zoveel verzwakt dat de meekoppeling niet meer effectief is. Wat overblijft aan overdracht is voor te stellen als twee laagdoorlaat RC -combinaties in cascade. In het geval $\omega \ll \omega_c$ is Z_{bC} zo groot dat er weinig tot geen signaal van de uitgang naar de ingang teruggekoppeld wordt. De meekoppeling is dan ook niet effectief. Slechts voor frequenties rond ω_c heeft Z_{bC} zo’n waarde, en is de uitgangsspanning nog niet zo klein, dat de meekoppeling effectief is. Het resultaat hiervan is dat Q groter dan 0.5 kan worden¹¹.

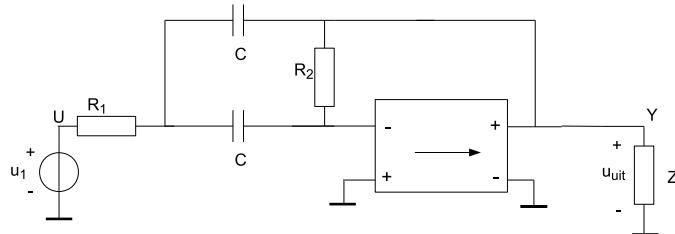
Wanneer $\omega \gg \omega_c$ hebben we in het geval van de multiple-feedback configuratie een RC schakeling die gecascadeerd is met een integrator (R_2C_2 en de nullor). Opnieuw hebben we nu dus een tweede-orde overdracht (-12 dB/oct.). Voor frequenties rond ω_c is het effect van R_3 nog niet verwaarloosbaar t.o.v. dat van R_2C_2 , wat uiteindelijk kan resulteren in een $Q > 0.5$.

8.8.2 Tweede-orde hoogdoorlaatfilter

Hoogdoorlaatfilters zijn te realiseren door de weerstanden en condensatoren in figuren 8.46(a) en 8.46(b) van plaats te verwisselen. De bijbehorende formules zijn eveneens vergelijkbaar (zie bijv. [8][38][35]).

8.8.3 Tweede-orde banddoorlaatfilter

Misschien wel een van de populairste tweede-orde banddoorlaatconfiguraties wordt in fig. 8.47 getoond. De twee condensatoren behoeven niet gelijk te zijn, het maakt echter het ontwerp-/rekenwerk een stuk



Figuur 8.47: Populaire multiple-feedback banddoorlaatconfiguratie.

eenvoudiger. De formules zijn [8]:

$$\begin{aligned} \omega_c &= \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C}} \\ Q &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}. \end{aligned} \tag{8.63}$$

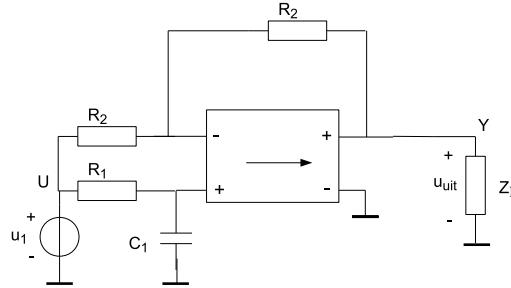
Zeker wanneer $Q \gg 1$, zal gelden $R_2 \gg R_1$. Wanneer $\omega_c \ll \omega$ zullen de onderste C en R_2 een hoogdoorlaatkarakteristiek vertonen; wanneer $\omega_c \gg \omega$ zullen R_1 en de bovenste C een laagdoorlaatfilter vormen. Voor frequenties rond ω_c dragen beide weerstanden en condensatoren bij aan de overdracht. In dit gebied vertoont het banddoorlaatfilter een tweede-orde karakteristiek. Bij $\omega = \omega_c$ is de bijdrage van hoogdoorlaat- en laagdoorlaatkarakteristiek even groot en H maximaal.

11. Een cascade van twee passieve RC -laagdoorlaatsecties heeft een Q van niet hoger dan 0.5.

Merk op dat in het geval van een matige tot hoge Q het ingangssignaal klein moet blijven, omdat anders de nullor implementatie kan gaan clippen.

8.8.4 Eerste-orde all-pass filter

Figuur 8.48 toont een implementatie van een eenvoudig eerste-orde all-passfilter. De overdracht is over het volledige frequentiegebied gelijk: $H(\omega) = 0 \text{ dB}$. Alleen de fasehoek γ varieert tussen 0° en -180° .



Figuur 8.48: Eenvoudige implementatie van een eerste-orde all-passfilter.

Voor de totale overdracht geldt (superpositie)

$$\begin{aligned} u_{uit} &= u_{in1} \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \frac{2R_2}{R_2} - u_{in1} \frac{R_2}{R_2} = u_{in1} \left(\frac{2}{1 + j\omega R_1 C_1} - 1 \right) \\ &= u_{in1} \left(\frac{2}{1 + j\omega R_1 C_1} - \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \right) = u_{in1} \left(\frac{1 - j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \right) \\ H(\omega) &= \left(\frac{1 - j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \right). \end{aligned} \quad (8.64)$$

Met $\omega_c = 1/(R_1 C_1)$ is $H(\omega)$ te schrijven als

$$H(\omega) = \left(\frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \right). \quad (8.65)$$

De fasehoek wordt berekend door de fasehoek van de noemer af te trekken van de fasehoek van de teller.

$$\gamma = \arctan \left(-\frac{\omega}{\omega_c} \right) - \arctan \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = -2 \arctan \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad (8.66)$$

Wanneer $\omega \ll \omega_c$, is γ gelijk aan 0° en γ is gelijk aan -180° als $\omega \gg \omega_c$. In het geval dat $\omega = \omega_c$ is γ gelijk aan -90° .

8.8.5 Ontwerp van hogere-orde filters met standaardschakelingen

Zoals eerder vermeld, kunnen filters van een hogere-orde samegesteld worden door eerste-orde en tweede-orde standaardfilterschakelingen te cascaderen. De Q -faktor en de ω_c waaraan elke filtertrap moet voldoen is op te zoeken in tabellen zoals die in handboeken worden gepresenteerd, bijv. [32][8].

Wiskundig gezien maakt het niet uit wat de volgorde van de filtertrappen is. In de praktijk worden de filtertrappen vaak in volgorde van toenemende Q gecascadeerd. Dit beperkt de kans op clipping van het signaal in de filtertrappen met hoge Q [8]. Hierbij wordt geen rekening gehouden met ruis. De ruis kan aanzienlijk versterkt worden in filtertrappen met een hoge Q . Om de ruis te minimaliseren zie je vaak dat de filtertrappen in volgorde van een afnemende Q -faktor worden gecascadeerd [8]. Volgens Franco ([8]) kan de optimale volgorde van trappen met een hoge- en lage Q -faktor bepaald worden met behulp van enig experimenteren . . .

Optimaliseren van het dynamisch bereik zoals in voorgaande paragrafen gepresenteerd lijkt niet mogelijk met deze methode. Tenminste niet zonder te ‘experimenteren’.

8.9 Filters en spreiding in de overdracht

Filters worden opgebouwd met weerstanden en condensatoren die afwijken van hun ideale model. Het ideale model van een weerstand is een component met een louter resistief karakter en het ideale model van een condensator is de capaciteit.

In werkelijkheid hebben zowel de weerstand als de condensator aansluitdraden die voor een zekere zelf-inductie en draadweerstand zorgen. Over de weerstand zelf zal, wanneer er een spanning over aangesloten wordt, een elektrisch veld ontstaan die weer voor een (parallel) capaciteit zorgt. Deze eigenschappen zijn uitgebreid aan bod gekomen bij het vak EMC en in het boek van Ott [41]. In dit dictaat zal er verder vanuit gegaan worden dat bij het ontwerp van het filter de juiste componenten (bijvoorbeeld metaalfilmweerstanden, keramische- of juist polystyreencondensatoren) gebruikt zijn, zodat de parasitaire effecten verwaarloosd mogen worden.

Weerstanden en condensatoren hebben eveneens een eindige nauwkeurigheid. Een weerstand van $1\text{ k}\Omega$, bijvoorbeeld, is niet exact $1000,0000\text{ ohm}$, maar $1\text{ k}\Omega \pm 1\%$ (of 0.1% , 5% of i.g.v. oudere weerstanden 10%). In plaats van een weerstand met waarde R , hebben we dus een weerstand met waarde $R \pm \varepsilon_R$. Hetzelfde geldt voor de condensator; hier hebben we de waarde $C \pm \varepsilon_C$. Bij de condensator is de tolerantie typisch groter dan bij de weerstand. Toleranties variëren al snel tussen 2% en 20% . Duurdere condensatoren kunnen een tolerantie van 1% bezitten.

Het kantelpunt van een eerste-orde filter wordt gegeven door $f_c = 1/(2\pi RC)$. Wanneer er rekening gehouden wordt met de toleranties wordt deze formule

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC(1 + \varepsilon_R)(1 + \varepsilon_C)} = \frac{1}{2\pi RC(1 + \varepsilon_R + \varepsilon_C + \varepsilon_R\varepsilon_C)}. \quad (8.67)$$

Voor de eerder genoemde toleranties wordt een acceptabele fout gemaakt indien we de formule verder vereenvoudigen tot

$$f_c \approx \frac{1}{2\pi RC(1 + \varepsilon_R + \varepsilon_C)}. \quad (8.68)$$

Als een weerstand met een tolerantie van 1% en een condensator met een tolerantie van 20% , kan dus in het meeste nadelige geval een afwijking van 21% in f_c optreden. Als $f_c = 1\text{ kHz}$ moet zijn, is de afwijking 210 Hz . In praktische gevallen betekent dit dat $f_c = 1\text{ kHz} \pm 210\text{ Hz}$. Wordt nu, met dezelfde weerstand, een condensator met een tolerantie van slechts 5% gebruikt, dan wordt een $f_c = 1\text{ kHz} \pm 60\text{ Hz}$ gevonden. De prijs die de ontwerper betaalt voor de toegenomen nauwkeurigheid van de kantelfrequentie (slechts 6% onnauwkeurigheid i.p.v. 21%) is de hogere prijs die betaald moet worden voor de nauwkeuriger condensator.

De spreiding in componentwaardes heeft invloed op de filteroverdracht. De gevoeligheid (sensitivity (S)) is de mate waarin de overdrachtskarakteristiek van het filter verandert ten gevolge van een verandering in de waarde (t.g.v. de componenttoleranties) van één of meerdere componenten van het filter. Wanneer de overdracht van het filter door H gegeven wordt en het component x genoemd wordt, wordt de gevoeligheid gegeven door [39][8][29]

$$S_x^H = \frac{\frac{\delta H(\omega)}{H(\omega)}}{\frac{\delta x}{x}} = \frac{x}{H(\omega)} \frac{\delta H(\omega)}{\delta x}. \quad (8.69)$$

N.B. idealiter is S_x^H gelijk aan nul. Formeel is vergelijking (8.69) alleen geldig voor infinitesimaal kleine veranderingen. Voor praktische toepassingen levert vergelijking (8.69) resultaten op die nauwkeurig genoeg zijn voor ε -waarden tot 5% , en in sommige gevallen zelfs tot 10% [39].

Beschouw figuur 8.34 op blz. 152. De kantelfrequentie wordt bepaalt door $\omega_c = \sqrt{p_1 p_2}$, waarbij $p_1 = 1/(7.07k15n)$ en $p_2 = 1/(14.14k15n)$. Als we nu stellen dat $R_1 = 7.07\text{k}\Omega$, $R_2 = 14.14\text{k}\Omega$ en $C_1 = C_2 = 15\text{nF}$, dan kan $S_{R_1}^{\omega_c}$ (de gevoeligheid van ω_c voor toleranties in R_1) als volgt berekend worden:

$$\begin{aligned} S_{R_1}^{\omega_c} &= \frac{R_1}{\omega_c} \frac{\delta \omega_c}{\delta R_1} = \frac{R_1}{\omega_c} \frac{\delta}{\delta R_1} \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{R_1}{\omega_c} \cdot -\left(\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} R_1 (R_1 R_2 C_1 C_2)} \right) \\ &= \frac{R_1}{\omega_c} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{\omega_c}{R_1} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (8.70)$$

De gevoeligheid van de kantelfrequentie ω_c voor variaties in de waarde van R_1 bedraagt dus $-1/2$. Dat betekent, dat wanneer R_1 1% hoger is dan de nominale waarde (7.07k), ω_c een half procent lager wordt. Is R_1 1% lager, dan wordt ω_c een half procent hoger.

Met dezelfde aanpak is het effect van de tolerantie van R_2 , C_1 en C_2 op ω_c te bepalen. Er wordt dan

$$S_{R_2}^{\omega_c} = S_{C_1}^{\omega_c} = S_{C_2}^{\omega_c} = -\frac{1}{2} \quad (8.71)$$

gevonden, wat dezelfde gevoeligheid oplevert als voor toleranties in R_1 .

De laagfrequent doorlaatkarakteristiek H_0 wordt bepaald door R_1 en de weerstand van $7.07 \text{ k}\Omega$ aan de uitgang van de inverterende versterker. Deze laatst genoemde weerstand noemen we R_3 : $H_0 = R_3/R_1$. De gevoeligheid van H_0 voor toleranties in de waarden van R_1 en R_3 is

$$S_{R_1}^{H_0} = \frac{R_1}{\frac{R_3}{R_1}} \frac{\delta}{\delta R_1} \left(\frac{R_3}{R_1} \right) = \frac{R_1^2}{R_3} \cdot \frac{-R_3}{R_1^2} = -1 \quad (8.72)$$

en

$$S_{R_3}^{H_0} = \frac{R_3}{\frac{R_3}{R_1}} \frac{\delta}{\delta R_3} \left(\frac{R_3}{R_1} \right) = R_1 \frac{1}{R_1} = 1. \quad (8.73)$$

Een toename van afname van 1% van R_3 zorgt dus voor 1% toename of afname van 1% van H_0 ; een toename of afname van 1% van R_1 zorgt voor een afname of toename van 1% van H_0 .

Uit de analyse van tweede-orde systemen, volgde dat $Q = 1/a'_1$. De kwaliteitsfactor wordt dus primair bepaald door de weerstand van $7.07 \text{ k}\Omega$ (R_4) parallel aan C_1 ($Q = R_4/R$).

$$S_{R_4}^Q = \frac{R_4}{Q} \frac{\delta Q}{\delta R_4} = \frac{R_4}{\frac{R_4}{R}} \frac{\delta}{\delta R_4} \frac{R_4}{R} = R \cdot \frac{1}{R} = 1 \quad (8.74)$$

Er geldt echter ook dat $Q = \omega_c/(p_1 + p_2)$. De toleranties van de weerstanden R_1 , R_2 en de capaciteiten C_1 en C_2 beïnvloeden Q dus ook.

$$S_{R_1}^Q = \frac{R_1}{Q} \frac{\delta Q}{\delta R_1} = \frac{1}{2} \frac{R_2 C_2 - R_1 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2} \quad (8.75)$$

Wanneer $R_1 C_1 = R_2 C_2$ wordt $S_{R_1}^Q$ gelijk aan nul. Om een idee te krijgen wat het effect is van toleranties in de componenten, doen we het volgende: Wanneer we uitgaan van $R_1 = R_2$ en $C_1 = C_2$ en de toleranties van de tijdconstanten worden met $\varepsilon_{1,2}$ aangegeven, dan geldt

$$S_{R_1}'^Q = \frac{1}{2} \frac{R_1 C_1 (1 + \varepsilon_2) - R_1 C_1 (1 + \varepsilon_1)}{R_1 C_1 (1 + \varepsilon_1) + R_1 C_1 (1 + \varepsilon_2)} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (8.76)$$

Omdat het teken van de tolerantie niet bekend is, wordt van de meest nadelige situatie uitgegeven. Die treedt op wanneer de absolute waarde genomen wordt:

$$S_{R_1}^Q = \frac{1}{2} \frac{|\varepsilon_2| + |\varepsilon_1|}{2 + |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|} = \frac{1}{2} \frac{|\varepsilon_2| + |\varepsilon_1|}{2 + |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|} \quad (8.77)$$

Wanneer nu gekeken wordt wat de effecten zijn van 1% toleranties ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) dan is $S_{R_1}'^Q \approx 0.5\%$, i.g.v. 5% toleranties is $S_{R_1}^Q \approx 2.4\%$ en i.g.v. 10% toleranties is $S_{R_1}^Q \approx 4.55\%$. Als benadering kan dus de formule

$$S_{R_1}^Q = \frac{1}{2} \quad (8.78)$$

gebruikt worden.

Voor $S_{R_2}^Q$, $S_{C_1}^Q$ en $S_{C_2}^Q$ worden vergelijkbare uitdrukkingen gevonden:

$$S_{R_2}^Q = \frac{R_2}{Q} \frac{\delta Q}{\delta R_2} = -\frac{1}{2} \frac{R_2 C_2 - R_1 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}, \quad (8.79)$$

$$S_{C_1}^Q = \frac{C_1}{Q} \frac{\delta Q}{\delta C_1} = \frac{1}{2} \frac{R_2 C_2 - R_1 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}, \quad (8.80)$$

en

$$S_{C_2}^Q = \frac{C_2}{Q} \frac{\delta Q}{\delta C_2} = -\frac{1}{2} \frac{R_2 C_2 - R_1 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}. \quad (8.81)$$

Voor deze formules geldt eveneens de benadering $|S_{R_2}^Q| = |S_{C_1}^Q| = |S_{C_2}^Q| = \frac{1}{2}$. N.B. de hiergegeven analyse geldt ook voor het banddoorlaatfilter en bandsperfilter.

De filterimplementaties die uit de in dit hoofdstuk gepresenteerde ontwerpmethode volgen, vertonen een gevoeligheid voor componentspreiding vergelijkbaar met die van passieve RLC-filters met een gelijke overdracht. Passieve RLC-filters vertonen de laagste gevoeligheid voor componentspreiding [19].

8.9.1 Effecten van componenttoleranties op de ‘standaardschakelingen’

De gevoelighed voor componenttoleranties van het Sallen en Key laagdoorlaatfilter (fig. 8.46(a), blz. 162) [39][8] wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} S_{aR}^Q = -S_R^Q &= \frac{1 - \frac{aR}{R}}{2(1 + \frac{aR}{R})} = \frac{1-a}{2(1+a)}, \\ S_{bC}^Q = -S_C^Q &= \frac{1}{2}, \\ S_{aR}^{\omega_c} = S_R^{\omega_c} = S_{bC}^{\omega_c} = S_C^{\omega_c} &= -\frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (8.82)$$

Deze gevoeligheden zijn vergelijkbaar met de gevoeligheden van de tweede-orde implementatie die in paragraaf 8.9 besproken is.

Het multiple-feedback laagdoorlaatfilter (fig. 8.46(b)) blijkt op de volgende manier gevoelig te zijn voor componenttoleranties [8]

$$\begin{aligned} |S_{R_1}^Q| &< 1, \\ |S_{R_2}^Q| &< \frac{1}{2}, \\ |S_{R_3}^Q| &< \frac{1}{2}, \\ S_{C_2}^Q = -S_{C_1}^Q &= \frac{1}{2}, \\ S_{R_1}^{\omega_c} = S_{R_2}^{\omega_c} = S_{R_3}^{\omega_c} = S_{C_1}^{\omega_c} = S_{C_2}^{\omega_c} &= -\frac{1}{2}, \\ S_{R_1}^{H_0} = S_{R_2}^{H_0} &= 1. \end{aligned} \quad (8.83)$$

Het banddoorlaatfilter uit fig. 8.47 (blz. 163) vertoont de volgende gevoeligheden voor component-toleranties [8][39]:

$$\begin{aligned} S_{R_1}^{\omega_c} = S_{R_2}^{\omega_c} = S_C^{\omega_c} &= -\frac{1}{2} \\ S_{R_1}^Q &= -\frac{1}{2} \\ S_{R_2}^Q &= \frac{1}{2} \\ S_C^Q &= \frac{Q}{\omega_c R_2 C} - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (8.84)$$

Evaluatie van het effect van componenttoleranties

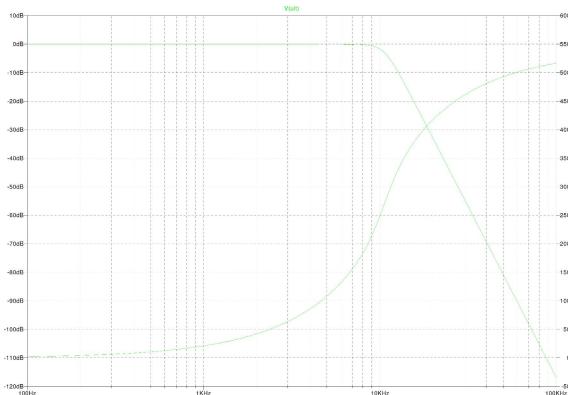
Met de krachtige computers van tegenwoordig is het effect van componenttoleranties op de filteroverdracht goed te simuleren. Als voorbeeld toont fig. 8.49(a) de gesimuleerde karakteristiek van een zesde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter met de kantelfrequentie op 10.6 kHz. Het filter is ontworpen met de in dit hoofdstuk gepresenteerde ontwerp methode.

Figuur 8.49(b) toont de ‘worst case’ effecten van de componenttoleranties op de Butterworth-karakteristiek. In dit geval hebben de weerstanden een tolerantie van 1 % en de condensatoren een tolerantie van 10 %. De componentwaarden zijn, binnen hun tolerantie, in 40 stappen gevareerd in waarde: in 40 stappen van 0.9x naar 1.1x voor de condensatoren en van 0.99x naar 1.01x voor de weerstanden, waarbij x in het ene geval de waarde van de condensator, en in het andere geval de waarde van de weerstand is. Voor elke waarde van de componenten is de nadelige overdracht bepaald en getekend.

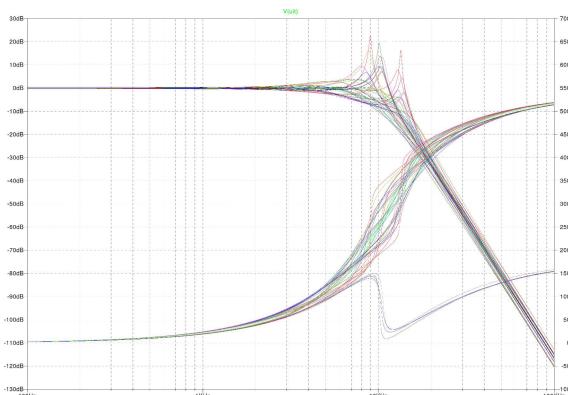
Er is duidelijk te zien dat het mogelijk is de overdracht aanzienlijk van de gewenste Butterworth-overdracht af te wijken. Doorslag tot 20 dB kan voorkomen, puur door de componenttoleranties. Vooral de aanzienlijke tolerantie in de capaciteitswaarde heeft een nadelige invloed.

De ontwerper zal in dit geval snel tot de conclusie komen dat de mogelijke afwijkingen van de gewenste overdracht te groot zijn. Omdat de condensatoren de grootste toleranties vertonen, zal verkleinen van de tolerantie de afwijkingen van de gewenste karakteristiek verkleinen. Figuur 8.49(c) toont de ‘worst case’ overdrachten indien de condensatoren 1 % tolerantie hebben. De maximaal mogelijke doorslag bedraagt nu circa 2.4 dB, wat (afhankelijk van de toepassing) acceptabel is (of kan zijn).

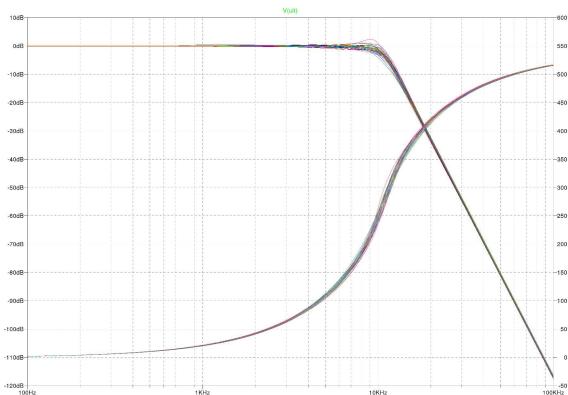
Filteronderzoek heeft aangetoond dat filters met een groot dynamisch bereik minder gevoelig zijn tegen componentspreiding [19]. De filters die voor zowel uitsturing als lage ruis geoptimaliseerd zijn, zullen dus



(a) Zesde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter. Geen componenttoleranties.



(b) Zesde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter. Weerstanden: 1%, condensatoren: 10%.



(c) Zesde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter. Weerstanden en condensatoren: 1%.

Figuur 8.49: Effect van componenttoleranties op een zesde-orde laagdoorlaatfilter met Butterworthkarakteristiek.

een een gevoelighed voor componentspreiding vertonen die vergelijkbaar is met die van het passief RLC-filter met eenzelfde Q faktor. Filters die alleen voor gelijke uitsturing van de integrators geoptimaliseerd zijn zullen iets slechter presteren.

8.10 Opgaven

1. Wat is het belangrijkste verschil tussen een filter dat gebruikt wordt om frequenties te selecteren en een filter dat gebruikt wordt voor ‘shaping’?
2. Teken het schema van een passief, eerste-orde, continuous time hoogdoorlaatfilter en leid af dat de formule voor de overdracht van dit filter gegeven wordt door:

$$H(s) = \frac{s}{s + p}.$$

Geef hierbij aan wat p is, zowel in woorden als in formulevorm.

3. Geef een classificatie van filters.
4. Er is een laagdoorlaatfilter nodig met de -3 dB frequentie op 200 Hz. Bij 800 Hz dient de demping minimaal 30 dB te zijn. Bepaal de benodigde orde van het filter.
5. Een optische sensor detecteert binaire informatie (aan/uit) van een informatiebron. Ten gevolge van achtergrondlicht ontstaat er ruis en 50 Hz (en hoger harmonischen) storing in het signaal. Wat voor type overdracht van het filter kan het best gebruikt worden als we de binaire informatie met zo min mogelijk vervorming uit de ruis en storing willen filteren?
6. Stel, we hebben een filter met de volgende overdracht:

$$H(s) = \frac{s^2 - 2s + 2}{s^2 + 2s + 2}$$

- (a) Teken het Bodediagram (inclusief fasekarakteristiek) van dit filter.
- (b) Waarvoor kan dit type filter gebruikt worden?
7. Er is een tweede-orde bandsperfilter gewenst dat 100 Hz spert. Wanneer $f \leq 75$ Hz en $f \geq 125$ Hz, moet de demping minder dan 3 dB zijn.
- (a) Bepaal de minimaal benodigde kwaliteitsfactor Q .
- (b) Geef de afleiding van de state-space description.
- (c) Teken het signal-flow diagram.
8. Stel, we hebben een filter met de volgende overdracht:

$$H(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)} \frac{1}{(s + 1)}.$$

- (a) Wat voor type filter is dit (all-pass, hoogdoorlaat, laagdoorlaat)? Verklaar uw antwoord.
- (b) Dit filter moet naar een Banddoorlaatfilter omgezet worden. Geef de resulterende formule voor H_{BD} .
- (c) Geef ook de formule voor de bandspervariant, H_{BS} .
- (d) Geef de afleiding van de state-space description van H_{BD} .
- (e) Teken het signal-flow diagram van H_{BD} .
- (f) Ontwerp dit filter met behulp van weerstanden en integratoren. De integratoren moeten met weerstanden, condensatoren en nullors worden geïmplementeerd.
- (g) Simuleer het ontwerp in LTspice en implementeer de nullors met operationele versterkers. Geef het Bodediagram.
- (h) Schaal de integratoren naar een gelijke uitgangsamplitude. Geef afbeeldingen van de uitsturing van de integratoren voor en na de schaling.
- (i) Simuleer de ‘worst-case’ situaties indien de weerstanden een tolerantie hebben van 2 % en de condensatoren een tolerantie van 5 %. Geef het Bodediagram.
- (j) Bediscusieer het effect van de toleranties en bespreek ook hoe er voor gezorgd kan worden dat de overdracht beter benaderd wordt, dus met minder afwijkingen.
9. Er moet een derde-orde hoogdoorlaatfilter ontworpen worden met een Tschebyscheffkarakteristiek. De doorlaatbandrimpel mag maximaal 1 dB zijn en de -3 dB frequentie is 160 Hz.
- (a) Stel de formule voor H_{HD} op.
- (b) Geef de afleiding van de state-space description van H_{HD} .
- (c) Teken het signal-flow diagram van H_{HD} .
- (d) Ontwerp dit filter met behulp van weerstanden en integratoren. De integratoren moeten met weerstanden, condensatoren en nullors worden geïmplementeerd.
- (e) Simuleer het ontwerp in LTspice en implementeer de nullors met operationele versterkers. Geef het Bodediagram.
- (f) Schaal de integratoren naar een gelijke uitgangsamplitude. Geef afbeeldingen van de uitsturing van de integratoren voor en na de schaling.

- (g) Simuleer de ‘worst-case’ situaties indien de weerstanden een tolerantie hebben van 1 % en de condensatoren een tolerantie van 5 %. Geef het Bodediagram.
- (h) Bediscusieer het effect van de toleranties en bespreek ook hoe er voor gezorgd kan worden dat de overdracht beter benaderd wordt, dus met minder afwijkingen.
10. Er moet een vierde-orde laagdoorlaatfilter ontworpen worden met een Besselkarakteristiek. De ω_c is $2\pi 1.5$ krad/s.
- Stel de formule voor H_{LD} op.
 - Geef de afleiding van de state-space description van H_{LD} .
 - Teken het signal-flow diagram van H_{LD} .
 - Ontwerp dit filter met behulp van weerstanden en integratoren. De integratoren moeten met weerstanden, condensatoren en nullors worden geïmplementeerd.
 - Simuleer het ontwerp in LTspice en implementeer de nullors met operationele versterkers. Geef het Bodediagram.
 - Schaal de integratoren naar een gelijke uitgangsamplitude. Geef afbeeldingen van de uitsturing van de integratoren voor en na de schaling.
 - Simuleer de ‘worst-case’ situaties indien de weerstanden een tolerantie hebben van 5 % en de condensatoren een tolerantie van 5 %. Geef het Bodediagram.
 - Bediscusieer het effect van de toleranties en bespreek ook hoe er voor gezorgd kan worden dat de overdracht beter benaderd wordt, dus met minder afwijkingen.
11. Bereken het maximale dynamisch bereik van een banddoorlaatfilter indien $Q = 10$, de maximale uitstuurspanning voor sinusvormig signaal een amplitude heeft van 10 V, $\xi = 20$ en C gelijk is aan 100 pF.
12. Wat voor effect heeft het gebruik van grotere capaciteitswaarden op het vermogensgebruik van het filter?
13. Een integrator is opgebouwd met een TL071 Opamp. De weerstand bedraagt $10 \text{ k}\Omega$ en de condensator 10 nF . Bereken $\overline{u_{eq}}$, ξ en het dynamisch bereik voor een typische TL071.
14. Schaal het derde-orde Butterworth laagdoorlaatfilter zoals die getoond wordt in fig. 8.37 op bladzijde 154 naar gelijke uitgangsvermogens. Bewijs, door middel van simulaties, dat de schaling correct is.
15. Verklaar waarom bij het multiple-feedback filter, zie fig. 8.46(b), de weerstand R_2 de overdracht H_0 niet beïnvloedt.

Hoofdstuk 9

Ontwerpen van oscillatoren

In dit hoofdstuk komt de basissignaalbewerkingsfunctie ‘opwekken van een constante in het frequentiedomein’ aan bod. Een kortere, en veelvuldiger gebruikte, naam voor deze signaalbewerkingsfunctie is ‘oscillator’.

Een oscillator wekt een frequentie op ‘uit het niets’. Natuurlijk hoort er bij een frequentie een bepaalde golfvorm en periodetijd. De exacte golfvorm is in veel toepassingen niet van groot belang: het maakt dan niet uit of er een cosinusvormig of andersvormig signaal wordt opgewekt. Frequentie en periodetijd zijn aan elkaar gerelateerd, vandaar dat ook gesteld kan worden dat de oscillator als tijdreferentie/timing-signalen gebruikt kan worden [2][20].

Oscillatoren worden in tal van toepassingen gebruikt. Het kloksignaal van een analoog-digitaal-omzetter, computer of de draaggolf van een communicatiesysteem worden, bijvoorbeeld, door oscillatoren opgewekt. Aan de ontvangstzijde hebben we ook weer al dan niet verstembare oscillatoren nodig. Draadloze intelligente telefoons hebben, bijvoorbeeld, nauwkeurige, ruisarme, verstembare oscillatoren nodig. Daarnaast worden ook signalen in sommige elektronische muziekinstrumenten door oscillatoren opgewekt.

Er zijn vanuit de literatuur talloze schakelingen bekend die de oscillatorfunctie implementeren. Het selecteren van de juiste implementatie voor de toepassing kan ingewikkeld zijn. Classificeren zorgt weer voor houvast.

Vanuit een classificatie van oscillatortypen volgt dat van één klasse de oscillatiefrequentie eenvoudig in te stellen en te verstommen is, terwijl een andere klasse moeilijk te verstommen is, maar een grotere frequentiestabiliteit vertoont. Hieruit zullen kwalitatieve ontwerpcriteria worden behandeld, zodat de juiste keuze oscillator voor een bepaalde toepassing gemaakt kan worden.

Sommige toepassingen stellen tegenstrijdige eisen aan oscillatoren, zoals verstembaarheid én een grote frequentiestabiliteit. We zullen zien dat in dergelijke gevallen een oscillatorsysteem uitkomst kan bieden.

9.1 Leerdoelen

Na bestudering van dit hoofdstuk moet de student:

- kunnen benoemen wat een oscillator is
- een classificatie van oscillatoren kunnen geven
- de effecten van ruis op een oscillator kunnen vertellen
- eerste-orde oscillatoren kunnen ontwerpen
- kunnen vertellen hoe de effecten van ruis op een eerste-orde oscillator te beperken zijn
- Schmitt-triggers kunnen dimensioneren (componentwaarden berekenen)
- weten wat regeneratieve geheugens zijn
- de kenmerken van eerste-orde en tweede-orde oscillatoren weten, met name m.b.t. frequentiestabiliteit en verstembaarheid
- voor toepassingen die frequentiestabiliteit en/of verstembaarheid vereisen, het juiste type oscillator kunnen selecteren
- tweede-orde oscillatoren kunnen ontwerpen

9.2 Een classificatie van oscillatoren

Oscillatoren hebben een *timing reference* (tijdreferentie) nodig om vanuit constanten (voedingsspanning/-stroom) een periodiek signaal op een bepaalde frequentie te genereren [42]. De schakeling die de tijdinformatie uit de tijdreferentie kan halen en kan omzetten naar een (stabiele) frequentie vormt, samen met de tijdreferentie, de oscillator.

Een tijdreferentie is een systeem dat een signaal met een bekend gedrag in de tijd genereert. Een stroombron die een condensator oplaat is een voorbeeld van een tijdreferentie. Immers, de spanning over de klemmen van de condensator wordt gegeven door $U_c = 1/C \int_0^T Idt$. Bij toenemende tijd neemt de klemspanning dus lineair toe. Een vergelijkbaar voorbeeld van een tijdreferentie is een condensator die via een weerstand aan een (voedings)spanning wordt opgeladen. Ook in dit geval is de klemspanning afhankelijk van de tijd. In dit geval neemt de spanning echter niet lineair toe, maar exponentieel.

Wanneer een tijdreferentie wordt gerealiseerd rond één component dat energie kan opslaan (L of C), ontstaat een tijdreferentie met één pool. In de bovenstaande voorbeelden hebben we een pool in de oorsprong (op nul rad/s) en een pool op $-1/(RC)$. Er is geen enkele reden waarom een tijdreferentie slechts één pool zou mogen bezitten. Twee, drie of meer (oneindig veel) zijn ook mogelijk.

Er moet energie geleverd worden aan de tijdreferentie. Er treedt ook dissipatie in de tijdreferentie op. De dissipatie is gerelateerd aan het reële deel van de polen. Hoe kleiner het reële deel van de polen is, hoe kleiner de vermogensdissipatie. Wanneer bijvoorbeeld een tijdreferentie wordt gemaakt met behulp van een *RLC*-resonator, dan bezit deze resonator twee polen met een reëel deel en een imaginair deel: $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$, waarbij $\alpha = \omega_c/(2Q)$, $\beta = \sqrt{\omega_c^2 - \alpha^2}$, $Q = (\omega_c L)/R = 1/(\omega_c R C)$ en $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$ [20]. Het imaginaire deel dissipeert geen vermogen. De vermogensdissipatie wordt bepaald door de term α en met name het aandeel van Q daarin. Een definitie van de kwaliteitsfactor Q is daarom ook (o.a. [20]):

$$Q = 2\pi \frac{\text{opgeslagen energie}}{\text{verliezen per periode}}. \quad (9.1)$$

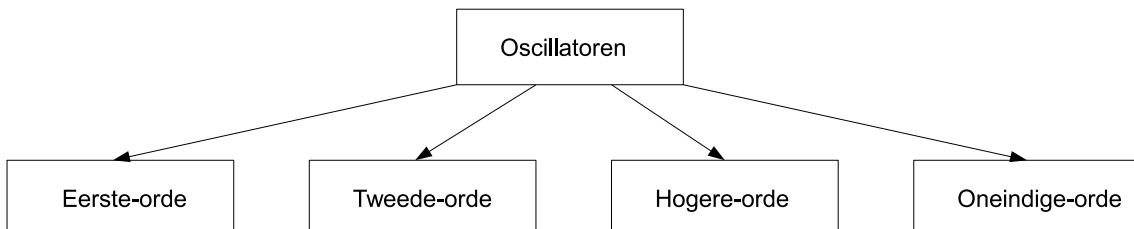
Voor een lage vermogensdissipatie in de resonator moet Q dus hoog zijn, d.w.z. α is klein ten opzichte van het imaginaire deel. In het ideale geval is α gelijk aan nul oftewel Q is oneindig en daarmee R gelijk aan nul. Nu vindt er geen vermogensdissipatie plaats en zal de opgeslagen energie, zonder omzetting naar warmte, tussen het elektrisch veld in de C en het magnetisch veld in de L uitgewisseld worden.

Q wordt mede bepaald door de weerstand R . Een hogere R verlaagt Q . Daarnaast produceert R (thermische) ruis. Deze ruis wordt door de oscillatorschakeling omgezet in faseruis en (afhankelijk van de implementatie) mogelijk ook amplituderuis [43]. Faseruis veroorzaakt ruis in de frequentiestabiliteit, amplituderuis zorgt voor amplitudemodulatie van de opgewekte frequentie.

Natuurlijk is het mogelijk de tijdreferentie met twee reële polen te implementeren. Het ruisgedrag van oscillatoren met twee reële polen zal echter slechter zijn dan die van oscillatoren met twee complexe polen in combinatie met een hoge Q .

Hogere-orde tijdreferenties zijn tijdreferenties met meer dan twee polen. Deze tijdreferenties kunnen ook gebruikt worden. De hogere-orde tijdreferenties hebben echter extra polen met reële delen die ruis produceren. De fundamentele ruisvloer van oscillatoren die gebruik maken van hoger-orde tijdreferenties is slechter dan dat van eerste-orde of tweede-orde oscillatoren [42]. Bovendien zijn dit type oscillatoren slechter te verstommen dan eerste-orde oscillatoren. Hogere-orde oscillatoren zijn dus geen interessante klasse van oscillatoren wanneer kwalitatief hoogwaardige oscillatoren ontworpen moet worden [42].

Oneindige-orde tijdreferenties maken gebruik van een vertragingsslijn als tijdreferentie. Van een dergelijke tijdreferentie een oscillator maken met een gespecificeerde frequentie kan alleen als er eveneens gebruik gemaakt wordt van een filter, waardoor in de praktijk de oneindige-orde verloren gaat [42]. In dit dictaat zal de oneindige-orde tijdreferentie verder buiten beschouwing gelaten worden.



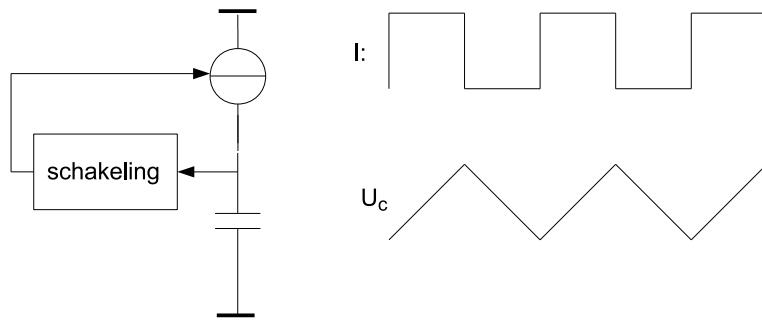
Figuur 9.1: Classificatie van oscillatoren.

Figuur 9.1 toont de classificatie die uit het voorgaande volgt. In de volgende paragrafen zullen de klassen van eerste-orde en tweede-orde oscillatoren verder uitgewerkt en besproken worden. Derde-orde- en hogere-orde oscillatoren zullen buiten beschouwing gelaten worden om de eerder vermeldde redenen.

9.3 Eerste-orde oscillatoren

Met behulp van een tijdreferentie met één pool kan een oscillator gemaakt worden. De werking van een dergelijke oscillator is vergelijkbaar met een oscillator die gevormd wordt door een mens en een zandloper als tijdreferentie. Telkens wanneer het zandreservoir dat volloopt een bepaalde vulling heeft bereikt, draait de mens de zandloper om en begint het proces opnieuw.

Een condensator kan met behulp van een constante stroom opgeladen worden tot een bepaalde magnitude, waarna de stroomrichting omgedraaid wordt. De condensator ontladt nu tot een bepaalde magnitude bereikt is en de stroomrichting weer opnieuw omgedraaid wordt, waarna het proces zich eindeloos kan herhalen. Figuur 9.2 toont de werkingsprincipe. De stroombron levert een stroom I die de



Figuur 9.2: Werkingsprincipe van een klasse eerste-orde oscillator [2].

oscillator oplaadt. De spanning over de capaciteit (U_c) neemt lineair toe met de tijd. U_c blijft toenemen totdat de elektronica in het blokje ‘schakeling’ ziet dat een bepaald maximum spanningsniveau bereikt is. De elektronica keert vervolgens de stroomrichting om, waarna U_c lineair afneemt tot een bepaald minimum spanningsniveau.

De capaciteit wordt telkens opgeladen en ontladen. Oscillatoren die gebruik maken van dit principe worden ‘relaxatieoscillatoren’, ‘multivibratoren’ of ‘regeneratieve oscillatoren’ genoemd [20]. Wanneer I nu groter gemaakt wordt, dan zal U_c sneller de maximale en minimale spanningsniveaus bereiken met als gevolg een hogere herhalingsfrequentie. Bij een lagere I zal de herhalingsfrequentie afnemen. Hieruit volgt een belangrijk kenmerk van dit type oscillator:

- De frequentie van eerste-orde oscillatoren is eenvoudig te regelen.

Om de stroomrichting op het juiste moment om te kunnen keren is de elektronica in het blok ‘schakeling’ in staat de spanningsniveaus over de capaciteit te meten. Er moet dus gediscrimineerd worden in het magnitudedomein (bassissignaalbewerkingsfunctie). Wanneer U_c de ingestelde magnitude overschreidt moet de stroomrichting omgedraaid worden. Deze laatst eis houdt dus in dat er een geheugenfunctie aanwezig moet zijn. De schakeling moet immers zijn vorige stroomrichting (toestand) onthouden om de stroomrichting om te kunnen keren. In het blok ‘schakeling’ moeten dus de functies

- discrimineren in het magnitude domein en
- onthouden van de integratietoestand (opladen of ontladen)

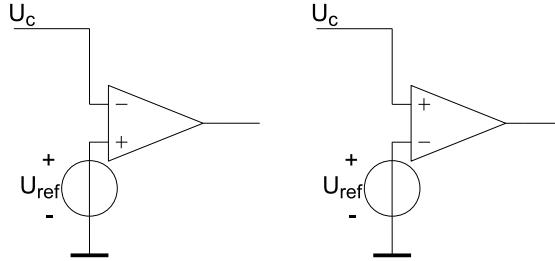
worden geïmplementeerd. Het geheugen hoeft slechts de toestanden ‘opladen’ en ‘ontladen’ te onthouden. Hiervoor kan dus een binair (digitaal) geheugen worden gebruikt. Merk op dat de integrator gevormd door de C en de stroombron een analoog geheugen vormen. *Elke eerste-orde oscillator bevat twee geheugenfuncties, waarvan één analoog is en de ander analoog of digitaal (minstens twee niveaus)* [42].

Zoals figuur 9.2 toont vormen de (spanning over de) capaciteit, de gestuurde stroombron en het blok ‘schakeling’ een teruggekoppelde systeem. Omdat de stroomrichting en U_c in fase zijn (wanneer I toeneemt (gericht naar C), neemt ook U_c toe en andersom) is er sprake van meekoppeling.

9.3.1 Mogelijke implementatie van blok ‘schakeling’

Een mogelijke implementatie van het blok ‘schakeling’ verkrijgen we door orthogonalisatie toe te passen. Discrimineren in het magnitude domein en de geheugenfunctie worden apart van elkaar ontworpen.

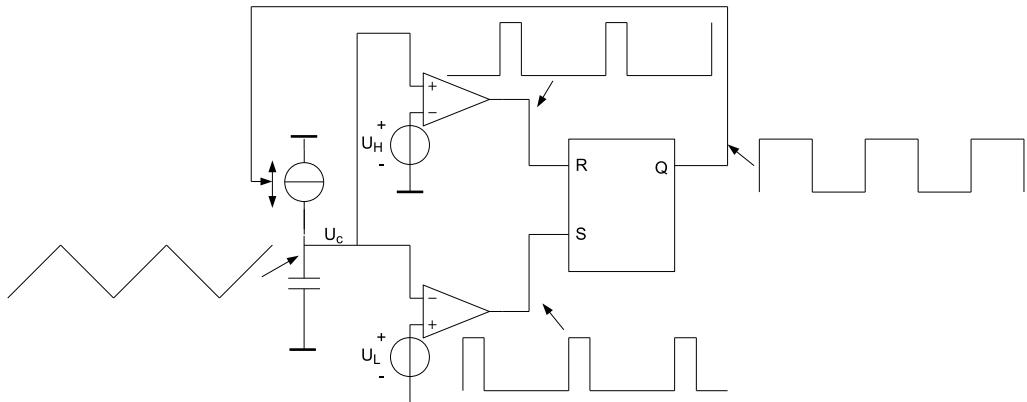
Discrimineren in het magnitude domein zou geïmplementeerd kunnen worden met behulp van een comparator die de spanning U_c met een referentiespanning vergelijkt¹. Zodra U_c groter of kleiner wordt dan de referentiespanning, verandert de uitgang van staat (wordt de uitgang van de comparator hoog of laag). Figuur 9.3 toont twee manieren van aansluiten van de comparators. Links laat een comparatorimplementatie zien die zijn uitgang laag maakt wanneer U_c groter wordt dan de referentiespanning U_{ref} . Bij de rechterimplementatie wordt de uitgang hoog wanneer U_c groter wordt dan U_{ref} .



Figuur 9.3: Comparators die spanning U_c met de referentiespanning U_{ref} vergelijken.

De (digitale) geheugenfunctie kan met behulp van een latch uitgevoerd worden. De latch zou met behulp van bijvoorbeeld nandpoorten (nand latch) gemaakt kunnen worden, maar een standaard Set-Reset latch kan ook.

Figuur 9.4 toont een mogelijke implementatie van een eerste-orde oscillator. De stroombron laadt



Figuur 9.4: Een mogelijke implementatie van een eerste-orde oscillator.

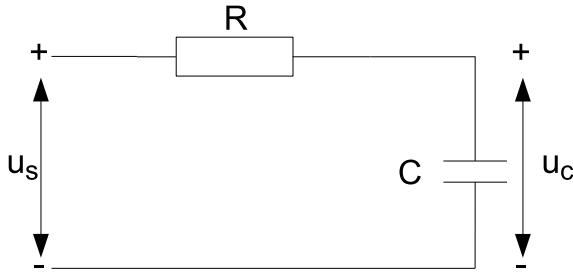
de capaciteit op totdat U_c gelijk wordt aan (of een infinitesimaal beetje groter dan) U_H , waarna de bovenste comparator zijn uitgang hoog maakt en de latch reset. Uitgang Q wordt nu laag en de stroomrichting van de stroombron wordt omgedraaid. U_c wordt nu lager totdat hij gelijk wordt aan spanning U_L . De onderste comparator maakt zijn uitgang hoog en zorgt er voor dat uitgang Q weer hoog gemaakt wordt, waarna de capaciteit weer opgeladen wordt, enzovoort.

Nota bene de bekende 555 timer werkt volgens het principe zoals in figuur 9.4 getoond is. Bij de 555 is U_H gelijk aan $2/3$ van de voedingsspanning en U_L gelijk aan $1/3$ van de voedingsspanning.

9.3.2 Mogelijk implementaties van de eerste-orde tijddifferentiële

De eerste-orde tijddifferentiële moet nog ontworpen worden. In principe moet een condensator opgeladen worden door een stroom waarvan de stroomrichting veranderd kan worden. Dat laatste kan door een spanning om te zetten naar een stroom. In principe kan dat zowel passief als actief. Passief kan door een weerstand te gebruiken en de condensator dus via een spanningsbron en een weerstand op te laden, zie fig. 9.5. De condensatorspanning U_c neemt nu NIET-lineair toe in de tijd volgens: $U_c = U_s(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.

1. Merk op dat we hier over spanning hebben. Het is echter ook mogelijk om van lading of stroom uit te gaan.



Figuur 9.5: Passief eerste-orde tijdreferentie.

Actief kan op drie manieren: met een weerstand en een actieve capaciteit (transimpedantieversterker) (zie fig. 9.6(a)), met een transadmittantieversterker (zie fig. 9.6(b)) en een capaciteit en met een transadmittantieversterker gecascadeerd met een actieve capaciteit (zie fig. 9.6(c)) [36]. In de eerste twee gevallen wordt de uitgangsspanning gegeven door $U_{uit} = -1/C \int_0^T Idt$ en in het derde geval door $U_{uit} = 1/C \int_0^T Idt$. In het geval van figuur 9.6(a) wordt I gegeven door: $I = U_s/R$. Daardoor is

$$\begin{aligned} U_{uit} &= -\frac{1}{C} \int_0^T Idt = -\frac{1}{C} \int_0^T U_s/R dt \Leftrightarrow \\ U_{uit} &= -\frac{1}{RC} \int_0^T U_s dt. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Voor U_{uit} van de transadmittantieversterker met de C geldt

$$U_{uit} = -\frac{1}{R_2 C} \int_0^T U_s dt \quad (9.3)$$

(ga dit zelf na) en in het derde geval (fig. 9.6(c)) geldt

$$U_{uit} = \frac{1}{R_2 C} \int_0^T U_s dt \quad (9.4)$$

(ga dit zelf na).

Elk van de in deze subparagraaf gepresenteerde eerste-orde tijdreferenties kan gebruikt worden in een oscillator. In dit dictaat zal een aantal voorbeelden gegeven worden waarin de implementaties van fig. 9.5 en fig. 9.6(a) gebruikt worden.

Figuur 9.7 toont een mogelijke implementatie van een eerste-orde oscillator op basis van de integrator uit fig. 9.6(a) en de implementatie van het blok ‘schakeling’ van fig. 9.4. Uit $U_{uit} = -1/C \int_0^T Idt$ volgt dat om U_{uit} met van U_L naar U_H te laten toenemen er een zekere tijd (T_1) nodig is gegeven door

$$\begin{aligned} \Delta U_{uit} &= U_H - U_L = \frac{U_s}{RC} T_1 \\ \Leftrightarrow T_1 &= RC \frac{(U_H - U_L)}{U_s}, \end{aligned} \quad (9.5)$$

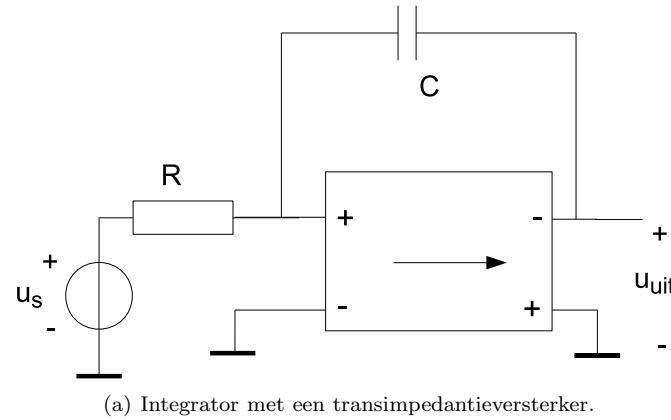
waarbij nu U_s de uitgangsspanning van de latch in fig. 9.7 is². Na omdraaien van de richting van U_{uit} moet de capaciteit evenveel ontladen worden als hij opgeladen was, dus wordt voor de tijd van de neergaande flank dezelfde waarde gevonden als voor de opgaande flank:

$$T_2 = RC \frac{(U_H - U_L)}{U_s}. \quad (9.6)$$

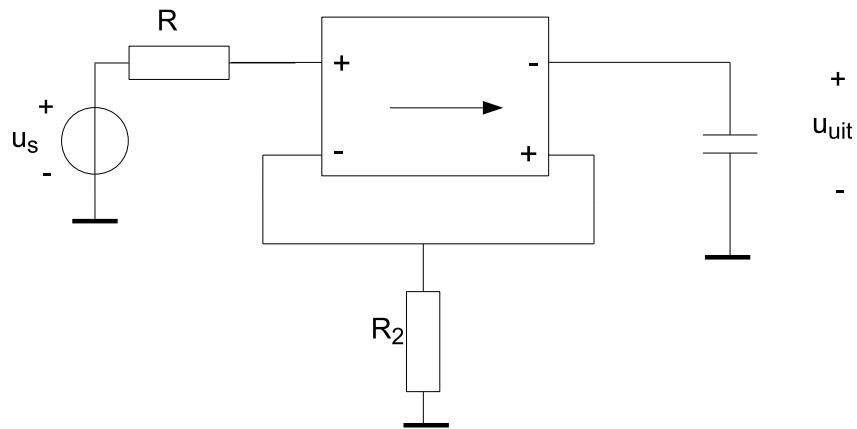
De oscillatiefrequentie van deze schakeling wordt dus gegeven door

$$f = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{1}{RC} \frac{U_s}{2(U_H - U_L)}. \quad (9.7)$$

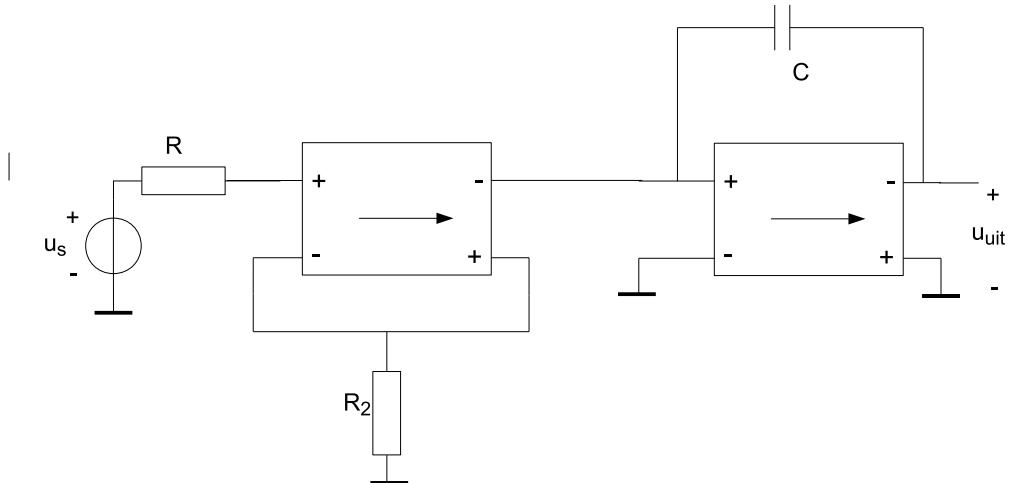
2. Wanneer een SR-latch gebruikt wordt die geen negatieve spanning kan leveren, moet er voor gezorgd worden dat wanneer $U_s=0$, er toch een stroom de juiste kant op kan lopen door R , bijvoorbeeld door de -ingang van de integrator een spanningsoffset mee te geven.



(a) Integrator met een transimpedantieversterker.



(b) Integrator met een transadmittantieversterker.

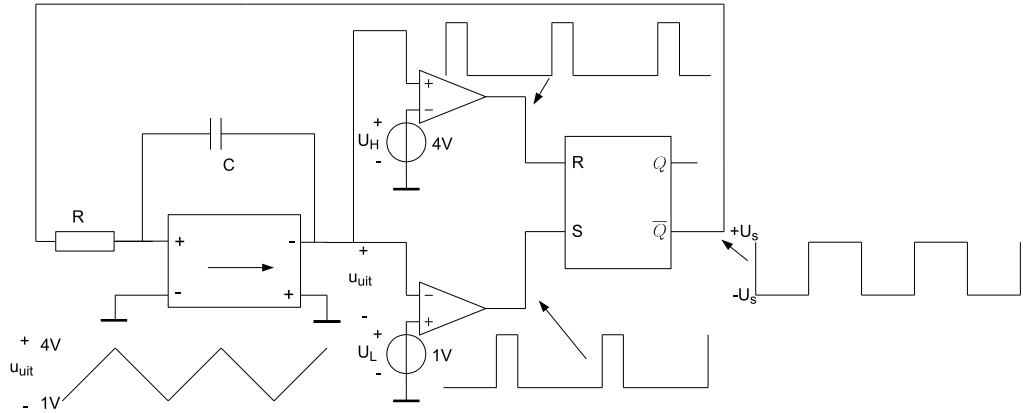


(c) Integrator met een transadmittantie- en transimpedantieversterker.

Figuur 9.6: Drie manieren om een actieve integrator te maken.

De oscillatiefrequentie is eenvoudig te veranderen door de waarde van R te veranderen of de waarde van $(U_H - U_L)$. Indien het gewenst is dat de frequentie handmatig veranderbaar is, kan R met een potentiometer geïmplementeerd worden.

Elektronisch regelen van de frequentie kan natuurlijk ook. Figuur 9.8 toont een manier om een spanningsgestuurde oscillator (voltage controlled oscillator, VCO) te maken. De uitgangsspanning U_s



Figuur 9.7: Een mogelijke implementatie van een eerste-orde oscillator met integrator.

van de latch wordt vermenigvuldigd met u_{in2} , de gelijkspanning waarmee de oscillatie frequentie wordt geregeld³. Het product wordt aan de integrator aangeboden. Nu geldt voor T_1 , T_2 en de oscillatiefrequentie (reken dit zelf na)

$$T_1 = T_2 = RC \frac{(U_H - U_L)}{U_s} \frac{1}{U_{in2}}, \quad (9.8)$$

$$f = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{1}{RC} \frac{U_s U_{in2}}{2(U_H - U_L)}. \quad (9.9)$$

Door de vermenigvuldiger op te nemen in het circuit kan de oscillatiefrequentie eenvoudig worden geregeld omdat de stroom waarmee de capaciteit opgeladen en ontladen wordt nu afhankelijk is van regelspanning U_{in2} .

9.3.3 Geheugens

Het benodigde binair geheugen kan op verschillende manieren gerealiseerd worden. Er kunnen twee typen geheugens onderscheiden worden: regeneratieve geheugens en niet-regeneratieve geheugens.

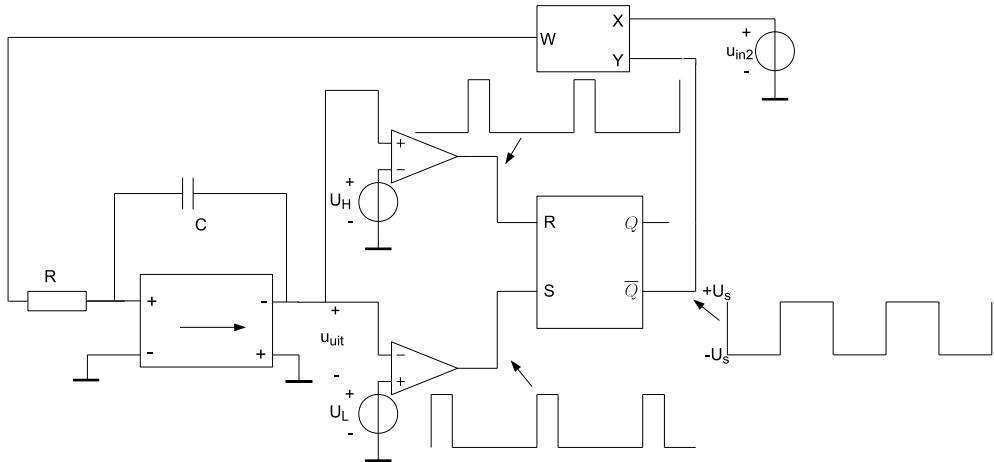
Regeneratieve geheugens

Regeneratief betekent dat een systeem, in dit geval het binair geheugen, zijn eigen ingangssignaal genereert. Dit is niet zo vreemd, omdat elk teruggekoppelde systeem voor een deel zijn eigen ingangssignaal opwekt. In tegengekoppelde versterkers wordt een deel van het uitgangssignaal teruggevoerd naar de ingang, zodat het verschilssignaal aan de ingangsklemmen van de nullorimplementatie nul gemaakt kan worden. Het uitgangssignaal wordt in dit geval bepaald door het bronssignaal.

Wanneer er gebruik gemaakt wordt van meekoppeling, wordt het uitgangssignaal teruggevoerd naar de ingang en veroorzaakt daar juist een groter verschil met het bronssignaal. Hierdoor wordt het teruggekoppelde uitgangssignaal juist de dominerende factor die de waarde van het uitgangssignaal bepaalt [44]. Een dergelijk systeem ‘wekt zijn eigen ingangssignaal op’ en heet daarom regeneratief [44].

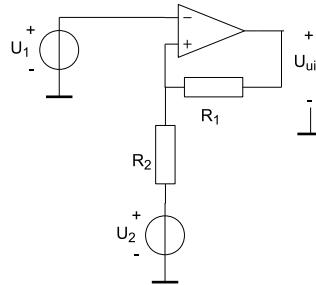
De Set-Reset latch in fig. 9.8 is een regeneratief geheugen. Regeneratieve geheugens zijn echter ook met analoge componenten te realiseren. Een paar op opamps gebaseerde regeneratieve geheugens zal hier besproken worden. Figuur 9.9 toont een voorbeeld van een regeneratief geheugen: de Schmitt-trigger. Wanneer er een verschilspanning tussen beide ingangsklemmen van de opamp is (stel $U_+ > U_-$), zal de uitgangsspanning hoger worden. De uitgangsspanning wordt teruggekoppeld naar U_+ waardoor die nog groter wordt dan U_- , waarna U_{uit} nog hoger wordt: meekoppeling. U_{uit} kent twee stabiele toestanden:

3. Merk op dat de uitgangsspanning van de vermenigvuldiger de eenheid V heeft en niet de eenheid V^2 . In de vermenigvuldiger treedt er immers een deling op door een constante k met eenheid V . Voor veel praktische vermenigvuldigers is $k = 10 V$. In dit diktaat wordt uitgegaan van $k = 1 V$.



Figuur 9.8: Een mogelijke implementatie van een spanningsgestuurde eerste-orde oscillator met integrator.

$U_{uit} \uparrow$ (de maximale uitgangsspanning, de positieve voedingsspanning i.g.v. een rail to rail opamp) en $U_{uit} \downarrow$ (de minimale uitgangsspanning, de negatieve voedingsspanning i.g.v. een rail to rail opamp).



Figuur 9.9: Een voorbeeld van een regeneratief geheugen: de Schmitt-trigger.

Met de in fig. 9.9 getoonde implementatie kan zowel inverterend als niet-inverterend Schmitt-triggergedrag verkregen worden. Wanneer U_2 als referentiespanning gebruikt wordt en U_1 het ingangssignaal is, verkrijgen we een inverterende Schmitt-trigger. Er treedt omslag om van $U_{uit} \uparrow$ naar $U_{uit} \downarrow$ of $U_{uit} \downarrow$ naar $U_{uit} \uparrow$ wanneer $U_- = U_+$. Wanneer $U_{uit} = U_{uit} \downarrow$ zal U_1 beneden een bepaalde spanning, het lower turning point (LTP) moeten dalen voordat U_{uit} gelijk aan $U_{uit} \uparrow$ wordt. In het omgekeerde geval zal U_1 boven het upper turning point (UTP) moeten komen voordat U_{uit} omklaft van $U_{uit} \uparrow$ naar $U_{uit} \downarrow$. Voor het UTP volgt uit fig. 9.9 (ga dit zelf na):

$$U_+ = U_{uit} \uparrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (9.10)$$

$$UTP \Rightarrow U_1 = U_{uit} \uparrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Voor het LTP wordt op dezelfde manier

$$LTP \Rightarrow U_1 = U_{uit} \downarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (9.11)$$

gevonden. Voor waarden van U_1 tussen UTP en LTP verandert de uitgangsspanning niet. De waarde $U_{uit} \uparrow$ of $U_{uit} \downarrow$ wordt nu onthouden. Het verschil $UTP - LTP$ wordt ook wel de hysterese van de Schmitt-trigger genoemd en is onafhankelijk van de referentiespanning U_2 :

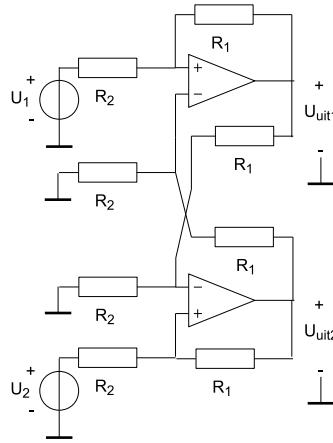
$$U_h = UTP - LTP = (U_{uit} \uparrow - U_{uit} \downarrow) \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (9.12)$$

Als nu U_1 als referentiespanning genomen wordt en U_2 is de signaalspanning, dan wordt de niet-inverterende Schmitt-trigger verkregen. Er treedt weer omslag om van $U_{uit} \uparrow$ naar $U_{uit} \downarrow$ of $U_{uit} \downarrow$ naar $U_{uit} \uparrow$ wanneer $U_- = U_+$. Wanneer $U_{uit} = U_{uit} \uparrow$ zal U_2 beneden een bepaalde spanning, het lower turning point (LTP) moeten dalen voordat U_{uit} gelijk aan $U_{uit} \downarrow$ wordt. In het omgekeerde geval zal U_2 boven het upper turning point (UTP) moeten komen voordat $U_{uit} \downarrow$ naar $U_{uit} \uparrow$.

Leid zelf af dat voor UTP, LTP en de hysteresspanning U_h geldt:

$$\begin{aligned} UTP &\Rightarrow U_2 = U_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - U_{uit} \downarrow \frac{R_2}{R_1} \\ LTP &\Rightarrow U_2 = U_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1} - U_{uit} \uparrow \frac{R_2}{R_1} \\ U_h &= (U_{uit} \uparrow - U_{uit} \downarrow) \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned} \quad (9.13)$$

Figuur 9.10 toont een implementatie van een SR-latch op basis van opamps. Net als de digitale



Figuur 9.10: Een Set Reset latch op basis van opamps.

implementatie op basis van logische poorten zijn er twee uitgangen en twee ingangen. Om de analyse te vereenvoudigen zijn er slechts twee verschillende weerstandswaarden, aangegeven door R_1 en R_2 . Dat is echter geen harde eis.

Bij de analyse van dit schema moet weer rekening gehouden worden met het feit dat de uitgangsspanningen van hoog naar laag en vice versa gaan wanneer $U_+ = U_-$. Voor de bovenste opamp geldt dus

$$\begin{aligned} U_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + U_{uit1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} &= U_{uit2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow \\ U_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} &= U_{uit2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{uit1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow \\ U_1 &= U_{uit2} \frac{R_2}{R_1} - U_{uit1} \frac{R_2}{R_1} = (U_{uit2} - U_{uit1}) \frac{R_2}{R_1} \end{aligned} \quad (9.14)$$

en voor de onderste opamp

$$\begin{aligned} U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + U_{uit2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} &= U_{uit1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow \\ U_2 &= U_{uit1} \frac{R_2}{R_1} - U_{uit2} \frac{R_2}{R_1} = (U_{uit1} - U_{uit2}) \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned} \quad (9.15)$$

Controleer deze vergelijkingen!

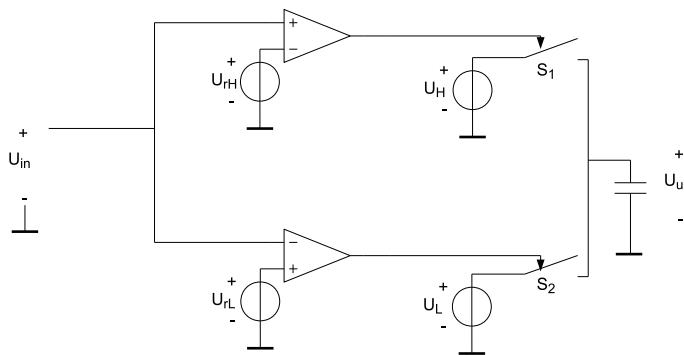
Als we nu opamps hebben waarvan $U_{uit} \uparrow = 5$ V en $U_{uit} \downarrow = -5$ V en $R_1 = 4R_2$, dan geldt dat voor omslag van $U_{uit1} \downarrow$ naar $U_{uit1} \uparrow$ moet gelden $U_1 = (U_{uit2} \uparrow - U_{uit1} \downarrow)0.25 = (5 - -5)0.25 = 2.5$ V en voor omslag van $U_{uit1} \uparrow$ naar $U_{uit1} \downarrow$ moet gelden $U_1 = (U_{uit2} \downarrow - U_{uit1} \uparrow)0.25 = (-5 - 5)0.25 = -2.5$ V. Voor omslag van $U_{uit2} \downarrow$ naar $U_{uit2} \uparrow$ en vice versa wordt eveneens 2.5 V en -2.5 V gevonden.

Voor wat hun gedrag betreft zijn de Schmitt-trigger en de latch vergelijkbaar. De latch heeft alleen één extra uitgang. Het gedrag van een oscillator die met een latch uitgevoerd is zal dus niet fundamenteel veranderen als de latch door een Schmitt-trigger vervangen wordt [44]. De keus voor latch of Schmitt-trigger moet dus op basis van andere afwegingen gemaakt worden.

Niet-regeneratieve geheugens

Door informatie op te slaan in een component zonder dat er een vorm van meekoppeling aanwezig is, wordt een niet-regeneratief geheugen verkregen. Hiervoor is echter een component nodig dat geheugeneigenschappen heeft. Een praktisch, goed bruikbaar, component is de condensator. De informatie wordt opgeslagen in het elektrisch veld.

Wanneer een condensator tot een bepaalde spanning wordt opgeladen behoudt hij die spanning; hij ‘onthoudt’ de spanning. Dit fenomeen kan gebruikt worden voor het binaire geheugen van de eerste-orde oscillator. Praktisch betekent dit dat een sample and hold schakeling gebruikt wordt [44].



Figuur 9.11: Een sample and hold schakeling met hysterese [44].

Om hysterese te verkrijgen bij een sample and hold schakeling is moeten nog twee comparatoren en twee drempelspanningen aangebracht worden (zie fig. 9.11). De sample and hold schakeling bestaat uit de condensator en de schakelaars S_1 en S_2 .

Wanneer U_{in} groter wordt dan U_{rH} sluit de bovenste comparator S_1 . De spanning over de condensator (U_{uit}) wordt nu gelijk gemaakt aan U_H . Wanneer U_{in} daalt en beneden U_{rH} komt, dan zal S_1 geopend worden. U_{uit} blijft nu gelijk aan U_H . Wanneer U_{in} kleiner wordt dan U_{rL} sluit de onderste comparator S_2 , waardoor U_{uit} gelijk gemaakt wordt aan U_L . Als door een veranderende U_{in} nu S_2 geopend wordt, zal U_{uit} blijven aan U_L . Deze sample and hold schakeling gedraagt zich dus als het binaire geheugen dat voor eerste-orde oscillatoren benodigt is [44].

9.3.4 Voorbeelden van eerste-orde oscillatoren

Een eenvoudige eerste-orde oscillator kan verkregen worden door de Schmitt-trigger te nemen uit figuur 9.9, spanningsbron U_2 gelijk aan nul te maken en voor U_1 de spanning over de condensator te nemen. De condensator kan nu opgeladen en ontladen worden door de condensator via een weerstand met de uitgang van de Schmitt-trigger te verbinden. Zie figuur 9.12. Deze schakeling wordt een multivibrator genoemd. Zoals de golfvormen laten zien is het uitgangssignaal een blokvorm. De spanning U_c over de condensator neemt in dit geval niet lineair toe met de tijd. Er is nu een exponentieel verband. Wanneer U_c de referentiewaarden $kU_{uit} \uparrow$ of $kU_{uit} \downarrow$ heeft bereikt klapt de uitgang van de oscillator om.

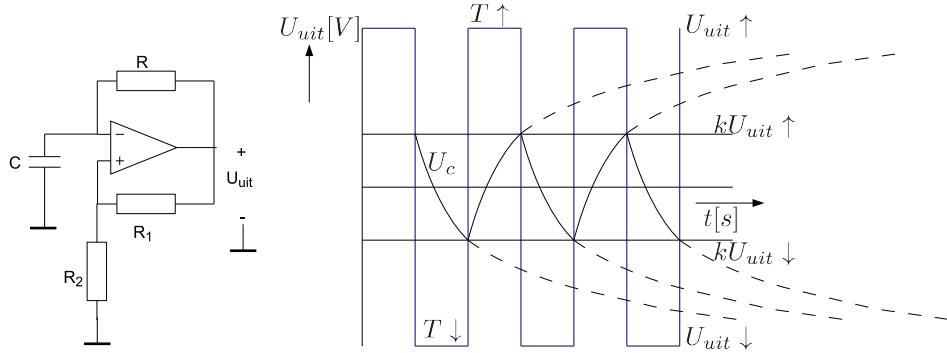
Om de oscillatiefrequentie te kunnen bepalen moet de relatie tussen $T \uparrow$, $T \downarrow$, U_c en de omklappunten bekend zijn.

De spanning over een condensator wordt gegeven door

$$U_c = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right), \quad (9.16)$$

waarbij U de spanning is die uiteindelijk bereikt gaat worden ($t \rightarrow \infty$). Wanneer de condensator al een bepaalde spanning ($U_{c,start}$) heeft wordt de formule voor de condensatorspanning als functie van de tijd [8]

$$U_c = U + (U_{c,start} - U)e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (9.17)$$



Figuur 9.12: Multivibrator met golfvormen.

U_c zal opgeladen worden totdat de omklapspanning $kU_{uit} \uparrow$ of $kU_{uit} \downarrow$ bereikt wordt. De tijd ($T \uparrow$) die dat kost kan voor de multivibrator in figuur 9.12 als volgt worden berekend:

$$\begin{aligned} kU_{uit} \uparrow &= U_{uit} \uparrow + (kU_{uit} \downarrow - U_{uit} \uparrow) e^{-\frac{T \uparrow}{RC}} \Leftrightarrow \\ (kU_{uit} \downarrow - U_{uit} \uparrow) &= (kU_{uit} \uparrow - U_{uit} \uparrow) e^{\frac{T \uparrow}{RC}} \Leftrightarrow \\ e^{\frac{T \uparrow}{RC}} &= \frac{(kU_{uit} \downarrow - U_{uit} \uparrow)}{(kU_{uit} \uparrow - U_{uit} \uparrow)} = \frac{(U_{uit} \uparrow - kU_{uit} \downarrow)}{(U_{uit} \uparrow - kU_{uit} \uparrow)} \Leftrightarrow \\ T \uparrow &= RC \ln \left(\frac{(U_{uit} \uparrow - kU_{uit} \downarrow)}{(U_{uit} \uparrow - kU_{uit} \uparrow)} \right). \end{aligned} \quad (9.18)$$

Reken zelf, op bovenstaande wijze, na dat voor $T \downarrow$ geldt:

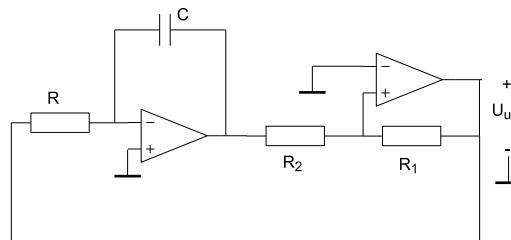
$$T \downarrow = RC \ln \left(\frac{(U_{uit} \downarrow - kU_{uit} \uparrow)}{(U_{uit} \downarrow - kU_{uit} \uparrow)} \right). \quad (9.19)$$

De oscillatiefrequentie wordt nu natuurlijk gegeven door $f = 1/(T \uparrow + T \downarrow)$. De meekoppelfactor k is in dit geval

$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (9.20)$$

Door R variabel te maken kan de oscillatiefrequentie op een eenvoudige wijze veranderd worden.

Door een integrator te gebruiken rond de Schmitt-trigger als binair geheugen, kan de schakeling in fig. 9.13 verkregen worden. U_{uit} is een blokvormige spanning en de uitgangsspanning van de integrator



Figuur 9.13: Eerste-orde oscillator met een integrator en een Schmitt-trigger.

is driehoekvormig. De omslagspanningen worden gegeven door (ga dit na.)

$$\begin{aligned} UTP \Rightarrow U_{\text{integrator}} &= -U_{uit} \downarrow \frac{R_2}{R_1} \\ LTP \Rightarrow U_{\text{integrator}} &= -U_{uit} \uparrow \frac{R_2}{R_1} \\ U_h &= (U_{uit} \uparrow - U_{uit} \downarrow) \frac{R_2}{R_1}. \end{aligned} \quad (9.21)$$

De integrator zal een driehoekvormige spanning aan te uitgang genereren waarvan de piek-piek waarde gelijk is aan U_h . Om van omslagspanning naar omslagspanning te gaan moet de integrator met U_h worden ontladen of opgeladen. De tijd die hiervoor nodig is volgt uit (ga dit na)

$$\begin{aligned} T \uparrow &= \frac{CU_h}{\frac{U_{uit}}{R} \uparrow} = \frac{U_h}{U_{uit} \uparrow} RC, \\ T \downarrow &= \frac{CU_h}{\frac{U_{uit}}{R} \downarrow} = \frac{U_h}{U_{uit} \downarrow} RC. \end{aligned} \quad (9.22)$$

Wanneer $U_{uit} \uparrow = -U_{uit} \downarrow = U_{uit}$ dan geldt voor de totale periodetijd

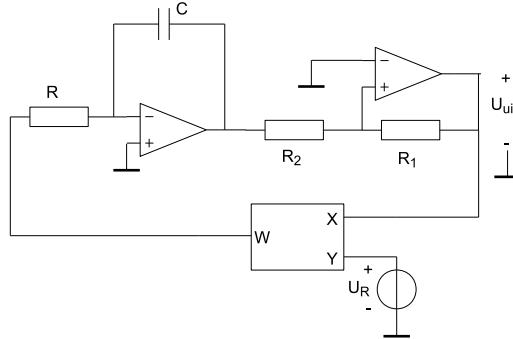
$$T = T \uparrow + T \downarrow = 2 \frac{U_h}{U_{uit}} RC, \quad (9.23)$$

waaruit voor de oscillatiefrequentie

$$f = \frac{1}{2 \frac{U_h}{U_{uit}} RC} = \frac{1}{2 \frac{U_{uit} R_2}{U_{uit} R_1} RC} = \frac{1}{4RC} \frac{R_1}{R_2} \quad (9.24)$$

volgt. De frequentie kan weer eenvoudig geregeld worden door R regelbaar te maken.

Door gebruik te maken van, bijvoorbeeld, een vermenigvuldiger kan de frequentie weer elektronisch geregeld worden door een regelspanning U_R aan te bieden, zie figuur 9.14. Voor de periodetijd kan in dit



Figuur 9.14: Eerste-orde oscillator met regelbare frequentie, gebruikmakend van een vermenigvuldiger.

geval afgeleid worden (reken na!!) dat ($U_{uit} \uparrow = -U_{uit} \downarrow = U_{uit}$)

$$T = T \uparrow + T \downarrow = 2 \frac{U_h}{U_{uit} U_R} RC \quad (9.25)$$

en

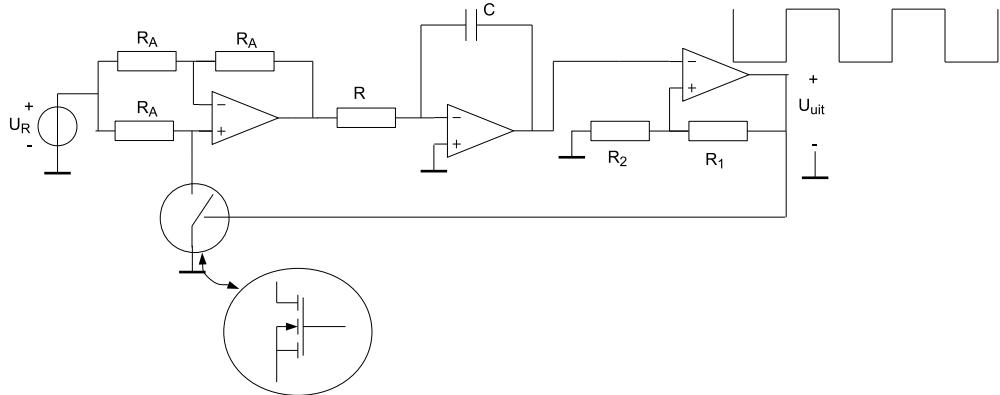
$$f = \frac{1}{2 \frac{U_h}{U_{uit} U_R} RC} = \frac{1}{2 \frac{U_{uit} R_2}{U_{uit} R_1} RC} = \frac{U_R}{4RC} \frac{R_1}{R_2}. \quad (9.26)$$

Wanneer een praktische vermenigvuldiger (zoals de AD745) gebruikt wordt, wordt het product nog door 10 [1/V] gedeeld. De formule voor de oscillatiefrequentie wordt dan

$$f = \frac{U_R}{40RC} \frac{R_1}{R_2}. \quad (9.27)$$

Doordat de oscillatiefrequentie rechtevenredig is met de regelspanning U_R , kan dit type oscillator toegepast worden als ‘voltage controlled oscillator’ (VCO) in een phase locked loop (PLL).

Vermenigvuldigers kunnen relatief duur zijn. Een VCO zonder vermenigvuldiger zou een uitkomst zijn. Figuur 9.15 toont een mogelijke oplossing. De regelspanning U_R wordt vermenigvuldigd met een constante gelijk aan 1 of -1 (controleer dit) wanneer de schakelaar gesloten wordt. De schakelaar sluit wanneer de uitgang van de Schmitt-trigger hoog wordt ($U_{uit} = U_{uit} \uparrow$). De integrator wordt nu aangestuurd met een stroom $-U_R/R$ en de uitgangsspanning van de integrator zal beginnen te stijgen; neemt lineair



Figuur 9.15: Eerste-orde oscillator met regelbare frequentie.

toe in de tijd totdat het omslagpunt van de Schmitt-trigger bereikt wordt. De uitgangsspanning van de Schmitt-trigger wordt nu ($U_{uit} = U_{uit} \downarrow$). De schakelaar wordt geopend en de integrator zal met een stroom U_R/R aangestuurd worden waardoor de uitgangsspanning lineair zal dalen in de tijd. Wanneer het omslagpunt van de Schmitt-trigger wordt bereikt begint het hiervoor beschreven proces weer opnieuw.

De schakelaar kan met een N-kanaals mosfet geïmplementeerd worden. Voorwaarde is wel dat $r_{ds(on)} \ll R_A$ (waarom?).

Voor zowel $T \uparrow$ als $T \downarrow$ geldt dat de totale spanningsverandering die de uitgang van de integrator moet ondergaan gelijk is aan U_h . Er geldt dus

$$T \uparrow = T \downarrow = \frac{U_h C}{\frac{U_R}{R}} = \frac{U_h}{U_R} R C \Rightarrow T = T \uparrow + T \downarrow = 2 \frac{U_h}{U_R} R C. \quad (9.28)$$

Voor de oscillatiefrequentie valt nu eenvoudig af te leiden:

$$f = \frac{U_R}{U_h} \frac{1}{2 R C}. \quad (9.29)$$

Indien er uitgegaan wordt van $U_{uit} \uparrow = -U_{uit} \downarrow = U_{uit}$ kan voor de oscillatiefrequentie ook

$$f = \frac{U_R}{(U_{uit} \uparrow - U_{uit} \downarrow) \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \frac{1}{2 R C} = \frac{U_R}{U_{uit}} \frac{R_1 + R_2}{R_2} \frac{1}{4 R C} \quad (9.30)$$

afgeleid worden.

9.3.5 Ruis in eerste-orde oscillatoren

Uit de voorgaande betogen volgt dat de frequentie van een eerste-orde oscillator bepaald wordt door

$$f = \frac{I}{C} \frac{1}{2 U_h}, \quad (9.31)$$

waarbij I de te integreren stroom is, C de integrator capaciteit en U_h de hysterisspanning. Zowel I als U_h kunnen ruis bevatten. Het gevolg van deze ruis is af te lezen uit formule (9.31): de oscillatiefrequentie verandert (bedenk dat de totale te integreren stroom gelijk is aan $I + i_n$ en $U_h + u_n$, i_n en u_n zijn respectievelijk de stroomruis en de spanningsruis). Hoewel de ruisbronnen klein zijn ten op zichte van I en U_h , hebben ze wel frequentiemodulatie van de oscillator tot gevolg. In plaats van een stabiele oscillatiefrequentie, zal ten gevolge van de ruis de oscillatiefrequentie in de tijd variëren.

Een exacte beschrijving van de effecten van thermische ruis en $1/f$ -ruis op oscillatiefrequentie en de duty-cycle valt buiten het bestek van dit dictaat (voor wie hier meer over wil leren, zie [44][42][45]). Een aantal ruisbronnen zal geïdentificeerd worden en methodes om de effecten van ruis te beperken zullen wel gepresenteerd worden.

- De signaal ruis verhouding van de hysteresis moet gemaximaliseerd worden. Dat houdt in dat de amplitude van het integratorsignaal zo groot mogelijk moet zijn [44].

- De duty-cycle van een oscillator moet 50 % zijn. In dat geval zullen $1/f$ -ruisbronnen (die niet gecorreleerd zijn met de schakelactie in oscillator) geen effect hebben op het spectrum nabij de gewenste oscillatiefrequentie [44].
- De spanningsruis van de referentiespanningen heeft een groot effect op het ruisgedrag van de oscillator. Daarom moeten de spanningsreferenties zo ruisarm mogelijk ontworpen worden [42]. Beperk (bijvoorbeeld) de kleinsignaalbandbreedte van de spanningreferentie zoveel mogelijk.
- Wanneer de uitgang van de oscillator omklapt (van staat verandert), treden twee effecten op (zie fig. 9.16) [42]:
 - de richting van de te integreren stroom klapt om, wat kortstondig tegenkoppeling geeft
 - de referentiespanning verandert van teken (meekoppeling)



Figuur 9.16: Effect van het omklappen van de oscillatoruitgang [42].

Op het moment van omslaan treedt tegelijk meekoppeling en tegenkoppeling op. Beide effecten werken elkaar tegen. De meekoppeling wil de oscillatie gaande houden, terwijl de tegenkoppeling het neigt te stoppen. Bij een werkende oscillator is de meekoppeling dominant, maar de tegenkoppeling heeft als effect dat het effect van ruis toeneemt.

- De strijd tussen mee- en tegenkoppeling kan voorkomen worden door [42]
 - er voor te zorgen dat mee- en tegenkoppeling niet gelijktijdig optreden
 - op het moment van omklappen de integratoruitgang een ‘extra zetje’ (een ‘surge’) in de juiste richting te geven, zie fig. 9.17. Er wordt tijdelijk extra meekoppeling gegenereerd.



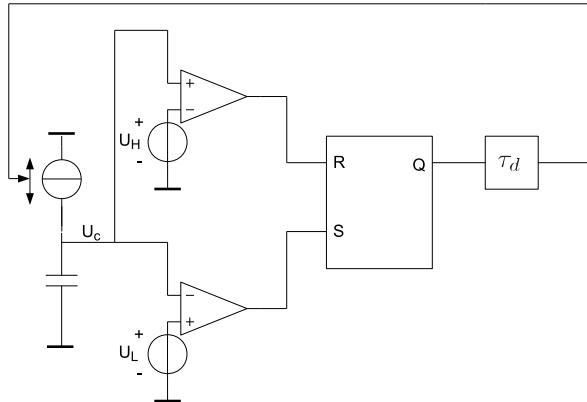
Figuur 9.17: De integratoruitgang krijgt een extra zetje om het effect van gelijktijdige mee- en tegenkoppeling te beperken.

Figuur 9.18 toont een methode om er voor te zorgen dat mee- en tegenkoppeling niet gelijktijdig optreden. De vertraging (τ_d) zorgt er voor dat de richting van de stroom pas omkeert als de (relevante) referentiespanning al ‘omgeklaapt’ is. Er is echter wel een tweede tijdconstante geïntroduceerd die invloed op de oscillatiefrequentie uitoefent. Er zijn nu twee tijdsreferenties die de oscillatiefrequentie en het ruisgedrag van de oscillatie bepalen. Derhalve is er nu geen sprake meer van een oscillator, maar van een oscillatorsysteem [42].

9.3.6 Verminderen van de ruisgevoeligheid van eerste-orde oscillatoren

koppelen van oscillatoren \sqrt{n} -principe. memory bypass. synchroniseren.

Uitgebreid onderzoek [44][42] heeft aangetoond dat het effect van ruis op eerste-orde oscillatoren beperkt kan worden door



Figuur 9.18: Een mogelijke implementatie van een eerste-orde oscillator(systeem) met vertragingstijd τ_d [42].

9.3.7 Classificatie van eerste-orde oscillatoren

9.4 Toepassingen van eerste-orde oscillatoren

Doordat bijvoorbeeld de oscillatiefrequentie van eerste-orde oscillatoren zo eenvoudig te veranderen is, worden ze ook toegepast om sensoren uit te lezen. Capacitieve sensoren, bijvoorbeeld, kunnen de tijddreferentie van de eerste-orde oscillator vormen. De capaciteitsverandering⁴ ten gevolge van de te meten grootheid veroorzaakt een frequentieverandering welke eenvoudig te meten is.

Klapzaksensor bemeten.

9.5 Tweede-orde oscillatoren

In deze paragraaf wordt een aantal types tweede-orde oscillatoren bestudeerd. Alleen de klasse van de harmonische oscillatoren wordt hier gepresenteerd om de analyse te beperken. Voor een bespreking van tweede-orde relaxatie-oscillatoren wordt verwezen naar [42].

Tweede-orde oscillatoren worden gekenmerkt door het feit dat ze twee polen hebben. Een classificatie van mogelijkheden levert op [42]:

- twee reële polen, geen nulpunt(en)
- twee reële polen, met nulpunt(en)
- twee complexe polen, geen nulpunt(en)
- twee complexe polen, met nulpunt(en)

Voor elk van deze oscillatoren moeten de Barkhausen criteria gelden voor stabiele oscillatie:

- de lusversterking is gelijk aan één
- de fasedraaiing die in de lus optreedt is gelijk aan $0 + 360^\circ \cdot n$ ($n = 0, 1, \dots$)

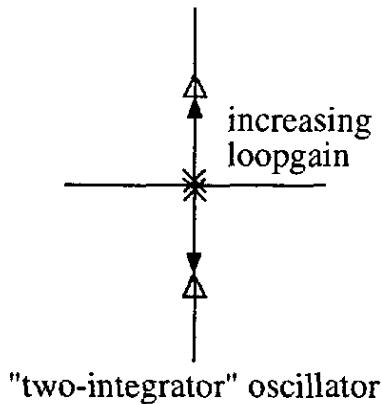
In het geval van oscillatoren met twee reële polen en geen nulpunt(en) moeten er twee tijddreferenties zijn die gescheiden zijn van elkaar. De hoeveelheid energie die in elk van de tijddreferenties zit opgeslagen is onafhankelijk van elkaar en moet volledig onder controle staan van een elektronische schakeling [20]. De elektronica moet de energiedissipatie in de tijddreferenties compenseren: een ontdeempingscircuit. Wanneer niet voldoende ontdeemd wordt, zal de amplitude van de opgewekte sinus langzaam naar nul gaan. Is de ontdeemping te groot, dan zal de sinus in amplitude blijven toenemen. Er is dus ook altijd een amplitudedetector nodig die de amplitude van de opgewekte sinus met een referentiewaarde vergelijkt. Deze amplitudedetector zorgt voor een rondgaande versterking van één wanneer de amplitude van de sinus gelijk is aan de referentiewaarde. In poolbaantermen betekent dit dat het ontdeempingscircuit ervoor zorgt dat beide polen in de oorsprong komen te liggen.

De oscillatiefrequentie is afhankelijk van de wordtel uit de lusversterking. Anders gezegd, wanneer de lusversterking groter gemaakt wordt, worden de imaginaire as opgedreven. Hoe groter de lusversterking, hoe groter de waarde die de polen op de imaginaire as aannemen: hoe hoger de frequentie wordt.

4. Er zijn capacitieve sensoren voor het meten van verschillende grootheden. Enkele voorbeelden [?] (blz. 227-231): vochtigheidssensoren, angular encoders, liquid-level gauges, versnellingsopnemer, drucksensor.

9.5.1 Voorbeeld dubbele integrator oscillator

Harmonische oscillatoren zijn oscillatoren die een sinusvormig signaal opwekken. Deze ontstaan wanneer twee polen op de imaginaire as gedreven worden. De polen zijn eenvoudig te realiseren met weerstanden en condensatoren. Indien de polen rond een versterkend component (nullor) opgebouwd worden, wordt het mogelijk de twee polen in de oorsprong van polen-nulpunten (pn) beeld te plaatsen, zie figuur 9.19. Wanneer in het systeem waarin de polen zijn opgebouwd ook nog lusversterking (loopgain) aanwezig is,



Figuur 9.19: Poolbaan van de dubbele integratoroscillator.

zal de poolbaan over de imaginaire as lopen. De oscillatiefrequentie is afhankelijk van $\sqrt{\text{lusversterking}}$. Hieruit blijkt dat verstemming van de oscillator eenvoudig is.

Door verliezen en mismatch en de eindige openlus versterking van de gebruikte nullor implementatie zullen de polen niet exact op dezelfde plaats en in de oorsprong liggen. Er is dus een extra voorziening nodig die de positie van de polen op de reële as beïnvloedt. Tevens kan deze voorziening gebruikt worden om de amplitude van de opgewekte sinus te regelen. Door de polen het linkerhalfvlak van het pn-beeld in te schuiven, zal de amplitude afnemen en wanneer de polen naar het rechterhalfvlak worden verschoven zal de amplitude toenemen. Voor dit regelproces is een vorm van amplitudedetectie nodig.

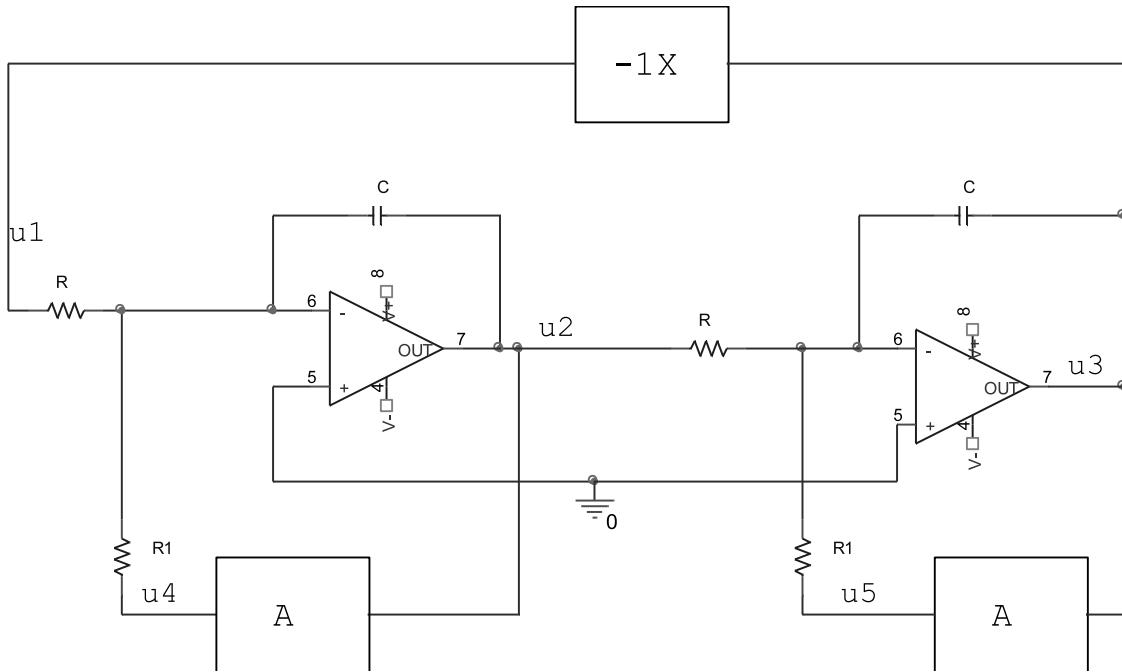
Er is een vorm van versterking noodzakelijk. Tot nu toe is er van uit gegaan dat de versterking geleverd wordt door een nullor. Deze moet geïmplementeerd worden. In principe kan de nullor geïmplementeerd worden door elk actief component: transistoren, operationele versterkers, operational transconductance amplifiers, current differencing amplifiers enz. Voor de eenvoud, en omdat ze in grote hoeveelheden beschikbaar zijn, is er voor gekozen de quadratuuroscillator met operationele versterkers te realiseren.

9.5.2 Analyse

Figuur 9.20 toont een principeschema voor een quadratuuroscillator. Twee integratoren en een inverterende versterker (-1 keer) vormen de oscillator. Tevens is bij beide integratoren een ontdempingscircuit ($A+R_1$) aangebracht dat als doel heeft de amplitude te regelen.

De werking van de quadratuuroscillator volgt uit het schema van figuur 9.20. Wanneer men van een bepaald punt, bijv. spanning u_2 , de lus rond gaat, zien we dat de totale fasedraaiing -360° oftewel 0° is (twee integratoren zorgen voor 180° en de inverterende versterker eveneens voor 180°). Dit is een voorwaarde voor oscillatie. De tweede voorwaarde is dat de versterking gelijk aan één is. Het ontdempingscircuit zorgt hiervoor.

Dat de oscillator twee sinussen in quadratuur, met 90° onderling faseverschil, oftewel een sinus en een cosinus opwekt volgt uit het feit dat een integrator voor 90° faseverschuiving zorgt. Als u_2 een cosinus is volgt dat u_3 een sinus is.



Figuur 9.20: Poolbaan van de dubbele integratoroscillator.

Formules t.b.v. ontwerp

Uit figuur 9.20 volgen de vergelijkingen

$$\begin{aligned} u_4 &= u_2 A \\ u_5 &= u_3 A \\ u_1 &= -u_3 \\ \tau &= RC \\ \tau_1 &= R_1 C \end{aligned} \tag{9.32}$$

en tevens

$$\begin{aligned} u_2 &= -\left(\frac{1}{s\tau}u_1 + \frac{1}{s\tau_1}u_4\right) \\ u_3 &= -\left(\frac{1}{s\tau}u_2 + \frac{1}{s\tau_1}u_5\right), \end{aligned} \tag{9.33}$$

waarbij \$s\$ de Laplace operator is en \$A\$ de versterking van het ontdempingscircuit.

Na enige wiskundige manipulaties volgt voor \$u_2\$:

$$u_2 = -u_2 \left(\frac{1}{s^2\tau^2 + sA\frac{\tau^2}{\tau_1}} + \frac{A}{s\tau_1} \right) \tag{9.34}$$

Hieruit volgt dat er sprake van oscillatie (\$u_2 \neq 0\$) indien geldt:

$$\frac{1}{s^2\tau^2 + sA\frac{\tau^2}{\tau_1}} + \frac{A}{s\tau_1} + 1 = 0 \tag{9.35}$$

Uitwerken van deze formule levert twee polen op:

$$p_{1,2} = -\frac{A}{\tau_1} \pm j\frac{1}{\tau} \tag{9.36}$$

Een Fouriertransformatie van (9.34) met deze polen geeft de uiteindelijke formule voor \$u_2\$:

$$u_2 = \hat{u}_2 e^{-\frac{A}{\tau_1}t} \sin\left(\frac{1}{\tau}t\right) \tag{9.37}$$

Formules (9.36) en (9.37) geven respectievelijk de complexe poolparen en het uitgangssignaal van de oscillator. Voor het signaal op u_3 kan een soortgelijke formule worden afgeleid.

Wanneer het oscillatorsignaal de gewenste amplitude heeft bereikt, dan is het reële deel van de polen gelijk aan nul ($A = 0$). De polen liggen dan op $p_{1,2} = \pm j1/\tau$. De oscillatiefrequentie is nu gelijk aan $f_0 = 1/(2\pi\tau)$. De amplitude van het signaal blijft constant, zoals uit formule (9.37) volgt.

Als de amplitude te klein is, moeten de polen het rechter halfvlak van het pn-beeld in gestuurd worden. Dat gebeurt wanneer A negatief gemaakt wordt. Uit formule (9.37) volgt dat de amplitude nu exponentieel groter wordt; de amplitude van het signaal groeit snel aan. Merk op dat het complexe deel van de polen gelijk blijft en daarmee ook de oscillatiefrequentie.

Is de amplitude van het signaal te groot, dan moeten de polen het linker halfvlak in gedreven worden. Dat is mogelijk door A juist positief te maken. Volgens formule (9.37) zal nu de amplitude van het signaal snel kleiner worden. Ook hier geldt dat het complexe deel van de polen gelijk blijft en daarmee ook de oscillatiefrequentie.

Amplituderegeling

Om te controleren of de amplitude van het signaal de juiste waarde heeft bereikt moet deze vergeleken worden met een referentie(spanning). Gewoonlijk wordt hiertoe het signaal gelijkgericht en gefilterd met een laagdoorlaatfilter. De resulterende gelijkspanning wordt vergeleken met de referentiespanning, waarna de waarde van A veranderd wordt. Dit levert goede resultaten op wanneer het filter goed gedimensioneerd is. Wanneer de frequentie gewijzigd wordt bestaat de kans op een te snel of te traag filter waardoor het zogenaamde ‘bouncing’ van de amplitude ontstaat.

Hier is gekozen voor een slimmere vorm van amplituderegeling die filters overbodig maakt. Bouncing treedt niet op. De amplituderegeling is daarom zeer geschikt voor toepassing in quadratuuroscillatoren waarvan de frequentie regelbaar gemaakt is. Er wordt gebruik gemaakt van het voordeel dat de quadratuuroscillator zowel een sinus als een cosinus opwekt. De goniometrie leert dat $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Dit kan ook geschreven worden als $\hat{u}_2 \sin^2(\omega t) + \hat{u}_2 \cos^2(\omega t) = U$. Wanneer de sinus- en de cosinusuitgang van de oscillator worden gekwadrateerd levert dit dus een gelijkspanning op waarvan de waarde overeenkomt met de amplitude van het signaal.

Voor de amplituderegeling zijn dus twee kwadrateerschakelingen, een opteller, een schakeling die de resulterende gelijkspanning vergelijkt met een referentiespanning en regelbare versterker noodzakelijk.

Nota Bene

Merk op dat de besproken oscillator bij beide integratoren een voorziening voor amplituderegeling heeft. Dit is ook noodzakelijk als men de eis heeft dat de amplitude van de oscillatie en zijn frequentie onafhankelijk van elkaar regelen zijn, zonder dat er onderlinge beïnvloeding optreedt.

Nu volgt een afleiding die bewijst dat de amplituderegeling de oscillatiefrequentie beïnvloedt indien slechts één integrator (u_2) een amplituderegeling heeft.

$$\begin{aligned} u_1 &= -u_3 = u_2 \frac{1}{s\tau} \\ u_4 &= u_2 A \\ \tau &= RC \\ \tau_1 &= R_1 C \end{aligned}$$

$$u_2 = -u_2 \left(\frac{1}{s^2\tau^2} + \frac{A}{s\tau_1} \right) \quad (9.38)$$

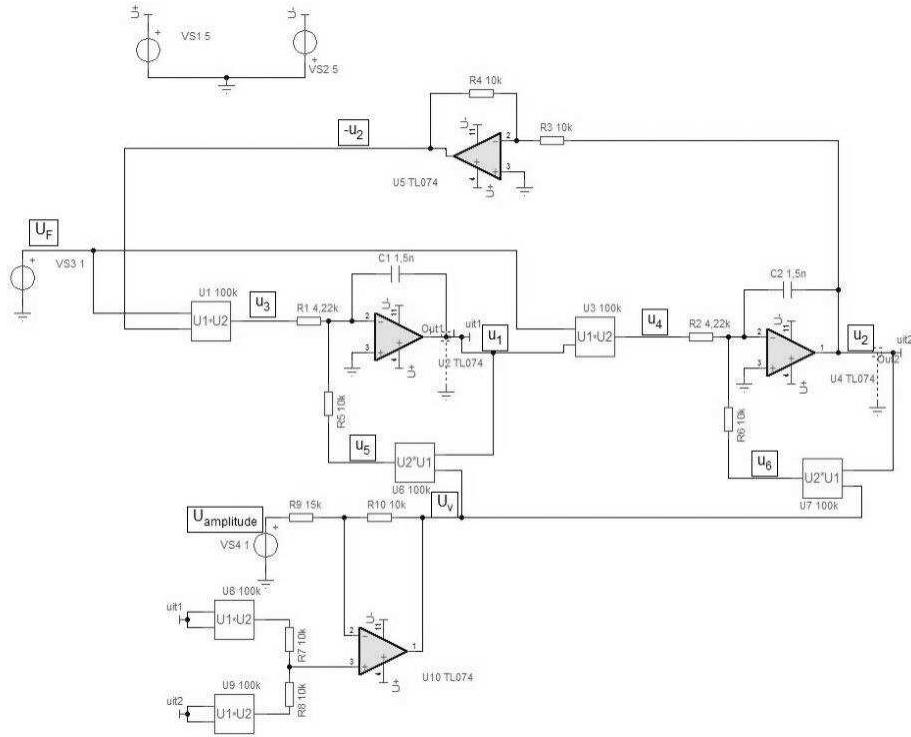
$$\frac{1}{s^2\tau^2} + \frac{A}{s\tau_1} + 1 = 0 \quad (9.39)$$

$$p_{1,2} = -\frac{A}{2\tau_1} \pm j \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \frac{A^2\tau^2}{4\tau_1}} \quad (9.40)$$

$$u_2 = \hat{u}_2 e^{-\frac{A}{2\tau_1} t} \sin \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \frac{A^2\tau^2}{4\tau_1}} t \right) \quad (9.41)$$

9.6 Dubbele integrator oscillator met regelbare frequentie en amplitude

Eén stap verder is het ontwerp van een dubbele integrator oscillator waarvan zowel de amplitude als de frequentie regelbaar is. Door de integratiestroom door de condensatoren te vergroten of te verkleinen is de oscillatiefrequentie te regelen.



Figuur 9.21: Dubbele integratoroscillator met instelbare frequentie en instelbare amplitude.

Uit figuur 9.21 volgen de volgende vergelijkingen

$$\begin{aligned} u_3 &= -u_2 A_1 U_F \\ u_4 &= u_1 A_1 U_F \\ u_5 &= u_1 A_1 U_v \\ u_6 &= u_2 A_1 U_v, \end{aligned} \tag{9.42}$$

waarbij A_1 de coëfficiënt van de vermenigvuldiger is (welke bij praktische vermenigvuldigers tussen 0.1 en 0.4 in kan zitten). Verder geldt

$$\begin{aligned} \tau &= R_1 C_1 = R_2 C_2 \\ \tau_1 &= R_5 C_1 = R_6 C_2 \end{aligned} \tag{9.43}$$

en

$$\begin{aligned} u_1 &= -\left(-\frac{1}{s\tau} u_2 A_1 U_F + \frac{1}{s\tau_1} u_1 A_1 U_v\right) \\ u_2 &= -\left(\frac{1}{s\tau} u_1 A_1 U_F + \frac{1}{s\tau_1} u_2 A_1 U_v\right) \end{aligned} \tag{9.44}$$

Hieruit volgt na wiskundige manipulaties (ga dit na!)

$$u_1 = -u_1 \left(\frac{(A_1 U_F)^2}{s^2 \tau^2 + s \frac{\tau^2}{\tau_1} A_1 U_v} + \frac{1}{s\tau_1} A_1 U_v \right) \tag{9.45}$$

In geval van oscillatie moet gelden dat $u_1 \neq 0$, daarom volgt

$$\frac{(A_1 U_F)^2}{s^2 \tau^2 + s \frac{\tau^2}{\tau_1} A_1 U_v} + \frac{1}{s \tau_1} A_1 U_v + 1 = 0. \quad (9.46)$$

Na een beetje wiskunde volgt uit deze formule dat de polen op de volgende locaties liggen:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{\tau_1} A_1 U_v \pm j \frac{1}{\tau} A_1 U_F \quad (9.47)$$

Een Fouriertransformatie van met deze polen geeft de uiteindelijke formule voor u_1 :

$$u_1 = \hat{u}_1 e^{-\left(\frac{1}{\tau_1} A_1 U_v\right)} \sin\left(\frac{1}{\tau} A_1 U_F t\right) \quad (9.48)$$

Zoals vergelijking (9.48) toont, is de amplitude van de oscillatie in te stellen met spanning U_v en de frequentie van de oscillatie met spanning U_F .

Merk op dat U_v afhangt van de de spanningsbron $U_{\text{amplitude}}$ en de amplitudes van de opgewekt sinus en cosinus. Zolang de amplitudes kleiner zijn dan $U_{\text{amplitude}}$, heeft U_v een negatieve waarde. In dat geval zal de amplitude groter worden omdat de exponent van (9.48) positief wordt. Wanneer de amplitudes groter worden dan $U_{\text{amplitude}}$ zal U_v positief worden (ga dit na), is de exponent van (9.48) negatief en daardoor zal de amplitude van de oscillatie afnemen. Stabilisatie van de amplitudes zal optreden wanneer de amplitudes gelijk zijn geworden aan $U_{\text{amplitude}}$. In dat geval is $U_v = 0$.

Bijlage A

Antwoorden

Antwoorden van de opgaven van hoofdstuk 1:

1. Gedissipeerde vermogen: $P_{\text{dis.}} = 15 \cdot 1.5 + 0.5 - 2.5 = 20.5\text{W}$. Rendement: $\eta = 10.9\%$.
2. $P_{\text{dis.}} = 30 - 12.5 = 17.5\text{W}$, Rendement: $\eta = 41.7\%$.
3. actuator
4. Meerdere combinaties van antwoorden mogelijk. Bijvoorbeeld: radio, televisie, DVD-speler, satelliet, (mobiel) communicatiesysteem.
5.
 - elektriciteit kan informatie met grote snelheid en gericht te verplaatsen, door middel van aansluitdraden of draadloos met (richt)antennes.
 - informatie is eenvoudig te coderen, te genereren en op te slaan
 - de benodigde technieken zijn goedkoop

Antwoorden van de opgaven van hoofdstuk 2:

1. Wanneer de volumeregeling tussen eindversterker en luidspreker plaatst, zal de eindversterker vermogen aan de potmeter en luidspreker leveren. Wanneer men het volume beperkt tot een bijna onhoorbare luidheid, zal er weinig vermogen aan de luidspreker geleverd worden, maar er zal wel nog steeds (maximaal) vermogen van de eindversterker in de volumeregelaar gedissipeerd worden. Dit komt het rendement van de overdracht niet ten goede.
2. Een radio selecteert een (of meerdere) kanalen en zet de informatie daarin om naar een hoorbaar signaal.

Antwoorden van de opgaven van hoofdstuk 3:

1. Controleer zelf het antwoord aan de hand van Hoofdstuk 3.
2. Zie §3.3 en verder.
3. Hier lopen we tegen praktische grenzen aan. Door de toleranties van (bijvoorbeeld) de tegenkop-pelweerstanden is het praktisch onmogelijk om exact 2.0000000000 keer te versterken. Zie ook §3.6.2.
4. Ruis, Bandbreedte/Snelheid en signaalvermogen
5. We hebben de volgende gegevens: ruis 10^{-12}V^2 , signaalvermogen $(10 \text{ mV})^2$ en de bandbreedte 10MHz . $C \approx 265.76 \cdot 10^6 \text{ Hz}$.
 - (a) $C \approx 275.76 \cdot 10^6 \text{ Hz}$.
 - (b) $C \approx 285.76 \cdot 10^6 \text{ Hz}$.
 - (c) $C \approx 531.52 \cdot 10^6 \text{ Hz}$.
 - (d) Wanneer de ruis twee keer zo laag wordt, neemt C ca. 4% toe, wanneer het signaal twee keer groter wordt neemt C ca. 7.5% toe. Wordt de bandbreedte een factor twee groter, dan neemt C met maar liefst 200% toe. Als een grote waarde van C benodigd is, dan heeft het vergroten van de bandbreedte dus een veel groter effect dan het vergroten van de signaal ruis verhouding.

Antwoorden van de opgaven van hoofdstuk 3 en 4: Zie dictaat.

Antwoorden van de opgaven van hoofdstuk 8:

1. Zie §8.2.
- 2.
3. Zie §8.4.
4. Er is een derde-orde laagdoorlaatfilter nodig. Er geldt: $n \approx \frac{1}{2} \frac{\ln(e^{0.2330}-1)}{\ln(\frac{800}{200})} \approx 2.5$
5. Een Besselfilter. De Besselkarakteristiek vertoont de meest lineaire fasiekarakteristiek en zal daar door de pulsen van de binaire code minimaal vervormen.
6. (a) practicum
 (b) Dit filter kan als vertragingsslijn gebruikt worden.
7. (a) $Q = \frac{100}{125-75} = 2$
 (b) practicum
 (c) practicum
8. practicum
9. practicum
10. practicum
11. $DR \leq 92.8$ dB
12. Door de grotere capaciteit moet de nullorimplementatie, de op-amp, een grotere stroom leveren. Hierdoor neemt het vermogen dat in het filter gedissipeerd wordt toe.
- 13.
14. practicum
15. Weerstand R_2 beïnvloedt H_0 niet omdat er geen stroom loopt door R_2 ; deze staat immers in serie met een nulloringang. Omdat de +ingang met de ref. verbonden is, zorgt de nullor er voor dat de -ingang ook 0 volt wordt. Doordat er geen stroom door R_2 loopt, is het knooppunt R_1, R_2, R_3, C_1 ook 0 volt. Alle signaalstroom die t.g.v. u_1 en R_1 gaat lopen, moet via R_3 (en gedeeltelijk C_1) worden afgevoerd. Deze componenten bepalen H_0 . R_2 heeft geen invloed.

Bibliografie

- [1] W. A. Serdijn (editor), "Electronics. lecture notes et3604lr," tech. rep., Delft University of Technology, 2005.
- [2] DIMES-staf, *Een halve eeuw micro-elektronica*. Kluwer Bedrijfsinformatie b.v., 1st ed., 1997.
- [3] D. C. Giancoli, *General physics, volume 2*. Prentice-Hall, 1st ed., 1984.
- [4] A. van Staveren, *Structured electronic design of highperformance low-voltage low-power references*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1997.
- [5] C. J. M. Verhoeven, A. van Staveren, G. L. E. Monna, M. H. L. Kouwenhoven, and E. Yildiz, *Structured Electronic design, negative-feedback amplifiers*. Kluwer Academic Publishers, 1st ed., 2003.
- [6] M. P. J. Stevens, P. H. A. van der Putten, and M. J. M. van Weert, *Systematisch Specificeren van Elektronica*. Centrum voor Micro-Elektronica, 1994.
- [7] R. M. Ford and C. S. Coulston, *Design for Electrical and Computer Engineers*. McGraw-Hill, 1st ed., 2008.
- [8] S. Franco, *Design with operational amplifiers and analog integrated circuits*. McGraw-Hill international editions, 1st ed., 1988.
- [9] E. H. Nordholt, *Design of high-performance negative feedback amplifiers*. Delftse Uitgevers Maatschappij, 1993.
- [10] A. Henderson, *Elektrische Netwerken*. Delftse Uitgevers Maatschappij, 1987.
- [11] W. A. Serdijn, *The design of Low-Voltage Low-Power Analog Integrated Circuits and their applications in Hearing Instruments*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1994.
- [12] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *The Bell System Technical Journal*, no. 27, pp. 379–423, 623–656, 1948.
- [13] M. Lantz, *Systematic design of linear feedback amplifiers*. PhD thesis, Lund University, 2002.
- [14] M. J. van der Horst, *Systematic Design of EMI-resilient Negative-Feedback Amplifiers*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2012.
- [15] W. A. Serdijn, "A classification of electronic signal-processing functions," in *ProRISC 2000 Workshop on Semiconductors, Circuits, Systems and Signal Processing*, pp. 507–513, 2000.
- [16] J. Davidse, *Analoge signaalbewerkingstechniek*. Delftse Uitgevers Maatschappij, 1st ed., 1991.
- [17] P. P. L. Regtien, *Instrumentele Elektronica*. Delftse Uitgevers Maatschappij b.v., 3rd ed., 1993.
- [18] A. Hambley, *Electrical Engineering, principles and applications*. Pearson, 5th ed., 2010.
- [19] A. van Staveren and W. A. Serdijn, *Elektronische Signaalbewerking (deel 2)*, ET2405-d2, Lecture Notes. TUD, 1st ed., 2009.
- [20] G. C. M. Meijer, *Elektronische Implementatiekunde*. Delftse Universitaire Pers, 1st ed., 1996.
- [21] P. R. Gray, P. J. Hurst, S. H. Lewis, and R. G. Meyer, *Analysis and design of analog integrated circuits*. John Wiley and sons, Inc., 4th ed., 2001.
- [22] H. W. Ott, *Noise reduction techniques in electronic systems*. John Wiley and Sons, 2nd ed., 1988.
- [23] B. D. H. Tellegen, "On nullators and norators," *IEEE transactions on circuit theory*, pp. 466–469, Dec. 1966.
- [24] M. J. van der Horst, A. C. Linnenbank, W. A. Serdijn, and J. R. Long, "Systematic design of a transimpedance amplifier with specified electromagnetic out-of-band interference behavior," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I*, vol. 57, no. 3, pp. 530–538, 2010.
- [25] D. D. Weiner and J. F. Spina, *Sinusoidal analysis and modeling of weakly nonlinear circuits, with applications to nonlinear effects*. Van Nostrand Reinhold, 1980.
- [26] W. Sansen, "Distortion in elementary transistor circuits," *IEEE trans. on Circuits and Systems-II*, vol. 46, no. 3, pp. 315–325, 1999.
- [27] M. L. Lantz and S. Mattisson, "Local feedback and nonlinearity of multistage feedback amplifiers," in *The 10th Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems*, 2002.

- [28] A. B. Carlson, *Communication Systems, an introduction to signal and noise in electrical communication*. McGraw-Hill, 3rd ed., 1986.
- [29] A. van Staveren and W. A. Serdijn, “Et2405-d2-handouts-college-6,” tech. rep., TU Delft, 2008.
- [30] P. Holmes, *Elektrische Netwerken*. Pearson Education Benelux, 3rd ed., 2006.
- [31] V. Riewruja and A. Rerkratn, “Analog muliplier using operational amplifiers,” *Indian journal of pure and applied physics*, vol. 48, 2010.
- [32] A. B. Williams and F. J. Taylor, *Electronic Filter Design Handbook*. McGraw-Hill, 2nd ed., 1988.
- [33] G. Groenewold, *Optimal dynamic range integrated continuous-time filters*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1992.
- [34] G. P. de Jong, *Telecommunicatie*. Stam Technisch Boeken B.V., 1st ed., 1982.
- [35] Y. J. Wong and W. E. Ott, *Function Circuits, Design and Applications*. McGraw-Hill Book Company, 1st ed., 1976.
- [36] G. L. E. Monna, *Design of Low-Voltage Integrated Filter-Mixer Systems*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1996.
- [37] G. Bianchi and R. Sorrentino, *Electronic Filter Simulation and Design*. McGraw-Hill, 1st ed., 2007.
- [38] J. Baeten, “Ontwerp van filters (presentatie),” tech. rep., KHLimburg, 2006.
- [39] J. G. Graeme, G. E. Tobey, and L. P. Huelsman, *Operational Amplifiers, Design and Applications*. McGraw-Hill Book Company, 1st ed., 1971.
- [40] M. Steffes, “Design salien-key low-pass filters with $g>1$, achieve lower noise,” tech. rep., Intersil Corp., 2012.
- [41] H. W. Ott, *Electromagnetic Compatibility Engineering*. John Wiley and Sons, 1st ed., 2009.
- [42] J. R. Westra, *High-performance Oscillators and Oscillator Systems*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1998.
- [43] C. A. M. Boon, *Design of High-Performance Negative-Feedback Oscillators*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1989.
- [44] C. J. M. Verhoeven, *First-order Oscillators*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1990.
- [45] S. L. J. Gierkink, *Control Linearity and Jitter of Relaxation Oscillators*. PhD thesis, University of Twente, 1999.