

Übung 4: Teil 1: Nichtlineare Optimierung

Hans Auer (auer@eeg.tuwien.ac.at)

18.05.2020

Eine schön leserliche, handschriftliche Ausarbeitung pro Gruppe ist bis spätestens **15. Juni 2020, 10:00 Uhr**, vor Beginn der Übungsbesprechung abzugeben (auf TUWEL hochladen bzw. auch gerne zusätzlich das File per Email direkt an mich: auer@eeg.tuwien.ac.at)

Aufgabe 1

Beispiel – Optimale Dimensionierung eines Kühlkreislaufs in einem Kernkraftwerk

In einem Teilbereich eines komplexen Kühlsystems in einem Kernkraftwerk ist es vorge-schrieben, dass die Kühlung durch 2 unterschiedliche Kühlflüssigkeiten unterschiedlicher Viskosität (Zähflüssigkeit) in 2 getrennten Kreisläufen erfolgt. Ein Kühlkreislauf alleine ist nicht zulässig. Das Ziel ist es, die jeweiligen Kühlflüssigkeiten mit einer maximalen Fließgeschwindigkeit durch die jeweiligen getrennten Kühlrohre zu schicken, um den größtmöglichen Kühleffekt zu erzielen. Die Fließgeschwindigkeit ist dabei umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche der Kühlrohre und auch umgekehrt proportional zur Viskosität der Kühlflüssigkeit. Weiters ist zu beachten, dass bei der Dimensionierung der Rohrdurchmesser beider Kühlkreisläufe aus geometrischen Gründen auch eine obere und untere Schranke von minimalen und maximalen Durchmessern besteht.

Wie sind die 2 Radien r_1 und r_2 der 2 Kühlrohre des Kühlsystems optimal zu dimen-sionieren, wenn die Kühlflüssigkeit im Kühlkreislauf 1 die Viskosität ν_1 und jene im Kühlkreislauf 2 die Viskosität ν_2 aufweist und auch noch folgende geometrische Bedin-gungen zu erfüllen sind:

$$2r_1 + 2r_2 \geq 30\text{cm}$$

$$2r_1 + 2r_2 \leq 60\text{cm}$$

Formulieren und lösen Sie dieses Optimierungsproblem! Wie groß sind r_1 und r_2 optimal zu wählen?

Aufgabe 2

Beispiel – Zusätzliche Gaslieferungen aus Russland

Das russische Unternehmen Gazprom produziert Erdgas und verkauft dieses international (neben Lieferungen zur Deckung des nationalen Verbrauchs) im Wesentlichen an zwei Regionen: Europa und Zentralasien. Aufgrund eines kalten Winters fragen beide internationale Regionen bei Gazprom an, kurzfristig zusätzliche Gaslieferungen über die langfristig vereinbarten Mengen hinaus anzubieten. Gazprom ist bereit, kurzfristig zusätzliches Erdgas ins Ausland zu liefern, ist jedoch auch gewissen Rahmenbedingungen und Beschränkungen unterworfen:

- Wenn Gazprom kurzfristig zusätzlich für die europäischen Kunden die Menge q_1 (in bcm) produziert und liefert, so sind die Europäer bereit, einen Preis $(70 - 4q_1)$ Mio \$ pro bcm zu bezahlen.
- Wenn zusätzlich die Menge q_2 (in bcm) für die zentralasiatischen Kunden produziert und geliefert werden, so sind diese bereit, einen Preis $(150 - 15q_2)$ Mio \$ pro bcm zu zahlen.

Weiters muss Gazprom noch berücksichtigen:

- Für $q > 0$ ($q = q_1 + q_2$) sind die Kosten, die Menge q (in bcm) an Erdgas zu produzieren und zu liefern, $(100 + 15q)$ Mio \$.
- Die kurzfristig zusätzlich produzierte und gelieferte Menge an Erdgas ins Ausland darf die Menge von 20 bcm nicht übersteigen.

Fragen:

- Wieviel Erdgas soll Gazprom jeweils den Europäern und zentralasiatischen Staaten kurzfristig zusätzlich anbieten, produzieren, liefern und verkaufen, um den Gewinn zu maximieren?
- Wie hoch ist der Gewinn im Maximum?