

# Übung 2 – Lineare Programmierung

VU Energiemodelle und Analysen 2020

Theresia Perger

20.04.2020

- Aufgabe 2.1 – Gewinnmaximierung einer Raffinerie
  - Lösung mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
- Aufgabe 2.2 – Optimierung eines Kraftwerkparks
  - Lösung mit Hilfe des Simplex-Algorithmus
- Aufgabe 2.3 – Schadstoffreduzierung eines Stahlwerks
  - Lösung in MATLAB

## Aufgabe 2.1 – Gewinnmaximierung einer Raffinerie

# Aufgabe 2.1 – Gewinnmaximierung einer Raffinerie

Eine Raffinerie stellt 2 Produkte her: Benzin und Diesel. Der Raffinerie stehen folgende Ressourcen zur Verfügung:

- Arbeitsdauer der Maschinen: maximal 1200 Stunden
- Menge an Rohöl: maximal 3000 Mengeneinheiten (ME)
- Arbeitsdauer der Arbeiter: 125 Stunden

Folgende Mengen an Ressourcen werden je Produkt pro Mengeneinheit benötigt:

	Benzin	Diesel
Maschinen	3 h	2 h
Rohöl	5 ME	10 ME
Arbeitsdauer	-	0.5 h

# Aufgabe 2.1 – Gewinnmaximierung einer Raffinerie

Pro Mengeneinheit wird folgender Gewinn (in Geldeinheiten GE) erzielt:

- Benzin: 3 GE
- Diesel: 4 GE

- a) In welchen Mengen sollen die jeweiligen Produkte hergestellt werden? Stellen Sie ein Optimierungsmodell auf, das den Gewinn der Raffinerie maximiert. Schreiben Sie dieses mathematisch an!
- b) Lösen Sie das Optimierungsproblem mit Hilfe des Simplex-Algorithmus. Schreiben Sie hierbei die Simplex-Tableaus an und beschreiben Sie die Schritte.

## Aufgabe 2.2 – Optimierung eines Kraftwerkparks für die Fernwärme

## Aufgabe 2.2 – Optimierung eines Kraftwerkparks

Gegeben ist ein Wärmesystem, wobei die Nachfrage bei einer gewissen Stunde 125MW beträgt. Zur Deckung der Nachfrage stehen folgende Kraftwerke zur Verfügung:

- Steinkohle mit 30MW.
- Gasturbine mit 60MW und
- Biomasse mit 40MW

Weitere Parameter der Kraftwerke finden Sie in der Tabelle:

Technologie	Variable Wartungskosten [€/MWh <sub>thermisch</sub> ]	Wirkungsgrad $\eta$	Emissionsfaktor [t <sub>CO2</sub> /MWh <sub>prim</sub> ]
Steinkohle	2.5	36%	0.34
Gasturbine	1.7	46%	0.2
Biomasse	2.9	80%	0

- Die Brennstoffkosten von Steinkohle betragen 8€/MWh<sub>prim</sub>, die von Gas 30€/MWh<sub>prim</sub> und die von Biomasse 60 €/MWh<sub>prim</sub>.

# Aufgabe 2.2 – Optimierung eines Kraftwerkparks

a) Formulieren Sie folgendes Optimierungsmodell mathematisch:

Schreiben Sie das (i) **kostenminimale** bzw. (ii) **emissionsminimale** Optimierungsmodell in seiner mathematischen Form auf. Was ist die jeweilige Zielfunktion, Entscheidungsvariable bzw. Nebenbedingung unter der Annahme, dass die Nachfrage bei der (i) sowie (ii) gedeckt werden muss?

b) Lösen das Optimierungsmodell (i) mithilfe des 2-Phasen-Simplexalgorithmus:

Schreiben Sie dazu das Simplextableau an und berechnen Sie die optimale Lösung. Lässt sich diese mithilfe der Theorie erklären? Stellen Sie dabei die einzelnen Tableaus dar und erklären Sie die Schritte.

Literatur:

<http://statistik.wu-wien.ac.at/~leydold/MOK/HTML/node164.html>

[https://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-093j-optimization-methods-fall-2009/lecture-notes/MIT15\\_093J\\_F09\\_lec04.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-093j-optimization-methods-fall-2009/lecture-notes/MIT15_093J_F09_lec04.pdf)



## Aufgabe 2.3 – Schadstoffreduzierung eines Stahlwerks

# Aufgabe 2.3 – Schadstoffreduzierung eines Stahlwerks

## Problemstellung

- 3 Schadstoffe sind hauptverantwortlich:
  - Staub und Ruß
  - Schwefeloxide (SxOy)
  - Kohlenwasserstoffe (z.B. Methan)
- Annahme: Stahlwerk muss die jährlichen Emissionen in jeder der 3 Kategorien reduzieren:
  - Staub und Ruß: 60000 Tonnen
  - Schwefeloxide: 150000 Tonnen
  - Kohlenwasserstoffe: 125000 Tonnen
- 2 Hauptquellen der Emissionen:
 

• Hochofen zur Herstellung von Roheisen	→	Maßnahme Typ 1
• Hochofen zur Umwandlung von Eisen in Stahl	→	Maßnahme Typ 2

# Aufgabe 2.3 – Schadstoffreduzierung eines Stahlwerks

## Maßnahmen:

- Erhöhung der Schornsteine
  - Einbau von Filtern in die Schornsteine
  - Verwendung von saubereren Brennstoffen mit höherem Brennwert
- Können jeweils bei einem oder beiden Hochöfen eingesetzt werden, daher insgesamt 6 Maßnahmen möglich

Reduktion der Schadstoffe nach Maßnahmen (in 1000 Tonnen):

	Schornsteine		Filter		Brennstoffe	
Schadstoff	Typ 1	Typ 2	Typ 1	Typ 2	Typ 1	Typ 2
Staub und Ruß	12	9	25	20	17	13
Schwefeloxide	35	42	18	31	56	49
Kohlenwasserstoffe	37	53	28	24	29	20

## Kosten der Maßnahmen:

(in Mio. EUR)

Maßnahme	Typ 1	Typ 2
Schornsteine	8	10
Filter	7	6
Brennstoffe	11	9

Jede der Maßnahmen kann auf einer Skala 0-100% beliebig umgesetzt werden. Die Kosten für die Maßnahmen werden mit dem Grad der Umsetzung der jeweiligen Maßnahme gewichtet.

# Aufgabe 2.3.1 – Lösung des LPs

- a) Stellen Sie ein mathematisches Modell des Optimierungsproblems auf (Zielfunktion, Nebenbedingungen), welches die anfallenden Kosten minimiert und dabei die erforderlichen Emissionsreduktionen einhält.
- b) Lösen Sie das Optimierungsproblem unter Zuhilfenahme von MATLAB (alternativ auch GAMS oder andere Software möglich).

## Aufgabe 2.3.2 – Umwandlung in ein MILP

Die Annahme aus Punkt a), dass die Maßnahmen zu einem beliebigen Grad umgesetzt werden können, ist in der Realität nicht gut umzusetzen. Daher soll nun folgende Aufgabe gelöst werden:

- c) Wandeln Sie das LP aus Punkt a) in ein MILP um, d.h. jede der 6 Maßnahmen kann entweder zu 100% oder gar nicht umgesetzt werden.
- d) Von jeder der Maßnahmen Schornsteine, Filter, Brennstoffe kann nur jeweils ein Typ (Typ 1 oder Typ 2) umgesetzt werden. Erweitern Sie das MILP um diese Nebenbedingungen und lösen Sie es software-mäßig. Können damit die erforderlichen Reduktionen überhaupt erreicht werden?

# Abgabe

## 1. Protokoll

- Ergebnisse und Lösungsweg kommentieren (überflüssigen Text vermeiden!)
- Das Erscheinungsbild und die wissenschaftliche Gestaltung des Protokolls wird in die Beurteilung miteinbezogen.
  - <https://www.wissenschaftliches-arbeiten.org/>
  - Kriterien: Inhaltsverzeichnis, Abbildung- und Tabellenbeschriftung, Verweise, Modellbeschreibung, Lesbarkeit...
- Eine LaTeX Vorlage finden Sie im TUWEL (nicht verpflichtend).
- Abgabe des Protokolls als pdf Datei.

## 2. Matlab Code

Als Gruppenabgabe (Protokoll + Code gemeinsam als zip) ins TUWEL hochladen!

**Deadline: 03.05.2020, 23:59 (keine spätere Abgabe möglich)**

# Installation Yalmip/Gurobi

1. Akademischen TU Account bei Gurobi erstellen. (<http://www.gurobi.com/index>)
2. Gurobi Software für das richtige System downloaden (z.B. Windows 64 Bit) (<http://www.gurobi.com/downloads/gurobi-optimizer>)
3. Gurobi installieren
4. Den Matlab Ordner im Installationspfad von Gurobi (Standardmäßig C:\gurobi900\win64\matlab) bei den Matlab Pfaden hinzufügen (Matlab → Home → Set Path → Add with Subfolders)
5. Yalmip downloaden (<https://yalmip.github.io/download/>)
6. Yalmip installieren/entpacken
7. Den Yalmip Ordner in Matlab bei den Pfaden hinzufügen (siehe 4.)
8. Gurobi Lizenz aktivieren:
  - a) <https://user.gurobi.com/download/licenses/current>
  - b) Den Code (z.B. "grbgetkey 5407c338-3b56-11e8-afe1-0a4522cc772c") von der Homepage kopieren
  - c) Eingabeaufforderung in Windows starten (Windows-Taste → CMD)
  - d) Den kopierten Code einfügen (dabei wird der licence key am Computer gespeichert und außerdem die akademische Adresse überprüft)
9. Funktion überprüfen: run yalmiptest in Matlab





TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN



Theresia Perger

TU Wien  
Energy Economics Group – EEG  
Gußhausstraße 25-29/E 370-3  
1040 Vienna, Austria

+43 (1) 58801 370359  
perger@eeg.tuwien.ac.at  
[www.eeg.tuwien.ac.at](http://www.eeg.tuwien.ac.at)