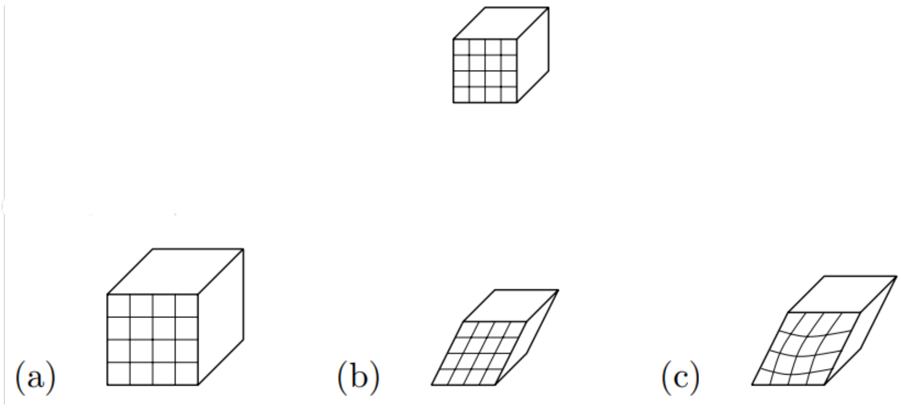
Mecánica de Medios Continuos
Práctica 3
Descripción de la deformación

Universidad de Cuenca

5 de mayo de 2023

1. Una manera de visualizar la deformación es mostrar como curvas dibujadas sobre la superficie del cuerpo se ven después de haberse deformado. Dada la configuración inicial de la parte superior de la siguiente figura, determine cuáles de las figuras de la parte inferior corresponden a deformaciones homogéneas.



2. Se sabe que el tensor de tensiones de Cauchy para cierto medio continuo (un fluido) viene dado por $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \lambda Tr(\mathbf{d})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{d}$, donde $\mathbf{d}$ es el tensor de velocidad de deformación, p es la presión hidrostática y λ, μ son constantes. Dado un sistema de coordenadas cartesianas xyz, cuya base ortonormal correspondiente es $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$, considere que el campo de velocidades viene dado por $\mathbf{v} = kx\mathbf{e_1} + ky\mathbf{e_2} + kz\mathbf{e_3}$. Tome la constante k igual al $(n + 2) - 1$, donde n es el último dígito de su número de cédula. Calcule la expresión matricial del tensor de Cauchy en la base dada.

3. Considere un medio continuo cuya ecuación del movimiento es

$$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = e^{mt}\mathbf{X} \tag{1}$$

donde m es igual al último dígito de su número de cédula más uno.

   a) Encuentre la expresión general del estiramiento.

   b) Encuentre el volumen que tendría para $t = 5$ un medio continuo que en la configuración de referencia es una esfera de radio 1.

4. Considere un medio continuo cuya ecuación del movimiento es

$$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = (mt + 1)\mathbf{X} \tag{2}$$

donde m es igual al último dígito de su número de cédula más uno.

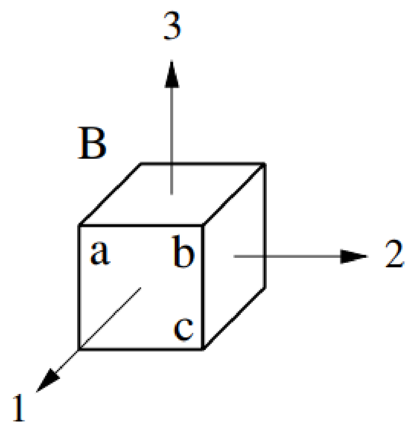
   a) Encuentre la expresión del alargamiento unitario para $t = 2$.

   b) Encuentre el volumen que tendría para $t = 5$ un medio continuo que en la configuración de referencia es una esfera de radio 1.

5. En un tiempo dado, la ecuación de movimiento de un medio continuo es:

$$x_1 = X_1, x_2 = X_3 + 4, x_3 = X_2 \tag{3}$$

Si la configuración inicial es el cubo B de lado 2 que se muestra en la siguiente figura, dibuje la configuración actual en el mismo eje de referencia, indicando qué vertices corresponden al a, b y c.



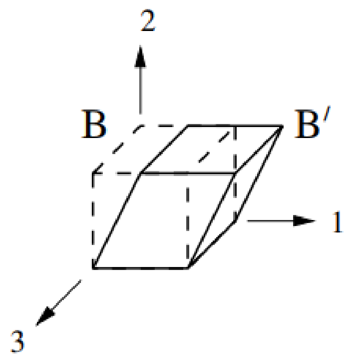
6. En un tiempo dado, la ecuación de movimiento de un medio continuo es:

$$x_1 = X_1 + \alpha X_2, x_2 = X_2, x_3 = X_3 \tag{4}$$

7. En un tiempo dado, la ecuación de movimiento de un medio continuo es:

$$x_1 = X_1 + \alpha X_2, x_2 = X_2, x_3 = X_3, \tag{5}$$

con $\alpha > 0$ constante. Dicha deformación se conoce como *corte simple* en el plano $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$. Si la configuración inicial es el cubo B de lado 1 que se observa en la siguiente figura (línea punteada), el resultado es el cubo deformado B' (línea continua).



a) Calcular los componentes del tensor de Cauchy-Green.

b) Encuentre el corte en la dirección $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$ y en la dirección $\mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$. ¿Qué sucede cuando $\alpha \to \infty$?

c) Encontrar los valores extremos de el estiramiento λ y las direcciones en las que ocurren. ¿Coinciden estas direcciones con alguna de las diagonales $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e_1} + \mathbf{e_2})$ o $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e_1} - \mathbf{e_2})$ del plano $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$?